

S. 804. B.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIV.



T A B L E

POUR L'HISTOIRE.

*D*ISCOURS lû à l'Académie Royale des Sciences, le 6 Mars 1771, en présence de Sa Majesté le roi de Suède. Par M. D'ALEMBERT. Page 2

Lettre de M. de Fouchy à Sa Majesté le roi de Suède. 8

Réflexions sur le mouvement des Corps pesans, en ayant égard à la rotation de la Terre autour de son axe, lûes en présence de leurs Alteesses Sérénissimes M.^{gr} le Margrave & Madame la Margrave de Bade-Dourlak. Par M. D'ALEMBERT. 10

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Diverses observations de Physique & d'Histoire Naturelle, faites aux environs de Compiègne. 21

Sur l'origine & la nature du Basalte prismatique. 23

Sur le Varech. 25

Sur un Insecte de l'Amérique. 28

Tables de Mortalités. Ibid.

Sur l'Aiguille aimantée. 29

Sur le Météore de 1771. 30

Observations de Physique générale. 32

A N A T O M I E.

Sur les enfans qui naissent sans Anus. 34

Sur les maladies de l'Épiploon. 35

1771.

* ij

T A B L E.

<i>Sur la situation des viscères du bas-ventre chez les Enfans.</i>	36
<i>Observations Anatomiques.</i>	37

C H I M I E.

<i>Analyse de l'eau minérale de Roye.</i>	41
---	----

B O T A N I Q U E.

<i>Observations Botaniques.</i>	44
---------------------------------	----

A L G E B R E.

<i>Sur les Équations.</i>	47
<i>Sur des Problèmes de situation.</i>	55
<i>Sur la détermination des fonctions arbitraires.</i>	56
<i>Sur les méthodes d'Approximation pour les équations différentielles.</i>	57
<i>Théorèmes sur les Quadratures.</i>	59

M É C A N I Q U E R A T I O N N E L L E.

<i>Traité d'Hydrodynamique.</i>	61
---------------------------------	----

M É C A N I Q U E P R A T I Q U E.

<i>Sur les Pompes à feu.</i>	63
<i>Sur les Manipulations en usage dans les Papeteries de Hollande.</i>	65
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie, en 1771.</i>	67

A S T R O N O M I E.

<i>Sur les Éclipses sujettes aux parallaxes.</i>	75
--	----

T A B L E.

<i>Sur la théorie de Mercure.</i>	76
<i>Sur les inégalités de la lumière des Satellites de Jupiter.</i>	77
<i>Sur les Nébuleuses.</i>	80
<i>Observations des Comètes de 1764 & 1769.</i>	81
<i>de l'Éclipse du 4 Juin 1769.</i>	Ibid.
<i>de l'Éclipse de Lune de la nuit du 28 au 29 Avril 1771.</i>	Ibid.
<i>du passage de Vénus le 3 Juin 1769.</i>	Ibid.
<i>Observations Astronomiques.</i>	82
<i>Latitude & Longitude de Ponoï.</i>	Ibid.
<i>Sur l'obliquité de l'Écliptique.</i>	Ibid.
<i>Sur la parallaxe du Soleil.</i>	83
<i>Sur des observations de Latitude & de Longitude faites à la Côte d'Espagne.</i>	Ibid.
<i>Voyage de M. le Gentil.</i>	Ibid.
<i>Astronomie de M. de la Lande.</i>	86
<i>Éloge de M. de Mairan.</i>	89
<i>Éloge de M. Fontaine.</i>	105
<i>Notes sur l'Histoire de l'Académie & sur l'Éloge de M. Fontaine.</i>	117
<i>Éloge de M. Morgagni.</i>	131
<i>Éloge de M. Pitot.</i>	143



T A B L E

POUR LES MÉMOIRES.

<i>A</i> NALYSE d'une Eau minérale de la ville de Roye. Par M. ^{rs} DE LASSONE & CADET.	Page 1
Observation de l'Éclipse de Soleil, le lendemain du Passage de Vénus, le 4 Juin 1769, au matin. Par M. MESSIER.	12
Calculs & Observations sur le projet d'établissement d'une Pompe à feu pour fournir de l'eau à la ville de Paris. Par M. LAVOISIER.	17
Sur un Insecte de l'Amérique. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROV.	45
Sur la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des Équations aux différences partielles. Par M. le Marquis DE CONDORCET.	49
Diverses Observations d'Histoire Naturelle, faites aux environs de la ville de Compiègne. Par M. DE LASSONE.	75
Suite des recherches sur les variations de l'Aimant. Par M. LE MONNIER.	93
Continuation des Recherches sur les variations de l'Aimant. Par le même.	95
Mémoire sur l'obliquité de l'Écliptique. Par le même.	96
Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Neuvième Mémoire, dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens. Par M. DU SÉJOUR.	97
Mémoire sur la Longitude de Ponoï. Par M. LE MONNIER.	241
Mémoire sur la Longitude du Port de Brest, déduites des obser- vations de la dernière Éclipse de Soleil. Par le même.	244

T A B L E.

Extrait du Journal d'un voyage fait par ordre du Roi, dans les mers de l'Inde. Par M. LE GENTIL. 247

Réflexions sur les méthodes d'approximation, connues jusqu'ici pour les Équations différentielles. Par M. le Marquis DE CONDORCET. 281

Observations faites par ordre du Roi, sur les côtes de Normandie, au sujet des effets pernicioeux qui sont attribués, dans le pays de Caux, à la fumée du Varech, lorsqu'on brûle cette plante pour la réduire en Soude. Par M. TILLET. 307

Premier Mémoire sur les principales Manipulations qui sont en usage dans les Papeteries de Hollande, avec l'explication physique des résultats de ces manipulations. Par M. DESMAREST. 335

Mémoire sur la résolution des Équations. Par M. VANDERMONDE. 365

Sur la Théorie de Mercure. Quatrième Mémoire. Par M. DE LA LANDE. 417

Mémoire contenant les observations de la seconde Comète de 1770, qui a paru au mois de Janvier 1771, qui est la cinquante-neuvième dont l'orbite ait été calculée. Par M. MESSIER. 423

Observation de l'Éclipse de Lune, la nuit du 28 au 29 Avril 1771. Par le même. 430

Catalogue des Nébuleuses & des amas d'Étoiles, que l'on découvre parmi les Étoiles fixes, sur l'horizon de Paris. Par le même. 435

Recueil d'Observations Astronomiques. Par M. DE LA LANDE. 462

Mémoire sur les Enfans qui naissent sans un véritable Anus. Par M. BERTIN. 472

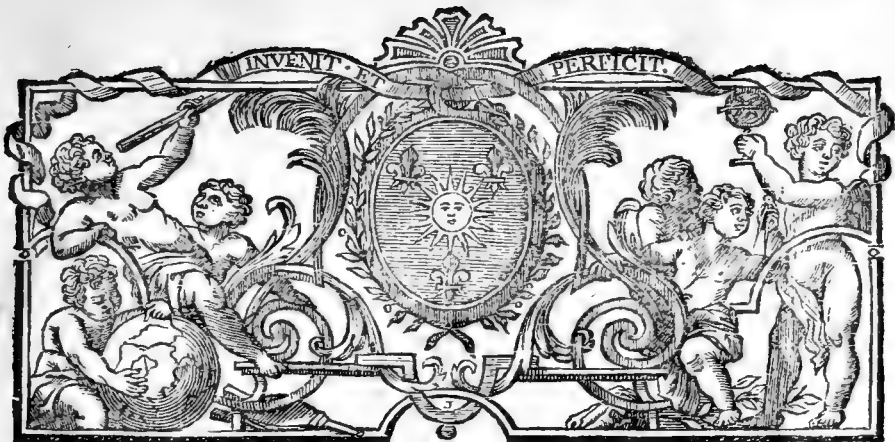
Observation du Passage de Vénus au-devant du disque du Soleil, le 3 Juin 1769. Par M. MESSIER. 501

Mémoire contenant les observations de la Comète qui a paru en 1764, qui est la cinquante-quatrième dont l'orbite ait été calculée. Par le même. 506

T A B L E.

<i>Suite du Voyage fait par ordre du Roi, en 1751, à la Côte d'Espagne.</i> Par M. DE BORY.	518
<i>Observations sur les tumeurs & engorgemens de l'Épiploon.</i> Par M. PORTAL.	541
<i>Remarques sur des Problèmes de situation.</i> Par M. VANDERMONDE.	566
<i>Observations sur la situation des viscères du bas-ventre chez les enfans & sur le déplacement qu'ils éprouvent dans un âge plus avancé.</i> Par M. PORTAL.	575
<i>Mémoire sur les inégalités de la lumière des Satellites de Jupiter, sur la mesure de leur diamètre; & sur un moyen aussi simple que commode, de rendre les observations comparables, en remédiant à la différence des vues & des lunettes.</i> Par M. BAILLY.	580
<i>Mémoire sur le Météore ou Globe de feu, observé au mois de Juillet dernier dans une grande partie de la France.</i> Par M. LE ROY.	668
<i>Théorèmes sur les Quadratures.</i> Par M. le Marquis DE CONDORCET.	693
<i>Mémoire sur l'origine & la nature du basalte à grandes colonnes polygones, déterminées par l'Histoire Naturelle de cette pierre, observée en Auvergne.</i> Par M. DESMAREST.	705
<i>Mémoire sur la parallaxe du Soleil, déduite des observations faites dans la mer du Sud, dans le royaume d'Astracan, & à la Chine.</i> Par M. DE LA LANDE.	776
<i>Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1770.</i> Par M. DU HAMEL.	800
<i>Récapitulation des Baptêmes, Mariages, Mortuaires & Enfants-trouvés de la ville & faubourgs de Paris, depuis l'année 1709, jusques & compris l'année 1770; précédée de quelques remarques générales sur ce Tableau.</i> Par M. MORAND fils.	830





HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXI.



LA MAJESTÉ le roi de Suède a fait à l'Académie l'honneur d'assister à la séance du 6 Mars 1771. Ce jeune Roi, qui depuis en changeant le gouvernement de son pays, a eu le courage de s'imposer une obligation plus étroite de rendre ses peuples heureux, venoit alors de monter sur le trône; mais il y avoit déjà long-temps que le Prince royal de Suède étoit connu dans l'Europe, cher aux Savans par son zèle éclairé pour le progrès des Sciences, & sur-tout cher à la France par les honneurs qu'il a rendus à la mémoire de Descartes *.

** Voyez l'Hist.
de 1768, p. 2.*

M. d'Alembert, chargé d'exprimer au roi de Suède les sentimens de l'Académie, a lû le Discours suivant.

Hist. 1771.

À

DISCOURS

*Lû à l'Académie Royale des Sciences le 6 Mars
1771, en présence de Sa Majesté le roi de Suède.*

MESSIEURS,

«DANS la circonstance intéressante & flatteuse qui nous rassemble aujourd'hui, notre premier devoir sans doute est de nous livrer à la reconnoissance qu'elle nous inspire. Mais cette reconnoissance, pour se montrer dans toute son étendue, semble exiger, qu'avant d'y donner un libre cours, nous arrêtions quelques momens nos regards sur le sort que peuvent éprouver les Sciences & les Lettres chez les peuples qui les cultivent. On se plaint souvent, que dans le temps même où elles font le plus de progrès, elles reçoivent rarement l'accueil qu'elles méritent. Il semble, en jetant un coup d'œil général & désintéressé sur tous les siècles, & même sur le nôtre, que cette ingratitude est au moins exagérée. Mais fût-elle, pour le malheur des Nations, plus fréquente encore & plus réelle, le Philosophe ne devoit ni s'en offenser, ni même en être surpris. Si le partage du Souverain est de gouverner les hommes par les loix, celui du Sage est de les diriger par les lumières; son premier devoir est donc de les connoître, & sur-tout de les juger avec ce sang-froid que la Philosophie donne ou qu'elle suppose. En les voyant avec cet esprit d'équité, il se dira d'abord à lui-même, que l'injustice de ses compatriotes & de ses contemporains, s'il a vraiment à s'en plaindre, est plutôt le triste effet de la condition humaine, que le vice particulier de sa Nation ou de son siècle, puisque toutes les Nations & tous les siècles en ont été presque également accusés. Il reconnoitra par mille exemples, que les services rendus à la patrie ne sont pas toujours le moyen d'en obtenir les hommages; que les Princes même qui ont fait le plus de bien à l'humanité n'ont pas été à l'abri de l'injustice, & que les plus estimables d'entre eux sont ceux à qui on peut donner ce singulier éloge, d'avoir

été, comme les particuliers, l'objet de la satire. La Philosophie, Messieurs, pourroit-elle se plaindre de partager le sort des Rois les plus dignes de l'être? Je ne parle point ici d'une Philosophie coupable, qui attaqueroit ce qu'elle doit respecter; je parle de cette Philosophie également libre & décente, courageuse & sage, ferme & modeste, qui en dévoilant aux hommes des vérités utiles, a cependant essuyé plus d'une fois des traverses & des malheurs; témoin Socrate, Roger Bacon, Galilée, & leurs semblables. Pour se fortifier & se ranimer dans ces momens d'oppression, le Sage pourroit se contenter des réflexions qu'on vient de lui offrir. Mais il doit considérer encore (& cette considération est la plus propre à soutenir son courage) que si l'intérêt de la vérité est qu'on éclaire les hommes, l'intérêt de ses ennemis est de l'empêcher; que l'erreur, lors même qu'elle se sent affermie & se croit assez puissante pour pouvoir marcher tête levée, aime & cherche encore les ténèbres, pour y porter avec plus de sûreté pour elle des coups inattendus; que la raison, fière de sa propre force, néglige de chercher ailleurs un appui qu'elle croit trouver dans elle-même; que l'ignorance au contraire, honteuse & humiliée de son néant, mandie dans tous les états des partisans & des protecteurs; que pour assurer son triomphe, elle appelle à son secours l'envie, dont la rage cherche à se dédommager de son impuissance à produire, en déchirant & en étouffant même, si elle le peut, les productions du génie; que la foiblesse humaine, en butte à tant de séductions, est souvent moins à blâmer qu'à plaindre, d'écouter l'erreur qui lui en impose avec audace, au préjudice de la vérité qu'elle voudroit connoître, & qui se tient à l'écart. Enfin, Messieurs, la raison méconnue & proscrire pensera quelquefois pour se consoler, que la proscription même est une espèce d'hommage qu'on lui rend, un aveu secret de la force qu'on reconnoît en elle, une preuve de la crainte qu'elle inspire aux méchans par le bien qu'elle peut faire aux hommes. Cette consolation seroit assez triste, je l'avoue, si elle étoit la seule à laquelle le Philosophe pût avoir recours. Mais il en trouve une plus réelle & plus douce dans la justice que les Nations étrangères s'empres-

à lui rendre. Dégagées de tout intérêt personnel ou pusillanimité, de toutes les petites vues de la prévention ou de la haine, ces Nations sont pour le Sage une espèce de postérité vivante qui lui paye d'avance le tribut que ses concitoyens lui refusent. Il semble qu'il en soit de la lumière, au moral comme au physique. Vûe de trop près, elle éblouit & blesse les yeux; & son éclat, pour cesser d'être incommode, a besoin que les organes destinés à le recevoir soient placés à une juste distance.

Je n'examinerai point, Messieurs, si la Philosophie & les Lettres sont aussi honorées parmi nous qu'elles y sont cultivées. Mais la vérité nous oblige de dire, que l'Académie des Sciences n'a pas à se plaindre de son partage. La multitude, qui croit juger tant d'autres sociétés littéraires, écoute, consulte & respecte la vôtre; ce qu'il y a de plus distingué dans l'État, recherche avec empressement l'honneur d'être assis parmi vous; les hommes en place, persuadés de l'utilité de vos travaux, les favorisent par tous les secours & tout l'appui que vous avez droit d'attendre d'eux; notre auguste Monarque s'occupe lui-même avec intérêt de ces travaux; instruit dans plusieurs des Sciences que vous cultivez, il aime à se faire rendre compte de leurs progrès; & dans les occasions où cette Compagnie a le bonheur de l'approcher, il l'honore d'une bonté plus précieuse encore pour elle que sa protection même. Ces avantages, Messieurs, sont les plus grands sans doute auxquels puissent aspirer vos desirs. Mais ce ne sont pas les seuls dont vous jouissez. Vous avez vu depuis quelques années, des Princes, & des Souverains même, vous donner des preuves éclatantes de leur estime, en honorant vos Assemblées de leur présence. Vous y avez vu un jeune guerrier (a), héritier d'une illustre Maison, & aussi recommandable par ses vertus que par sa valeur *, qui en combattant contre la France, a su l'intéresser pour lui & s'en faire aimer; vous y avez vu (b) un jeune Roi *, qui au milieu de l'empressement que la nation Françoisé marquoit pour lui plaire, a témoigné lui-même

* Voyez l'Hist. de 1768, p. 1.

* Voyez l'Hist. de l'Acad. de 1768, p. 4.

(a) S. A. S. M.st le Prince héréditaire de Brunswick.

(b) Sa Majesté le roi de Danemarck.

l'empressement le plus flatteur pour la partie de la Nation qui se distingue par les lumières & par les talens ; qui à peine de retour dans les États , a montré à toute l'Europe le fruit qu'il a tiré de ses voyages , par les loix pleines de sagesse qu'il a faites (c), par l'économie qu'il a mise dans la dépense , par la liberté même qu'il a cru devoir donner à la presse ; liberté peut-être dangereuse dans certains Gouvernemens & chez certaines Nations , mais peut-être nécessaire dans les États d'un Monarque absolu qui gouverne une Nation sage , & qui ne craint point d'ouvrir toutes les portes à la vérité. Enfin , Messieurs , vous possédez aujourd'hui deux jeunes Princes (d), dont l'un va régner moins en Souverain qu'en père sur une Nation digne de l'avoir pour Roi , & dont l'autre n'enviera à son auguste frère que le seul avantage qui adoucisse le poids d'une Couronne , la consolation de pouvoir répandre le bonheur sur tout un peuple. Les Princes que nous avons l'honneur de recevoir , avoient été précédés & comme annoncés il y a quelques mois par un frère digne de l'un & de l'autre , & dont nous n'avons pu jouir qu'un moment , mais dans lequel nous avons reconnu les qualités qui brillent en eux. Ces qualités , préparées par un heureux naturel , ont eu l'avantage d'être cultivées & développées par la plus excellente éducation , par l'éducation la plus propre à former des hommes destinés à régner sur leurs semblables. Qui de nous , Messieurs , ne partage pas la reconnoissance que l'humanité doit à la Suède , pour l'instruction donnée par les États de ce royaume au gouverneur des Princes qui nous écoutent ? Qui de nous n'a pas admiré les sages & précieuses maximes que cette instruction renferme ? Qui de nous n'a pas lû avec attendrissement ces paroles , dictées par un sentiment que les Monarques humains & justes trouvent au fond de leur cœur ; *qu'il faudra souvent conduire les*

(c) *Nota.* On peut consulter sur tous ces faits les nouvelles publiques , entr'autres la Gazette de France. On y verra que depuis son retour dans ses États , S. M. le roi de Danemarck a fait une infinité de loix & de réglemens très-sages. Ces loix & ces régle-

mens ont été faits sous le ministère de M. de Struensée.

(d) Cet endroit a été un peu changé à la lecture , parce qu'une indisposition empêcha S. A. R. M.^{gr} le Prince Frédéric de se trouver à l'assemblée.

jeunes Princes dans les cabanes des paysans, afin qu'ils apprennent par eux-mêmes qu'il y a des malheureux, & que l'Etre suprême n'a pas créé le genre humain pour le plaisir de quelques hommes ! Heureuse la Nation sur laquelle doit régner un Souverain qui a reçu de pareilles leçons ! Elle est bien digne de les lui donner, elle qui dans toute l'Europe a seule cet avantage, d'avoir admis dans l'Assemblée de ses États, comme un Ordre particulier & respectable, cette portion du peuple, par-tout en effet si respectable & si utile, mais presque par-tout si opprimée & si méprisée (e). La nation Suédoise, Messieurs, va recueillir les fruits d'une éducation si rare, & si bien secondée par la Nature. Depuis longtemps la Renommée a fait connoître à l'Europe les lumières & les vertus de l'auguste Prince qui vient de monter sur le Trône de Suède. La France en particulier a déjà ressenti l'effet de ces lumières & de ces vertus, d'une manière également honorable pour le Prince & pour elle. Descartes, qui a tant appris aux Philosophes, puisqu'il leur a appris à douter, a reçu de la part de ce jeune Prince un honneur qu'il attend encore dans sa patrie, celui d'un monument élevé à sa cendre. Il semble que la destinée de ce restaurateur des Sciences ait été d'obtenir en Suède, de son vivant & après sa mort, les hommages qu'il étoit en droit d'espérer de ses concitoyens & de son siècle. Méconnu & peu accueilli de sa Nation, encore à demi barbare lorsqu'il parut au milieu d'elle, retiré ensuite chez un peuple libre, où il croyoit du moins trouver le repos, & où il ne trouva que la persécution, il fallut qu'une Reine de Suède allât le chercher au fond de sa retraite, & fit connoître ce Sage à des contemporains qui n'en étoient pas dignes. Bientôt enlevé par la mort aux honneurs qu'il méritoit, il jouit à peine quelques momens de sa gloire ; il étoit réservé, Messieurs, au jeune Prince que nous avons le bonheur de voir, de ressusciter, pour ainsi dire, son ombre presque oubliée, & d'acquitter la dette de l'humanité, de la Philosophie & de la France, en gravant sur l'airain les services que Descartes leur a rendus. Vous avez été, Messieurs, les interprètes de la

(e) L'Ordre des *Paysans*, admis dans les États de Suède.

reconnoissance que notre Nation doit à ce Prince; les témoignages en sont consacrés dans les fastes publics de cette Académie; & la réponse qu'il vous a faite*, & que la Postérité lira dans votre Histoire, est un monument de la noblesse de ses vues & de son ame. Pourroit-il, Messieurs, ne pas connoître le prix des Sciences & des Lettres, ayant sans cesse devant les yeux l'exemple d'une mère aussi respectable qu'éclairée, qui aime & cultive avec intérêt la Littérature, & sur-tout la Littérature françoise; qui a donné à plusieurs de nos Écrivains des témoignages distingués du cas qu'elle fait de leurs Ouvrages; qui a établi dans son propre palais une Compagnie savante, à laquelle elle a voulu présider elle-même? A cet exemple si puissant & si chéri, le jeune Monarque joindra celui d'un Roi, digne frère de cette auguste Reine; d'un Roi, dont la postérité parlera comme notre siècle; qui ayant gagné douze batailles, jouit de sa gloire comme de son trône, sans en être ébloui; qui après avoir rempli chaque jour son premier devoir, celui de Roi, en travaillant aux grands objets de l'administration, donne aux Sciences & aux Lettres quelques instans d'un délassement nécessaire; qui à côté des Commentaires de César, avec lequel il a tant de ressemblance, a placé les Ouvrages des Philosophes, dont il ne croit être que le disciple, & dont il est le rival; qui pour marquer le prix qu'il attache aux Lettres & à la gloire qu'elles procurent, n'hésite point à dire qu'il aimeroit mieux être l'auteur d'*Athalie*, que le vainqueur de Fridberg & de Lissa (f); qui mérite en particulier, Messieurs, toute votre reconnoissance, par l'honneur qu'il vous a fait de ne choisir jusqu'ici que parmi vous le Président d'une Académie, que sa protection a rendue florissante (g).

* Voy. l'Hist.
de 1768, p. 31.

(f) C'est ce que l'auteur de ce Discours a entendu dire plusieurs fois à Sa Majesté le roi de Prusse; il a cru qu'un trait si honorable aux Lettres méritoit d'être consigné dans les fastes d'une Académie savante, destinés à passer à la Postérité.

(g) Feu M. de Maupertuis avoit été choisi par le roi de Prusse pour

Président de l'Académie de Berlin. Depuis sa mort, la place de Président est restée vacante; & le roi de Prusse a bien voulu l'offrir à un des Membres de cette Compagnie, à qui son attachement pour sa patrie n'a pas permis d'accepter la place. *Note du Secrétaire de l'Académie.*

Tels sont, Messieurs, les modèles qui s'offrent au jeune Monarque de la Suède, dans les Souverains qui lui sont le plus étroitement unis par le sang. Tels sont les exemples qu'il se propose d'imiter; tels sont ceux qu'il donnera bientôt lui-même. Il va porter sur le trône une ame qui depuis long-temps en étoit digne; une ame que la Couronne a trouvée toute prête, & qui n'attendoit, pour déployer toute son énergie, que de grands devoirs à remplir, & de grandes actions à faire. La Suède jouira du bonheur qu'un tel Souverain lui prépare; & la France du bonheur d'une Nation, sa plus chère & sa plus respectable Alliée.»

DE retour dans ses États, le roi de Suède a daigné se souvenir de l'Académie. Les soins du gouvernement ne lui ont pas fait oublier qu'il avoit laissé en France des hommes qui ne connoissant pas d'intérêt plus cher que celui de voir les lumières plus répandues chasser enfin de la terre l'ignorance & le malheur, ressentiroient comme un bienfait personnel tout ce qu'il feroit dans ses États pour accélérer une époque si desirable, & malheureusement si éloignée. Sa Majesté a fait à l'Académie l'honneur de lui envoyer son portrait; & M. de Fouchy, Secrétaire perpétuel, a été chargé par la Compagnie de lui témoigner toute sa reconnaissance.

LETTRE de M. de Fouchy à S. M. le roi de Suède.

SIRE,

L'Académie royale des Sciences a reçu le portrait de Votre Majesté, que M. le Comte de Creutz votre Ambassadeur lui a fait remettre, & elle l'a placé dans la Salle où elle s'assemble. Il lui renouvelle à chaque instant la mémoire du jour heureux consacré dans ses fastes, & plus encore dans le cœur de tous les Académiciens, où elle a eu l'honneur d'y recevoir Votre Majesté.

Elle

Elle y admire un Roi déjà mis, malgré sa jeunesse, au rang des plus grands Monarques de l'Europe, & qui n'a jamais cessé de donner aux Sciences & au mérite, même étranger, les marques les plus éclatantes de son estime. Ce portrait, Sire, placé dans ce Sanctuaire des Sciences, sera à jamais pour le Public françois, admis deux fois l'an à nos Assemblées, un monument du cas que Votre Majesté fait faire des connoissances utiles qui font l'objet de nos occupations; & il deviendra pour ceux qui rempliront un jour nos places, un puissant motif d'émulation, en considérant un Prince si juste estimateur & si respectable Protecteur des talens. Quant à nous, Sire, nous ne pouvons en ce moment, que nous borner à témoigner à Votre Majesté notre vive & respectueuse reconnoissance. L'Académie me charge d'en être l'interprète, & de la porter aux pieds de votre trône. C'est au nom de tous mes Confrères que j'ose offrir cet hommage à Votre Majesté; mais si les vœux d'un simple particulier pouvoient mériter de lui être présentés, l'Historien de l'Académie prendroit la liberté d'assurer qu'il est en ce point plus Académicien qu'aucun autre. Je suis, avec un très-profond respect, &c.

Signé DE FOUCHY.

LEURS Alteſſes Séréniffimes M.^{gr} le Margrave & Madame la Margrave de Bade-Dourlak, & les Princes leurs Enfans, ayant aſſiſté à la Séance du 6 Septembre 1771, cette circonſtance a obligé M. d'Alembert de donner au Mémoire qu'on va lire, une forme un peu différente de celle des Mémoires ordinaires deſtinés pour l'Académie. Il ſe propoſe de donner dans le *VIII.^e Volume de ſes Opusculs Mathématiques*, les démonſtrations des principales propoſitions que ce Mémoire renferme, démonſtrations qui d'ailleurs ne ſont pas fort difficiles à trouver.

R É F L E X I O N S

Sur le mouvement des Corps pesans, en ayant égard à la rotation de la Terre autour de son axe.

6 Septemb.
1771.

AVANT de vous exposer, Messieurs, le plus brièvement qu'il me sera possible, les réflexions que j'ai faites sur le point d'Astronomie-physique qui est l'objet de ce Mémoire, permettez-moi de servir un moment d'interprète aux sentimens de l'Académie. Honorée depuis trois ans de la présence de deux Monarques, & de celle de plusieurs autres Princes également respectables par leurs dignités & par leurs lumières, elle ne comptera peut-être jamais dans ses fastes d'année aussi glorieuse pour elle, que celle que nous finissons aujourd'hui (a). Nous avons joui, il y a peu de mois, de l'honneur de voir assis parmi nous un jeune Roi dont nous avons admiré les connoissances & les vertus (b), un Roi qui par sa bienfaisance & sa justice, fait aujourd'hui éprouver à une grande Nation combien il est pénétré des vérités importantes sur le devoir des Souverains, qui ont retenti de bonne heure à ses oreilles, & combien il desire de justifier les éloges que cette Compagnie a donnés à son attachement pour des vérités si précieuses. Nous avons aujourd'hui l'honneur de posséder un Prince & une Princesse, qui méritent de notre part les mêmes éloges & les mêmes sentimens, parce qu'avec les mêmes talens & les mêmes qualités, ils exercent la même bienfaisance & la même justice sur un peuple, moins nombreux à la vérité, mais heureux de les avoir pour maîtres, & sans doute assez éclairé pour connoître toute l'étendue de son bonheur. Persuadés l'un & l'autre, malgré les nuages qu'on cherche à répandre sur cette vérité trop

(a) L'Année Académique, si on peut l'appeler de la sorte, finit au 8 Septembre, où l'Académie entre en vacances, pour ne reprendre ses Séances qu'à la Saint-Martin.

(b) Voyez dans l'Histoire de cette année 1771, le Discours prononcé en présence de Sa Majesté le roi de Suède, par l'auteur de ce Mémoire.

importante pour n'être pas combattue, que les lumières ne sont pas moins utiles aux peuples que nécessaires aux Souverains, ils viennent recueillir, Messieurs, celles que vous répandez par vos Écrits & par vos Discours, pour les répandre ensuite eux-mêmes parmi les sujets qu'une Providence bienfaisante leur a soumis. Cependant l'Académie, empressée de répondre à leurs vues, ne fait si elle doit se louer ou se plaindre en cet instant de sa destinée. Elle touche au moment de sa séparation, à ce moment désiré avec justice, parce qu'il est bien mérité, où la plupart de ses Membres ne songent qu'à se délasser durant quelques semaines de leurs profondes & pénibles méditations. Déjà même plusieurs sont allés goûter dans la retraite le repos dont ils ont besoin; & nos travaux, finis pour cette année, sont à peine ébauchés ou projetés pour l'année prochaine.

La Compagnie fera cependant un effort en cette occasion; elle dira à nos respectables auditeurs ce que le Philosophe Posidonius, usé & consummé de travaux, disoit à Pompée qui venoit exprès de Syrie à Rhodes pour le visiter dans sa solitude, qui desiroit de l'entendre & qui se plaignoit de n'oser l'espérer: *l'état où je suis*, lui répondit le Philosophe, *ne m'empêchera point de satisfaire à vos desirs; il ne sera pas dit qu'un homme tel que vous soit venu inutilement honorer ma retraite de sa présence*: réponse qui fut suivie d'un Discours aussi profond qu'éloquent, que le Sage fit au grand Capitaine sur un des plus importants objets de la Philosophie (c). Je ne parlerai point, Messieurs, aussi éloquentement que Posidonius; je n'entretiendrai point cette Assemblée de recherches aussi profondes & aussi intéressantes que la plupart d'entre vous seroient en état de le faire dans une circonstance moins urgente & moins imprévue; je me bornerai à vous faire part de quelques Calculs qui m'ont occupé en dernier lieu sur le mouvement des Corps pesans, en ayant égard à la rotation diurne de la Terre autour de son axe.

Il n'y a pas jusqu'aux premiers commençans en Astronomie;

(c) Voyez les Tusculanes de Cicéron, II. 25. Voyez aussi Pline, *Hist. Nat. liv. VII, chap. 30*.

qui ne connoissent les misérables objections par lesquelles le Système de Copernic a été si long-temps & si vainement attaqué. Le Jésuite Riccioli en a proposé, dans son *Almageste*, environ une centaine, qu'il a fait valoir avec un zèle vraiment Théologique, & avec une Logique digne de son zèle. Pour l'honneur de la Théologie, je ne répéterai point ici ces objections, quoiqu'il se trouve encore au XVIII.^e siècle & au milieu de l'Europe, de grandes Nations chez lesquelles on ne rougit point de rebattre; au moins pour la forme, de si ridicules difficultés; je m'arrêterai un moment à une seule, qui quoique suffisamment réfutée, peut donner lieu à quelques remarques curieuses: c'est celle de la chute des Corps pesans.

Les adversaires de Copernic ont prétendu que dans son Système, les corps lancés verticalement de bas en haut ne devoient pas retomber au point de la Terre d'où ils ont été lancés, mais sur un point plus occidental, attendu le mouvement de rotation diurne de la Terre d'occident en orient, mouvement par lequel le point d'où le corps est parti, semble se dérober à la chute de ce corps. C'est ce que Buchanan, dans son Poëme sur la Sphère, a exprimé en beaux vers latins, qui méritoient d'être consacrés à un meilleur usage. Je les rapporterai ici avec la traduction que j'en ai faite, au risque d'affoiblir le Poëte, mais sans aucune crainte d'affoiblir le Philosophe qui défend avec tant d'élégance une si mauvaise cause.

*Ipsæ etiam volucres tranantes aëra lævi
Remigio alarum, celeri vertigine Terræ
Abreptas gement sylvas, nidosque tenellâ
Cum sobole, & carâ forsan cum conjuge; nec se
Auderet zephyro solus committere turtur.*

« Les oiseaux en traversant les champs de l'air par le doux
» mouvement de leurs ailes, gémiroient de voir les forêts enlevées
» à leurs yeux entraîner en fuyant leurs nids, leur famille chérie
» & défolée, & peut-être leurs fidèles compagnes; la tendre

tourterelle, dans la crainte de rester seule au monde, n'oseroit se confier au zéphir. »

Ce seroit, Messieurs, faire à cette Assemblée une espèce d'injure que de répéter ici, au moins en détail, la réponse solide qui a été faite à cette objection : on a démontré sans réplique, & il est de la plus grande évidence par le fait même, que tous les corps lancés verticalement de la surface de la Terre, reçoivent en même temps un mouvement horizontal égal à celui de cette surface, & que par conséquent durant tout le temps qu'ils mettent à s'élever & à retomber, ils font horizontalement autant de chemin que le point de la Terre d'où ils sont partis ; d'où il est clair que ces corps doivent retomber sur ce même point. Il y a cependant une restriction à mettre à cette conclusion. Comme le mouvement de la Terre n'est pas rectiligne, mais circulaire, le corps ne doit pas, en rigueur exacte, retomber précisément au même point ; mais la différence, comme il est aisé de le faire voir, est insensible, au moins si la vitesse avec laquelle le corps est lancé, est très-petite par rapport à celle de la Terre. Il n'en seroit pas de même si les deux vitesses étoient comparables. Le corps devoit alors retomber sur un point de la Terre sensiblement plus occidental que celui d'où il seroit parti. Car il est facile de démontrer, en premier lieu, que la pesanteur qui pousse le corps vers la Terre, agissant en raison inverse du carré de la distance, ce corps doit décrire un secteur d'ellipse, terminé par les deux rayons de la Terre qui aboutissent au point d'où le corps part, & au point où il retombe ; en second lieu, que le point de la Terre d'où le corps est parti, doit décrire en même temps un secteur circulaire égal à ce secteur elliptique. Donc lorsque le corps retombera sur la Terre, le point d'où le corps est parti sera plus avancé vers l'orient, que le point où le corps retombe. Donc le corps retombera sur un point plus occidental que celui d'où il a été lancé. De-là résulte ce paradoxe, qu'afin que le corps retombe au même point, il faut nécessairement qu'il soit lancé, non suivant une direction absolument & uniquement verticale, mais obliquement, & avec une vitesse horizontale qui soit dirigée dans le même sens que

le mouvement de la Terre. On peut assigner sans beaucoup de difficulté, par la Théorie des projections, le rapport que cette vitesse horizontale doit avoir avec le mouvement du point d'où le corps est lancé; mais je n'effrayerai point ici les yeux par les calculs algébriques dont je pourrois couvrir & décorer nos planches. Je me contenterai de rapporter le résultat simple & purement arithmétique de quelques-uns de ces calculs.

Supposons d'abord que le corps soit lancé sous l'Équateur avec une vitesse simplement verticale, & capable de lui faire parcourir uniformément 900 pieds par seconde; on trouve que le corps devoit retomber environ 71 pieds plus à l'occident que le point de la Terre d'où il a été lancé. Si la vitesse du corps étoit double, c'est-à-dire de 1800 pieds par seconde, cet espace de 71 pieds seroit augmenté en raison du cube de 2, c'est-à-dire, huit fois, & seroit par conséquent de 568 pieds ou environ. Par la même raison, si la vitesse étoit triple, l'espace de 71 pieds seroit augmenté en raison du cube de 3, c'est-à-dire, vingt-sept fois; & ainsi du reste. De-là on peut trouver par une formule très-simple, quelle est la vitesse horizontale que doit recevoir le projectile dans le même sens que la Terre, pour retomber au point d'où il est parti.

M. Varignon, dans la Préface de ses *Conjectures sur la cause de la pesanteur*, imprimées en 1690, dit que le Père Merfenne & M. Petit, Intendant des fortifications, ayant placé très-perpendiculairement un canon chargé d'un boulet, & ayant ensuite tiré le canon, ils n'avoient pu retrouver le boulet; ce qui leur faisoit croire, ajoute M. Varignon, que le boulet étoit *encore en l'air*, & que selon les apparences *il y resteroit long-temps*. Cette expérience prétendue est gravée dans la vignette qui est à la tête de l'ouvrage; le Minime & l'Ingénieur y sont représentés à droite & à gauche du canon, regardant le boulet qui en part, avec ces mots au haut de la vignette: *retombera-t-il!* C'est d'après un fait si légèrement avancé que M. Varignon imagina le système sur la pesanteur, qu'il a exposé dans l'ouvrage cité, & dont M. de Fontenelle a donné une idée dans l'Éloge de ce savant Mathématicien (d).

(d) Voyez l'Histoire de l'Académie pour l'année 1722.

Suivant ce système, qui jusqu'ici paroît n'avoir eu d'autre partisan que son auteur, les corps qui sont plus près de la surface de la Terre que de la surface supérieure de l'atmosphère, doivent tomber vers la Terre, parce que la colonne de fluide qui les presse & les pousse de haut en bas, est plus longue & plus forte que celle qui les presse & les soulève de bas en haut. Si les deux colonnes sont égales, c'est-à-dire, si le corps est précisément à égale distance de la Terre & de la surface supérieure de l'atmosphère, le corps restera en repos & suspendu, étant également pressé suivant deux directions contraires; s'il est placé plus haut il montera; & c'est apparemment, dit M. Varignon, le cas du boulet du P. Merfenne, *si l'expérience est vraie*, car M. Varignon veut bien en douter. Il étoit plus simple, avant de faire un système, & un système si peu recevable en Physique, de répéter l'expérience, & de s'assurer, ce qui n'étoit pas difficile, qu'elle étoit sans fondement comme sans vraisemblance; mais ce n'est pas la première fois que les Philosophes, ou ceux qui prétendent à ce nom, se sont empressés de chercher les causes avant de s'assurer des effets, & par conséquent ont rendu raison le mieux du monde de ce qui n'existoit pas. On ne sauroit trop rappeler à ce sujet la prétendue dent d'or de l'enfant de Silésie, qui produisit de si longues & de si savantes dissertations, & qui, lorsqu'on eut consulté un orfèvre, se trouva n'être qu'une feuille d'or qui avoit été appliquée sur cette dent avec beaucoup d'adresse. *On commença*, dit à cette occasion un Philosophe, *par faire des livres, & on finit par consulter l'orfèvre.*

Pour en revenir à l'expérience de M. Petit & du P. Merfenne, il est incontestable, ou qu'ils n'ont pas bien cherché le boulet, qui vraisemblablement aura fait un trou en terre, & aura disparu, ou ce qui est plus vraisemblable encore, qu'ils l'auront cherché trop près de l'endroit d'où il avoit été lancé, dans la fausse persuasion qu'il auroit dû retomber à peu-près en ce même endroit; or nous venons de voir qu'en supposant au boulet une vitesse de 1800 pieds par seconde, vitesse qu'il peut très-bien avoir reçue, il auroit pu retomber à près de 600 pieds au-delà du point

de départ. C'est ainsi qu'avec un peu d'Analyse & d'Arithmétique, on se dispense d'expliquer un fait absurde par une hypothèse qui ne l'est pas moins.

M. Varignon dit que le P. Merfenne instruisit Descartes de l'expérience qu'il croyoit avoir faite, & lui en demanda la raison : Descartes, Philosophe intrépide, que rien n'étonnoit, & qui étoit toujours prêt à expliquer tout, même sans avoir auparavant constaté les faits, ne fut point surpris d'une observation si extraordinaire; du moins il le dit dans sa réponse au P. Merfenne *(e)*, & il lui mande que cette expérience s'accommode le mieux du monde avec sa manière d'expliquer la pesanteur, qui par malheur n'explique pas même d'une manière satisfaisante le phénomène simple & journalier de la chute des corps vers le centre de la Terre. Puisque Descartes avoit, si on ose le dire, la manie des explications physiques, dont les Philosophes modernes reviennent de jour en jour, il auroit au moins dû imiter cet ancien Philosophe, qui voulant expliquer pourquoi les caves sont plus chaudes en Hiver qu'en Été, commence par en rapporter plusieurs raisons toutes meilleures les unes que les autres, & finit par la meilleure de toutes, c'est que peut-être l'observation n'est pas vraie, comme en effet les Thermomètres nous l'ont appris.

J'ai dit plus haut qu'un corps pesant, pour retomber précisément au point de la Terre d'où il est parti, devoit être lancé obliquement dans le même sens où la Terre se meut, & avoir par conséquent une vitesse horizontale dirigée dans ce même sens. Cette règle n'est pourtant pas absolument générale; si la vitesse verticale imprimée au corps, étoit assez grande pour que le corps ne retombât sur la Terre qu'au bout de 24 heures & davantage, on trouve alors que le corps pourroit en certains cas retomber au même point d'où il est parti, sans avoir reçu aucune vitesse horizontale. Je n'en donnerai point la démonstration en détail; je ferai seulement observer que le secteur elliptique décrit par le corps pesant, est évidemment toujours plus grand

(e) Voyez les Lettres de Descartes, Tome I, Lettre 73 & suiv.

que le secteur circulaire sur lequel il est comme appuyé, toutes les fois que le corps retombe avant la révolution complète de la Terre, mais qu'après cette révolution achevée, le secteur elliptique peut être égal, ou plus petit, ou plus grand que le secteur circulaire. C'est une vérité qu'on peut prouver par un calcul assez simple. Si le secteur elliptique est égal au secteur circulaire, le corps retombera au même point d'où il est lancé : il retombera plus à l'occident si le secteur elliptique est plus grand, & plus à l'orient si le secteur est plus petit.

Jusqu'ici nous avons supposé que le corps étoit lancé sous l'Équateur; s'il étoit lancé sur un parallèle, il résulteroit de cette supposition de nouveaux paradoxes. En effet, il n'est pas difficile de s'assurer par les principes de la Géométrie, que ce corps, lancé de telle manière qu'on voudra, doit se mouvoir dans le plan d'un grand cercle de la Terre, & par conséquent dans un plan différent de celui du parallèle; d'où il s'ensuit en premier lieu, que si le corps est lancé verticalement, le grand cercle où il se mouvra touchant alors le parallèle, & ne le coupant nulle part, le corps ne retombera jamais exactement & en rigueur au point d'où il est parti; en second lieu, qu'afin que le corps retombe en ce point, il doit être lancé obliquement avec une vitesse qui ne soit ni verticale, ni même dans le plan du grand cercle dont nous parlons.

Voilà, ce me semble, un assez grand nombre de paradoxes, qui au premier coup d'œil n'auroient pas paru devoir résulter de la solution d'une question aussi simple que celle qui fait l'objet de cet Écrit. Cependant les paradoxes ne sont pas encore épuisés. Nous avons supposé jusqu'à présent que la vitesse verticale avec laquelle le projectile est lancé, ou sous l'Équateur ou sous un parallèle, est assez petite pour que le corps retombe sur la surface de la Terre, soit au point d'où il est parti, soit en quelqu'autre point. C'est ce qui arrive toutes les fois que cette vitesse est telle que le corps décrit une ellipse dans son mouvement; mais on sait par la Théorie de Newton, qu'un corps lancé avec une vitesse & suivant une direction quelconque, & attiré vers un point en raison inverse du carré de la distance, peut décrire ou une

ellipse, ou une parabole, ou une hyperbole, selon le rapport entre la vitesse de projection & la force centrale par laquelle il est poussé. Si le rapport est tel que la courbe décrite par le corps lancé soit parabolique ou hyperbolique, le corps ne retombera point sur la Terre, il s'en éloignera même à l'infini, semblable à une espèce de Comète qui n'auroit point de retour. Mais ce n'est pas, comme on pourroit peut-être le croire sans examen, le cas du boulet du P. Merfenne; il faudroit pour que ce boulet ne fût pas retombé, qu'il eût été lancé avec une vitesse prodigieuse, que tous les canons & les mortiers du Royaume, réunis ensemble, n'auroient pu lui imprimer.

Il y a cependant un cas où le corps lancé verticalement retombera, quelque prodigieuse vitesse qu'on lui imprime, & de plus retombera au point d'où il est parti; ce seroit celui où le corps seroit lancé verticalement sous le Pôle même, & par conséquent dans la direction de l'axe de la Terre; car le Pôle n'ayant aucun mouvement, & ne pouvant par conséquent en donner aucun au corps lancé, ce corps ne décrira absolument qu'une ligne droite verticale de bas en haut, jusqu'à ce qu'il ait perdu tout son mouvement; après quoi il retombera verticalement de haut en bas suivant la même ligne droite, & reviendra au pôle d'où il est parti. Mais un autre paradoxe non moins singulier, c'est que ce même corps, qui lancé verticalement avec une vitesse aussi grande qu'on voudra, doit toujours retomber, & retomber au même point, ne retombera pas même sur la Terre, pour peu qu'il soit lancé obliquement, la vitesse verticale étant toujours supposée fort grande; parce que la ligne qu'il décrira pour lors ne sera plus une ligne droite, mais une parabole ou une hyperbole qui l'éloignera toujours de plus en plus de la Terre, comme nous venons de le dire.

Voilà, Messieurs, un abrégé très-succinct de mes recherches sur un sujet peu intéressant en apparence, mais qui plus approfondi qu'il ne paroît l'exiger, méritoit peut-être de vous occuper un moment. Je ne sais si les bornes que j'ai dû me prescrire, & que je crains bien d'avoir passées, m'auront permis de m'expliquer assez nettement pour être entendu. J'ai épargné, autant qu'il m'a

été possible, les termes scientifiques dont j'aurois pu aisément embellir ou plutôt défigurer ce Discours; & je les ai épargnés, non par défiance de mon illustre auditoire, mais par la persuasion où je suis que les Sciences, pour se rendre plus utiles, ne fauroient trop humaniser leur langage. J'ai pourtant été forcé par la nature de la matière, d'employer quelques-uns de ces termes; je n'en ferai point d'excuses au Prince qui me fait l'honneur de m'entendre, ses lumières bien connues me dispensent de cette précaution: je ne crois pas même devoir en user à l'égard de la Princesse éclairée qui a voulu l'accompagner dans la visite savante dont ils nous honorent l'un & l'autre; je fais, Messieurs, qu'elle n'a pas plus besoin que lui des excuses d'un Savant qui parle sa langue; personne n'ignore l'étendue de ses connoissances, son goût pour les Sciences qui nous occupent, & les progrès qu'elle y a faits; qualités qui se trouvent rarement unies aux agrémens de son sexe & à l'éclat de son rang, & dont quelques-uns d'entre nous ont été témoins, avec autant d'étonnement de son savoir, que de reconnoissance au nom de la Philosophie qu'elle cultive (f). L'exemple & les leçons de ces deux respectables époux, ont inspiré le même goût aux dignes Princes à qui ils ont donné le jour; par là ils prolongeront bien au-delà de leur vie, si précieuse à leurs sujets, les biens dont ils les font jouir: & si la Philosophie qu'ils aiment & dont ils ne craignent point d'entendre la voix, cette Philosophie aujourd'hui si redoutée & si décriée dans une partie de l'Europe, si recherchée & si accueillie dans l'autre, & si estimable en effet quand elle joint aux lumières la sagesse & la décence, transmettra leur nom à la Postérité avec

(f) Ce n'est point ici, comme on pourroit se l'imaginer, une de ces exagérations malheureusement si ordinaires dans les éloges qu'on donne aux Princes. Il est très-vrai que plusieurs Académiciens, confrères de l'auteur de ce Mémoire, & qui ne connoissent pas plus que lui l'art de flatter, lui ont parlé avec étonnement des connoissances très-étendues que Madame

la Margrave de Bade-Dourlack, a acquises dans les Sciences qui sont l'objet de l'Académie. L'auteur croit pouvoir ajouter qu'il n'a jamais loué que par les faits, le petit nombre de Princes dont il a célébré les talens ou les vertus; c'est la seule manière de les louer que doit se permettre tout Écrivain qui se respecte lui-même, & qui met quelque prix à la vérité.

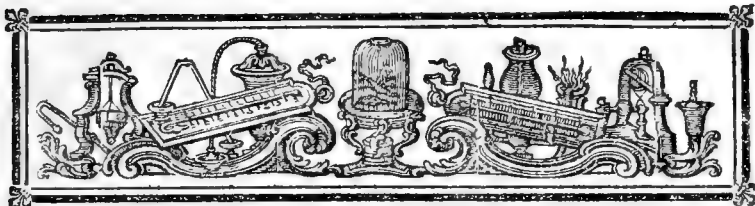
celui du petit nombre de Princes, qui, par leur amour pour les Sciences & pour les Lettres, se sont montrés les bienfaiteurs de l'humanité.

DEPUIS quelques années M. Hérissant, par zèle pour l'Académie & par reconnoissance pour ceux qu'il regardoit comme ses maîtres, nous avoit donné les bustes de M.^{rs} Winslow & de Reaumur. Il y avoit joint un portrait de M. de la Hire, peint par lui-même. Peu de temps avant sa mort, M. Hérissant y avoit encore ajouté le buste de M. l'Abbé Nollet son ami. M. de la Condamine a donné à l'Académie le buste de M. de Maupertuis; & M. Houstet celui de M. de la Peyronnie.

M. le Moine a présenté le buste de Fontenelle & celui de Descartes, deux hommes dont la mémoire sera toujours chère tant qu'il restera chez les hommes des lumières & des vertus, dont l'un prépara par ses découvertes la naissance de l'Académie, & dont l'autre a tant contribué à sa gloire. M. le Moine a fait espérer à l'Académie un buste de Newton, composé comme celui de Descartes, d'après la comparaison des tableaux & des gravures de ces grands hommes. Le talent de M. le Moine est au-dessus de nous, et il ne nous apparueut de fouer en lui que cet enthousiasme pour le génie qui l'engage à faire du sien un usage si noble. L'Académie voulant donner à cet Artiste célèbre, une marque de sa reconnoissance & de son estime, lui a décerné une médaille d'or avec la devise & l'emblème de l'Académie.

M. Morand a offert le buste de M. son père, que l'Académie vient de perdre après avoir joui de ses travaux pendant plus de cinquante ans. Enfin, M.^{de} de la Condamine nous a fait espérer un buste de son mari & son oncle, de cet homme rare dont toute la vie n'a été qu'une suite de Voyages & de travaux utiles à l'humanité, & qui méritoit qu'on écrivît sur sa tombe ce mot si simple & si touchant: *transit benefaciendo.*





PHYSIQUE GÉNÉRALE.

DIVERSES

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE,

Faites aux environs de Compiègne.

AVANT de se livrer à aucune conjecture sur l'Histoire du globe & de ses révolutions, il semble qu'il faudroit avoir pour chaque contrée, une connoissance détaillée des différentes couches de la Terre, de leur épaisseur, de leur étendue, de la nature des pierres ou des terres qui les forment, & des êtres vivans à qui ces dépouilles appartiennent. Cette connoissance est encore bien peu avancée, & la plupart des Naturalistes ont été jusqu'ici moins occupés à connoître le globe, qu'à en arracher quelques morceaux propres à enrichir une collection.

Mais depuis quelque temps, les systèmes publiés sur cet objet ont réveillé l'attention; c'est du moins un bien qu'ils ont produit.

Le Valois que M. de Laffone décrit dans ce Mémoire, avoit déjà été examiné par les Naturalistes. Bernard de Palissi y avoit remarqué ces différentes couches de pierres calcaires, qui semblent ne représenter que trois divers états d'une même substance. Il avoit observé les productions marines qui se rencontrent dans le sein des cailloux & même des agates; mais il croyoit que

Voyez les
Mémoires,
page 75.

c'étoit la substance même de ces coquilles qui s'y trouvoit. M. de Laffone prouve ici que ce sont seulement les noyaux, & que la coquille a été détruite par une opération qu'aucun Naturaliste n'a pu encore expliquer d'une manière satisfaisante.

Les environs de Compiègne sont couverts de pierres lenticulaires. On les y trouve ou rassemblées en masses ou dispersées. M. de Laffone les a examinées avec soin pour savoir à quelle classe d'animaux vivans il faut rapporter ces êtres qui ont conservé des marques non équivoques d'une organisation animale. Il croit que ce sont des polypes; que les corps marins de leur espèce (si le temps ne les a point détruits) subsistent au fond de la mer & nous sont encore inconnus; nous n'en avons même aucun qui leur ressemble. Ce ne seroit pas dans nos mers qu'il faudroit les chercher, mais dans celles de climats très-différens du nôtre. Une foule d'observations semble prouver que lorsque les fossiles de nos contrées ont été ou abandonnés par la mer, ou enterrés sous les sables, notre mer nourrissoit les mêmes individus que nourrit actuellement la mer d'Afrique. M. de Laffone rapporte dans son Mémoire, qu'on a trouvé dans une carrière des environs de Maestricht, une grande partie du squelette d'un crocodile; des os d'éléphant ont été découverts en Sibérie & dans le Canada; ainsi tout constate cette grande & antique révolution du globe, & tout semble prouver qu'elle a été produite par une action lente & régulière. C'est aux Géomètres à examiner si l'action des Planètes n'a point dû altérer l'obliquité de l'écliptique; si l'action de Mars, de Jupiter & de Saturne sur la Terre n'a point dû lui donner, pour s'éloigner du Soleil, une équation séculaire plus grande que celle que la résistance de l'éther lui donne pour s'en rapprocher. Si l'on trouve qu'aucune de ces deux causes n'existe, si l'on prouve, par exemple, par l'Observation ou par la Théorie, que l'équation séculaire de la Terre, n'existe point, ou tend à la rapprocher du Soleil; si l'on prouve que l'action des Planètes, quelque valeur qu'on donne aux élémens, ne peut produire qu'un balancement dans l'inclinaison de l'écliptique, ce sera dans l'action des Comètes, soit sur la Terre, soit sur les Planètes supérieures, qu'il faudra chercher la cause des

révolutions de notre globe. Mais nos méthodes & nos instrumens ne sont pas encore assez parfaits, & nos observations n'embrassent pas un espace de temps assez long, pour que l'on puisse sur tous ces objets, & principalement sur le dernier, faire autre chose que hasarder des conjectures vagues & incertaines.

Ce n'est donc que de la perfection des instrumens Astronomiques, ce n'est que des progrès de ces calculs abstraits que les Naturalistes sont quelquefois regardés comme inutiles, qu'ils peuvent attendre quelque connoissance réelle sur les plus grands objets de leurs recherches.

SUR L'ORIGINE

ET LA

NATURE DU BASALTE PRISMATIQUE.

IL n'y a pas long-temps qu'on ne regardoit les volcans que V. les Mém. P. 705.
comme des phénomènes isolés. On ignoroit qu'une grande partie de la Terre fût couverte de leurs produits, & qu'on dût les regarder comme une des causes les plus générales qui ont agi à la surface de notre globe. Des laves spongieuses, des pierres qui offroient l'apparence de scories, étoient les seules substances dont on attribuoit la production aux volcans. Il y en a cependant d'autres d'une nature très-différente, & qui ont la même origine; ce sont ces masses immenses composées de grands prismes irréguliers, dont le nombre de côtés est plus ou moins grand, mais en général le même dans chaque masse, continus dans leur longueur, ou divisés en articulations qui s'emboîtent les unes dans les autres, d'une couleur noire, d'un grain très-ferré, susceptibles de poli, d'une dureté très-grande, faisant feu avec le briquet, & fusibles sans addition. Agricola avoit décrit celles de ces pierres qu'on trouve à Stolpen en Saxe, & il les avoit nommées *basaltes*. On avoit donné le même nom aux pierres semblables, qui forment en Irlande ce qu'on appelle le *pavé des géans*.

M. Desmarest a observé les mêmes prismes dans une grande partie de l'Auvergne, qui en est presque couverte, & où ils se

présentent sous une infinité d'aspects différens. C'est-là qu'en comparant la position de ces masses de pierres, avec la direction des courans des volcans éteints de l'Auvergne, il a soupçonné qu'on pouvoit les regarder comme le produit de ces volcans. D'autres observations l'ont confirmé dans cette conjecture. D'abord il a trouvé que souvent la base de ces prismes est appuyée sur des matières semblables aux scories & aux laves spongieuses des volcans, tandis que la partie supérieure est également recouverte des mêmes substances. M. Raspe, Conseiller de Cassel, a observé que le sommet de la montagne où sont placées les cascades du Landgrave, est formé de scories & de laves, tandis que le milieu de la montagne est de basalte. Dans les carrières des environs de Rome, la partie supérieure fournit des pierres spongieuses propres à faire des meules; & plus bas, on trouve une pierre compacte semblable au basalte, & dont les rues de Rome ont été pavées. Que l'on examine enfin les masses de pierres évidemment produites par les courans du Vésuve, on les trouvera appuyées par leurs bases sur des scories & des laves spongieuses, & leur nature est la même que celle du basalte prismatique. Si quelquefois le basalte se présente sans quelque reste de laves qui placées à côté de lui indiquent son origine, il est aisé de voir qu'il a seul échappé à l'action des eaux, aux variations de l'atmosphère, tandis que les laves, les terres brûlées ont été détruites, & qu'entraînées par les eaux elles sont allées par un autre mécanisme, former au loin d'autres terres & d'autres pierres.

Si l'ensemble de ces preuves de M. Desmarest n'est pas encore assez frappant, les morceaux de basalte qu'il a présentés à l'Académie paroissent ne plus rien laisser à desirer. Le temps semble avoir effacé les vestiges des opérations de la Nature, mais il en subsiste çà & là quelques monumens, & celui qui a reçu d'elle le talent d'observer, sait les reconnoître & y lire ses secrets. Parmi des morceaux de granite ramassés en Auvergne auprès des masses de basaltes prismatiques, M. Desmarest en a fait voir où ce granite composé de spath fusible & de quartz, se trouve dans la même pierre, depuis son état naturel jusqu'à celui d'une fusion totale, enfin celui de basalte, en sorte que l'on peut
en suivre

en suivre toutes les nuances. Ainsi le basalte est un granite qui, fondu dans l'intérieur du volcan, s'est répandu sur le sol en torrens enflammés, & a pris en se refroidissant, la forme de prismes. A ces recherches sur l'origine du basalte, M. Desmarest a joint la description des différentes masses prismatiques de basalte qu'il a observées ou qui ont été décrites par d'autres Naturalistes. Presque par-tout le basalte se trouve mêlé avec les scories, & tous les volcans connus sont accompagnés de masses de basalte. L'Irlande, les Orcades, l'Italie, une grande partie de l'Allemagne, l'Auvergne, l'île de Bourbon sont couvertes de cette substance, & offrent, en même temps, des preuves que c'est aux volcans ou brûlans ou éteints qu'elle doit son origine.

M. Desmarest a même ajouté des discussions sur la nomenclature de cette classe de pierres.

Dans d'autres Mémoires, M. Desmarest se propose de s'occuper en détail des phénomènes de la formation du basalte, de comparer les basaltes prismatiques avec ceux à qui les Anciens donnèrent ce nom. Mais tout cela n'est qu'une partie d'un grand ouvrage que M. Desmarest a entrepris sur l'Histoire des volcans & de leurs produits, & qu'il compte publier incessamment. Ce morceau qu'il en a détaché est bien propre à exciter la curiosité du Public pour l'ouvrage même. Il n'y a point encore eu dans la Minéralogie, de Théorie aussi vaste & en même temps aussi bien appuyée sur les faits, que celle que doit offrir l'Ouvrage de M. Desmarest.

SUR LE VARECH.

A L'EXCEPTION d'un petit nombre d'hommes accoutumés à ne regarder comme vrai que le résultat de leurs observations & de leurs calculs, les autres ne jugent que sur l'autorité d'autrui, & dociles à l'opinion populaire, ils n'échappent aux préjugés que lorsque le jugement des sociétés savantes leur dicte ce qu'ils doivent penser. C'est-là peut-être le plus grand avantage des Académies.

V. les Mém.
P. 307.

M. le Comte de Maurepas avoit permis en 1739, aux
Hist. 1771.

D

habitans du pays de Caux , de brûler les plantes marines confondues sous le nom de *varech*, qui croissent sur les rochers, & dont la cendre produit le sel de soude. Les verreries font une consommation considérable de ce sel , & les travaux nécessaires pour brûler le varech & en tirer la soude, occupoient & faisoient vivre une partie des habitans des villages voisins de la mer.

Il y avoit déjà long-temps que ces travaux avoient été établis dans le ressort de l'Amirauté de Cherbourg, & ils s'étoient étendus dans celle de Harfleur, où ils avoient fourni aux habitans voisins de la Hague, une occupation & un moyen de subsister; ces hommes que la misère & l'oisiveté rendoient auparavant féroces, & qui n'étoient connus que par leurs brigandages contre les vaisseaux échoués sur leurs côtes, ont perdu tous leurs vices depuis l'établissement des travaux du varech, & on les voit aujourd'hui affronter, pour sauver les équipages des Vaisseaux échoués, les mêmes dangers auxquels ils s'exposoient autrefois pour les piller.

Il s'élevoit cependant dans le pays de Caux des préjugés contre l'opération de brûler le varech. Par-là on détruisoit, disoit-on, le frai déposé sur ces plantes, & l'on ôtoit un abri aux poissons du premier âge, la diminution sensible du produit de la pêche, n'avoit pas d'autres causes; enfin la fumée du varech brûlé nuisoit aux végétaux & causoit des maladies épidémiques parmi les hommes & parmi les animaux. Tout cela ne pouvant manquer d'être attesté par des certificats, les clameurs devinrent si fortes, que M. le Procureur général du Parlement de Rouen rendit plainte contre la fumée *pestilentielle du varech, qui désoloit, depuis quelques années, les bords maritimes de la province.* Un arrêt du Parlement défendit de brûler du varech, excepté dans le ressort de l'Amirauté de Cherbourg, où la fumée n'étoit pas moins dangereuse, mais où ces travaux étoient autorisés par un Édit. Une partie des riverains du pays de Caux & les habitans de la Hague, alloient retomber dans la misère; des personnes zélées pour le bien public, firent parvenir à M. le Contrôleur général les plaintes de ces malheureux. Il demanda l'avis de l'Académie des Sciences, M.^{rs} Tillet, Fougereux & Guettard furent nommés

pour aller juger sur les lieux des effets de la fumée du varech, les deux premiers allèrent en Normandie, & M. Guettard en Provence. Il faut lire dans le compte qu'ils ont rendu de leur commission, par combien de soins ils sont parvenus à s'assurer, qu'il n'y a jamais de frai sur le varech, au moins dans le temps où on le recueille; que ces plantes ne peuvent point servir de retraite aux poissons naissans; que leur fumée a une odeur assez désagréable, mais ne produit, ni sur les végétaux, ni sur les êtres vivans, aucun effet fâcheux; que malgré tous les certificats enfin, il n'y avoit pas un seul fait qui pût servir de prétexte aux clameurs qui s'étoient élevées.

Les Commissaires de l'Académie se proposent de publier dans un autre Mémoire, les observations utiles que leur voyage leur a donné lieu de faire. Nous ne nous étendrons pas davantage sur cette première partie de leur relation, il faut lire le Mémoire même, où, malgré l'aridité du sujet, on trouvera cet intérêt qu'une ame remplie de l'amour de l'humanité répand sur tous les objets qui ont rapport à l'utilité publique.

M.^{rs} Tillet & Fougeroux ont eu occasion de faire une observation morale qui pourroit jeter quelque lumière sur l'histoire de l'origine de la société. Dans le pays de Caux, la partie des côtes qui répond au territoire de chaque village, a été partagée entre ceux des habitans qui vouloient brûler le varech, & chacun a droit de brûler tout le varech qui croît vis-à-vis de cette portion de côte, appelée dans le pays *une place*. D'après les réglemens, *la place* ne peut être héréditaire; & à la mort d'un propriétaire elle doit être donnée, non à ses enfans, mais à celui des habitans du village qui s'est fait inscrire le plus anciennement pour en avoir une. Or il arrive souvent que du consentement de celui qui avoit droit à cette place vacante, & à la requête de tout le village, elle est donnée aux enfans ou à la veuve de l'ancien propriétaire. Ainsi l'on voit la succession des pères aux enfans s'établir ici malgré une loi positive qui s'y oppose, & des hommes grossiers sentir assez fortement la justice de ce droit, pour refuser ce qu'une loi positive leur accorde.

SUR UN INSECTE DE L'AMÉRIQUE.

V. les Mém.
P. 45.

LE Naturaliste ne regarde rien avec des yeux indifférens, & une sorte d'instinct lui fait saisir dans chaque objet qui se présente à lui, tout ce qu'il peut renfermer d'intéressant. Cet instinct qu'il ne faut pas confondre avec le hasard, a fait rencontrer à M. Fougeroux l'Insecte dont il a fait l'objet de son Mémoire. L'insecte étoit renfermé dans le cocos d'une espèce de palmier-cocotier dont on fait de petits ouvrages. Le ver qui produit cet insecte étoit encore vivant dans le cocos, la chrysalide, l'insecte même se trouvoient dans d'autres cocos; ainsi M. de Fougeroux a été à portée de nous donner une description complète de cet insecte, jusqu'ici inconnu aux Naturalistes.

TABLES DE MORTALITÉS.

V. les Mém.
P. 830.

ON s'est fort occupé de calculs sur la durée de la vie humaine, soit par des vues d'utilité publique, soit par cet intérêt machinal que l'homme prend à la durée de sa vie, comme s'il étoit question de vivre plus ou moins long-temps, & non pas de remplir cet espace, quel qu'il soit, d'actions utiles à l'humanité. On se tromperoit d'ailleurs beaucoup en estimant la vie par sa durée seule. Tous les biens de la vie répandus sur l'enfance & sur la jeunesse, ne laissent à ceux qui survivent que des pertes & des regrets. On a des organes pour sentir la douleur long-temps après qu'on n'en a plus pour le plaisir; & une vie plus longue n'est pour la plupart des hommes, qu'une plus longue suite de malheurs.

D'ailleurs l'espérance d'approcher jusqu'à ce terme qu'on appelle la *vie moyenne*, n'est pour chaque homme qu'une probabilité très-petite, & ce n'est que pour les États dont l'intérêt embrasse une masse nombreuse d'hommes, & non pour les individus que ces calculs de mortalité peuvent être utiles.

Plus les observations sur lesquelles on fonde ces calculs sont nombreuses, plus les conséquences qu'on en déduit deviennent

probables. Il faut donc chercher à multiplier ces observations, & sur-tout à les étendre sur un long espace de temps, afin que l'influence des circonstances particulières devienne de plus en plus insensible. On ne sauroit aussi les faire avec trop de détails, parce qu'alors elles peuvent servir pour un plus grand nombre de vues. C'est pour cela qu'il seroit bon que les Tables des mortalités marquassent l'âge des morts, leur état, le genre des maladies, les mariages, les naissances, l'âge des époux ou des parens, qu'on eût des observations météorologiques correspondantes pour chaque lieu, qu'enfin la grandeur de chaque ville, la nourriture de chaque classe de citoyens, son régime, le prix des denrées dans chaque année, les événemens politiques même entraissent dans ces Tables.

Celles que donne ici M. Morand & qui sont aussi complètes qu'il a pu se les procurer, contiennent les naissances, morts, mariages & enfans-trouvés pour Paris, depuis 1709 jusqu'en 1770 (c'est-à-dire) pendant soixante-deux ans.

Elles prouvent qu'il naît plus de garçons que de filles, qu'il meurt plus d'hommes que de femmes, mais dans une proportion plus grande, parce que la faim, l'avidité & le libertinage attirent à Paris encore plus d'hommes que de femmes. On voit aussi que le nombre des enfans-trouvés est plus que quadruplé depuis le commencement du siècle, tandis que le nombre total des naissances n'est augmenté que d'un cinquième. Ce n'est pas à une plus grande corruption de mœurs qu'il faut attribuer cette effrayante augmentation, au contraire on en doit attribuer une partie à ce que nos mœurs étant devenues plus douces sans être plus corrompues, & des Magistrats plus humains & moins asservis aux préjugés, ayant rendu l'entrée de l'hôpital des enfans-trouvés plus secrète & plus libre, il arrive bien moins souvent qu'autrefois de commettre un crime pour cacher une foiblesse.

SUR L'AIGUILLE AIMANTÉE.

M. LE MONNIER continue de rendre compte dans ce volume, v. les Mém. de ses Recherches sur la déclinaison de l'aiguille aimantée. A p. 93 & 95. Paris, l'aiguille déclinait à l'Est de $7^d \frac{1}{2}$ en 1541. Oronce-

Finée lui donne à peu-près la même déclinaison en 1550. Celle de 1541 est prouvée par un cadran d'ivoire très-bien conservé & fait avec beaucoup de soin. L'inscription porte qu'il a été construit à Paris. Ce monument très-curieux & très-important pour l'histoire des variations de l'aimant, est gravé dans ce volume.

Il suit de cette observation & du peu de mouvement de l'aiguille entre 1541 & 1610, qu'elle étoit alors à peu-près stationnaire. Depuis elle est revenue vers le Nord, y a passé en 1666, s'est avancée jusqu'à environ vingt degrés vers l'Ouest où elle paroît actuellement stationnaire. Ainsi nous connoissons d'une manière assez approchée les limites de ses variations. Il est nécessaire de remarquer que le temps de la plus grande vitesse dans la variation, ne répond point à la direction de l'aiguille vers le Nord, mais à peu-près à celle de six degrés vers l'Ouest, c'est-à-dire, à peu-près au point de milieu entre sa plus grande variation occidentale & sa plus grande variation orientale.

Il paroît aussi que son mouvement se ralentit à mesure qu'elle approche de ces points extrêmes; mais les deux parties de cette longue oscillation ne paroissent pas semblables, & le mouvement paroît plus rapide dans la partie occidentale.

Ce moment du retour vers le Nord où il semble que nous sommes arrivés, est bien précieux pour les Observateurs; c'est en voyant si l'aiguille suit en se rapprochant du Nord, les mêmes loix qu'en s'en éloignant, qu'ils pourront juger s'ils peuvent se flatter d'assujettir les inégalités de son mouvement à une loi régulière.

SUR LE MÉTÉORE DE 1771.

V. les Mém.
p. 668. **L**E 17 Juillet 1771, vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du soir, on aperçut un météore igné dans tout l'espace en latitude de Sarlat à Oxford, & en longitude de Granville à Reims; c'est-à-dire dans un espace d'environ 5 degrés en longitude, & 6 degrés en latitude. Une foule de Savans, d'Amateurs des Sciences, bien des gens même,

qui épouvantés de la vue de ce météore, sentoient peut-être pour la première fois le besoin d'être éclairés, se sont empressés d'envoyer à l'Académie des descriptions de ce phénomène; les uns pour l'en instruire, & les autres pour la consulter. Elle a chargé M. le Roi de lui rendre compte de ce que les diverses relations offroient de faits constatés, & propres à donner quelques connoissances sur le lieu du météore, sur la direction de son mouvement, sur sa grandeur, sa véritable forme, &c. M. le Roi a joint à ces détails ce qu'il a trouvé de plus intéressant dans les ouvrages des Physiciens, sur les météores ignés qui ont précédé celui-ci.

Les Anciens ont connu ces météores; le peuple; dans tous les temps, les a regardés comme des marques de la colère céleste, & il n'y a pas bien long-temps que cette opinion a cessé d'être adoptée, même par des gens qui ne sont point peuple, du moins par leur état. On a confondu souvent ces météores avec les comètes & avec le tonnerre, parce qu'ils ressembloient quelquefois aux Comètes par leur forme, & le bruit de leur explosion à celui de la foudre. Le peu de durée de ces globes enflammés, la rapidité de leur mouvement, l'irrégularité de leurs apparitions dans toutes les saisons & dans tous les états du ciel, leur rareté enfin, & le petit nombre de ceux qui peuvent même encore les observer de sang-froid, tout cela n'a guère permis de les bien décrire. On s'est assuré seulement qu'ils sont souvent à la hauteur de plusieurs lieues, que leur vitesse est très-grande, & que leur explosion est quelquefois très-violente. Celle du globe qui éclata au-dessus de la ville d'Aix en 1756, endommagea quelques cheminées, & produisit un mouvement qu'on prit pour une secousse de tremblement de terre; mais comme les lieux voisins d'Aix n'en éprouvèrent aucune commotion, aucun effet, il paroît plus naturel d'attribuer ces effets à l'explosion du météore.

On ignore encore comment ces météores se forment; & de quelle matière ils sont composés; on ne fait même si cette matière est dense ou rare; seulement, on est presque sûr que ces globes se dissipent dans l'atmosphère, & l'on n'a jamais observé ni qu'ils aient causé des incendies, ni même qu'il en soit parvenu jusqu'à la surface de la Terre quelques débris enflammés. Mais

il faut lire tous ces détails dans le Mémoire de M. le Roi. Il paroît dans le volume tel qu'il a été lû dans une Assemblée publique; c'est-à-dire mis à la portée de tous les lecteurs, & dépouillé des calculs d'après lesquels M. le Roi a fixé la hauteur de ce globe à plus de 18 lieues, son volume à plus de 500 toises de diamètre, & sa vitesse à plus de 7000 toises par secondes.

O B S E R V A T I O N S D E P H Y S I Q U E G É N É R A L E.

I.

M. HÉRISANT a présenté à l'Académie un morceau d'ivoire dans lequel il se trouve un lingot de fer. Ce lingot a été tellement recouvert que l'on voit à peine par où il est entré.

I I.

M. le Monnier a rendu compte de quelques Observations faites, tant à Pontorson, qu'au Mont-Saint-Michel, sur les plus grandes marées. Il les a continuées depuis, & doit en publier à part les détails & les résultats.

I I I.

M. Duhamel a observé le 6 Septembre 1771, une grande variation dans la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

Les détails de ce phénomène feront partie d'une belle suite d'observations sur la déclinaison des aiguilles aimantées que M. Duhamel se propose de donner à l'Académie.

I V.

M. Bomare, le premier Naturaliste qui depuis Bernard de Palissy ait donné en France des Leçons publiques d'Histoire Naturelle, a envoyé à l'Académie le récit d'un orage violent dont il fut témoin à Chantilly le 12 Août 1771.

Le tonnerre tomba sur une maison placée dans la direction d'une plate-bande du parterre du château, & d'un pont sur lequel étoit M. Bomare; quoique le vent fût alors très-violent, il cessa

cessa entièrement au-dessus de l'endroit où étoit M. Bomare, les tiges des fleurs de la plate-bande n'étoient pas agitées.

Une femme qui étoit alors occupée à laver, en face d'une fenêtre de la maison, fut frappée au bras & à l'oreille; les vitres d'une autre fenêtre furent brisées; plusieurs pièces de bois furent déchirées, d'autres seulement remuées; des morceaux de métal parurent calcinés & corrodés, & quelques-uns marqués seulement de quelques taches: mais rien n'indiquoit la route de la foudre, aussi n'y avoit-il dans la maison aucune substance métallique disposée de manière à la conduire. Deux hirondelles furent tuées dans leur nid, placé au haut de la cheminée, & il paroissoit que c'étoit leur ventre & non leur dos qui avoit été frappé, & qu'ainsi la matière du tonnerre s'étoit élevée de la cheminée.

Leurs Alteffes Sérénissimes M.^{gr} le Duc de Chartres, M.^{gr} le Prince de Condé, & M.^{gr} le Duc de Bourbon ont été témoins de tous ces faits. Ils étoient à la chasse pendant l'orage; au coup de tonnerre ils se sont sentis frappés, non dans les articles, mais dans les muscles de la poitrine & du ventre. Ils ont jugé aux mouvemens de leurs chevaux que ces animaux avoient aussi éprouvé la commotion. M.^{gr} le Duc de Bourbon fut frappé avec plus de violence; son cheval l'emporta quelques pas; il sentit au visage un frémissement semblable à celui qu'on éprouve lorsqu'on s'approche d'un corps électrisé, & les gens de la suite aperçurent sur son visage, & sur-tout à la lèvre inférieure, des taches noirâtres & formées par une matière onctueuse.

M. Bomare, en regardant la pluie tomber dans un bassin, peu de temps avant l'orage, a remarqué que les gouttes de la pluie formoient sur la surface de l'eau une pellicule qui offroit les couleurs de l'iris, ces couleurs subsistèrent long-temps après un double arc-en-ciel, à qui il avoit d'abord attribué cette apparence.





A N A T O M I E.

SUR LES ENFANS QUI NAISSENT SANS ANUS.

V. les Mém.
P. 472.

Les loix de la Nature ne sont ni si régulières, ni si simples que l'orgueil des hommes s'est plu à le supposer. Dans la foule des êtres vivans qu'elle destine à l'existence, un grand nombre périt sans avoir jamais été qu'une ébauche grossière, tandis que d'autres naissent avec l'impossibilité de vivre. On doit ranger dans cette classe les enfans qui viennent au monde sans anus, ou sans que l'intestin *rectum* soit percé, ou sans que cet intestin soit joint au colon, comme il doit l'être dans l'état naturel. Quelquefois ces accidens se compliquent.

Lorsqu'il n'y a point d'autre vice de conformation que l'existence d'une pellicule ou même d'une substance charnue qui bouche l'orifice de l'anüs, une opération assez simple sauvera la vie de l'enfant. Mais lorsque le défaut de conformation est plus compliqué, ou seulement lorsqu'il attaque le *rectum* ou le colon, la difficulté de démêler en quoi il consiste précisément, & celle d'opérer sur des parties si petites, & sur des sujets si foibles, rendent toutes les opérations fort dangereuses. Cependant il faut les tenter, pour peu qu'il y ait quelque espérance de réussir, autrement l'enfant abandonné à la Nature périroit infailliblement & par une mort cruelle.

Il arrive aussi quelquefois qu'au lieu d'aboutir à l'anüs, le *rectum* s'ouvre dans la vessie des enfans mâles; cet accident est aussi dangereux que le défaut total de l'anüs; l'enfant périt de même si on ne lui fait pas une opération. Il y a même un danger de

plus; dans ce cas, le *méconium* tombé dans la vessie ne peut sortir par l'urètre. M. Bertin propose de faire alors une incision à la vessie, & de procurer par-là, tant au *méconium* qu'aux urines, une issue commune & différente de l'issue naturelle.

Un autre accident, moins dangereux, mais également fâcheux, est lorsque dans les filles le *cæcum* s'ouvre dans le vagin; si cette ouverture n'est pas la seule, si on peut en former une autre, il y a lieu de se flatter que le canal de communication du *cæcum* au vagin s'oblitérera, & on peut espérer une guérison; mais si ce canal est la seule ouverture du *cæcum*, si cette ouverture est suffisante, alors l'enfant vivra, condamné à une infirmité horrible & incurable.

M. Bertin développe pour tous ces accidens les différentes espèces de secours que l'Art a pu fournir jusqu'ici.

Il en propose de nouveaux dont il montre la possibilité. Il entre sur toutes ces opérations dans des détails utiles aux gens de l'Art; il ne laisse rien à désirer sur les objets qu'il traite; mais nous n'en sommes pas moins forcés de conclure, en admirant la hardiesse & les prodiges de l'Art, que ses ressources sont bien foibles & que nos maux sont bien grands.

SUR LES MALADIES DE L'ÉPIPLOON.

M. PORTAL a rassemblé dans ce Mémoire tout ce qu'un grand nombre de dissections lui a fait observer sur les maladies le l'épiploon. V. les Mém.
p. 541.

On a donné le nom d'*hydatides* à des tumeurs de l'épiploon, remplies d'une liqueur qui cependant est quelquefois très-colorée & très-épaisse. Ces tumeurs ont été regardées d'abord comme des glandes engorgées; mais comme Ruisch en a rencontré dans des parties où il n'y a point de glandes, on a attribué la cause de l'hydatide à l'extension des vaisseaux lymphatiques & sanguins. Selon M. Portal, si telle étoit son origine, ses parois seroient très-minces; elles sont cependant d'une grande épaisseur. C'est donc avec le tissu cellulaire que se forment les parois des hydatides,

& de-là vient que ces parois renferment quelquefois de la graisse.

Dans quelques sujets l'épiploon contient de l'air. M. Portal rend compte à cette occasion des effets que produit l'introduction de l'air dans différentes cavités ou dans différens vaisseaux. L'air introduit dans les vaisseaux sanguins ou dans la cavité du crâne, cause une mort prompte. Les mauvais effets qu'il produit dans les autres parties sont très-lents au contraire : M. Portal avoit insinué une grande quantité d'air dans la cavité du bas-ventre d'un chien, il boucha soigneusement la plaie, & cependant au bout de quelques jours l'enflure du ventre disparut, & le chien fut guéri.

Le racornissement de l'épiploon est une suite de presque toutes les ascites, c'est une remarque précieuse & dont les Médecins doivent se souvenir pour ne pas fatiguer le malade de remèdes inutiles, car la tumeur que ce racornissement produit, n'est pas dangereuse.

La plupart des femmes qui ont fait beaucoup d'enfans, ont l'épiploon racorni, sur-tout celles qui, sacrifiant leur santé & celle de leurs enfans, soit à la nécessité de cacher une foiblesse, soit au desir bien plus coupable de déguiser le changement de leur taille, se sont serrées pendant leur grossesse. En général ; l'épiploon des femmes qui ont accouché, même une seule fois, est plus racorni que celui des filles, mais il n'en résulte pas toujours une tumeur sensible à l'extérieur.

SUR LA SITUATION DES VISCÈRES DU BAS-VENTRE CHEZ LES ENFANS.

V. les Mém.
P. 575.

CE Mémoire fait partie d'un travail fort étendu, que M. Portal a entrepris sur l'anatomie comparée de l'homme dans les différens âges de la vie. Ces recherches peuvent contribuer singulièrement à perfectionner nos connoissances sur l'économie animale.

Elles ont encore une utilité plus prochaine, & qui sur-tout est particulière à ce Mémoire.

Il y a beaucoup de maladies qui attaquent les viscères, & dont on reconnoît le siège, la nature, les progrès, en tâtant le ventre des malades; il est donc important de ne pouvoir se tromper ni sur la position, ni sur l'étendue, ni sur la forme des viscères; & c'est ce qui arriveroit souvent si on supposoit que ces viscères dussent, dans l'état naturel, offrir à la main de l'Anatomiste, les mêmes apparences dans l'enfant ou dans l'adulte.

Le travail de M. Portal a encore un autre avantage: on trouve dans des Anatomistes également accrédités, des descriptions différentes & quelquefois contradictoires des mêmes parties, ce qui jette sur la forme naturelle de ces parties, & sur la constance de cette forme, une incertitude très-désavantageuse à la science, & qui disparoit en remarquant que ces descriptions ont été faites sur des sujets de différens âges, & que les différences qu'on y trouve sont dûes aux changemens que l'âge produit dans les parties décrites.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. GRIGNON a présenté à l'Académie une tête de Chatte monstrueuse; elle paroissoit simple à la partie postérieure & double en devant; les deux gueules communiquoient ensemble intérieurement; les langues unies par leur base aboutissoient à un larynx & à un oesophage commun. La mère de ce monstre étoit si électrisable, que si on tenoit une de ses pattes dans la main, tandis que de l'autre on l'électrifoit, on sentoit souvent des secousses vives & douloureuses dans les doigts, le coude, & jusque dans l'épaule.

II.

Un charlatan s'étant vanté de percer de part en part la tête d'un animal, & de le guérir sur le champ avec un baume de sa composition, M. Portal a fait des recherches sur cet objet. Ce

charlatan n'est pas le premier qui ait fait des promesses de ce genre, & qui même les ait remplies; mais cela ne prouve rien en faveur des remèdes; des chiens à qui M. Portal a percé la tête dans toutes sortes de directions, ont été guéris sans aucun secours; les plaies de ce genre ne sont mortelles que lorsque la moelle épinière a été attaquée. Il faut un grand zèle & bien du courage pour que la vue de l'utilité de ces cruelles expériences puisse l'emporter sur la répugnance qu'elles inspirent.

III.

M. de Laffone a communiqué à l'Académie deux observations qui lui ont été envoyées par M. Guyon Chirurgien à Carpentras.

L'une est d'un accouchement où l'enfant se présentait par le bras, & fut chassé vivant par les seuls efforts de la Nature. L'autre d'un fœtus venu mort à terme, & qui avoit au bas des lombes une masse plus grosse d'un tiers que la tête d'un fœtus: cette masse renfermoit une tête, les os du bassin, un os de la cuisse, & d'autres os informes; ils paroissoient des mêmes dimensions que ceux d'un fœtus de quatre mois.

M. Fougereux ayant prié M. Portal de disséquer un Pigeon qui avoit deux anus, il trouva qu'à ces anus répondoient deux intestins *rectum* à peu-près égaux, capables des mêmes fonctions, & qui se réunissoient à un pouce & demi de l'anus: une masse charnue qui pendoit au croupion du même pigeon, contenoit un os qui paroissoit être le fémur joint à une partie de l'os de la hanche: l'articulation étoit bien marquée.

M. Portal a observé sur un autre Pigeon, qu'il avoit une double trachée-artère qui se réunissoit à peu de distance des bronches. Ces observations sont importantes & ne sauroient être trop multipliées. Peut-être que pour surprendre les secrets de la Nature il faut l'observer moins lorsqu'elle suit ses loix que lorsqu'elle semble s'en écarter.

IV.

M. Fougereux a observé un ovaire de Poule monstrueux; il pesoit trois onces, la substance étoit charnue & il renfermoit une matière semblable au blanc d'œuf pour la consistance, & de couleur jaune.

V.

Quelques Physiologistes ayant imaginé que le sang se rarésoit dans le poulmon, en conclurent avec raison que les vaisseaux qui y portoient le sang, devoient être en plus grand nombre, ou plus grands que ceux qui le reportoient dans le cœur, & qu'ainli le poulmon avoit plus d'artères que de veines.

M. Portal rapporte ici des observations qui détruisent cette hypothèse. Il a injecté des poulmons avec de la cire colorée, dans cet état il les a mis macérer dans un acide qui, détruisant à la longue la substance du poulmon, ne laissoit plus subsister que la cire; & en l'examinant il a vu que les veines surpassoient les artères en nombre & en grosseur. Ensuite, de crainte qu'on ne lui objectât que cette expérience peut s'expliquer en supposant que les veines ont été plus distendues que les artères par la liqueur injectée, il a examiné des poulmons non injectés, & a toujours vu les veines en plus grand nombre, & les troncs des grosses veines, même lorsqu'elles étoient vuides, plus grands que ceux des artères pleines de sang ou de liqueur injectée.

V I.

Il n'y a point d'Anatomiste qui n'ait observé dans les sujets qu'il a disséqués, des variétés de conformation indifférentes, du moins en apparence, à l'économie animale. Ce qui prouve que la Nature n'a point formé chaque espèce sur un modèle unique, & que cette régularité dont nous avons la témérité de lui faire honneur, n'existe que dans la tête des Philosophes.

M. Portal en examinant les veines du poulmon, trouve qu'en général celles du poulmon droit sont plus longues & plus grosses que celles du poulmon gauche, parce que le poulmon droit est plus gros & plus éloigné de l'endroit de l'oreillette où ces veines aboutissent.

Mais quelquefois le poulmon droit a cinq veines au lieu de quatre. D'autres fois les veines pulmonaires se réunissent deux à deux avant que d'arriver au cœur.

Il paroît que les veines pulmonaires se divisent toujours en deux branches à leur insertion dans le poulmon, mais leur position

n'est pas la même à l'égard des artères. L'artère qui se trouve entre les deux branches des veines, est quelquefois réunie avec elles dans une gaine commune, d'autres fois chaque vaisseau a sa gaine particulière.

VII.

Le 13 Avril 1771, il est venu à l'Académie une fille sans langue, & qui parloit très-bien. Ce fait n'est pas unique; feu M. de Jussieu a vu en Espagne un phénomène semblable, c'étoit encore une fille.





CHIMIE.

ANALYSE DE L'EAU MINÉRALE DE ROYE.

CETTE Eau contient du fer & une terre alkaliné, mais ces substances n'y sont pas combinées avec un acide. Ainsi l'eau de Roye n'a point les inconvéniens des eaux vitrioliques ou séléniteuses; coupée avec du lait elle pourroit faire l'office d'absorbant; enfin elle peut se garder & être transportée sans se décomposer. L'analyse de cette Eau a offert un phénomène digne de remarque. Quand on la soumet à l'évaporation, il se précipite un dépôt ocreux qui contient du fer & une terre alkaliné. Si on sépare le dépôt, qu'on verse dessus de l'acide du vinaigre, & qu'on décante la liqueur lorsque l'effervescence est cessée, son mélange avec l'infusion de noix de gale prend une teinte violette; si au lieu d'acide de vinaigre on avoit versé de l'esprit de nitre, le même mélange ne se seroit pas coloré. L'eau de la source mêlée immédiatement avec l'infusion de noix de gale, avoit produit une couleur violette. C'est selon M.^{rs} de Laffone & Cadet, au phlogistique uni à l'acide de vinaigre dans la première épreuve, & dans la seconde au phlogistique d'une terre grasse, dont l'eau minérale de Roye contient une petite quantité, qu'il faut attribuer ce phénomène. Il en résulte que la manière d'éprouver les eaux ferrugineuses, en y versant de l'infusion de noix de gale, n'est point du tout certaine. Les Chimistes savent, il y a long-temps, que toutes les épreuves ne peuvent donner une véritable connoissance de la composition des eaux minérales; ils s'en servent seulement pour s'assurer de la nature des principales substances

V. les Mém.
p. 1.

Hist. 1771.

F

que ces Eaux contiennent, & pour se conduire d'après cette connoissance dans l'analyse qui leur reste à faire; les Naturalistes les emploient pour classer les mêmes eaux. Mais on voit par l'expérience curieuse rapportée par M.^{rs} de Laffone & Cadet, que ces liqueurs d'épreuves ne sont pas sûres, même quand on les emploie pour reconnoître seulement la présence d'une certaine substance.

Il y a aux environs de Roye plusieurs autres sources minérales, entre autres une auprès de Beaurain, qui s'est trouvée être vitriolique, & ressembler aux eaux de Passy. La source de Beaurain est très près d'une couche de terre noire qui s'étend à une assez petite profondeur, sous une grande partie de la Picardie. Cette terre au-dessus de laquelle règne en quelques endroits un banc de coquilles assez semblables au falun de Touraine, & qui pourroit servir aussi à fertiliser les terres, s'enflamme spontanément à l'air, les cendres qui en résultent contiennent du vitriol & de l'alun. Les habitans de cette province doivent à ces cendres l'avantage d'avoir pu se procurer des prairies artificielles, c'est particulièrement dans des terrains formés de débris de pierres calcaires, mêlées avec très-peu de terre végétale, que ces cendres ont été employées avec succès. Par ce moyen, des terres qui n'avoient jamais produit, ont acquis & conservé, pendant plusieurs années, la faculté de produire. Lorsqu'on met les cendres en trop grande quantité, il arrive quelquefois que la première année seulement, l'herbe dégoûte les chevaux, soit qu'elle ait contracté un mauvais goût, soit qu'elle ait alors des tiges trop ligneuses. Ce n'est qu'au bout de quelques années que les terres sur lesquelles on a répandu des cendres, peuvent être ensemencées en blé, autrement elles produiroient beaucoup d'herbes & très-peu de grains.

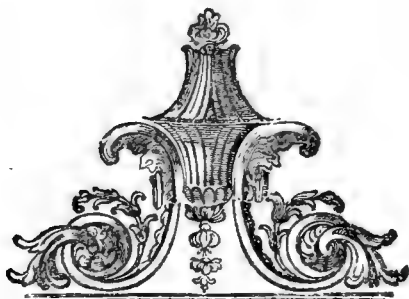
Les fourrages dans les mêmes circonstances sont très-abondans, mais donnent également très-peu de graines.

M. Sage a donné une analyse de la terre noire de Beaurain. L'origine de cette couche de terre, au-dessus de laquelle on voit en quelques endroits un banc de coquilles, n'a pas encore été l'objet des recherches des Naturalistes, & mériteroit bien de le devenir.

On trouve à Omblières près Saint-Quentin, une autre espèce

de terre qui tombe en efflorescence à l'air, mais qui ne s'enflamme pas. Elle peut aussi servir d'engrais. M. Rigaud, Physicien & Chimiste attaché à la Marine, a examiné cette terre, & a trouvé qu'elle contenoit du succin en assez grande quantité. Ce succin se trouve principalement dans les gerlures d'une couche d'argile assez dure, qui se divise en lames lorsqu'on l'expose à l'air; ce qui a fait conjecturer à M. Rigaud que le succin étoit formé dans les couches supérieures, & qu'entraîné par les pluies il s'arrêtoit dans cette argile dure.

Il seroit à désirer que M. Rigaud fit de nouvelles recherches sur cet objet, soit pour constater l'identité du succin & de la substance qu'il a observée, soit pour tâcher de démêler quelle en est l'origine, & par quelle suite d'opérations elle a été produite ou déposée dans la couche d'argile où on la trouve.





BOTANIQUE.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

LA glacière commune de la ville de Narbonne avoit été remplie au mois de Décembre 1769 ; elle étoit vuide au mois de Janvier 1771 ; & le froid étant devenu assez rigoureux au commencement de Février, il fut question d'y remettre de la glace. Celle de 1769, avoit été placée suivant l'usage, sur un lit de farnens, on trouva que ces farnens qui n'avoient que depuis un mois cessé d'être couverts de glace, avoient poussé des branches de sept à huit pouces, avoient des bourgeons, des feuilles, des grappes en fleurs, & même des fruits tout formés. Les ouvriers avoient déjà observé ce phénomène, mais jamais ils n'avoient vu la végétation si avancée.

On fait que plusieurs espèces de plantes végètent sous la neige ; mais l'observation de M. Marcorelle dont je viens de rendre compte, semble prouver que ce phénomène n'est point particulier à quelques plantes, & qu'en général c'est moins le froid que les alternatives de froid & de chaud, ou l'action de l'air qui arrêtent la végétation.

II.

Dans l'histoire de l'Académie de l'année 1723, on rapporte qu'au royaume des Algarves, les arbres qui avoient porté des fruits au mois de Juin 1722, parurent couverts de nouvelle

fleurs au mois de Décembre de la même année, & donnèrent au mois de Janvier suivant, des fruits aussi bons que ceux qui étoient venus dans la saison ordinaire. M. Marcielle a observé le même fait en 1765, dans les environs de Narbonne; les poiriers & les pruniers y refleurirent au mois d'Octobre, & dans celui de Novembre ils étoient couverts de fruits. Il attribue ce phénomène à la chaleur des mois de Septembre & d'Octobre de cette année, où le thermomètre monta à 25 degrés comme dans le mois de Juin.

III.

M. Mustel a placé pendant l'hiver, dans sa serre chaude, un certain nombre d'arbrisseaux, de manière qu'une partie, placée au dedans de la serre, n'avoit en dehors que quelques branches qu'on avoit fait passer dans un trou bouché ensuite avec du mastic: une autre partie de ces arbrustes étoit hors de la serre, mais quelques-unes de leurs branches étoient dedans.

L'observateur a suivi avec soin le progrès de la végétation dans ces arbrustes. Ils ont été les mêmes pour toutes les branches situées dans la serre, soit que la tige & les racines fussent aussi échauffées, soit qu'elles fussent exposées à l'air; & de même tout ce qui étoit hors de la serre est resté engourdi sans qu'on pût remarquer la moindre différence entre les branches des arbrisseaux placés au dehors, & celles dont les tiges & les racines éprouvoient l'action de la chaleur.

Cette expérience paroît établir entre les animaux & les végétaux deux différences remarquables; elle indique d'abord que chaque partie des végétaux a en elle un principe indépendant de mouvement, de nutrition & de vie. Il est de plus très-difficile de concilier avec ces expériences, l'idée d'une circulation de sève dans les plantes, analogue à celle du sang dans les animaux. Cependant ces observations ne prouvent point que les plantes ne tirent pas toujours quelque nourriture de leurs racines même engourdies; le contraire paroît même prouvé, puisque les boutures ne peuvent produire de fruits parfaits qu'après avoir poussé des racines. Ainsi la correspondance est seulement bien

plus foible entre les parties des végétaux qu'entre celles des animaux, mais il en subsiste toujours quelqu'une, & l'indépendance ne sauroit être entière.

I V.

M. Mustel a observé que des fleurs de pommier dont les pétales & les étamines avoient été mangées par un limaçon, avoient produit des fruits en plus grand nombre à proportion, & plus beaux que les fleurs dont les pétales & les étamines étoient tombées d'elles-mêmes. M. Mustel a essayé sur quelques fleurs de couper les mêmes parties avec des ciseaux, & toujours avec le même succès. Mais il ne dit point qu'il ait pris des précautions pour que les étamines n'eussent pas répandu leur poussière avant d'être retranchées, ou pour que la poussière des étamines des bouquets voisins n'y fût point portée.





ALGÈBRE.

SUR LES ÉQUATIONS.

IL y a plus de deux siècles que les Équations du troisième degré V. les Mém. ont été résolues par Ferreo, & celles du quatrième par Ferrari. P. 365. Depuis ce temps les Analystes ont en vain cherché la solution de celles du cinquième. La Théorie générale des équations a cependant fait de grands progrès. On a déterminé le nombre, la nature de leurs racines, la manière dont elles forment les coefficients des équations proposées, la manière dont on peut juger par ces mêmes coefficients de l'espèce des racines; il semble enfin qu'on ait tout épuisé sur ces objets, sans cependant se trouver plus près du dernier but où il faut atteindre, c'est-à-dire, de la solution générale des Équations, ou du moins de l'équation du cinquième degré. Les méthodes proposées par Tschirnhaus dans le dernier siècle, & par M.^{rs} Euler & Bezout dans celui-ci, font dépendre la solution du cinquième degré d'une équation du vingt-quatrième. Cette équation se trouve à la vérité réductible au sixième, mais il reste toujours vrai que pour toute équation au-delà du quatrième degré, les méthodes connues conduisent à des équations d'un degré plus élevé que les proposées, si ce n'est peut-être celle du sixième degré. M. de la Grange prouve en effet qu'on peut la faire dépendre d'une du dixième; & comme sa méthode la feroit également dépendre d'une du quinzième, cela indique d'abord qu'elle doit être réductible à une du cinquième, comme M. Bezout l'avoit déjà annoncé. M. Vandermonde prouve de plus ici que ces équations du degré dix ou quinze, peuvent se rapeler à une équation du cinquième degré, & à une équation particulière du sixième.

Cet inconvénient commun à toutes les méthodes de faire dépendre une équation générale d'une équation particulière d'un degré plus élevé, donne lieu à plusieurs questions. La racine de ces équations du sixième degré, où se réduisent la solution des équations du cinquième & du sixième degré, contient-elle des radicaux cinquièmes, ou seulement des radicaux des degrés inférieurs? Est-elle réductible à un degré moindre que le sixième, ou ne l'est-elle pas? Et, ce qui en est la conséquence, la racine d'une équation du cinquième ou du sixième degré est-elle susceptible d'une expression générale & finie? Il n'y a que deux manières de répondre à ces questions, l'une d'en chercher la solution dans la théorie des équations; M. de la Grange s'est occupé de cet objet & n'a point trouvé de solution satisfaisante. On peut aussi chercher ces équations particulières du degré sixième, où l'on a réduit la solution générale des degrés cinquième & sixième, & essayer de les résoudre, ou du moins de les réduire à celle du cinquième, ou du dixième dont elle peut dépendre, & qui doivent alors se réduire à une du premier degré, ou à une du second.

Les calculs qu'il faudroit faire pour parvenir à ce but sont impraticables, si l'on n'emploie que les moyens ordinaires de l'analyse; mais on a d'autres ressources. Les quantités qu'on cherche sont, jusqu'au moment où l'on veut déterminer enfin la racine cherchée, des fonctions qui appartiennent également à chacune des racines de la proposée, ou qui sont semblablement composées de toutes ces racines. La manière dont ces fonctions peuvent être exprimées en coefficients de la proposée, soit d'une manière rationnelle, soit par des équations d'un degré quelconque, peut faire l'objet d'une théorie étendue. M. Euler a traité cette matière dans son introduction à l'analyse de l'Infini; depuis, M.^{rs} Waring, de la Grange, Vandermonde, s'en sont occupés & ont trouvé des résultats piquans par leur singularité, leur élégance, & la force de tête nécessaire pour y parvenir. Ces recherches fournissent à la fois des vues utiles pour la solution des équations, & des simplifications de calculs sans lesquelles on ne peut rien espérer pour une Théorie, qui peut-être n'a plus maintenant d'autres

d'autres difficultés que la longueur des formules. Le Mémoire de M. Vandermonde a été imprimé tel qu'il l'a lû à l'Académie en 1770.

La théorie des Équations qu'il y donne est absolument à lui. Elle consiste à chercher *a priori* une fonction des racines qui les contienne d'une manière semblable, & qui puisse en représenter une à volonté, c'est en cherchant cette fonction *a priori*, qu'il trouve à faire dépendre la solution des équations du cinquième degré d'une du sixième; celles du sixième d'une du dixième ou du quinzième qu'il réduit ensuite à une du sixième; & à en juger par l'analogie, si la solution générale est possible, cette dernière équation ne doit plus contenir de radicaux cinquièmes.

On verra qu'il s'est rencontré dans plusieurs points avec M. de la Grange, mais il paroît s'être plus particulièrement appliqué à simplifier les méthodes de calcul pour les rendre praticables, tandis que M. de la Grange s'est plus occupé des moyens de s'assurer *a priori*, de la possibilité de la solution cherchée, ou de la généralité des méthodes connues. Enfin, M. de la Grange paroît persuadé qu'il faut, pour parvenir à la solution du Problème, choisir une autre route que celle qui est connue, car toutes les méthodes peuvent se rappeler à une seule; & M. Vandermonde semble plus porté à croire que c'est par cette même méthode qu'on parviendra à la solution cherchée, si elle est possible en général. Mon suffrage ne peut être regardé comme d'un assez grand poids, pour qu'il ne me soit point permis de dire que je penche vers l'opinion de M. Vandermonde, qui d'ailleurs est moins décourageante.

On pourroit, d'après ce que je viens de dire, objecter ici que pour se permettre de se livrer à un travail dont le succès est incertain, & qu'on n'ose à peine espérer de rendre praticable, il faudroit que du moins il fût d'une très-grande utilité; que cependant l'on a pour résoudre les équations, des méthodes approchées, si sûres, que la méthode rigoureuse ne peut être que de pure curiosité, & qu'ainsi on doit déplorer que des hommes de génie emploient toutes leurs forces, & perdent leur temps à des recherches sublimes & profondes, mais inutiles. Ce reproche

qu'on pourroit faire avec autant de raison à un grand nombre de nos Mémoires, mérite que je m'y arrête quelque temps.

Les Philosophes peuvent disputer encore sur l'utilité morale des Sciences; car si elles ont l'inconvénient de détourner de la vue des maux de l'humanité, les mêmes hommes qui auroient la force & le talent de les soulager, ne peut-on pas dire aussi que les malheurs des Nations étant sur-tout l'ouvrage de leurs préjugés, elles ont encore plus besoin d'être éclairées que conduites?

Mais il y a long-temps qu'on ne dispute plus sur l'utilité physique des Sciences. Tous conviennent qu'elles sont nécessaires aux progrès des Arts. On sait que la Navigation a besoin de l'Astronomie, & l'Astronomie de la Géométrie; que les travaux des mines, la fabrication des glaces & des porcelaines sont dirigées par la Chimie; que la Chimie, l'Anatomie & la Botanique sont les fondemens de l'art de guérir; qu'il n'y a point d'Arts qui se puissent passer de la Mécanique & de la Physique; qu'enfin l'Histoire Naturelle nous apprend à connoître, par la forme extérieure des productions de la Nature, quelle est l'utilité que nous en pouvons retirer. Cependant il s'est élevé un préjugé presque aussi funeste aux progrès des Sciences, que celui de leur inutilité absolue. Quelques Savans qui avoient inutilement tenté de faire des découvertes, ont cherché pour se venger, à décrier les Sciences. Ils ont dit qu'il ne falloit en conserver que la partie qui est applicable à la pratique, & rejeter le reste comme des spéculations inutiles. Cette opinion a été adoptée par les ignorans; ils ne regardent les Savans qui se livrent à la pratique, que comme des ouvriers qui les servent, tandis qu'ils sont humiliés de trouver dans les Théoriciens des hommes qui peuvent prétendre à les éclairer. C'est ce préjugé que je vais essayer de détruire.

Les Sciences sont utiles de deux manières. Il y a des théories qu'on peut immédiatement appliquer à la pratique. Celui qui les applique en est ordinairement récompensé par la fortune, & cela est juste. Mais il y a des Théories d'une utilité importante, quoique moins prochaine. On conviendra, par exemple, qu'il seroit utile de connoître les loix de la Nature. La Science des

grandeurs & des combinaisons, est la seule qui puisse nous conduire à cette connoissance. Nous n'avons encore trouvé qu'une de ces loix, la gravitation universelle; & c'est à l'analyse que nous en devons la découverte. Mais malgré les spéculations tant reprochées aux Géomètres, cette analyse est encore insuffisante pour résoudre complètement des problèmes assez simples, sur des phénomènes qui dépendent de la loi de la gravitation. Dans tous les autres nous sommes encore loin de prétendre connoître les loix de la Nature, ce sont des phénomènes généraux qui nous tiennent lieu de ces loix, nous savons qu'ils existent, mais nous ne pouvons encore les assujettir au calcul. La recherche de ces phénomènes généraux est elle-même un objet de spéculation. Voilà donc deux genres de théories qui promettent une utilité éloignée, mais dont on ne peut assigner les bornes; tandis que, si l'utilité des Sciences-pratiques est prochaine, elle est en même-temps particulière & limitée. Quelle sera donc la récompense de ces Théories, dont l'utilité ne peut quelquefois se faire sentir qu'au bout de plusieurs siècles, & qui seront regardées comme des spéculations arides par une longue suite de générations, ce ne doit pas être la fortune, mais la gloire. Elle seule peut consoler les Savans du malheur de n'être pas témoins de l'utilité de leurs travaux.

Le dernier but de la plupart des Arts, c'est de satisfaire les besoins factices des riches; c'est donc à eux à les payer. Mais que l'homme occupé de la connoissance de la Nature, qui fait créer pour ses rivaux de nouvelles occupations, & par conséquent de nouvelles sources de plaisir, en soit récompensé par leur estime.

Une foule d'Artistes éclairés par les Savans, perfectionnent les choses de pratique & s'enrichissent en les perfectionnant, mais qui se chargera de ces Théories qui ne peuvent encore procurer que de la gloire à leurs inventeurs, & du plaisir à ceux qui les étudient? ce seront les Sociétés savantes; & il faut que, sans paroître dédaigner la pratique, ce soit à ces spéculations regardées par le vulgaire comme inutiles, qu'elles consacrent leurs travaux & les récompenses qu'elles accordent; sans cela elles se rempliroient bientôt d'hommes

médiocres , qui n'auroient pour mérite que de la dextérité & de la patience. Occupés de la fortune qu'on se dispute toujours avec plus d'acharnement que la gloire , les Académies feroient déchirées de leurs divisions ; l'intrigue emporteroit la récompense dûe aux talens , parce qu'il est plus aisé d'enlever à un autre le profit d'une invention que l'honneur d'une découverte ; & les hommes nés avec du génie & de l'élévation , s'éloigneroient d'une Académie qui ne feroit plus qu'un atelier.

Il ne faut pas se rebuter de la longue inutilité des spéculations ; pourvu qu'elles aient ce caractère de grandeur & de généralité qui entraîne les hommes de génie , & les force à s'en occuper. Les sections coniques inventées du temps de Platon , ont été au nombre des Théories de pure curiosité jusqu'au temps de Képler , qui découvrit que les Planètes décrivoient des ellipses autour du Soleil ; de Galilée qui trouva que la courbe décrite par un projectile , étoit une parabole ; de Descartes qui vit que ces courbes avoient la propriété de réunir à leurs foyers , les rayons parallèles ou partis de l'autre foyer. Pour y découvrir ces propriétés utiles , il ne fallut qu'appliquer aux observations des Planètes , ou aux loix de la réfraction & du mouvement des propositions purement géométriques , que les Grecs s'étoient amusés à considérer il y avoit près de deux mille ans. La Société n'auroit-elle pas été privée de ces avantages , si les Anciens eussent voulu se borner à la pratique , à ce qui est d'un usage prochain. Si nous venions à adopter ce préjugé , les Sciences s'arrêtant au point où nous les voyons , ce que nous pouvons attendre de leurs progrès seroit perdu pour jamais. Livrées à des praticiens ignorans , elles se corromproient bientôt , seroient oubliées , & les Arts auxquels on voudroit les sacrifier , retomberoient dans la barbarie dont elles seules les ont tirés.

C'est donc par le desir d'être plus utiles , que les Sociétés savantes applaudissent à ces travaux qu'on leur reproche , & on ne les accuse d'être occupées d'inutilités , que parce que , pénétrant dans les siècles éloignés , & devinant la marche de l'esprit humain , elles savent être utiles avec plus de grandeur.

Une remarque assez singulière en faveur des Savans qui se

livrent à des Théories abstraites, c'est que les découvertes les plus importantes par leur utilité-pratique, sont l'ouvrage des hommes les plus occupés de grandes Théories & les plus féconds en découvertes sublimes.

Sans parler d'Archimède qui défendit trois ans, contre une armée Romaine, une Ville que cinquante ans de servitude avoit avilie, on fait que c'est à Galilée que l'on doit les grandes Lunettes & la première idée des Pendules, aussi-bien que la Théorie du mouvement accéléré. Descartes a réduit à des règles la pratique de l'art des Lunettes en même temps qu'il créoit la science de la Dioptrique, & inventoit une nouvelle analyse. Les Téléscopes à réflexion sont dûs au même Newton qui trouva le système du Monde & le Calcul différentiel. Un des plus grands Analystes qui aient jamais existé, l'illustre Euler nous a donné les Lunettes achromatiques. C'est à Huyghens, c'est à la profonde Théorie des développées & du mouvement dans les courbes que nous devons l'exactitude de nos horloges; & si l'observation de la Lune & des Satellites de Jupiter conduit sur les Mers nos Vaisseaux & leur indique les écueils avec une exactitude qu'on n'eût jamais osé espérer, c'est à Galilée, c'est à Newton, c'est aux Clairault, aux d'Alembert, aux Euler, aux la Grange que nous en avons l'obligation. Enfin, c'est Toricelli, Descartes & Pascal qui nous ont appris à construire des Baromètres. Dans d'autres genies, nous voyons que deux des plus puissans remèdes que connoisse la Médecine, les préparations d'antimoine & de mercure, ont été imaginées par un Chimiste occupé des opérations les plus secrètes de l'Alchimie. Si l'analyse végétale de M. Rouelle, si l'air fixe nous fournissent un jour des remèdes nouveaux, ce sera encore à des hommes occupés de Théories que nos neveux devront ces remèdes. L'Anatomiste qui le premier a bien prouvé la circulation du sang, le célèbre Harvey, est le même qui a consumé tant d'années pour chercher à pénétrer le mystère de la génération; & les barres qui préservent les édifices du feu de la foudre, & qui la forcent à suivre la route que l'homme lui prescrit, sont l'ouvrage du même Physicien qui a deviné la cause du tonnerre & assigné les loix de l'électricité.

Si l'on demande la raison de ce fait contre lequel on ne peut à peine opposer quelques exceptions, elle est facile à découvrir. Il faut de grands motifs pour faire de grandes choses, & les récompenses, le plaisir même de faire un peu de bien, seuls avantages des travaux de pratique, n'inspireront jamais autant d'efforts que l'espérance d'occuper les générations futures de sa gloire & de ses bienfaits.

Que peuvent répondre à cela ceux qui n'osant nier que les hommes que nous venons de citer, ne soient de grands hommes, cherchent à se consoler en disant que ces grands hommes sont inutiles. Il leur reste encore une ressource. Ces Théories si vantées, disent-ils, n'ont servi à rien; nous ne taillons point de verres elliptiques ou paraboliques comme Descartes l'auroit voulu; nous ne faisons plus décrire aux lentilles des pendules des arcs de cycloïdes; nous ne suivons point dans les lunettes achromatiques, les proportions que M. Euler avoit proposées d'abord. Cela est vrai; mais sans Descartes, sans Tschirnhaüs, sans Huyghens vous ne sauriez pas qu'on peut, sans inconvénient, substituer des lentilles sphériques aux verres elliptiques, & de petits arcs de cercle à ceux de cycloïde; & c'est M. Euler qui vous a appris que des verres de densité différente, sont propres à détruire cette aberration qui s'opposoit à la perfection des lunettes. Ces inventions si utiles & si brillantes, dont on fait honneur à la pratique, elle les doit à l'usage heureux de vérités que des Théoriciens avoient amassées dans le silence de la méditation. C'est ainsi qu'un feu caché, mais toujours actif, produit lentement dans les entrailles de la Terre, ces métaux & ces pierres que des esclaves vont en arracher.

Il est sans doute inutile d'avertir ici qu'il ne faut pas confondre la pratique avec l'expérience & l'observation. L'observation & le calcul sont les deux moyens qui nous ont été donnés pour trouver la vérité; il faut également du génie pour savoir employer l'un ou l'autre; mais la pratique se borne à appliquer à l'usage commun, les vérités que le calcul ou l'observation ont fait découvrir.

Dans ce que j'ai appelé la pratique des Sciences, je n'ai point renfermé non plus le génie de la Mécanique. Ce génie emploie une Géométrie d'une espèce particulière, dont la Théorie n'est pas encore écrite, & que chaque grand Mécanicien est obligé d'inventer. C'est-là ce qui rend les Mécaniciens si rares, tandis que les faiseurs de machines sont si communs.

SUR LES

PROBLÈMES DE SITUATION.

UN des hommes à qui les Sciences doivent le plus de découvertes, & sur-tout de vues originales & profondes, le célèbre Leibnitz, étoit persuadé que l'analyse des Géomètres ne pouvoit pas s'appliquer à toutes les questions de la Philosophie naturelle, & que pour soumettre au calcul les rapports de différens corps, en ne considérant que l'ordre de leur position dans l'espace, il falloit inventer une Géométrie nouvelle. Il l'a nommée *Geometria situs*, ou Géométrie de situation.

V. les Mémoires.
P. 566.

Cette idée de Leibnitz a été jusqu'ici fort négligée; je ne connois dans ce genre que quelques Essais que Leibnitz même a donnés sur le Jeu du Solitaire, & les Recherches de M. Euler sur la marche du cavalier aux échecs, & sur la manière de lui faire parcourir toutes les cases de l'échiquier sans qu'il passe deux fois sur la même.

M. Vandermonde s'est appliqué particulièrement à trouver pour cette espèce d'analyse une notation simple & qui pût faciliter les calculs.

Un point fixe étant donné dans l'espace, la position de tant de points qu'on voudra, se peut toujours exprimer par trois lignes, ou par trois nombres, qui expriment la distance de chaque point à trois plans perpendiculaires & passant par le point fixe. Dès-lors, si les lignes qui expriment cette position sont toutes commensurables entr'elles, & que par conséquent elles puissent être désignées par des nombres entiers; quel que soit le problème, il

dépend de la science des combinaisons. Si au contraire les lignes peuvent être incommensurables, le problème se rapporte au calcul des différences finies.

Une application directe de la théorie des combinaisons seroit d'une longueur rebutante, même pour des questions en apparence assez simples, & l'avantage de la notation de M. Vandermonde, est sur-tout de rendre cette application bien plus facile. Il en donne pour exemple le problème du cavalier, déjà résolu par M. Euler, & un simple coup-d'œil sur la notation de M. Vandermonde, suffit pour trouver en un instant la solution cherchée, si on observe en même-temps que de quelque case que parte le cavalier, il y en a toujours trois autres dont la position est semblable.

Cette notation est cependant très-simple, elle consiste à désigner la position du cavalier sur l'échiquier par deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre, & qui marquent le rang & la case qu'occupe le cavalier. S'il s'agissoit de corps qui ne fussent pas assujettis à être dans le même plan, un troisième nombre placé à côté des deux autres détermineroit la position du corps dans la ligne perpendiculaire au plan que désignent les deux premiers nombres.

SUR LA DÉTERMINATION

DES

FONCTIONS ARBITRAIRES, &c.

V. les Mém.
p. 49.

CE Mémoire ne renferme que de l'analyse pure; mais l'objet peut en être utile dans la pratique. L'espèce de questions algébriques qu'on y examine, se présente souvent dans les recherches sur les fluides, sur les corps flexibles & élastiques. On s'est proposé ici de montrer comment on pourroit réduire ces questions au calcul des différences finies, prises selon différentes hypothèses. Comme quelques-unes de ces hypothèses n'avoient pas encore été considérées par les Géomètres, l'auteur donne un essai de leurs Théories, & sur-tout de la solution de ces équations lorsqu'elles

lorsqu'elles sont linéaires, parce qu'en général l'intégration des équations linéaires sert à trouver des solutions approchées lorsque cela est possible, & peut toujours conduire à une solution en séries. Le Mémoire est terminé par des réflexions sur la continuité des fonctions arbitraires dans les intégrales des équations aux différences partielles. Ce sujet a déjà été discuté par les plus grands Géomètres de ce siècle, M.^{rs} d'Alembert, Euler, Daniel Bernoulli, & de la Grange; mais M. de Condorcet ne prétend point décider la question, il se borne à soumettre ses remarques au jugement des hommes illustres que nous venons de nommer.

SUR LES

MÉTHODES D'APPROXIMATION.

JAMAIS peut-être l'homme n'a paru plus grand que, lorsque sans autre secours que le Calcul, il a osé déterminer & prédire les plus petites irrégularités des corps célestes, assigner leur figure & peser leurs masses. Deux mille ans de spéculations regardées comme inutiles par le vulgaire, avoient préparé cet instant, & de longues méditations avoient formé dans le silence, l'instrument que Newton sut perfectionner & employer. Ce grand homme n'avoit pu calculer avec précision que les irrégularités elliptiques des Planètes; leurs perturbations exigeoient d'autres méthodes. L'imperfection de l'analyse a même forcé les successeurs à se contenter des méthodes approchées, & peut-être la nature même du Problème ne permet-elle pas d'en espérer d'autres. Les moyens de perfectionner ces méthodes d'approximation, de les rendre sûres & aussi convergentes qu'on voudra, & pour un espace de temps indéfini, ont été depuis trente ans l'objet des travaux des Analystes les plus célèbres. Une circonstance particulière leur offre une question remarquable. C'est le cas où une quantité qu'on a supposée très-petite, se trouve être proportionnelle à une quantité qui augmente toujours, à un arc de cercle, par exemple; alors la première supposition est illusoire, du moins au bout d'un certain espace de valeurs. Mais dans ce

cas, cette quantité entre-t-elle nécessairement dans la valeur cherchée; & si on peut ne pas l'y faire entrer, la série qui représente la quantité cherchée sous cette nouvelle forme, est-elle toujours convergente? Peut-on s'assurer qu'elle le soit indéfiniment? Comment entre les deux formes dont l'une offre une quantité qui augmente indéfiniment, tandis que l'autre n'en offre point, pourrions-nous reconnoître si une des deux & laquelle représente la valeur cherchée, d'une manière approchée à l'infini? La difficulté de résoudre ces questions a engagé l'Académie à proposer cette partie de la Théorie de la Lune, pour le Prix de 1774. L'auteur de ce Mémoire a cru que ce seroit concourir aux vues d'une Société à laquelle il a l'honneur d'être attaché à plusieurs titres, s'il faisoit un examen analytique de ce que les méthodes connues d'approximation, peuvent offrir sur cette question.

Il s'arrête très-peu sur les méthodes employées d'abord pour la solution du Problème des trois corps. Elles sont moins générales, & d'ailleurs les hommes illustres à qui nous les devons, en ont fait des applications trop nombreuses & trop étendues, pour avoir laissé rien à faire après eux. On discute principalement ici trois méthodes générales moins connues, l'une est de M. d'Alembert qui n'a fait que l'indiquer dans le *Tome IV* de ses *Opuscules*; l'autre est de M. de la Grange qui l'a appliquée à la Théorie de Jupiter & de Saturne, dans le *Tome III* des *Mémoires* de l'Académie de Turin. La troisième est de l'auteur lui-même. Ce n'est pas qu'il ait eu la prétention de se comparer aux Géomètres illustres dont on vient de parler; mais en examinant toutes les méthodes connues, & en trouvant que dans toutes il y a les mêmes difficultés de s'assurer de l'existence d'une équation séculaire, ou de la bonté de l'approximation pour un temps indéfini, il a voulu prouver que ces difficultés n'étoient pas un défaut des méthodes particulières, mais une suite nécessaire de la nature des questions proposées & des solutions approchées.

Il trouve en effet, que dans une infinité de cas, quelque méthode qu'on prenne, on peut faire disparaître ou faire paroître à volonté la quantité qui augmente continuellement, en ne faisant dans la forme des équations du Problème, que des changemens

qui ne détruisent pas les premières suppositions ; que la seule manière de distinguer entre les deux formes , celle qui représente la vraie valeur , est de voir si l'une des deux est telle que les coefficients forment une suite convergente à l'infini , ce dont il est souvent , pour ainsi dire , impossible de s'assurer. Pour former cette suite de coefficients de manière à pouvoir juger de la convergence , il auroit fallu être sûr qu'en négligeant les puissances des différentielles de la quantité supposée très-petite , on ne négligeoit que des quantités aussi très-petites ; & l'on savoit au contraire que les différences pouvoient être très-grandes , quoique la quantité dont on cherchoit la valeur , fût très-petite. Heureusement qu'on peut trouver en séries , des intégrales qui ne contiennent que des différences finies de la quantité dont on cherche la valeur. Or il est évident que tant que cette quantité est très-petite , ces différences finies le sont aussi *. Enfin l'auteur montre comment on peut faire en sorte que la valeur cherchée , soit donnée par une série qui ne dépende que d'un nombre fini de termes , quelque loin qu'elle soit continuée , de manière que les autres termes ne soient plus que des produits & des puissances entières des premiers.

THÉOREMES SUR LES QUADRATURES.

L'OBJET principal de ce Mémoire est de rappeler aux fractions rationnelles , l'intégration des fonctions embarrassées de radicaux. L'auteur prouve que si on regarde le radical qui entre dans une de ces fonctions comme une nouvelle variable , & qu'on cherche une fonction de ces variables avec ces deux conditions ; 1.^o qu'elle soit une différentielle exacte ; 2.^o qu'elle soit égale à la fonction proposée , on pourra trouver toujours une fonction finie telle que le nombre des coefficients indéterminés surpasse celui des

V. les Mém.
p. 693.

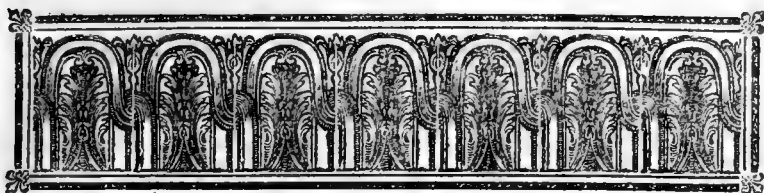
* L'auteur n'avoit fait qu'indiquer cette méthode qu'il a développée ailleurs. Quelques Géomètres ayant paru désirer qu'il l'exposât dans ce Volume , il a cru devoir déférer à leur avis , & on la trouvera à la fin de cette Histoire , Note 1.

équations qui doivent avoir lieu entre ces coefficients, pour remplir les deux conditions qu'exige la solution du Problème.

M. de Condorcet applique ensuite cette méthode des coefficients indéterminés à d'autres questions ; il trouve qu'en général toutes les fois qu'il sera question de faire disparaître des irrationalités, on pourra faire en sorte que le nombre des coefficients indéterminés, surpasse celui des équations, mais que cela n'aura point lieu en général, si l'on cherche, en regardant une transcendante comme une nouvelle variable, à changer en fonctions algébriques & finies les coefficients de l'équation différentielle où elle se trouve. De même, si l'on a une équation différentielle du premier ordre, & qu'on cherche le facteur qui la rend une différentielle exacte, en supposant ce facteur d'une forme convenable & d'un nombre indéfini de termes ; le nombre des équations entre les coefficients sera toujours plus grand que celui des coefficients indéterminés.

L'auteur se propose de publier la suite de ces Recherches dans les Mémoires de 1772.





MÉCANIQUE RATIONNELLE.

TRAITÉ D'HYDRODYNAMIQUE.

M. L'ABBÉ BOSSUT a présenté à l'Académie, un *Traité élémentaire d'Hydrodynamique* en deux volumes. Le succès mérité que cet Ouvrage a obtenu dans l'Europe entière, nous dispense d'en donner ici un extrait étendu, & nous nous bornons à quelques observations. On se tromperoit si l'on jugeoit cet Ouvrage d'après le titre modeste que l'auteur y a mis. Il renferme non-seulement les élémens de la science de l'équilibre & du mouvement des fluides, mais on y trouve le corps entier de cette Science, exposé d'une manière simple, courte & lumineuse. M. l'abbé Bossut n'a écarté que quelques Théories épineuses & profondes qui ne peuvent encore intéresser que de grands Géomètres. Parmi le grand nombre de Problèmes que l'auteur a embrassés dans son plan, plusieurs sont nouveaux, & d'autres sont résolus d'une manière nouvelle. On peut même regarder comme neuve presque à tous égards, la Théorie qu'il donne des Machines mues par l'action d'un fluide.

M. l'abbé Bossut a fait beaucoup d'expériences sur les fluides. Il n'en est pas de leur Théorie comme de celle des corps solides, où tout est réduit à des questions purement géométriques.

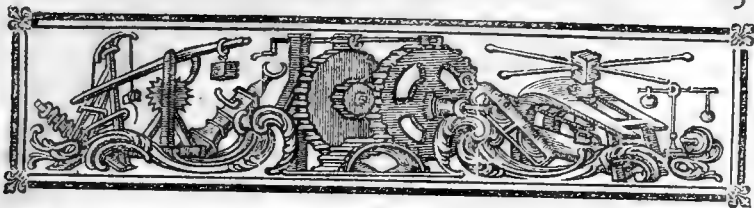
Si l'on examine les équations différentielles du mouvement des fluides, telles que M. d'Alembert les a déduites du seul principe de l'égalité de pression, ou celles que M. de la Grange a trouvées en supposant les fluides ou incompressibles, ou élastiques suivant une loi donnée; tantôt on trouvera des équations

différentielles , qui renferment une indéterminée indépendante des conditions du Problème , comme par exemple , la fonction qui exprime la force élastique des fluides , ou la cohésion de leurs parties ; & ces équations ne peuvent être intégrées sans que cette fonction soit déterminée : tantôt on aura les intégrales de ces équations , & ces intégrales renfermeront des fonctions arbitraires. Si au lieu de suivre cette marche savante , mais difficile , on en prend une plus simple , & qu'on calcule d'après quelque hypothèse plausible , telle , par exemple , que le parallélisme des tranches dans les vases qui se vident ; alors on aura des équations déterminées. Mais quelle doit être la valeur de ces fonctions ou indéterminées ou arbitraires ? Les hypothèses qu'on a choisies sont-elles d'accord avec la Nature ? C'est de l'expérience seule que l'on peut attendre la solution de ces questions. Or les expériences sont toujours faites chacune sur des quantités déterminées , & pour des temps & des espaces finis , tandis que les valeurs que nous cherchons doivent être sous une forme indéterminée , ou que même nous ne connoissons que le rapport de leurs élémens.

Il n'y a donc qu'un Géomètre , & un Géomètre bien exercé à la Théorie & au Calcul , qui puisse donner aux expériences la forme qu'elles doivent avoir pour être comparables avec la Théorie ; pour qu'on puisse les employer à rectifier les hypothèses , ou à trouver une Théorie conforme à la Nature. Il n'y a qu'un Géomètre qui puisse savoir , soit quelle précision peut produire dans la Théorie , une expérience dont le degré d'exactitude est donné ; soit réciproquement avec quelle précision les expériences doivent être faites , pour qu'on puisse les employer à fonder une Théorie ou à la vérifier.

Des expériences faites par un Géomètre tel que M. l'abbé Bossut , doivent donc être bien précieuses , tant pour les Mathématiciens qui voudront approfondir la Théorie des fluides , que pour les Mécaniciens qui s'occupent d'Hydraulique. C'est dans cette Science sur-tout que la pratique a besoin que la Théorie la dirige. Tout ce qu'il y a , & même dans l'Hydraulique-pratique , de règles sûres & utiles , elle les doit aux Géomètres & aux Physiciens.





MÉCANIQUE - PRATIQUE.

SUR LES POMPES À FEU.

ON fait avec quel zèle feu M. de Parcieux a suivi le projet de V. les Mém. fournir à la ville de Paris, une eau claire, saine & abondante; P. 17. la petite rivière d'Yvette conduite jusqu'à Paris, peut y amener plus de deux mille pouces d'eau. M. de Parcieux avoit prévu toutes les difficultés de ce projet & les avoit levées; il n'y avoit plus qu'une révolution dans le globe qui, en tarissant la source de l'Yvette, pût enlever à M. de Parcieux la gloire d'être éternellement le bienfaiteur de son pays.

Il restoit une seule objection contre son projet, celle de la dépense qui étant prise sur les fonds publics, auroit été par conséquent levée sur le peuple: & les Magistrats savent que dans de tels établissemens, c'est le bien-être du peuple & non la commodité des gens riches qu'il faut considérer.

M. d'Auxiron a proposé le projet d'établir des pompes à feu; comme moins dispendieux que celui de M. de Parcieux. M. Lavoisier examine ici cette question, & après avoir pris les suppositions les plus favorables aux pompes à feu, il trouve que si cet établissement est moins coûteux que le projet de M. de Parcieux, il demande un entretien annuel très-considérable, & que si on joint à la dépense de la construction des pompes, le capital de leur entretien annuel, cette somme surpasse celle que demandoit M. de Parcieux. M. Lavoisier a fait ses calculs d'après trois pompes à feu, situées dans différens pays, & construites dans des proportions différentes, & toutes trois lui donnent le

même résultat. Un autre inconvénient des pompes à feu , c'est la consommation perpétuelle d'une quantité énorme de charbon de terre ; on ne peut ni le faire venir en tous temps par les rivières , ni le garder sur des bateaux où il se mouille , ni le conserver en tas où il se décompose. Ces inconvéniens qui ont quelquefois dérangé les travaux de la Verrerie de Sève , suspendroient souvent l'action des pompes à feu.

Il est intéressant de voir un Physicien qui s'est occupé avec succès des spéculations les plus grandes & les plus abstraites de la Chimie , consacrer ainsi son temps à l'examen du projet d'un autre , sans autre intérêt que celui d'être utile. Mais comment se fait-il que dans une Ville où tant de gens riches se ruinent pour se rendre ridicules , il ne se soit encore rencontré personne qui , en consacrant son superflu à l'exécution d'un projet si important pour le bien-être de ses concitoyens , ait cherché , par cet emploi de ses richesses , à se les faire pardonner & à en justifier la source ?

En calculant la dépense qu'exigeoit la consommation de charbon , M. Lavoisier a considéré le cas où le charbon seroit exempt de droits , & celui où il y seroit assujetti ; ces droits sont environ la moitié du prix réel de la denrée ; mais M. Lavoisier auroit pu se dispenser de calculer dans cette dernière hypothèse. Je n'examinerai point si , en exemptant de droits une consommation toute nouvelle & consacrée à un usage public , le Gouvernement n'auroit pas été dispensé même d'offrir des dédommagemens aux Fermiers de ces droits. Il eût suffi sans doute de leur proposer de consentir à cet affranchissement , comme à une condition sans laquelle cet établissement n'auroit pas lieu , & l'on ne devoit pas craindre de rencontrer des hommes assez vils pour oser balancer un moment.

SUR LES
MANIPULATIONS EN USAGE
DANS LES
PAPETERIES DE HOLLANDE.

ENTRE deux Nations voisines qui ont les mêmes manufactures, & qui fabriquent les mêmes matières par des moyens semblables, l'une acquiert & conserve sur l'autre une supériorité marquée, sans que les ouvriers même des manufactures qui ont cet avantage, sachent à quoi ils le doivent. Ceux qui connoissent les procédés de deux fabriques, aperçoivent bien entr'elles une foule de petites différences. Mais ces procédés sont l'ouvrage d'une routine aveugle; on ignore les motifs qui les ont fait adopter, & l'on ne fait à laquelle des ces pratiques, attribuer la supériorité d'une manufacture sur l'autre. Les épreuves nécessaires pour décider cette question, seroient trop dispendieuses & trop incertaines, il faut qu'un Physicien suive les opérations des manufactures, & sache démêler l'influence de chacune sur la perfection de l'ouvrage fabriqué.

V. les Mém.
P. 335.

M. Desmarest a soigneusement examiné les manufactures de papiers de Hollande. Il a démêlé dans leurs procédés, ce qui donnoit à ces papiers leur supériorité sur les nôtres, pour l'écriture & le dessin, ce qui rendoit les nôtres plus propres à l'usage de l'impression; & comment, en combinant ces procédés, on parviendroit à fabriquer dans nos manufactures, un papier égal ou même supérieur au papier de Hollande, & qu'on rendroit à volonté plus propre pour l'écriture ou pour l'impression. Ce travail de M. Desmarest a eu le succès le plus flatteur pour lui. M. Trudaine, convaincu de l'utilité des changemens proposés, les a introduits dans nos manufactures, & bientôt la France sera affranchie d'un tribut payé trop long-temps à l'industrie étrangère.

LES Arts qui ont été publiés en 1771, sont au nombre de trois.

L'art du Menuisier, troisième partie.

L'art de la Lingère.

L'art de préparer la colle.

M. Duhamel ne parle ici que des colles proprement dites ; c'est-à-dire, des matières mucilagineuses que l'on tire principalement du règne animal.

Celle de ces colles qui se préparent avec les extrémités des animaux, leurs peaux, leurs nerfs, & qu'on connoît sous le nom de *colle-forte*, *colle à bouche*, *colle de Flandre*, *colle de gant*, &c. sont trop communes pour s'y arrêter ici.

Il n'en est pas de même de la colle de poisson qu'on prépare en Russie, & dont la véritable origine étoit inconnue. M. Duhamel la donne telle qu'il la tient de M. Muller, Correspondant de l'Académie, & qui étoit alors Secrétaire de celle de Pétersbourg.

La colle de poisson se trouve toute formée dans l'Esturgeon, le Sterled, le Bélouga, &c. Elle est ou contenue dans leur vessie, ou attachée en masse à la peau de leur dos, & il n'y a qu'à en séparer, par des moyens mécaniques, le sang & les membranes qui y adhèrent.

Les gommes proprement dites, sont autant d'espèces de colles que les végétaux fournissent, & on en peut faire avec toutes les plantes qui contiennent une quantité abondante de mucilage. Mais en général les colles animales sont plus fortes. Peut-être cependant pourroit-on en tirer d'aussi fortes du blé, & des autres végétaux qui donnent cette espèce de substance, à qui ses propriétés singulières ont fait donner par quelques Chimistes, le nom de *substance véto-animale*.

M. DE REGEMORTE a fait présent à l'Académie, d'un Ouvrage intitulé : *Description des travaux & détails de la construction du pont de Moulins*.

Un pont de charpente & deux ponts de pierre, détruits en

moins de quarante ans, faisoient regarder comme impossible la construction d'un pont à Moulins. M. de Regemorte a surmonté toutes les difficultés que les crûes de l'Allier, & la nature du terrain sur lequel il coule sembloient rendre insurmontables. Il a fondé sur le sable un ouvrage d'une solidité inébranlable.

Les eaux de l'Allier trouvent un écoulement toujours libre sous cinq arches immenses & d'une étendue égale.

M. de Regemorte rend compte dans son ouvrage, de pratiques inconnues jusqu'ici, de machines nouvelles qu'il a été obligé d'employer. L'art de construire des ponts est devenu en France un Art nouveau; & ces ponts, supérieurs à tout ce que les Étrangers ont fait dans ce genre, moins gênans pour la Navigation, plus commodes pour les voyageurs que ceux des Anciens, éternels comme eux, seront à jamais des monumens de notre industrie, tandis que ceux qui nous restent des Romains n'attestent que leur puissance.

MACHINES ou INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE
EN M. DCCCLXXI.

I.

DEUX *Machines* pour diviser un Instrument quelconque, pourvu qu'on ait déjà une plate-forme ou une échelle bien divisée. Par M. Pattier, Horloger-Mécanicien.

Avec ces machines, un ouvrier ordinaire peut exécuter les divisions d'une manière plus exacte & plus sûre que ne le pourroient sans cela les meilleurs Artistes. Le Public n'a pas oublié cette manière ingénieuse de diviser les Instrumens que feu M. le Duc de Chaulnes a proposée il y a quelques années. La machine de M. Pattier rend l'invention de M. de Chaulnes d'une utilité plus générale, en donnant le moyen de faire partager à tant d'instrumens qu'on voudra, l'exactitude d'une échelle divisée par la nouvelle méthode.

II.

Un *nouveau Baromètre* portatif de M.^{rs} Bourbon & Périca. Cet instrument a l'avantage de ne pouvoir être brisé par le choc du mercure contre le haut du tube ; mais il est à craindre que ces Baromètres ne soient très-difficiles à purger d'air.

III.

Un *nouvel Étamage* où le sieur Chartier emploie un Étain préparé d'une manière particulière, & qui donne à l'étamage plus de solidité, sans le rendre plus nuisible à la santé.

IV.

Un *Lit mécanique*. Ce lit est destiné à épargner aux malades les douleurs que les secousses leur font éprouver lorsqu'on est obligé de les remuer. M. Garat maître Menuisier, avoit le malheur d'être témoin des souffrances de sa femme ; il s'est occupé des moyens de la soulager, & l'ouvrage qu'il présente est le fruit de sa sensibilité. La Mécanique en est plus simple, & cependant elle exécute plus de mouvemens qu'un autre lit mécanique présenté par M. Hanot en 1741 ; mais ce nouveau lit est susceptible encore d'être perfectionné, & l'Académie qui a cru devoir encourager l'auteur en louant son invention, n'a pas cru pouvoir porter un jugement décisif, jusqu'à ce qu'elle ait vu ce lit exécuté en grand, & employé à l'usage de quelque malade.

V.

Un *Fourneau économique*, où un seul foyer peut échauffer plusieurs chaudières remplies d'eau ; par M. Domicetti, Médecin Vénitien. Ces chaudières sont disposées de manière qu'on peut les employer, soit à donner à un malade un bain de vapeurs, soit à faire cuire à la fois un grand nombre d'alimens.

VI.

Un *Fusil* qui s'amorce promptement au moyen d'un réservoir de poudre placé dans la batterie. Par ce moyen on peut amorcer pendant la pluie ; on évite le danger auquel on s'expose en

amorçant à la manière ordinaire, si le bassinet contient encore quelqu'étincelle. Ainsi ces batteries peuvent être utiles aux chafseurs, leur mécanique est ingénieuse. M. Delaunay, Arquebusier, qui en est l'inventeur, les exécute très-bien, & elles n'ont d'autres désavantages sur les batteries ordinaires, que ceux qui résultent nécessairement d'une plus grande complication.

VII.

Des *Crayons*, par M. de la Fosse; ces crayons sont d'une seule pièce, d'une bonté égale dans toute leur longueur. L'auteur les peut rendre plus ou moins durs à son choix; & sous tous ces rapports ils paroissent supérieurs aux crayons d'Angleterre.

VIII.

M. de la Nux a envoyé à l'Académie la *Description de ruches* d'une forme inconnue en Europe. Ce sont des cylindres creux, dont l'axe est placé horizontalement. Cette construction est due aux habitans de Madagascar, & ils ont porté cet usage dans l'île de Bourbon. On sait qu'elle n'est cultivée que par des esclaves de Madagascar, enlevés à leurs familles par la trahison & la violence, vendus comme une vile marchandise, & traités avec une barbarie qui révolteroit en Europe, si on la voyoit exercer contre des bêtes de somme.

M. de la Nux construit ces ruches cylindriques en paille avec deux fonds mobiles, & qui peuvent glisser dans ce cylindre. L'un de ces fonds est fermé; l'autre a les ouvertures nécessaires pour le passage des mouches. Ces ruches ont quelques avantages sur les nôtres; on peut avec plus de facilité les visiter & les soigner, changer les abeilles de vaisseau, détacher les gâteaux de cire, & replacer le couvain dans de nouvelles ruches. Enfin on ménage la place en empilant les ruches comme les tonneaux.

IX.

M. Mellawitz présenta en 1756 à l'Académie, différentes *Pièces argentées* par une méthode nouvelle. L'Académie nomma pour l'examiner, M.^{rs} de Montigny & Laffone. L'auteur leur

communica son procédé, mais il exigea le secret. Sur leur rapport, & d'après leur jugement, l'Académie approuva cette méthode. M. Mellawitz est mort depuis sans avoir obtenu de privilège; & personne ne réclamant son secret, ce secret n'étant d'ailleurs qu'un procédé, connu des anciens Alchimistes, qui le donnèrent pour un moyen de convertir le cuivre en argent, proposé par Glauber, pratiqué en Allemagne, & décrit par Juncker * auxquels M. Mellawitz n'avoit ajouté que quelques détails de manipulation, l'Académie a cru qu'il seroit utile de publier le détail des procédés de M. Mellawitz, & leur comparaison avec ceux de l'argenture ordinaire. Voici ces détails tels que les Commissaires les ont présentés à l'Académie, & ce sont eux qui vont parler.

« Pour mieux faire connoître la différence & les avantages
 » de cette nouvelle argenture, nous la comparerons avec l'argenture ordinaire, comme nous le fîmes dans notre premier rapport;
 » & nous renverrons à la fin de cet exposé, dans des articles
 » rapprochés, l'état exact des matières requises, leurs préparations,
 » leurs proportions respectives & leurs mélanges. C'est ce qui
 » constitue essentiellement le secret du S.^r Mellawitz. Nous croyons
 » qu'il sera plus utile de réunir ainsi ces mêmes objets sous un
 » seul point de vue, que de les disperser en décrivant les différens
 » détails du manuel.

» 1.^o L'argenture ordinaire exige avant l'application des feuilles
 » d'argent, que les pièces de cuivre soient *recuites*; c'est-à-dire,
 » rougies au feu, & plongées ensuite dans l'eau de chaux seconde.
 » On les y laisse séjourner quelques minutes.

» 2.^o Il faut *poncer*, c'est-à-dire, frotter avec la pierre-ponce,
 » les pièces recuites pour les éclaircir.

» 3.^o Il faut faire *réchauffer* la pièce éclaircie, & la replonger
 » dans l'eau seconde.

» 4.^o Si l'on veut que l'argenture soit plus solide & plus durable, il y a encore une préparation qui consiste à *hacher* les pièces;

* Éléments de Chimie de Juncker, 1757; traduits par M. Machy, *Tome III.*

c'est-à-dire, à y pratiquer en tout sens une infinité de traits avec la pointe d'un couteau d'acier destiné à former ces hachures.

5.° Il faut remettre au feu la pièce hachée pour la *bleuir*; c'est-à-dire, pour changer en bleu la surface qui étoit auparavant d'une belle couleur jaune.

Tout cela est nécessaire pour disposer le métal à recevoir & à retenir fortement les feuilles d'argent.

6.° Il faut assujettir les pièces ainsi préparées, sur des mandrins qui sont des tiges ou des chassis de fer, dont la forme varie comme celle des pièces.

On procède ensuite à l'opération qui est proprement celle de l'argenture.

7.° On *charge*, c'est-à-dire, on applique à diverses reprises, les feuilles d'argent sur la pièce de cuivre préparée & disposée. Ensuite on les *ravale*, c'est-à-dire, qu'avec un brunissoir d'acier bien poli on presse en frottant. L'application exacte des feuilles d'argent, exige que le métal soit entretenu toujours chaud.

8.° La première charge étant ainsi faite, on réchauffe la pièce, & l'on procède à une autre charge. On égalise toujours les feuilles d'argent, en favorisant leur adhérence avec les brunissoirs; on continue de même jusqu'à ce que l'on ait plus ou moins chargé; selon que l'on veut faire une argenture plus ou moins durable, ou plus ou moins belle.

Pour la nouvelle argenture, on procède bien différemment. Les opérations préliminaires dont nous avons parlé, ne sont pas nécessaires. On commence tout de suite par la charge des pièces, & voici l'ordre du manuel.

On humecte d'abord la surface du métal bien polie & bien nette avec un pinceau trempé dans l'eau commune, qui tient un peu de sel marin en dissolution.

On tamise doucement & également sur le métal ainsi humecté, la poudre préparée du n.° 1, qui y adhère & y forme une couche.

La pièce ainsi chargée est mise au milieu des charbons bien embrasés; on l'y laisse jusqu'à ce qu'elle soit rouge de feu: ce qui arrive promptement.

» On la retire avec des pinces, & on la plonge peu-à-peu dans
 » l'eau bouillante simple, ou qui tient en dissolution une petite
 » quantité de sel marin & de tartre blanc.

» Ensuite on la *grateboffe*, en la tenant plongée dans l'eau froide;
 » c'est-à-dire qu'on la frotte avec un instrument de laiton, fait en
 » forme de brosse à nétoyer les peignes, pour enlever de la surface
 » une légère couche d'impuretés, qui font une espèce de scorie
 » produite par la poudre dont on a chargé la pièce.

» Cette première opération est la plus essentielle, parce qu'ici
 » l'argent mis en fusion, pénètre la pièce chargée, fait corps avec
 » elle, & dispose aux opérations suivantes. Le métal ainsi pénétré
 » par cette première couche, paroît déjà argenté.

» On procède ensuite à une nouvelle charge, avec une pâte
 » que l'on étend également sur la surface de la pièce avec un
 » pinceau.

» On remet cette pièce au feu, jusqu'à ce qu'elle ait pris une
 » couleur rouge de cerises.

» On la retire avec les pinces, & on la replonge peu-à-peu
 » dans l'eau bouillante.

» On la gratteboffe dans l'eau froide.

» On l'essuie, & on la frotte avec la poudre de tartre blanc.

» On continue de même jusqu'à ce que l'on ait chargé quatre
 » ou cinq fois, sans compter la première. Alors la pièce est suffi-
 » samment argentée; en cet état elle a l'ocil de l'argent mat.

» Le ciseau avec lequel on peut sans crainte rechercher les
 » ornemens, & ensuite le brunissoir, achèvent de donner à l'ou-
 » vrage le brillant & le poli, que peuvent avoir les pièces même
 » d'argent.

» Nous avons fait casser des pièces ainsi argentées; nous en
 » avons fait limer d'autres, & nous avons remarqué que l'argent
 » employé aux différentes charges, a pénétré le cuivre, & a fait
 » corps avec lui: de sorte que la solidité de cette nouvelle argen-
 » ture surpasse infiniment celle de l'argenteure ordinaire en feuilles.

» Si l'usure détruit celle-ci, on fait que pour le réparer, il faut
 » désargenter la pièce entièrement, en la mettant au feu, & en la
 » plongeant ensuite dans l'eau seconde.

Après

Après quoi, pour réargenter on recommence les mêmes opérations que nous avons déjà décrites.

L'usure des pièces argentées par la nouvelle méthode, se répare simplement, commodément & en très-peu de temps. Il ne s'agit que de faire une nouvelle charge sur l'endroit gâté. Il n'en coûte pas plus de temps de charger la pièce entière. On l'expose à l'action du feu, comme nous l'avons dit : alors elle est au moins aussi belle qu'auparavant.

Si ces pièces argentées ont été ternies ou noircies par des vapeurs qui ont cette propriété ; le fussent-elles par la vapeur même du soufre, une nouvelle charge les rétablit dans toute leur beauté.

Enfin, cette nouvelle argenture peut se pratiquer avec la même facilité sur les pièces de métal les plus minces, destinées à un grand nombre d'ornemens. L'argenture ordinaire ne sauroit avoir lieu que difficilement sur ces plaques minces, sur-tout quand elles sont relevées en bosse.

Nous avons constaté tous ces faits en argentant nous-mêmes des bossettes, des boucles de harnois, des chandeliers, des plaques minces chargées d'ornemens ; & nous avons bien réussi dans ces opérations, en nous conformant à tout ce que nous venons d'exposer.

Voici maintenant les articles les plus essentiels, d'où dépend tout le secret.

N.º I.

Composition de la poudre pour la première charge.

Ayant fait dissoudre l'argent dans l'eau-forte, précipitez cet argent, en tenant plongées dans la dissolution des lames de cuivre.

Prenez de cet argent précipité & bien séché, *une partie.*

De lune cornée, lavée & bien séchée, *une partie.*

De borax purifié bien calciné & réduit en poudre fine, *deux parties.*

Mélez le tout exactement dans un mortier de verre, en triturant pour faire une poudre fine, qui sera passée au tamis.

Composition de la pâte pour la seconde charge.

- » Prenez de la poudre composée & préparée pour la première
» charge, *une partie.*
» De sel ammoniac purifié en poudre fine, *une partie.*
» De sel de verre pur en poudre fine, *une partie.*
» De sel gemme pur en poudre fine, *une partie*
» De vitriol martial pur en poudre fine, *une partie.*
» Mêlez le tout exactement, en triturant d'abord dans un mortier
» de verre; ensuite sur le porphyre. Humectez peu-à-peu cette poudre
» avec de l'eau distillée simple, ou très-légèrement gommée, jusqu'à
» ce qu'il en résulte une espèce de pâte, que l'on puisse saisir &
» étendre avec un pinceau.
- » Ce sont-là les matières, leurs préparations, leurs proportions
» respectives, & leurs mélanges tels que nous les tenons du sieur
» Mellawitz, & tels que nous les avons nous-mêmes employés.
» Nous convenons que tout ceci examiné rigoureusement, &
» d'après les règles de la Chimie, seroit susceptible de quelque
» critique, sur-tout par rapport à certains ingrédients, & à leurs
» mélanges; & que l'on pourroit peut-être réformer, abréger même
» ce procédé avec avantage. Mais en nous bornant ici à faire cette
» remarque, nous nous sommes crus obligés de communiquer en
» entier & sans nuls changemens, les procédés du sieur Mellawitz;
» que nous avons suivis nous-mêmes avec succès. Les Artistes
» intéressés à ce genre de travail, pourront facilement essayer de
» les réformer ou de les perfectionner.»





ASTRONOMIE.

SUR LES

ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

M. DU SÉJOUR continue dans ce Mémoire, l'application de ses formules analytiques à différentes questions d'Astronomie. V. les Mém. p. 97.

Ces formules le conduisent, comme nous l'avons déjà dit, à des équations entre les erreurs très-petites qu'on doit supposer, soit dans les observations, soit dans la détermination des élémens. Ainsi il se trouve également à portée de corriger ces observations par des déterminations d'élémens plus précises & connues d'ailleurs, ou de corriger les Élémens par des observations exactes.

C'est ainsi que dans ce Mémoire il prouve que la détermination de la plus grande phase de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, a dû être un peu antérieure à celle que M. Short a observée; ce qui est d'ailleurs très-vraisemblable, puisque M. Short, marquant la plus grande phase au moment où il a vu décroître l'Éclipse, n'a observé qu'un temps nécessairement un peu postérieur à la plus grande phase réelle.

Un autre avantage de la méthode de M. du Séjour, c'est de pouvoir, l'erreur possible d'une observation étant déterminée, connoître quels élémens elle peut donner avec une exactitude suffisante. On voit que cela dépend des coefficients de l'équation qu'on a entre l'erreur de l'observation & celle de cet élément.

M. du Séjour trouve, par exemple, que si la grande phase d'une Éclipse est donnée par l'observation, l'erreur que l'observateur a

pu commettre influera sur la détermination de la longitude du lieu d'une quantité dix fois plus grande que celle dont elle influe sur la latitude de la Lune.

Ce Mémoire contient une remarque importante sur les mouvemens horaires des Tables de la Lune, de M.^{rs} Mayer & Clairaut. M. du Séjour a trouvé que les mouvemens horaires déduits des lieux de la Lune, diffèrent de ceux qu'on déduit des Tables de ces mouvemens; que cette différence est beaucoup plus grande dans M. Clairaut; que même les mouvemens horaires calculés d'après les lieux de la Lune que donnent les Tables de M. Clairaut, s'accordent plus avec les mouvemens de M. Mayer qu'avec ceux de ses propres Tables. M. du Séjour explique toutes ces contradictions qui auroient pu faire naître des doutes sur la bonté de ces Tables si célèbres, & il propose pour la table des mouvemens horaires de M. Clairaut, une petite correction au moyen de laquelle il croit que l'on pourra les employer aussi sûrement que celles de M. Mayer.

M. du Séjour donne à la fin de ce Mémoire une table de la longitude des lieux où les éclipses de Soleil de 1764 & 1769, ont été observées. Ces longitudes y sont déduites des observations par la méthode analytique de l'auteur.

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

V. les Mém.
P. 417.

L'OBJET de ce Mémoire est de prouver que l'attraction des Planètes, ne trouble point, d'une manière sensible, l'orbite de Mercure. M. de la Lande s'en est assuré en calculant séparément l'effet de l'attraction de Mars & de celle de Jupiter. Il trouve que l'effet de chacune en particulier, peut être regardé comme nul; d'où il conclut que leur effet combiné peut l'être aussi. Cette conclusion est légitime ici, mais il n'est pas vrai en général que l'on puisse toujours juger de l'effet total de plusieurs forces perturbatrices, par celui que chacune produiroit si elle étoit seule.

SUR LES

INÉGALITÉS DES SATELLITES DE JUPITER.

LE moment où l'on voit disparaître un astre qui s'éclipse, précède nécessairement l'instant de son immersion totale, puisque l'astre disparoît aussi-tôt que le segment éclairé cesse d'être visible. La grandeur de ce segment est donc variable ; elle dépend de plus ou moins de lumière de l'astre, de la force des lunettes, de la bonté de la vue de l'Observateur, de la hauteur de l'astre sur l'horizon ; enfin, s'il est question des satellites de Jupiter, comme l'intensité de la lumière de cette planète diminue l'intensité de celle du satellite, la grandeur du segment qui disparoît dépend encore de la distance du satellite au bord de Jupiter. On voit aisément que les mêmes causes qui avancent le moment de l'immersion apparente retardent celui de l'émergence.

V. les Mém.
p. 480.

M. de Fouchy avoit expliqué par ce principe, pourquoi l'immersion totale des satellites paroissoit arriver un peu trop tôt, & en supposant que la grandeur du segment, au moment où il cesse d'être visible, ne dépend que de la quantité de lumière que le satellite envoie à l'œil de l'observateur, il trouvoit que le segment devoit croître comme le produit du carré de la distance du satellite au Soleil, par le carré de la distance du satellite à l'observateur. Pour dresser une Table d'après ce principe, il falloit connoître pour un point donné, la quantité réelle dont cette cause avançoit le moment de l'immersion.

Pour cela, M. de Fouchy imagina d'observer une éclipse d'un satellite avec deux lunettes d'une force égale, mais dont l'une fût couverte d'un diaphragme, en sorte que les quantités de lumière reçues dans les deux lunettes eussent entr'elles le même rapport que la lumière du satellite au point où il est le plus éclairé, à la lumière du même satellite au point où il l'est le moins.

Voilà où M. Bailly a trouvé cette théorie. Il se propose ici de la perfectionner, en ne négligeant aucune des causes qui font varier le moment de l'immersion apparente ; en sorte que quelle que soit la hauteur de l'astre éclipsé, la distance du Soleil

ou de la Terre, la forme de l'instrument, ou celle de la vue de l'Observateur, il puisse conclure l'instant de l'immersion réelle, celui de l'immersion apparente étant connu.

M. Bailly a employé pour ses observations, une lunette qu'il couvroit à volonté de diaphragmes de différentes grandeurs; il mesuroit à quel degré de lumière le satellite cessoit d'être visible; & il en déduisoit la grandeur du segment qui auroit été invisible avec la lunette dans les mêmes circonstances.

Le changement que produit la différente élévation de l'astre sur l'horizon, & qui dépend de la dégradation de la lumière, a paru dans les observations de M. Bailly, être d'accord avec les Tables de M. Bouguer; ainsi à l'aide de cette Table & de la loi selon laquelle la lumière du satellite augmente ou diminue, lorsqu'on aura une fois observé avec une lunette quelconque, le point de lumière où le satellite dispaçoit, on pourra en déduire la grandeur du segment qui dispaçoit pour le même Observateur & pour la même lunette dans toutes les positions de l'astre.

J'ai déjà dit que la grandeur du segment qui dispaçoit, dépendoit de la distance du satellite au bord de Jupiter; mais la loi que suit alors la grandeur du segment est absolument inconnue: M. Bailly l'a déterminée par l'observation. Comme la distance du satellite au bord de Jupiter n'est jamais fort grande, M. Bailly a supposé avec raison qu'une équation du premier degré entre cette distance & la grandeur du segment que cette cause faisoit dispaître, représenteroit suffisamment bien la loi cherchée; il a déterminé les deux coëfficiens de cette équation d'après deux observations choisies, il a dressé une Table d'après cette équation, ensuite il l'a comparée avec les observations, & il a trouvé qu'elle les représentoit avec une exactitude suffisante.

Il ne restoit plus pour compléter toute cette théorie, qu'à déterminer le diamètre des satellites. M. Bailly emploie pour cette recherche, une méthode fort ingénieuse; il détermine peu de temps avant l'éclipse, quel diaphragme fait dispaître le satellite. Ensuite il change de diaphragme & en prend un tel que le satellite soit à peine visible. Avec cette ouverture diminuée, il observe la disparition du satellite; ôtant le diaphragme avec l'ouverture entière,

il observe une seconde disparition. Le premier diaphragme comparé au second, donne le rapport du disque au segment invisible pour le temps de la première disparition : ce même diaphragme comparé à l'ouverture totale, donne le rapport du disque au segment pour le temps de la seconde disparition. Le temps écoulé entre ces deux phases, détermine une partie du diamètre, d'où il est facile de conclure le diamètre entier. M. Bailly n'a déterminé par cette méthode que le diamètre des trois premiers satellites; il n'avoit pu se procurer d'observations du quatrième.

On voit que le moyen employé par M. Bailly peut servir à déterminer le rapport des forces de deux différentes lunettes, ou d'une lunette & d'un télescope. Il suffit de savoir pour ces différentes lunettes, le rapport de l'ouverture du diaphragme qui fait disparaître le même satellite dans chacune, avec l'ouverture totale de la lunette. Si la force de la vue d'un Observateur étoit constamment la même dans tous les temps; si tous les Observateurs avoient une vue égale; si enfin les variations de l'atmosphère n'influoient pas sur l'effet des lunettes, la méthode de M. Bailly donneroit un moyen sûr de comparer entre elles des observations faites avec différentes lunettes, & par des Astronomes différents. On pourroit aussi, le lieu du satellite étant donné, & la force de la lunette connue, en déduire la grandeur du segment qui disparoit; mais comme on ne peut assujettir au calcul ces deux dernières causes, il faut avant chaque observation d'éclipse, déterminer quel diaphragme fait disparaître le satellite; par ce moyen on connoît, & la grandeur du segment qui disparoit, & la force de la lunette telle qu'elle est pour l'Observateur au moment de l'observation, en sorte que des observations faites avec cette précaution seront toujours comparables entr'elles.

Tel est le Mémoire, où par des recherches également ingénieuses & fines, M. Bailly fait connoître le moyen de donner aux observations des satellites, une exactitude que le degré de perfection de leur théorie a rendu nécessaire.

SUR LES NÉBULEUSES.

V. les Mém.
P. 435.

PLUSIEURS Astronomes célèbres ont observé les Nébuleuses; comme elles ont quelquefois la même apparence que les Comètes; & qu'au premier aspect on pourroit les confondre avec elles, M. Messier a cru devoir en dresser un catalogue. Ce travail ne pouvoit être entrepris que par un Observateur infatigable & très-exercé.

Les Nébuleuses sont des taches plus ou moins lumineuses, fixes; souvent d'un diamètre sensible; quelques-unes vues avec le télescope, ne sont plus qu'un amas d'étoiles très-voisines & très-petites; d'autres conservent leur apparence avec quelques instrumens qu'on les observe; mais l'analogie la plus forte indique que si on avoit des instrumens plus parfaits, on distingueroit comme dans les autres les Étoiles qui les forment.

M. Messier donne ici une description détaillée des nébuleuses, & détermine leur position & marque les Étoiles qui en sont les plus voisines.

En lisant les Mémoires de M. Messier, on ne peut s'empêcher de regretter qu'un Observateur si exact & si plein de zèle, n'ait pas été placé dans un climat plus heureux, ou sous un ciel plus pur, où il ne fût pas obligé d'attendre si souvent que l'intervalle des nuages lui découvre de loin en loin quelques points du Ciel. Les instrumens excellens qu'il a employés, lui ont été prêtés par un Amateur éclairé de l'Astronomie, que l'excès de sa modestie peut cacher aux yeux du public, mais qui n'a pu échapper à la juste estime des Savans.

Au catalogue des nébuleuses qu'il a observées, M. Messier a joint la Table des Nébuleuses que d'autres Astronomes ont décrites, & qu'il a cherchées vainement. Il est vraisemblable que ces prétendues Nébuleuses étoient des Comètes très-éloignées, & qui n'ont été visibles qu'aux instrumens, & dans une très-petite partie de leur orbite,

OBSERVATIONS DES COMÈTES DE 1764 ET 1769.

LA dernière de ces Comètes est la cinquante-neuvième dont l'orbite ait été calculée. V. les Mém. p. 423 & 506.

Ces Mémoires renferment un grand nombre d'Observations dont plusieurs sont très-voisines entre elles; ce qui les rend singulièrement propres à donner les premières valeurs approchées de l'orbite. M. Messier y a joint des Tables de l'ascension droite & de la déclinaison des Étoiles auxquelles il a comparé ces Comètes.

Les élémens de leurs orbites ont été calculés par M. Pingré, qui, pour la Comète de 1769, a comparé sa théorie aux observations: la plus grande différence est d'environ trois minutes & demie en longitude, & de six & demie en latitude.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DU 4 JUIN 1769.

M. MESSIER a remarqué des inégalités dans la courbe qui termine l'ombre de la Lune, & il en donne la figure dans une Carte de cette Éclipse. Il a observé aussi avec exactitude les immersions & les émerfions de plusieurs taches du Soleil. Page 12.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE

De la nuit du 28 au 29 Avril 1772.

CETTE observation est très-détaillée. M. Messier a remarqué pendant une partie de l'Éclipse, deux cônes lumineux opposés, ayant la Lune pour base commune, & perpendiculaires à l'horizon. Il en a fait graver la figure. Page 430.

OBSERVATION DU PASSAGE DE VÉNUS LE 3 JUIN 1769.

M. MESSIER n'a rien négligé de ce qui pouvoit contribuer à la précision d'une observation si importante. Mais il n'a pu voir que le second contact. V. les Mém. p. 501.

Hist. 1771.

L

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

V. les Mém.
p. 462.

CE Mémoire a pour but de compléter la suite des observations d'oppositions, que renferment nos Mémoires. M. de la Lande y a joint des observations de Mercure faites en Bavière, & elles prouvent la bonté des Tables de Mercure que M. de la Lande a calculées, & qu'on trouve dans son grand Traité d'Astronomie.

LATITUDE ET LONGITUDE DE PONOÏ.

Pages 241
& 244.

LES déterminations délicates que le passage de Vénus devoit donner, ne peuvent être certaines que lorsqu'on connoît avec beaucoup d'exactitude, la position des lieux des différentes observations. C'est dans cette vue que M. le Monnier a cherché à déterminer avec le plus grand soin, la Longitude de Ponoï, ville de Lapponie, où M. Mallet a observé le passage de Vénus. M. le Monnier emploie pour cela des observations de l'Éclipse du Soleil du 4 Juin 1769, faites par lui-même à Saint-Hubert, & à Ponoï par M. Mallet. La même Éclipse observée à Brest par M. de Verdun, a donné lieu à M. le Monnier, de déterminer les différences de longitude entre Brest & Paris; il l'a trouvée de 40 secondes plus occidentale que celle que M. du Séjour a déduite par sa méthode, des Éclipses du Soleil de 1764 & 1769, & que ces deux Éclipses lui ont donnée exactement la même.

SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

V. les Mém.
p. 96.

ON fait que cette obliquité a été observée par M. Richer en 1672, & environ soixante-dix ans après, par les Académiciens envoyés au Pérou: elle a été trouvée la même: savoir, $23^{\text{d}} 28' 39''$; on y a mesuré le double ou la distance des Tropiques.

SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL.

DANS ce Mémoire, M. de la Lande déduit la parallaxe du Soleil des observations des passages de Vénus, faites dans les lieux les plus éloignés & dans les circonstances les plus favorables: il les compare, les discute; & d'après leur résultat moyen, fixe la parallaxe équatoriale à $8'',62$, & la parallaxe sous le Pôle à $8'',58$, à raison de l'aplatissement de la Terre.

V. les Mém.
P. 776.

SUR DES OBSERVATIONS DE LATITUDE ET DE LONGITUDE,

Faites à la Côte d'Espagne.

M. DE BORI détermine, d'après des observations astronomiques, faites avec soin, la longitude & la latitude de plusieurs points de la Côte d'Espagne. La Navigation, la Géographie, &, ce qui nous intéresse plus directement, l'Astronomie peuvent retirer le plus grand fruit de ce travail. On sait combien des observations qui sont faites dans des lieux dont la position est connue, & que par conséquent on peut comparer entr'elles, sont utilement employées à perfectionner la théorie des mouvemens des corps célestes.

Page 518.

VOYAGE DE M. LE GENTIL.

M. LE GENTIL a été envoyé pour observer dans l'Inde, le passage de Vénus sur le Soleil en 1761. La prise de Pondichéri, & d'autres accidens que M. le Gentil n'a pu prévenir, l'ont empêché de faire cette observation & l'ont forcé à revenir à l'île de France. Il a cru sa gloire intéressée à n'avoir pas fait un voyage inutile. Il étoit en état de prouver qu'on n'avoit aucune négligence à lui reprocher, mais il ne vouloit pas qu'on pût même l'en soupçonner. Il résolut donc d'attendre le passage de

Lij

1769, & d'employer l'intervalle des deux passages à parcourir des pays où il étoit tant à desirer qu'un Astronome qui fût en même temps Naturaliste, pût faire des observations !

M. le Gentil vouloit faire à Manille, l'observation du passage de 1769. Des lettres qu'il reçut de France, le déterminèrent à revenir à Pondichéri : il eut lieu de s'en repentir. Un nuage l'empêcha de voir le Soleil pendant le passage, & les Astronomes qu'il avoit formés à Manille pendant son séjour, purent faire une observation complète. Ainsi, M. le Gentil, après dix ans de voyages pénibles, n'eut pas le plaisir de voir le phénomène qui en avoit été l'unique objet. Heureusement pour lui & pour les Sciences la quantité des recherches curieuses qu'il a eu occasion de faire, a été un dédommagement bien suffisant.

La détermination précise d'une foule de lieux importants pour la Navigation, & qu'on ne connoissoit que par une estime grossière ; l'histoire des vents de ces contrées, si utile aux Navigateurs & si intéressante pour les Savans ; l'examen des différentes méthodes de trouver les Longitudes en mer, & de faire sur un vaisseau les Observations astronomiques & celles de la boussole ; la comparaison des différentes routes qu'on peut prendre pour aller de l'île-de-France à la côte de Coromandel ; les productions des îles de l'Afrique & de l'Asie dans les trois règnes : telles sont les richesses que nous devons à ce voyage, auquel M. le Gentil a consacré la partie la plus précieuse de sa vie, & sacrifié peut-être sa santé. Dans ces climats si différens du sien, il a éprouvé des maladies longues & cruelles. Un coup de sang causé par la nature des alimens trop nourrissans de Madagascar, a produit sur lui un effet singulier. Il vit les objets doubles pendant quelque temps, & ne cessa de les voir ainsi qu'après avoir repris ses forces.

M. le Gentil a eu occasion de s'instruire dans l'Astronomie des Brames. Ses recherches en ce genre, ne feront pas la partie la moins curieuse, ni peut-être la moins utile de son voyage. Les Brames n'observent plus. Le calcul des Éclipses n'est pour eux qu'une observance religieuse, les élémens qu'ils emploient dans ces calculs, leur viennent d'une tradition dont ils ne connois-

sent plus l'origine. Ceux à qui ils les doivent, connoissoient la précession des équinoxes & la durée de l'année avec d'autant plus de précision, qu'il y a lieu de croire qu'une partie de la différence assez petite qui se trouve entre leurs déterminations & les nôtres, vient d'un changement réel dans le mouvement de la Terre, & dans celui de son axe. Mais ils avoient déterminé l'obliquité de l'écliptique à trois degrés près de ce qu'elle est actuellement, quoique cet élément fût bien plus facile à déterminer, & quoiqu'ils connussent la méthode de le faire avec précision. On ne peut concilier ces faits qu'en attribuant aux Brame une très-grande antiquité. Mais avant de se livrer à aucune conjecture sur cet objet, il faut attendre la publication du voyage de M. le Gentil, que l'extrait qu'il en donne dans ce volume, fait attendre avec bien de l'impatience. Ce n'est cependant pas pour exciter cette impatience qu'il a publié cet extrait, mais il s'est empressé de montrer à l'Académie & au Public, l'emploi qu'il avoit fait de son temps; & il faut convenir que peu de Savans peuvent se flatter d'avoir employé dix ans d'une manière plus utile pour les Sciences & pour leur pays. M. le Gentil a étendu plus loin ses services. L'Espagne lui doit une bonne Carte de l'île Manille; ce pays situé sous le plus beau ciel, où la Terre prodigue des productions de toutes espèces, & où il ne manque que des hommes. Les Philippines couvertes des plus beaux bois de construction, & qui offrent d'excellens ports, sont presque également désertes: aussi coûtent-elles à la Cour d'Espagne, beaucoup plus qu'elles ne lui rapportent. Le plus grand objet de cette dépense, est l'entretien des Couvens qui y sont en très-grand nombre; les habitans du pays prétendent que c'est à cette condition que le Pape a donné ces îles au Roi d'Espagne. M. le Gentil rapporte un fait très-intéressant pour les Naturalistes qui s'occupent de la théorie de la Terre; Don Antonio Ulloa, savant Espagnol, célèbre par la part qu'il a eue à la mesure d'un Degré du méridien, a montré à M. le Gentil des coquilles de l'espèce des peignes, ramassées sur les Cordelières, à deux mille deux cents toises de hauteur. M. le Gentil a trouvé dans les Gouverneurs des îles Espagnoles, dans les Colons, dans les Capitaines

de vaisseaux, le plus grand zèle à le seconder dans ses travaux & à lui procurer toutes les facilités. Ils n'ont pas même attendu les ordres de la Cour, & les recommandations des Ministres. Si on compare ce traitement avec celui qu'en 1739 les Académiciens éprouvèrent à Cuença, on verra que l'amour des Sciences & de la Philosophie qui est devenu si actif & si général depuis trente ans, a cependant fait faire quelques pas à l'espèce humaine.

ASTRONOMIE DE M. DE LA LANDE.

L'HISTOIRE de l'Académie a rendu compte de la première édition de ce Traité, le plus complet qui ait encore été publié sur l'Astronomie.

Cette nouvelle édition renferme des additions importantes. Telles sont les Tables de toutes les Planètes; des applications de la Théorie analytique de M. du Séjour; celle des courbes d'illuminations, des courbes de plus courte distance, & de l'inflexion des rayons solaires que l'on doit au même Géomètre; les élémens de soixante Comètes, dont on avoit calculé l'orbite au moment que cette nouvelle édition, a été donnée à l'impression.

Outre ces additions, il y en a un grand nombre d'autres répandues dans le cours du Livre, & qui tendent au but que l'auteur paroît s'être proposé, de ne rien laisser d'utile & de curieux sur l'Astronomie, qui ne soit pas renfermé dans son Ouvrage.

M. D'ANVILLE a présenté à l'Académie un ouvrage intitulé: *États formés en Europe, après la chute de l'Empire Romain.*

Cet Ouvrage renferme un tableau intéressant d'une des plus grandes époques de l'Histoire, où l'Europe, après avoir été longtemps opprimée par les Romains, & saccagée par les Barbares du Nord, vit enfin Rome elle-même tomber sous le joug de ces Barbares, l'Empire se partager entre eux, le despotisme d'un peuple sauvage, succéder à celui d'un peuple corrompu, & les constitutions libres & simples des peuplades de la Germanie,

que Tacite avoit proposées à ses compatriotes comme des modèles de sagesse, dégénérer dès qu'elles furent appliquées à des Nations puissantes, en une Anarchie dont treize siècles n'ont point encore réparé les désordres.

En nous éclairant sur les bornes physiques des différens États qui se formèrent après la chute de l'empire Romain, M. d'Anville nous met à portée de faire sur les causes de leur naissance & de leur chute, des conjectures mieux fondées.

DANS le nombre des Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les vingt-sept suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur la fausse Émeraude d'Auvergne : Par M. d'Antick.

Sur les Équations de *maximum* & de *minimum*, qui contiennent des différences partielles, & qui ont un double signe d'intégration : Par M. Monge.

Observations sur les Teintures rouges des Indes & d'Andrinople, considérées relativement aux Arts & aux moyens de la faire passer aux fils de lin & de chanvre : Par M. l'Abbé de Mazéas.

Sur une Éclipse de Soleil, visible en 1772, dont la limite australe a été vue dans la partie boréale de l'Europe : Par M. Duvaucel.

Sur les Ruches des Abeilles à l'île de Bourbon : Par M. de la Nux.

Plusieurs Expériences électriques : Par M. l'Abbé Musnier.

Sur la Vision, Par M. du Tour.

Observation & calcul de la Conjonction de Mars & de l'Étoile des Gémeaux : Par M. d'Antelmi.

Extrait d'un Voyage en Auvergne : Par M. de Varenne de Béhoft.

Observation de l'Éclipse de Lune, du 29 Avril 1771, faite à Rouen : Par M.^{rs} Bouin & Dulague.

Observations & Calculs de quelques Éclipses de Satellites de Jupiter: Par M. d'Antelmy.

Voyage souterrain, ou Description des grottes du bas Languedoc: Par M. Marcorelle.

Observations faites à Chaudes-aigues en Rouergue: Par M. l'abbé Marie.

Observations & Calcul de trois Éclipses de satellites de Jupiter, faites en Juin 1771: Par M. d'Antelmy.

Considérations optiques, *quatrième Mémoire*: Par M. du Tour.

Sur la fritte des Forges à feu: Par M. Grignon.

Sur l'Histoire naturelle du Crapaud: Par le même.

Sur l'Eau minérale sulfureuse de Montmorenci: Par M. Veillard.

Sur la Mine de fer de l'île d'Elbe: Par M. Tronçon.

Sur les Courbes à double courbure: Par M. de Tinseau.

Sur l'Intégration des différences partielles: Par M. Monge.

Sur l'Huile de colza & de navette: Par M. l'Abbé Rosier.

Observation & Calcul de l'opposition de Jupiter au Soleil; du 14 Juillet: Par M. d'Antelmy.

Sur l'extraction & le raffinage du Salpêtre: Par M. Tronçon.

Sur une nouvelle espèce de Mouche du genre des Tinipes: Par M. de la Tourette.

Sur des Os fossiles: Par le même.

Tables Nozologiques pour 1769 & 1770: Par M. Rasoux.

Observations Météorologiques, faites à Pékin pendant six années: Par le P. Amyot, rédigées par M. Messier.

LE Prix proposé pour l'année 1771, sur la meilleure manière de trouver l'heure en mer, & le Prix extraordinaire sur la manière de perfectionner les Verres propres à faire des Lunettes achromatiques, n'ont point été donnés cette année, & tous deux ont été remis à l'année 1773.





ÉLOGE DE M. DE MAIRAN.

JEAN-JACQUES D'ORTOUS, Écuyer, sieur DE MAIRAN, Secrétaire ordinaire de S. A. S M.^{gr} le Duc d'Orléans, l'un des quarante de l'Académie Françoisé, de la Société royale de Londres, de celles d'Édimbourg & d'Upsal, de l'Académie de Pétersbourg, de celle de l'Institut de Bologne, & ancien Secrétaire de cette Académie, naquit à Béziers en 1678, de François d'Ortous, Écuyer, sieur de Mairan, & de Magdeleine d'Ortous sa parente, qu'il avoit épousée.

A peine avoit-il atteint l'âge de quatre ans, qu'il eut le malheur de perdre son père, & resta sous la conduite de M.^{me} de Mairan sa mère, qui lui fit commencer ses premières études dans la maison paternelle. Il les y continua jusqu'en 1694 qu'elle mourut, laissant son fils âgé de seize ans, maître de lui-même; danger peut-être le plus grand auquel il ait jamais été exposé. Heureusement, l'amour de l'étude & les bons principes dont il avoit été imbu de bonne heure, avoient prévenu ce risque; & le premier emploi qu'il fit de sa liberté, fut de partir pour Toulouse, où il espéroit trouver plus de secours que dans sa patrie, pour continuer ses études. Bien d'autres à sa place auroient pu en faire un autre usage.

Il y resta environ trois ans, & nous ignorons les progrès qu'il fit dans ses études; mais nous ne pouvons douter qu'il ne les eût faites avec le plus grand succès, car il a lui-même raconté à un de ses amis, que dans un voyage qu'il fit à Paris en 1698; immédiatement après les avoir finies, on lui présenta chez le P. Malebranche, un Auteur grec qu'il expliqua à livre ouvert. Peu de ceux même qui sortent des collèges de la Capitale, avec la réputation de bons Humanistes, seroient en état d'en faire autant.

Son dessein n'étoit pas encore alors de s'établir à Paris; il n'y resta qu'environ quatre ans, pendant lesquels il fut en liaison avec

Hist. 1771.

M

les habiles gens qui ornoient alors cette Capitale, & ce fut vraisemblablement en leur compagnie qu'il prit le goût des Mathématiques & de la Physique, & qu'il se fit initier dans les mystères de ces Sciences.

Il retourna en 1702 dans sa patrie, où il continua le même genre de vie. L'amour des Sciences qui l'avoit préservé des dangers de la Capitale, lui fit éviter ceux de la Province. Il étoit lié avec la jeune Noblesse, mais il évitoit toutes leurs parties, & le temps que les bien-séances indispensables lui laissoient libre, étoit sévèrement réservé pour ses études favorites, jusque-là que M. l'Évêque de Béziers lui ayant fait accepter sa table où il mangeoit tous les jours, il continua de se retirer régulièrement à cinq heures pour reprendre son travail. C'étoit dans cette espèce de solitude qu'il puisoit toutes les connoissances dont il avoit besoin, qu'il cultivoit les talens qu'il avoit reçus de la Nature, & qu'il jetoit, pour ainsi dire, les fondemens des beaux Ouvrages qu'il a donnés depuis, & qui ont consacré son nom à l'Immortalité.

Après avoir passé près de douze années dans ces occupations, il étoit bien temps qu'il commençât à se faire connoître pour ce qu'il étoit; l'année 1714, lui en fournit une occasion favorable. L'Académie Royale des Sciences de Bordeaux proposa, pour sujet du Prix qu'elle distribue tous les ans, l'explication des variations du Baromètre. M. de Mairan concourut, & sa pièce fut couronnée en 1715. Il obtint celui de 1716, sur la Glace, & celui de 1717, sur les Phosphores & les Noctiluques. Ces trois triomphes successifs déterminèrent l'Académie de Bordeaux à le prier de ne plus concourir; mais ce ne fut qu'en le mettant au nombre de ces mêmes Académiciens qui l'avoient déjà trois fois couronné. Cet honneur & la façon dont il lui fut déferé, valaient bien une quatrième couronne. Les deux premières de ces Pièces furent réimprimées à Béziers, tant l'édition en fut enlevée promptement; & celle sur la Glace, a depuis été encore imprimée à Paris en 1749, comme nous aurons bientôt occasion de le dire.

Ce fut de cette brillante manière que M. de Mairan prit, pour ainsi dire, congé de sa patrie. Il pensoit dès-lors à venir s'établir dans la Capitale, & pendant le cours des mêmes années

1715, 1716 & 1717, il avoit envoyé à l'Académie quelques Mémoires-qui y avoient établi avantageusement sa réputation.

Le premier de ces Mémoires avoit pour but la solution du problème de la Roue d'Aristote: problème qui, depuis ce grand Philosophe jusqu'alors, avoit exercé la sagacité des Philosophes & des Mathématiciens.

Qu'on imagine une grande roue de six pieds de diamètre, sur laquelle soit attachée fixement une autre roue plus petite, comme, par exemple, de trois pieds, concentrique à la grande; il est clair que si on place la grande roue sur le terrain, & qu'on établisse à trois pieds de hauteur une planche parallèle à ce terrain, il arrivera nécessairement qu'en faisant rouler la grande roue avec la petite qui y est attachée, la circonférence de la grande roue appliquera successivement tous ses points sur le terrain, & celle de la petite sur la planche, & que le chemin qu'a parcouru le centre commun, sera précisément égal à la circonférence de la grande roue. Mais comment concevoir que la circonférence de la petite roue qui s'est aussi développée sur la planche, & qui est de moitié plus petite, y ait cependant parcouru autant de chemin que celle de la grande en a parcouru sur le terrain? Les opinions avoient extrêmement varié sur l'explication de ce phénomène. On voyoit bien qu'il falloit que la petite roue eût eu un autre mouvement que le roulement; mais ce mouvement ne paroissoit point. M. de Mairan fit voir évidemment que le mouvement de glissement de la petite roue ne devoit point effectivement paroître, parce qu'il étoit mêlé, s'il m'est permis de parler ainsi, avec le roulement *per intima*, & qu'il l'affectoit à chaque instant infiniment petit.

Les deux autres Mémoires contenoient deux observations d'Histoire Naturelle. L'un étoit sur un abaissement subit des eaux de la rivière d'Érault près Agde, qu'il soupçonnoit être l'effet d'un tremblement de terre en cet endroit; & l'autre avoit pour objet une corne de bœuf tirée de terre avec une grande quantité de racines, comme si elle avoit végété. M. de Mairan fit voir que ces prétendues racines étoient les coques de quelques insectes souterrains qui s'étoient attachés à la corne pour se métamorphoser.

Il falloit être bien familier avec cette partie de l'Histoire Naturelle; pour les reconnoître en cet état.

Ces Mémoires envoyés à l'Académie, & ses trois triomphes consécutifs de Bordeaux, avoient fait connoître avantageusement son nom, & inspiré à l'Académie, le desir de se l'acquérir. L'occasion s'en présenta en 1718, presque aussi-tôt après son arrivée à Paris, & il y obtint, le 24 Décembre de cette même année, la place d'Associé-Géomètre, vacante par la mort de M. Guisnée, sans avoir auparavant passé par le grade d'Adjoint; preuve bien évidente de l'estime que l'Académie avoit conçue pour lui.

Il en reçut, peu de mois après, une nouvelle marque. M. Rolle, accablé d'années & d'infirmités, demanda sa retraite & l'obtint. M. de Mairan qui comptoit pour lors à peine sept mois de réception, fut préféré à tous ses rivaux, & choisi pour le remplacer le 8 Juillet 1718. L'Académie crut qu'une très-grande capacité pouvoit bien compenser la brièveté du temps pendant lequel il avoit été à portée d'en faire usage.

Dès l'année suivante, il commença à donner les principes de sa belle théorie sur la cause du chaud & du froid; théorie qu'il continua en 1721, & à laquelle il n'a donné la dernière main qu'en 1765; car c'étoit une des propriétés de son vaste génie, que de saisir d'un seul coup-d'œil toute l'étendue d'un objet; de former, s'il m'est permis d'employer ce terme, d'un seul jet, tout le plan de son ouvrage & d'en travailler ensuite les parties à loisir, de manière qu'étant rassemblées, elles formassent un tout régulier: nous aurons occasion d'en citer plus d'un exemple dans le cours de cet Éloge.

Il semble, au premier aspect, que cette question ne soit pas une question. La cause de cette variation de température semble s'offrir d'elle-même dans la plus grande & la moindre hauteur du Soleil; aussi n'en avoit-on pas cherché d'autre. M. de Mairan osa le premier porter sur cet objet des regards plus philosophiques; & il trouva que cette cause si généralement reconnue, non-seulement n'étoit pas la seule qui agit dans ce phénomène; mais que même elle n'y jouoit pas le principal rôle; qu'il y avoit un fonds de chaleur qui paroissoit venir du centre de la Terre, beaucoup

plus considérable que celui qu'elle reçoit de l'action du Soleil; que l'action du Soleil, géométriquement calculable, en ayant même égard à la perte de rayons causée par la plus grande ou la moindre épaisseur d'air qu'ils ont à traverser, à la longueur des jours & à une infinité de circonstances qui doivent entrer dans ce calcul, donneroit la différence entre la chaleur de l'été, & celle qui reste en hiver à Paris, à peu-près comme 17 est à 1, tandis que les observations du thermomètre, continuées depuis plus de cent ans, ne la donnent que dans la raison de 31 à 32. Il y a donc un fonds de chaleur centrale, & la force de ce feu central est exprimée par un nombre tel qu'en lui ajoutant 17 d'une part & 1 de l'autre, on ait, pour la chaleur des deux solstices, deux nombres dans le rapport de 32 à 31, donné par le thermomètre; c'est au moyen de ce feu central & de la différente épaisseur de la croûte solide qui l'enveloppe, qu'il explique le phénomène surprenant de l'égalité de la chaleur moyenne de l'été dans tous les climats, donnée par toutes les observations du thermomètre, tandis que les hivers y sont si prodigieusement différens. Il explique de même pourquoi les sommets des montagnes élevées éprouvent un si grand froid dans les pays, même les plus chauds, par la petite quantité de ces émanations centrales qu'elles reçoivent, la formation des grêles, &c. Il ose même porter ses conjectures plus loin, & fait voir qu'en supposant une pareille construction dans toutes les Planètes, la température y pourroit être plus égale qu'on ne pense, malgré l'extrême différence de leur éloignement du Soleil. En un mot, on peut dire qu'il y a peu de morceaux de Physique aussi bien liés, aussi attentivement travaillés & aussi solidement appuyés que l'est l'ouvrage de M. de Mairan sur cette matière.

Pendant le cours de ce travail, il en suivoit un autre presque aussi étendu, sur une matière aussi peu connue que la précédente, sur la Réflexion des Corps; on savoit depuis long-temps que l'angle d'incidence est toujours égal à celui de réflexion. Ce principe servoit de base à toute la Catoptrique, & on ne s'étoit pas même avisé de soupçonner qu'il pût y avoir quelque recherche à faire sur cette matière; M. de Mairan entreprit cependant de

l'examiner & de la rappeler aux premiers principes : il avoit lû dès 1719 quelques échantillons de son travail ; mais ce ne fut qu'en 1722 qu'il en développa les principes, & que ce sujet qu'on ne croyoit susceptible d'aucune discussion, devint entre ses mains, une théorie générale & lumineuse ; & il continua depuis la lecture de ses recherches en 1723, 1724, 1738 & 1740.

Il en résulte que la réflexion ne peut avoir lieu qu'en supposant des corps à ressort, & que le plan sur lequel tombent ces corps soit inébranlable, ou que seulement le corps choqué ait une masse assez grande, relativement à l'autre, pour qu'il ne puisse en être sensiblement déplacé ; que l'égalité des angles d'incidence & de réflexion exigeroit un ressort parfait, qui n'existe peut-être nulle part dans la Nature ; & que si les rayons de lumière paroissent suivre cette loi, ils ne doivent cette propriété qu'à leur extrême vitesse, à leur ténuité, & au peu de résistance qu'ils éprouvent : qu'en supposant le plan choqué mobile & capable de sortir du plan horizontal où on l'a d'abord supposé, la réflexion diminue toujours son angle, & que le déplacement du plan réfléchissant peut être tel que le corps qui le choque, se réfléchisse en dessous, ce qui est le cas de la réfraction qui, par cet ingénieux système, ne devient qu'un cas particulier de la réflexion ; idée heureuse qui cadre singulièrement avec l'état des fluides, & avec celle qu'on peut avoir de celui qui remplit les pores des corps transparens ; il en tire toutes les règles connues de la Dioptrique, desquels il finit par déduire les courbes que doit offrir à l'œil le fond supposé plan d'un vaste bassin rempli d'eau, celle de la voute apparente du ciel ; en un mot, on peut dire qu'il auroit épuisé, par la fécondité de son principe & l'adresse avec laquelle il le manie, toute la Théorie de la réfraction & de la réflexion des corps, si une théorie de cette espèce n'étoit par elle-même, & de sa propre nature, inépuisable.

En 1721, un évènement d'un genre absolument différent vint mettre à une nouvelle épreuve les talens de M. de Mairan. Le Conseil de Marine, fatigué des plaintes qu'il recevoit tous les jours des erreurs commises dans le jaugeage des Vaisseaux, crut devoir consulter l'Académie sur l'établissement d'une manière de

juger les Navires, qui fût aussi exempte qu'il est possible, des défauts & des erreurs qu'on reprochoit à celles qui étoient en usage; & l'Académie nomma pour Commissaires dans cette importante recherche, M. Varignon & M. de Mairan.

La discussion dans laquelle il falloit entrer pour l'examen des méthodes usitées est plus compliquée qu'elle ne le paroît d'abord. Ce n'est pas toute la capacité d'un Navire qu'il s'agit de mesurer, mais seulement celle qu'y occupent les marchandises qui seules doivent des droits; ou, ce qui revient au même, l'espèce de tranche du Navire comprise entre le plan de flottaison, lorsqu'il est seulement sur son lest, & ce même plan lorsqu'il est chargé. On voit assez combien cette tranche doit être irrégulièrement terminée, & combien la différente forme du Vaisseau la doit faire varier. Il n'est donc pas possible de porter dans cette mesure, l'exactitude de la Géométrie, & on doit au contraire chercher une méthode assez simple pour être pratiquée facilement par des gens médiocrement intelligens, sans cependant s'écarter trop de la précision. Il faut en supposant de l'erreur nécessaire, la renfermer dans de certaines limites; il faut même tâcher d'en prescrire de plus étroites à l'intérêt & à l'infidélité: ce qui n'est pas la partie du problème la plus aisée à résoudre. Malgré toutes ces difficultés, le travail de M. de Mairan fut dompter cette hydre à tant de têtes. Il adopta comme la meilleure, une méthode proposée par feu M. Hocquart, Intendant de la Marine à Toulon; & les additions qu'il y fit la mirent en état d'éviter, autant qu'il étoit possible, toutes les erreurs & toutes les fraudes qui effectivement n'ont pas reparu depuis.

Cette recherche & les voyages qu'elle lui occasionna dans les Ports, éloignèrent, pour quelque temps, M. de Mairan de ses autres occupations Astronomiques & Physiques; mais il sut en tirer parti pour réparer cette espèce de relâchement d'une manière bien éclatante.

Quoiqu'il se fût établi à Paris, il n'avoit pas oublié sa patrie, & il méditoit d'y établir une Académie. Dans un voyage qu'il fit à Agde, il s'arrêta quelque temps à Béziers, & il y conféra de ses desseins avec M. Bouillet son compatriote & son ami, de

l'Académie de Bordeaux, & Correspondant de l'Académie. Il l'engagea à se charger d'y enseigner les Mathématiques; fonction qui fut l'année suivante, dotée par le Roi, à la sollicitation de M. de Mairan, d'une pension de cinq cents livres. Ils proposèrent à plusieurs de leurs compatriotes de se joindre pour former l'Académie qu'ils desiroient. La première Assemblée se tint le 19 Août 1723, avec la permission du Roi, & sous la protection de M. le Cardinal de Fleuri, alors premier Ministre; & cette Académie a si bien répondu à l'idée qu'on en avoit conçue; qu'en 1766, M. de Mairan eut le plaisir de lui procurer des Lettres patentes, qui lui assurent la pérennité & le titre d'Académie Royale, joignant ainsi à la gloire que ses travaux dans l'Académie des Sciences lui avoient si justement acquise, celle d'avoir décoré sa patrie d'un pareil établissement.

* Voy. l'Hist.
année 1760,
page 183.

L'année 1726 offrit, le 19 Octobre, une Aurore boréale admirable, mais qui pénétra d'un tel effroi une grande partie des habitans de ce Royaume, que le Gouvernement crut nécessaire d'engager l'Académie à en donner dès la Saint-Martin, une explication qui pût rassurer les esprits. Nous avons parlé de cette circonstance dans l'Éloge de M. Godin *. M. de Mairan avoit été un des Observateurs, & il en donna la description la plus exacte & la plus détaillée; mais il se garda bien d'en hasarder aucune explication. Il avoit dès-lors cru remarquer à quoi tenoit ce phénomène, & il se dispoisoit à en publier une théorie fondée sur des principes incontestables. Ce travail fit son occupation pendant quatre ans, & ce ne fut qu'en 1731 qu'il le donna au Public; sous le titre de *Traité physique & Historique de l'Aurore boréale*.

Tous ceux qui avoient jusque-là traité de l'Aurore boréale; l'avoient rangée au nombre des Météores qui se forment dans l'atmosphère. M. de Mairan osa le premier penser qu'il tenoit à l'arrangement général de l'Univers, & qu'il étoit ce qu'on nomme *cosmique*. Voici le principe sur lequel est fondée l'explication qu'il donne de ce phénomène. Les Astronomes ont trouvé par leurs observations des taches du Soleil, que cet astre tournoit sur lui-même dans l'espace de vingt-sept jours, & que l'axe de cette rotation étoit incliné à l'Écliptique d'un peu plus de 7 degrés.

Une

Une rotation si rapide doit faire écarter autour de cet immense foyer de lumière, une infinité de particules lumineuses qui formeront une espèce de gâteau lenticulaire, étendu dans le sens de l'Équateur solaire, & dont par conséquent le plan est incliné de 7 degrés avec celui de l'Écliptique, & le coupe en deux points ou nœuds opposés.

Ce gâteau de lumière forme ce qu'on appelle *la lumière zodiacale*, découverte par feu M. Cassini en 1683. On le voit alors par son tranchant, sous la forme d'une bande inégalement lumineuse qui se termine en pointe, & la distance de cette pointe au Soleil, donne les limites du gâteau lumineux qui s'étend quelquefois jusqu'au tiers de la distance entre la Terre & Mars. Puisque le plan de ce gâteau est incliné à l'Écliptique, la Terre peut souvent ne le pas rencontrer, mais lorsqu'elle le rencontre, elle se charge nécessairement de cette poussière lumineuse que le mouvement diurne renvoie vers les Pôles, où elle formera des arcs, des calottes lumineuses, que les habitans des Zones tempérées ne verront que comme des arcs lumineux peu élevés sur l'horizon.

Les Comètes qui atteindront ce même terme, se chargeront de la même matière; & comme elles n'ont point vraisemblablement de rotation, elles l'entraîneront sous la forme d'une queue lumineuse.

Telle est la base & comme la clef de l'explication que M. de Mairan donne de ce phénomène; & on voit aisément avec quelle adresse cette clef doit être maniée, pour expliquer par son secours, tant de bizarreries auxquelles ce phénomène paroît sujet, & quel travail immense fut nécessaire, pour démêler la complication de tant d'élémens, & pour les amener à l'explication de chaque phénomène particulier!

Cependant malgré toutes ces difficultés, l'hypothèse a répondu à toutes les interruptions & les reprises du phénomène; sa plus grande fréquence dans certaines saisons, sa hauteur, sa déclinaison presque toujours constante vers le Nord-Ouest, les vibrations, cette espèce de couronne qu'on y voit quelquefois, les queues des Comètes observées; en un mot tous les phénomènes viennent

comme d'eux-mêmes se ranger dans l'ordre qui leur est prescrit. Bien plus, dans la nouvelle édition qu'il donna en 1754, plus de vingt ans après la publication de la première, & dans laquelle il répond aux objections qu'on lui avoit faites, il rapporte un nombre immense d'observations, tant de celles qui avoient été faites dans cet intervalle, que de celles qu'il avoit avec un travail incroyable, ramassées dans les différens Auteurs où souvent elles sont si défigurées, qu'il est très-difficile de les reconnoître; pas une ne se refuse à ses principes, & pour tout dire en un mot, cette hypothèse si hardie est aujourd'hui adoptée par presque tous les Physiciens, & devenue un des principes de l'Astronomie-physique. Elle forme une époque dans les fastes de cette Science.

Quoiqu'occupé pendant si long-temps de cette recherche, il ne laissa pas de donner à l'Académie plusieurs autres Mémoires très-intéressans, sur différens sujets.

De ce nombre est une Dissertation dans laquelle il détruit sans retour, l'opinion avancée par quelques Auteurs, que la Terre tourne autour de la Lune comme satellite, tandis que cette dernière tourne autour du Soleil, & joue le rôle de Planète principale. Il y fait voir qu'en admettant cette hardie supposition, il en résulteroit que le mouvement du Soleil devoit nous paroître accéléré pendant quinze jours, & retardé pendant quinze autres jours; que la durée de l'année solaire deviendrait elle-même variable & sujette à une équation sensible, & que rien de tout cela ne s'observant, il en résulte nécessairement que cette hypothèse est fautive. Il recherche même à ce sujet les inégalités que le Soleil doit paroître avoir pour les habitans des satellites de Jupiter & de Saturne, s'il y en a; il fait voir, par exemple, que les habitans du premier satellite de Jupiter, voient pendant une partie de leur révolution, le Soleil stationnaire; & il tire de son Mémoire cette conséquence nécessaire, que les habitans d'une Planète secondaire, ont plusieurs moyens de s'apercevoir qu'ils n'habitent pas une Planète principale.

Feu M. de l'Isle le Géographe avoit donné en 1725, un Plan de Paris, divisé par des méridiens & des parallèles en rectangles, & qui lui avoit servi à comparer l'étendue de plusieurs grandes

Villes, & sur-tout celle de Londres avec cette Capitale. Il résulta de cette comparaison, que Paris étoit d'un vingtième plus grand que Londres. M. Davall, de la Société Royale de Londres, fit imprimer dans les Transactions Philosophiques, un écrit dans lequel il prétendoit prouver que M. de l'Isle avoit commis une erreur dans cette recherche; & qu'en corrigeant cette erreur, Paris, loin de se trouver plus grand que Londres, seroit au contraire plus petit d'un quatorzième; & en effet, en prenant les termes du Mémoire de M. de l'Isle, M. Davall pouvoit avoir raison; mais M. de Mairan fit voir que M. de l'Isle n'avoit point commis, sur son Plan, l'erreur que lui reprochoit M. Davall; qu'elle ne s'étoit glissée dans le Mémoire que parce qu'il n'avoit pu le revoir, n'ayant été imprimé qu'après sa mort; & que même, en supposant qu'il l'eût commise, elle influeroit également sur l'étendue des deux Villes mesurées par cette même échelle, & n'altéreroit en rien la proportion trouvée par M. de l'Isle.

Le dernier ouvrage d'Astronomie-Physique qu'aït donné M. de Mairan, est le Mémoire qu'il lut en 1747, sur la rotation de la Lune. Les Astronomes étoient extrêmement partagés sur ce point; les uns vouloient que la Lune eût une rotation sur son axe semblable à celle de la Terre, & ils se trompoient; les autres vouloient qu'elle n'en eût aucune, & ils se trompoient encore, puisque sans cette rotation, on ne pourroit jamais expliquer comment cette Planète présente toujours la même face à la Terre. M. de Mairan fit voir que toute l'équivoque venoit de ce qu'on n'avoit eu d'idée que d'une seule espèce de mouvement de rotation, quoiqu'il y en ait réellement deux; l'une indépendante du mouvement de translation, comme celui de la roue d'une horloge; & l'autre que subit tout corps qui se meut dans une courbe rentrante, avec la condition d'avoir toujours le même de ses diamètres tangent à cette courbe, & que la rotation de la Lune est de cette dernière espèce. Par cette ingénieuse distinction, il fait disparaître pour jamais toute l'ambiguïté que l'ignorance où l'on étoit de ces deux genres de rotation avoit jetée sur cette matière.

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. de Mairan que comme

un des Physiciens de ce siècle qui ait été le plus au fait de la Physique céleste; mais cette qualité qui pouvoit seule suffire pour la gloire d'un autre, ne faisoit qu'une médiocre partie de la sienne; & nous ferions tort à sa mémoire, si nous laissons ignorer de combien d'autres elle étoit accompagnée.

Il étoit Géomètre, & cela dans toute l'étendue de ce mot; il avoit donné, en 1719, un Mémoire sur les courbes ovaliformes, & sur celles qui n'ont qu'une équation analogue à celle de l'ellipse. Il communiqua à l'Académie, en 1725, ses Remarques sur l'Inscription du Cube dans l'Octaëdre ou de l'Octaëdre dans le Cube. Il eut beaucoup de part à la fameuse question des Forces vives: il avoit donné à l'Académie quelques Réflexions sur le jeu de *Pair-ou-Non*; sur une propriété du nombre *neuf*, & sur les Séries infinies dont les numérateurs sont égaux; enfin, les Réponses à M. Euler, insérées dans la seconde édition de son *Traité de l'Aurore*, feroient bien voir, si l'on en pouvoit douter, combien la haute Géométrie lui étoit familière.

La Physique expérimentale & l'Histoire Naturelle ne lui étoient pas plus étrangères; on a de lui plusieurs observations en ce genre. De ce nombre sont celles qu'il a données sur des pierres figurées qu'il avoit observées à Breuillepont près Passy en Normandie; sur l'aiguillon des limaçons & son usage; sur un coup de tonnerre qui avoit produit des effets singuliers; son observation sur la *Sensitive* qui paroît sentir l'action du Soleil & du jour, lors même qu'elle n'y est pas exposée: il a donné un Baromètre d'épreuve pour les expériences du Vide, plus simple & moins embarrassant que le baromètre ordinaire, & adopté aujourd'hui de tous les Physiciens. Mais ce qu'il a fait de plus essentiel en ce genre, c'est la subtile & pénible observation de la longueur du pendule simple à Paris, pour servir de correspondante à celles qu'alloient faire dans leurs voyages les Académiciens chargés de la Mesure de la Terre. Ceux qui voudront prendre la peine de lire le Mémoire qu'il donna sur ce sujet en 1735, y verront les difficultés sans nombre qu'il y éprouva; la patience & la sagacité avec lesquelles il sut les surmonter; & ils jugeront eux-mêmes à quel prix on achette la précision en pareille matière.

Il étoit Astronome, & non-seulement il possédoit parfaitement la théorie de cette Science, mais encore l'art d'observer avec précision, qu'il exerçoit souvent lui-même. On a de lui une Méthode d'observer la hauteur du Pôle, indépendamment des Réfractions, imprimée dans le Volume de 1736.

Les Arts de goût même entroient dans la composition de son mérite; il étoit Musicien, & peut-être plus qu'aucun de ceux qui se sont occupés de cet objet. Il connoissoit cette partie des Mathématiques à fond, depuis la structure de l'organe de l'ouïe jusqu'à la pratique & au savant usage du clavier: il a donné quelques morceaux à l'Académie sur ce sujet; tel est le Mémoire qu'il lut en 1720, dans lequel il fait voir qu'il peut y avoir dans l'air des particules propres à transmettre les différens sons, comme il y en a de destinées à transmettre la lumière & les couleurs; & celui de la propagation du son, lû en 1737, où il fait voir que la propagation ou plutôt la vitesse avec laquelle se communique le son, n'est pas la même dans les différens tons, & que ceux qui sont plus aigus se communiquent avec plus de vitesse que les graves. Ce fait que les expériences ingénieuses que M. de Mairan fit à Bésiers ont donné tout lieu de soupçonner, méritoit bien d'être constaté par de nouvelles expériences qu'il n'a pas été à portée de faire; & l'Académie a vu avec plaisir qu'un Physicien qui lui a communiqué ses vues sur ce sujet, se disposoit à les continuer.

Il étoit connoisseur en Peinture & en Sculpture; les beautés des chefs-d'œuvres des grands Maîtres n'échappoient pas à ses yeux; nous pouvons alléguer ici pour preuve le Mémoire qu'il donna en 1755, qui contient une espèce de commentaire sur la balance des Peintres de M. de Piles, c'est-à-dire, sur la manière d'apprécier leur mérite.

Enfin, il étoit Chronologiste & Antiquaire; ses Lettres au P. Parnin, publiées en 1759, font foi que les mystères les plus profonds de la Chronologie lui étoient bien connus, & qu'il savoit en faire les plus heureuses applications; ces lettres & celles qu'il adressa à feu M. le Comte de Caylus, sur une pierre gravée antique, dans laquelle il démêle avec tant de sagacité, le sujet qui

y étoit représenté, & l'occasion qui y avoit donné lieu, auroient pu trouver place dans les Mémoires d'une autre Académie qui s'occupe uniquement de ces objets, & à laquelle celle-ci se fait gloire d'être unie par les liens de la fraternité.

Nous ne finirions point, si nous voulions faire ici l'énumération de tous les talens de M. de Mairan; il n'y en avoit presqu'aucun qu'il ne possédât; & on ne pouvoit guère l'attaquer sur une matière où il ne fût pas en état de se défendre avec avantage. Son style étoit aussi net que ses idées; il écrivoit avec la plus grande précision & avec la plus grande pureté de langage qu'il savoit orner sagement dans le besoin des images les plus nobles & les plus vraies.

Cette dernière partie du mérite de M. de Mairan lui occasionna, en 1740, un surcroît d'occupation. Nous avons dit, dans l'Éloge de M. de Fontenelle *, que cet illustre Académicien, âgé alors de quatre-vingt-trois ans, & ayant rempli pendant plus de quarante-quatre années les fonctions du Secrétariat, se crut permis de demander la Vétérance & le droit de jouir d'un repos qu'il avoit si bien mérité. Feu M. le Cardinal de Fleury & M. de Maurepas se trouvèrent embarrassés sur le choix d'un sujet capable de le remplacer; l'universalité des talens de M. de Mairan, la douceur de son caractère, son impartialité, sa prudence & son attachement pour l'Académie, eurent bientôt fixé leur choix en sa faveur; mais il falloit l'engager à se charger de ce ministère; il avoit pour lors soixante-deux ans, & sa santé étoit assez délicate; cependant malgré ses premiers refus, desquels ils ne se rebutèrent pas, ils l'engagèrent à prendre la plume pour trois ans; mais à condition d'avoir en entrant en place sa lettre de Vétérance pour ce temps. Il ne nous appartient nullement de décider de la manière dont il s'acquitta de ce ministère; c'est au Public à en juger. Tout ce que nous pouvons en dire, c'est qu'il ne s'est jamais démenti sur la clarté de l'Histoire, & que plusieurs des Éloges qu'il a prononcés pendant ce temps ont passé pour des ouvrages achevés. Mais ce que la reconnoissance ne me permet pas de dissimuler, c'est que son amitié pour moi me peignit à ses yeux comme propre à lui succéder, qu'il fut le premier à me le proposer &

* Voy. l'Hist.
année 1757,
p. 125.

à m'engager à me charger d'une place à laquelle je pensois d'autant moins que je connoissois toute l'étendue de ses devoirs ; & que je n'acceptai qu'en comptant qu'il voudroit bien m'y servir de guide. Ce fut pendant les trois années qu'il exerça la fonction de Secrétaire, que l'Académie Françoisé l'admit au nombre de ses Membres, à la place de feu M. le Marquis de Saint-Aulaire.

La Vétérance à laquelle avoit passé M. de Mairan en 1744, n'étoit pas, à proprement parler, une Vétérance ; aussi fut-il nommé Sous-directeur, pour cette même année, & Directeur l'année suivante ; & la retraite de M. de Maupertuis ayant laissé une place de Pensionnaire vacante, il y fut nommé par le Roi, avec conservation d'Ancienneté.

Rendu à lui-même, il reprit le fil de ses travaux ; & ç'a été pendant les vingt-sept ans qui se sont écoulés jusqu'à sa mort, qu'il a donné la seconde édition de son *Aurore boréale* ; son *Mémoire sur la Rotation de la Lune* ; sa *Balance des Peintres* ; la seconde édition de son *Traité de la Glace* ; son *Mémoire sur les Séries infinies* ; la dernière partie de ses *Recherches sur la cause du Froid & du Chaud* ; & qu'il a publié ses *Lettres au P. Parennin*, & celle qu'il écrivit à M. le Comte de Caylus ; tous Ouvrages dont nous avons parlé dans le cours de cet Éloge.

L'âge cependant s'avançoit toujours ; mais sans lui apporter aucune des infirmités qu'il traîne ordinairement après lui. Rien ne se démentoit dans sa personne ; il travailloit, il se chargeoit de commissions à l'ordinaire, & assistoit à nos Assemblées avec l'assiduité la plus exemplaire ; nous l'y vîmes encore le 22 Décembre de l'année dernière (1770) ; mais c'étoit la dernière Assemblée à laquelle il devoit assister. Il craignoit extrêmement le froid, il en essuya pendant les vacances de Noël, & contracta un rhume qui ne parut avoir rien de menaçant, & ne sembloit devoir lui causer d'autre incommodité que de garder la chambre. Plusieurs Académiciens même, du nombre desquels j'étois, montèrent chez lui le 9 Janvier de cette année, & nous le trouvâmes au coin de son feu, & sans aucun symptôme fâcheux. Bientôt après, le rhume devint fluxion de poitrine, & celle-ci se termina par un dépôt à la cuisse, qui auroit pu être critique, si l'affoi-

blissement avoit permis à l'abcès de mûrir, mais il ne restoit plus assez de force; la gangrène survint, & il mourut le 20 Février dernier, âgé de quatre-vingt-treize ans. Il vit venir la mort avec la fermeté la plus héroïque, ayant mis ordre six jours auparavant à ses affaires temporelles & spirituelles; car sa tête respectée par les années, le fut aussi par la maladie jusqu'au dernier moment.

M. de Mairan n'étoit pas d'une grande taille, mais il étoit d'une figure agréable; ses yeux annonçoient la vivacité de son esprit & la douceur de son caractère: on l'a quelquefois accusé d'avoir des attentions minutieuses, mais il pouvoit avoir contracté cette habitude par l'exercice continuel des observations, où cette précision est nécessaire; au reste, ces minuties, si elles existoient, étoient entièrement renfermées dans l'intérieur de son appartement; hors de-là personne n'avoit des manières plus aisées & plus polies que lui: il faisoit les délices de toutes les compagnies où il se trouvoit, & son égalité d'ame étoit à toute épreuve. Il étoit extrêmement attaché à l'Académie; il en desiroit sincèrement la gloire, & jamais personne n'en a plus exactement suivi les loix. Ceux qui avoient affaire à lui n'ont jamais pu se plaindre qu'il leur ait fait sentir sa supériorité, il étoit toujours à leur portée; & ce n'étoit, pour ainsi dire, qu'en le creusant qu'on pouvoit connoître son mérite. Il est peu d'hommes qui puissent soutenir cette épreuve; la plupart ne gagneroient pas tant à être approfondis: & pour résumer en un mot tout ce que nous avons dit, il a fourni une longue carrière, exempte du trouble que les vices entraînent après eux, toujours occupé d'ouvrages utiles, & est mort couvert de la gloire la plus éclatante & la mieux méritée.

La place de Pensionnaire-Géomètre de M. de Mairan a été remplie par M. le Chevalier d'Arcy, déjà Pensionnaire furnuraire dans cette même Classe.





ÉLOGE DE M. FONTAINE.

ALEXIS FONTAINE naquit à Claveison en Dauphiné ; vers l'année 1705. Il avoit environ vingt ans lorsque son père mourut ; ses parens auroient voulu qu'il suivit les Études de Droit, nécessaires pour exercer une Charge ; mais le style barbare des Commentateurs des Loix Romaines, & leur enthousiasme servile dégouttoient un homme que la Nature n'avoit pas destiné à se traîner sur les pas d'autrui. Né avec cette rigueur d'esprit que les démonstrations seules peuvent satisfaire, & qui donne un goût exclusif pour les Sciences exactes ; peu sensible au plaisir de démêler parmi les débris des anciennes Loix Romaines, quelques restes de la sagesse du Sénat ; ces Loix elles-mêmes ne pouvoient être à ses yeux qu'un amas de décisions, fondées moins souvent sur la raison que sur les passions du Législateur, ou sur les préjugés de son siècle.

D'ailleurs, la considération qu'on achette avec une Charge ne flatte guère que les hommes qui n'ont pas en eux de quoi prétendre à celle que donnent les talens ; & l'envie d'être ce qu'on appelle quelque chose, n'est bien souvent, dans un jeune homme, que l'instinct de la médiocrité. Tourmenté par les sollicitations de ses parens, & encore plus par l'activité de son génie auquel la Province n'offroit aucun aliment, M. Fontaine vint chercher à Paris le repos & un objet d'occupation. Le hasard lui offrit un livre de Géométrie dont il avoit appris les élémens dans son enfance, & il sentit qu'il étoit né pour elle. Il la cultiva environ deux ans dans la Capitale. Élevé chez les Jésuites, ce fut au Père Castel qu'il s'adressa pour avoir des secours & des conseils. Le Père Castel étoit alors le Mathématicien le plus célèbre de sa Société. La Nature lui avoit donné une imagination ardente, un esprit hardi & élevé ; & peut-être eût-il laissé quelque réputation, si la certitude de compter autant d'admirateurs qu'il y avoit de Jésuites n'eût éteint en lui cette inquiétude qui nous rend difficiles sur nos productions !, & sans laquelle le génie même s'élèveroit

rarement à de grandes choses ; tant il est vrai , & même en plus d'un sens , qu'il n'y a point pour les talens d'ennemis plus dangereux que des prôneurs.

La fortune de M. Fontaine ne lui permettoit pas alors de se fixer à Paris ; il retourna dans sa Province & y resta jusqu'à la mort de son frère aîné. Maître alors d'une Terre d'environ cinquante mille livres , il la vendit & vint à Paris dans le dessein de ne plus vivre que pour les Sciences. D'abord il employa une partie de ses fonds à l'acquisition d'Anel , petite Terre auprès de Compiègne : à cette distance de Paris , il pouvoit réunir & la paisible liberté de la solitude , si précieuse pour ceux qui se livrent aux Études abstraites , & le commerce des Savans qui excite le génie & lui fournit les objets sur lesquels il doit s'exercer. Ce fut dans ce temps que M. Fontaine se lia avec M.^{rs} Clairaut & de Maupertuis ; & il montra qu'il étoit digne d'une Société si savante , en donnant , pour les Problèmes *de maximis* , une Méthode plus générale que celle de Jean Bernoulli , dont alors il n'avoit pas encore lû les Ouvrages. Cette Méthode , imprimée en 1764 , à la tête du Recueil des Œuvres de M. Fontaine , n'est pas réduite en formules comme celle de M. Euler ; mais M. Fontaine , en donnant si long-temps après , l'esquisse de la sienne , n'a voulu que montrer au Public le premier essai de ses forces & son premier titre pour l'Académie.

Les Géomètres s'occupoient alors des recherches de Jean Bernoulli sur les *Tautochrones*. M. Fontaine trouva une nouvelle Solution de ce Problème : il l'appliqua à des cas absolument nouveaux ; & il montra qu'elle étoit susceptible d'une très-grande généralité. Il étoit principalement question alors de trouver la Tautochrone pour une force accélératrice , dont la loi étoit donnée. Les Géomètres se sont proposé depuis une question d'un autre ordre ; ils ont cherché dans quelles hypothèses de force accélératrice il peut y avoir une Tautochrone. Le Problème dépend alors de la solution des équations aux différences partielles , dont le nom n'étoit pas même connu dans le temps où M. Fontaine donna son premier Mémoire. Deux grands Géomètres , M. de la Grange & M. d'Alembert , ont publié la Solution de ce dernier

Problème sur les Tautochrones, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin; leurs recherches furent pour M. Fontaine une occasion de revenir sur un sujet qu'il avoit oublié depuis trente ans. Il pouvoit se borner à donner aussi une solution du Problème, & à montrer que ses premières Méthodes pouvoient y conduire: alors il eût pu partager la gloire de ses illustres Rivaux; mais le ton avec lequel il parla de l'Ouvrage de M. de la Grange, annonçoit qu'il auroit voulu avoir cette gloire toute entière. M. de la Grange fut donc obligé d'examiner aussi la solution de M. Fontaine; & il trouva qu'elle étoit moins complète que la sienne, & même défectueuse à quelques égards.

Jusqu'à M. Fontaine, on n'avoit connu, pour le Calcul intégral, que des méthodes particulières. Newton & Cotes * n'avoient travaillé que sur les Quadratures; les Équations, soit homogènes, soit linéaires du premier ordre, avoient été rappelées aux Quadratures par Jean Bernoulli. Nicolas, son fils, qui enlevé aux Sciences dans sa jeunesse, avoit déjà mérité que son père fût jaloux de sa gloire; M. Euler qui jeune encore étoit cependant célèbre depuis long-temps, avoient étendu & perfectionné les méthodes de Jean Bernoulli; & l'on trouvoit dans leurs Ouvrages, des vues grandes & profondes sur la nature même du calcul; mais M. Fontaine osa le premier s'occuper de la Théorie générale des Équations différentielles, & l'embrasser dans toute son étendue. Ses premières Recherches furent présentées à l'Académie dès 1739, mais elles n'ont été imprimées qu'en 1764. Dans cette partie de son Calcul intégral, M. Fontaine a poussé très-loin la Théorie des Équations de conditions, dont Nicolas Bernoulli avoit donné les premiers essais; & dans la seconde partie, il a développé le système des différentes intégrales que peut avoir une Équation des ordres supérieurs; il a montré comment toutes ces intégrales répondent à la fois à la même différentielle & à la même intégrale finie; & comment, lorsqu'on les connoît, il ne reste plus pour avoir l'intégrale finie, qu'à éliminer les différences; mais

* Cotes mourut très-jeune, & Newton disoit de lui: *si Cotes eût vécu, nous saurions quelque chose.*

il ne considère que les Équations dont les intégrales sont algébriques. Si elles sont rationnelles & pour le premier ordre, il est aisé de déduire de la méthode de M. Fontaine une formule finie qui les renferme toutes, & par conséquent de reconnoître si une équation proposée est susceptible d'une intégrale de cette forme (II).

Outre ces deux Théories, également importantes & fécondes, on trouve dans son Recueil l'idée de rappeler les équations des ordres supérieurs à des équations du premier, en regardant les différentielles comme de nouvelles variables, & l'idée de rappeler ensuite l'intégration des équations du premier ordre, soit aux quadratures, en multipliant les équations proposées par un facteur qui les rend des différentielles exactes, soit à l'intégration des équations homogènes, en y supposant variable le paramètre qui avoit été regardé comme constant.

M. Fontaine, après avoir inutilement cherché, pour parvenir à cette réduction des équations différentielles, ou à des différentielles exactes, ou à des équations homogènes, une autre méthode que celle des coefficients indéterminés, sentit que celle-là seule pouvoit être générale; & c'est à mettre les Analystes à portée d'employer ce moyen, qu'a été destiné l'Ouvrage qu'il a intitulé seconde méthode de Calcul intégral (III).

Ce calcul n'a pas seul occupé M. Fontaine. On voit, dans son Recueil & dans les Mémoires de l'Académie, qu'il s'est exercé sur d'autres objets: on y trouve, par exemple, une Méthode d'approximation pour les équations déterminées, où l'on n'a pas besoin, comme dans celle de Newton, de connoître d'ailleurs une première valeur approchée de l'inconnue, & qui donne toutes les racines, soit réelles, soit imaginaires (IV).

Mais cette Méthode de M. Fontaine demande des Tables dont l'exécution seroit presque impraticable pour les degrés un peu élevés. Et depuis que M. de la Grange a trouvé pour le même objet une méthode plus simple, plus praticable, dont la marche est plus certaine, & qui, sans exiger la construction des Tables, donne également les moyens de reconnoître, dans les équations littérales, la forme des racines (V), on ne peut presque plus regarder la Méthode de M. Fontaine que comme un monument de cette

sagacité & de cette finesse qui formoient le principal caractère de son génie.

M. Fontaine s'étoit fait une Mécanique toute nouvelle, & dans laquelle les loix du mouvement sont appuyées sur une métaphysique singulière. Cet Ouvrage que le temps & le suffrage des Géomètres mettront à la place qu'il mérite, a été imprimé pour la première fois en 1764, & on lit dans la préface de ce Recueil, que M. Fontaine connoissoit dès 1739, le principe sur lequel cette Mécanique est fondée. Quelques gens plus propres à brouiller des Hommes célèbres, que dignes de les juger, ont conclu de cette observation, & même ont imprimé dans les Journaux, que M. Fontaine regardoit son idée comme la source d'où M. d'Alembert avoit tiré ce principe si général & si lumineux, auquel les Sciences Physico-Mathématiques doivent les progrès immenses qu'elles ont faits depuis trente ans. Mais le principe de M. Fontaine est métaphysique & vague, celui de M. d'Alembert est géométrique & précis. Le principe de M. d'Alembert a été imprimé en 1743; & M. Fontaine n'a parlé du sien qu'en 1764; aussi lui doit-on la justice de penser qu'il ne contribua en rien à une réclamation qu'on fit alors en sa faveur, par un faux zèle pour sa gloire, ou par des motifs bien moins louables (VI).

M. Fontaine eut avec plusieurs Géomètres de ces disputes toujours surprenantes pour ceux qui ne connoissant de la Géométrie que les routes battues, ignorent que dans la science même de la certitude, le génie peut s'égarer quelquefois dans les routes nouvelles qu'il a osé se frayer.

Telles furent la dispute sur les Tautochrones dont nous avons parlé, une autre dispute avec M. de la Grange, sur la détermination des points extrêmes, pour les *maxima* des fonctions indéfinies; une avec M. Clairaut, sur la recherche d'une courbe décrite par le sommet d'un angle dont les côtés glissent le long d'une courbe. Jamais M. Fontaine n'attaquoit une solution sans donner auparavant une nouvelle solution du même Problème, soit pour montrer à chaque fois qu'il étoit digne de son Adversaire, soit plutôt que son génie, vraiment original, n'eût pu sans cela entendre le travail d'un autre; il faut avouer que dans la

dispute il s'écartoit quelquefois de cette politesse d'usage dont jamais il n'est permis de se dispenser, mais que M. Fontaine croyoit peut-être moins nécessaire avec des Adversaires illustres, & dont la gloire n'avoit pas besoin de ces petits ménagemens.

Les morceaux dont nous venons de parler sont les plus importants de ceux que M. Fontaine a publiés; son Recueil & les Mémoires de l'Académie en renferment quelques autres moins considérables, & dans tous, même dans les plus courts, on voit briller une manière absolument à lui; c'est presque toujours un fil délié qu'il faisoit, & qui auroit échappé à la vue de tout autre, que souvent même on a de la peine à suivre avec lui. Toutes ses solutions sont dûes à des vues fugitives, pour ainsi dire, qui ont dirigé les procédés de ses calculs, mais que souvent il n'a pas jugé à propos de développer.

La plupart de ses Ouvrages roulent sur des objets de pur calcul, & conduisent à des Théories profondes, plutôt qu'à des résultats applicables à des objets utiles. Il est donc impossible d'en faire voir ici l'importance & le mérite. Ce mérite ne pouvoit être senti que par de très-grands Géomètres; eux seuls pouvoient connoître M. Fontaine. Les autres n'admiroient en lui que la grandeur des objets qui l'occupaient, & la hardiesse qu'il avoit eue de les choisir. L'admiration de ces derniers ne flattoit pas M. Fontaine, mais il trouvoit du plaisir à les avoir étonnés; quelquefois même il s'est plu à laisser, sur la nature & l'étendue de ses méthodes, une obscurité affectée qui servoit sur-tout à en cacher les limites. Alors il aimoit à être deviné par ses égaux, & convenoit de tout avec franchise, lorsqu'ils l'avoient pénétré: mais si quelques-uns de ces hommes qui louent uniquement pour faire croire qu'ils entendent, vantoient dans ses Ouvrages des choses qui n'y étoient point, il rioit de leur méprise & ne les en tiroit pas.

Les Géomètres ont un grand avantage: leur gloire ne dépend que d'un petit nombre de juges dignes de l'être. Le suffrage de ces juges leur suffit, & la voix de la multitude ne pourroit les en dédommager; aussi ont-ils ce bonheur que les petits moyens leur sont inutiles, & que les découvertes sont le seul qui puisse les mener à la gloire. Si même l'injustice de leurs rivaux venoit

à la leur refuser, presque sûrs par eux-mêmes du degré du mérite de leurs travaux, ils attendroient sans trouble le moment de la justice. Ainsi, les Géomètres ne doivent point regretter ces jouissances brillantes réservées aux succès dans des genres plus agréables; ils savent combien ces jouissances peuvent être troublées par le refus des suffrages mêmes qu'on méprise le plus; car dans les principes mobiles & incertains des Arts, le Littérateur ne peut rien trouver qui le rassure contre la crainte secrète que l'envie n'ait été juste.

On auroit pu croire que M. Fontaine avoit même une sorte d'indifférence pour la gloire. Content d'avoir montré, & sur-tout de s'être prouvé à lui-même qu'il étoit peut-être égal en talent aux plus célèbres Géomètres; il ne chercha pas à égaler leur réputation par ses Ouvrages. Il n'y a point d'hommes de génie qui n'éprouvent le besoin de faire partager aux autres le sentiment qu'ils ont de leurs forces; mais souvent ils n'ont pas cette avidité sans cesse renaissante qui jouit chaque jour du succès de la veille, en préparant celui du lendemain, qui veut maîtriser l'opinion publique, mais qui nous en fait dépendre; sentiment qu'on devoit peut-être appeler une foiblesse, si ce n'étoit pas à cette foiblesse qu'on doit tout ce qui a été fait d'utile aux hommes. Cette passion pour la gloire étoit presque un ridicule aux yeux de M. Fontaine; aussi n'a-t-on de lui que des essais. Le Calcul intégral est le seul objet qui l'ait occupé long-temps; & peu de Géomètres y ont fait d'aussi grands pas.

On sent que M. Fontaine devoit dédaigner les louanges, sur-tout celles qui tirent tout le prix du rang de celui qui les donne; il étoit même insensible aux honneurs littéraires. La seule chose qui ait paru le flatter a été son entrée à l'Académie des Sciences; peut-être parce que cet évènement ayant précédé ses plus belles recherches, il étoit alors moins sûr de ce qu'il valoit. Il aimoit à parler du bruit qu'avoit fait sa première méthode du Calcul intégral, *dont on avoit parlé*, disoit-il, *dans les Cafés*; mais on ne savoit ce qui l'avoit le plus frappé, ou le grand effet de ses découvertes, ou le ridicule de ceux qui le célébroient sans l'entendre. Loin qu'il cherchât à se rendre l'objet de l'attention & des discours du Public, l'espèce d'amour propre qui s'occupe de

ce soin, les petites finesses qu'il emploie, étoient un des défauts que M. Fontaine observoit avec le plus de plaisir. Un jour un homme célèbre, mais avide de l'opinion, lui parloit avec un mépris trop sérieux de cette curiosité pour l'Ambassadeur Turc qui étoit devenue l'unique occupation d'une ville entière. M. Fontaine crut entrevoir un peu d'humeur dans ce mépris : *que vous fait l'Ambassadeur Turc*, lui dit-il, *est-ce que vous en seriez jaloux ?*

L'importance attachée à de petites choses, étoit un autre ridicule que M. Fontaine ne pardonnoit pas. Quelqu'un disseroit longuement devant lui sur le prix commun de plusieurs denrées, & sur les soins qu'il avoit pris pour le déterminer avec exactitude, *voilà*, dit M. Fontaine, *un homme qui fait le prix de tout, excepté le prix du temps.*

Il faut disculper ici M. Fontaine d'un reproche grave qu'on pourroit lui faire avec quelque apparence de justice, celui de n'avoir pas cité, avec assez de soin, ce qu'il a emprunté des autres Géomètres. En effet, Nicolas Bernoulli avoit donné avant lui, une équation de condition pour les équations du premier ordre à trois variables. M. Euler est le premier auteur du théorème sur l'intégration des fonctions homogènes, par lequel M. Fontaine commence son Ouvrage sur le Calcul intégral. Enfin, tout son travail est fondé sur la méthode de différencier sous le signe; & cette méthode souvent attribuée à Jean Bernoulli, se trouve dans les Lettres de Leibnitz qui, content de mériter la gloire, & trop grand pour s'en occuper, négligeoit de revendiquer ses découvertes, & se contentoit de la conscience de son génie & du suffrage de Bernoulli.

M. Fontaine a cependant mêlé toutes ces découvertes avec les siennes, & les a également données comme de lui. C'est qu'il les avoit réellement faites, c'est que jamais Géomètre n'avoit moins lû de livres de Géométrie, il étoit même en Géométrie d'une ignorance singulière; c'est la seule Science où cette ignorance puisse subsister avec de grandes découvertes, parce que c'est la seule Science où l'esprit tire tout de son propre fonds. L'ignorance ne sert même alors qu'à lui donner plus d'originalité & plus de hardiesse. C'est ce qu'on remarque dans les Ouvrages de M. Fontaine,

Fontaine, & on voit qu'il lui en coûtoit moins pour affronter les plus grandes difficultés, que pour se plier à une marche étrangère. Il n'étoit donc point plagiaire, & jamais il n'eût voulu l'être; il savoit que s'approprier la découverte d'un autre, c'est convenir de sa supériorité.

Heureux par l'étude, ayant dans la Géométrie & dans la culture de la terre, un remède sûr contre l'ennui, M. Fontaine n'avoit besoin, ni des services, ni malheureusement pour lui de l'amitié de personne. Il ne cherchoit point à plaire, & dédaignoit de se faire craindre; il observoit les hommes sans autre intérêt que celui de les connoître, & les observoit avec cette profondeur & cette finesse qui l'avoient si bien servi contre les difficultés les plus épineuses de l'analyse. Mené par M. de Maupertuis dans ces sociétés de gens oisifs qu'on appelle le monde, il vit bientôt que des hommes qui le composent, la plupart sans passions, sans vertus & sans vices, n'ont qu'un seul sentiment, la vanité plus ou moins déguisée. Mais il vit aussi que les hommes vains n'attachent tant de prix à des choses indifférentes en elles-mêmes, que parce que les autres en sont privés; il vit que ce sentiment à la fois pueril & cruel, blesse en secret, lors même qu'il fait rire ceux à qui la fortune a refusé les avantages dont la vanité se pare. M. Fontaine crut donc que la vanité ne méritoit aucun égard, & il la traita sans pitié. On lui demandoit un jour ce qu'il faisoit dans le monde, où il gardoit souvent le silence comme ceux qui ne prononcent des mots que lorsqu'ils ont des idées; *j'observe*, dit-il, *la vanité des hommes pour la blesser dans l'occasion*. Ce mot n'étoit pas en lui l'expression de la méchanceté, c'est qu'il croyoit que choquer la vanité lorsqu'elle se montre, ce n'est que repousser une attaque injuste. Si l'on entend par méchant, non celui qui méprise les hommes & qui ne s'en cache point, mais celui qui cherche à leur nuire, M. Fontaine ne pouvoit être méchant; il avoit trop bien calculé les peines que coûte la méchanceté, & les petits plaisirs qu'elle procure. Cependant il n'avoit point pour elle la haine vigoureuse de la vertu, mais il la méprisoit & s'en moquoit. La méchanceté n'étoit à ses yeux qu'une sottise aussi ridicule que beaucoup d'autres.

Jamais il n'entra dans ces brigues sourdes , dans ces intrigues deshonorantes pour les sociétés littéraires. Il n'y a point d'avantage d'amour propre , ou d'intérêt auquel un homme dominé par un grand talent puisse sacrifier le plaisir de se livrer à une idée qui le maîtrise. Aussi a-t-on toujours vu ces intrigues être l'ouvrage de ces hommes que poursuit le sentiment de leur impuissance ; qui cherchent à faire du bruit parce qu'ils ne peuvent mériter la gloire ; qui , n'ayant aucun droit à la réputation , voudroient détruire toute réputation méritée , & fatiguent par des petites méchancetés , l'homme de génie qui les accable du poids de sa renommée.

Bien que M. Fontaine , en qualité de Pensionnaire , fût obligé à la résidence par le règlement de l'Académie , il a fait presque tous ses Ouvrages à la campagne. Les grandes théories qui l'occupaient , avoient besoin d'être suivies sans distraction , & il disoit qu'une découverte valoit mieux que dix ans d'assiduité à l'Académie. La haute idée que ses premiers travaux avoient donnée de lui , les grandes espérances qu'on avoit de ceux qu'il annonçoit , empêchèrent qu'on ne se plaignît de cette infraction des réglemens. D'ailleurs comme , à l'exception de l'analyse pure , tous les autres objets dont l'Académie s'occupe , lui étoient étrangers & sur-tout indifférens , & que les hommes qui savent bien une chose , ne parlent jamais de celles qu'ils ignorent , à peine pouvoit-on s'apercevoir de son absence. Sa vie à la campagne étoit solitaire & simple ; tout ce que ses travaux & les soins de l'Agriculture lui laissoient de temps , il l'employoit à observer les gens de la campagne ; & comme nous leur avons tout donné de nos vices hors l'art de les cacher , il y voyoit à découvert ces retours secrets & humilians d'intérêt & d'amour propre , que l'homme poli ose à peine s'avouer à lui-même , & qu'il dérobe si scrupuleusement aux autres. Revenu dans le monde , M. Fontaine y retrouvoit les mêmes foiblesses & les mêmes vices , & il avoit le plaisir de les surprendre & de les pénétrer malgré le voile dont on fait si bien les couvrir. C'est ainsi qu'à force de dessiner le nud , le Sculpteur apprend à démêler & à faire sentir les effets des muscles , même au travers des plis d'une draperie.

M. Fontaine avoit lû presque tous les bons livres de notre Littérature; mais il ne relisoit que Tacite & Racine. Cette même profondeur d'avilissement & de perversité qu'il avoit observée chez ses contemporains, il la retrouvoit dans Tacite, mais agissant sur de plus grands objets & placée dans des âmes plus fortes: & Racine qui peint les passions, moins par les traits qui leur échappent, que par le développement des sentimens qui les forment; Racine qui, lorsqu'il exprime l'égarement des passions, ne s'écarte jamais de cette logique qu'elles suivent à l'insu même de ceux qui les éprouvent; Racine ne doit pas moins plaire au Philosophe qui y revoit ce qu'il a observé, qu'à l'âme sensible qui y retrouve ses mouvemens avec des nuances qu'elle-même n'auroit pas su si bien démêler.

Le goût pour l'Agriculture, les soins qu'il prenoit de sa terre d'Anel, n'avoient pu diminuer dans M. Fontaine son aversion naturelle pour les affaires. Le hasard lui suscita un procès dans les premières années de sa possession, il en chargea un Avocat qui se crut obligé de lui rendre compte de ses démarches. Un jour qu'il lui en parloit, *Monsieur*, lui dit le Géomètre, après l'avoir écouté pendant quelques instans, *croyez-vous que j'aie le temps de m'occuper de votre affaire!* On peut juger quelle fut la surprise de l'Avocat, & quelle idée cette réponse dut lui donner de la Géométrie & des Géomètres.

Lorsque de jeunes Mathématiciens recherchoient les conseils & la société de M. Fontaine, qu'ils lui parloient de leurs travaux & de leurs idées, on le voyoit les encourager, & en causer avec eux, tantôt suivre les mêmes routes, tantôt leur en proposer de nouvelles; mais ils n'étoient pour lui qu'une occasion de s'occuper de Géométrie, il les oublioit dès qu'ils travailloient seuls; ce qu'il avoit fait, ce qu'il se sentoît capable de faire, le préservoit de toute jalousie à leur égard; mais il avoit le courage d'en avouer quelquefois les premiers mouvemens: *j'ai cru un moment qu'il valoit mieux que moi*, disoit-il un jour d'un jeune Géomètre; *j'en étois jaloux, mais il m'a rassuré depuis* *.

* Ce jeune homme est l'Auteur de cet Éloge.

Tel étoit cet homme aussi original, peut-être par son caractère, que par son génie, que la société n'avoit ni corrompu, ni poli; qui y porta tous les goûts de la Nature, & qui les suivit sans contrainte, & sans jamais connoître les passions violentes, qui ne font l'ouvrage que de la société. S'il fit peu de bien à ses semblables, du moins ne leur fit-il jamais de mal; & c'est un éloge que peu d'hommes encore peuvent mériter.

La vente de sa terre d'Anel, l'acquisition d'une autre, sa négligence & son peu de capacité pour les affaires; enfin des procès qu'on lui suscita, l'enlevèrent à la Géométrie & auroient pu tourmenter les dernières années de sa vie; mais son indifférence étoit une ressource plus sûre que le courage.

En 1765, il se retira à Cuiseaux, petite ville du comté de Bourgogne, dont il avoit acheté la seigneurie. En quittant Paris, il vendit tout ce qu'il avoit de Livres; c'est peut-être la première fois qu'on a vu un Savant renoncer à ses Livres, dans un moment où la solitude devoit les lui rendre plus nécessaires. Mais M. Fontaine n'avoit jamais eu de goût que pour la Géométrie & pour l'étude de l'homme; il y avoit long-temps que sur ces deux objets il ne trouvoit plus rien à apprendre dans les Livres; & il ne vit alors dans les siens que l'embarras de les transporter.

Il mourut à Cuiseaux le 21 Août 1771, d'une maladie cruelle que la force de son tempérament lui fit négliger dans les commencemens, & qu'il supporta avec ce calme qu'aucun événement de sa vie n'a pu altérer. Il avoit toujours regardé la douleur & la mort comme une suite nécessaire des loix générales de la Nature, dont il seroit absurde de se plaindre.

En mourant, il a nommé légataire universel M. de Borda Fermier général, qui sait connoître & servir le mérite, & à qui M. Fontaine avoit des obligations. M. de Borda a rendu cette succession aux héritiers naturels.

La place de Pensionnaire-Géomètre qu'avoit M. Fontaine, a été remplie par M. le Chevalier de Borda, déjà Associé dans la même classe.

Nota. Les Notes suivantes sont le fruit des réflexions qui se sont offertes à moi, en écrivant l'Histoire de l'Académie & l'Éloge de M. Fontaine. Je crois qu'elles pourront intéresser les Mathématiciens, & je les prie de les recevoir avec indulgence, comme de simples esquisses que je n'ai pas eu le temps de développer.

(I). Voyez cette Histoire, p. 57 & suiv.

SOIT une équation entre y , ses différences jusqu'à $d^n y$, & la différence constante dx , que cette équation soit ordonnée par rapport à y & ses différences, qu'aucun rang ne manque, que le terme constant n'y soit pas, & que $d^n y$ n'y soit qu'un premier degré: que je la multiplie par une série de y & de ses différences jusqu'à $d^{n-1} y$, tous les termes de cette fonction ayant un coefficient constant multiplié par e^{fx} , & que je suppose qu'elle est devenue par-là une différentielle exacte. Il est clair que j'aurai f par une équation du degré n , & par conséquent n différentielles exactes, qui me donneront autant d'intégrales différentes. Soit $V = 0$

une de ces intégrales dV sa différentielle, telle que faisant $\frac{dy}{dx} = p$,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = q, \frac{d^3 y}{dx^3} = r \dots \&c. \text{ j'aie } dV = Adx + Bdy + Cdp + Ddq + Rdr, \&c. \text{ j'aurai } \Delta V = dV + \frac{d^2 V}{2} + \frac{d^3 V}{1.2.3} \&c. \text{ en supposant}$$

que j'aie mis Δx pour dx , Δy pour dy , Δp pour dp , &c. dans dV , dans ddV , &c. & que dans ddV , $dddV$, &c. je n'aie fait varier ni dy , ni dp . Cela posé, il est clair que si je suppose $V = XY$, X étant e^{fx} , & Y étant la fonction en y, p, q , &c. j'aurai $\Delta V = (X + \Delta X) \cdot (Y + \Delta Y)$

$$-XY, X + \Delta X = e^{fx} e^{f\Delta x}, Y + \Delta Y = Y + dY + \frac{d^2 Y}{2} \&c. \text{ Donc, divisant}$$

$$\text{cette fonction } \Delta V \text{ par } e^{fx}, \text{ j'aurai } e^{f\Delta x} (Y + \Delta Y) - Y = (e^{f\Delta x} - 1)Y + e^{f\Delta x} dY + \frac{e^{f\Delta x} d^2 Y}{2} \&c. = 0, \text{ équation où il n'y a point de terme}$$

sans y , où la fonction Y contient $y, dy, \dots, d^{n-1} y, \Delta y, d\Delta y, \dots, d^{n-1} \Delta y$; le nombre des valeurs de f , de V & de Y étant n , j'aurai donc n équations entre les $y, dy, \dots, d^{n-1} y, \Delta y, d\Delta y, \dots, d^{n-1} \Delta y$.

Je regarderai Δy comme une nouvelle variable y' , & comme on fait que si l'on a deux équations en $y, dy, \dots, d^{n-1} y, y', dy', \dots, d^{n-1} y'$, on peut toujours les intégrer, je prendrai à volonté deux des équations $e^{f(Y + \Delta Y)} - Y = 0$. Ainsi, comme elles sont au nombre de n , je pourrai faire $n-1$ combinaisons différentes en les prenant deux à deux.

Prenant donc deux de ces équations & les traitant comme des équations de l'ordre $n - 1$ entre les variables y, y' & x , où x ne se trouve point, & où dx est supposé constant, je remarque si les $d^{n-1}y, d^{n-1}y',$ n'y sont pas sous une forme linéaire. Ces équations étant en séries, on peut toujours les transformer en des équations où les différences les plus hautes ne soient qu'au premier degré.

En effet, supposant d'abord qu'il n'y a qu'une seule équation entre y & x où x manque, & dx est constant, qui n'a point de termes sans y , & à qui il ne manque point de rang. Dans ce cas, je fais $d^{n-1}y$ égal à une fonction sans terme constant de $y, dy, \dots, d^{n-2}y$; je substitue cette valeur de $d^{n-1}y$ dans l'équation en série où je suppose que $d^{n-1}y$ est à différentes puissances. Cela posé, & l'équation étant ordonnée par rapport aux puissances de y & de ses différences; il est clair que si j'y substitue la valeur $d^{n-1}y$ sans terme constant, il en résultera une fonction de $y, dy, \dots, d^{n-2}y$ qui doit être nulle identiquement; maintenant le premier rang de cette fonction, après la substitution contiendra tous les coefficients du même rang de la valeur de $d^{n-1}y$. Le second rang de la fonction qui doit être nulle identiquement, contiendra les coefficients du second rang de la valeur de $d^{n-1}y$, & ainsi de suite. D'un autre côté, les coefficients du premier rang de l'équation proposée entreront seuls dans le premier rang de l'équation qui doit être identiquement nulle; les coefficients du premier & du second de la proposée, entreront seuls dans le second rang de l'équation identiquement nulle. Ceux des trois premiers rangs de la proposée, entreront seuls dans le troisième de l'équation identiquement nulle, & ainsi de suite.

Donc 1.^o pour déterminer les coefficients de chaque rang de la valeur qu'on a supposée pour $d^{n-1}y$, on n'aura qu'autant d'équations que d'indéterminées.

2.^o Les équations ne contiendront que des fonctions finies des coefficients de la proposée, donc on aura la valeur de $d^{n-1}y$, & par conséquent une nouvelle équation en série où $d^{n-1}y$ est sous une forme linéaire.

Supposons maintenant deux équations entre les trois variables y, y', x où dx manque, dx est constant; & où les $d^{n-1}y, d^{n-1}y'$ montent à des puissances supérieures à l'unité.

Faisons $d^{n-1}y$ égal à une fonction sans terme constant de y jusqu'à $d^{n-2}y$, & de y' jusqu'à $d^{n-2}y'$, & de même $d^{n-1}y'$ égal à une semblable fonction, nous trouverons par le même raisonnement que ci-dessus, que si on substitue ces valeurs de $d^{n-1}y, d^{n-1}y'$ dans les deux équations, on aura deux fonctions qui devront être nulles identiquement, & que comme elles contiennent y jusqu'à $d^{n-2}y$ & y' jusqu'à $d^{n-2}y'$ de même que les valeurs de $d^{n-1}y, d^{n-1}y'$, on n'aura qu'autant d'équations que de coefficients indéterminés; que les équations seront en termes finis, & le terme connu ne manquera point dans toutes à la fois, lorsque les proposées auront tous leurs rangs.

Nous aurons donc toujours deux équations du degré $n - 1$ en séries,

& de la forme convenable entre x, y & y' . Appliquant donc à ces deux équations la méthode que j'ai développée (*Mémoires de 1770*), j'aurai f par une équation du degré $2n-2$, & traitant chaque différentielle exacte, comme j'ai traité dV , j'aurai, en les appelant $dZ, dZ', \&c.$ $2n-2$ différentielles exactes. Si $n=2$, Z & Z' ne contiendront que y & y' . Donc puisqu'on a deux de ces équations, que y & y' sont deux quantités très-petites & dont on peut négliger une puissance m ; il est clair que, ne prenant les équations $Z=0, Z'=0$ que jusqu'au degré m , & éliminant y' , on aura y sans avoir rien négligé que des puissances m de quantités nécessairement très-petites, si $n > 2$ divisant $\Delta Z, \Delta Z'$ par $ef^x, ef'^x, \&c.$ on aura des équations en séries, qui contiendront

$$y, dy, + d^2 y \dots\dots\dots d^{n-2} y,$$

$$y' dy' + d^2 y' \dots\dots\dots d^{n-2} y'$$

$$\Delta y + d \Delta y \dots\dots\dots d^{n-2} \Delta y$$

$$\Delta y' + d \Delta y' \dots\dots\dots d^{n-2} \Delta y'$$

& en y faisant $\Delta y = y'$ & $\Delta y' = y''$, on aura $2n-2$ équations qui contiendront $y, \dots\dots d^{n-2} y, y', \dots\dots d^{n-2} y', y'', \dots\dots d^{n-2} y''$. Prenant trois de ces équations, il suit de ce que j'ai dit ci-dessus, qu'on pourra en avoir trois autres aussi en séries, où ces $d^{n-2} y, d^{n-2} y', d^{n-2} y''$ ne seront que sous une forme linéaire; & si je cherche à les intégrer, alors j'aurai f par une équation du degré $3n-6$, & $3n-6$ différentielles exactes $dS, dS', dS'', \&c.$ Si $n=3$, comme ces équations ne contiennent en général que $d^{n-2} y, d^{n-2} y', d^{n-2} y''$, elles ne seront dans ce cas que du premier ordre: donc leurs intégrales seront finies; & comme on en a $3n-6$ différentes, on en aura trois lorsque $n=3$. Or ces trois équations S, S', S'' , contiennent y, y', y'' , quantités dont on peut négliger la même puissance; donc ne prenant ces équations que jusqu'au degré m , & éliminant $y' & y''$, on aura y .

Si $n > 3$, on prendra $\Delta S, \Delta S', \Delta S'', \&c.$ & on aura des équations qui contiendront $y, \dots\dots d^{n-3} y, y', \dots\dots d^{n-3} y', y'', \dots\dots d^{n-3} y'', y''', \dots\dots d^{n-3} y'''$, $y''' = \Delta y''$. Prenant quatre de ces équations, les mettant sous une forme convenable, & cherchant à les intégrer, on aura f par une équation du degré $4n-12$; donc si $n=4$, on aura, en intégrant, quatre intégrales finies entre $y, y', y'' & y'''$ desquels on tirera y .

Si $n > 4$, on recommencera les mêmes opérations jusqu'à ce qu'on parvienne aux équations entre $y, y', y'', \dots\dots y^{n-1}$, qui ne contiennent que $dy, dy', dy'', \dots\dots y^{n-1}$ & où f soit donné par une équation du degré n . Jusqu'ici j'ai supposé que les racines étoient toutes inégales, ou du moins qu'il y en avoit autant d'inégales que de variables plus une, sans cela les opérations que j'ai indiquées ne pourroient s'exécuter. Supposons maintenant que l'équation en f ait des racines égales, & d'abord qu'il y en ait deux; si la proposée est du deuxième ordre, en la multipliant, elle devient $d^2 V$, & par conséquent on a immédiatement l'intégrale sans

différences; si elle est d'un ordre supérieur on a d'abord $n - 1$ équations en y & y' , à cause des $n - 1$ valeurs de f & une équation qui contient x ; mais par la méthode ci-dessus il suffit d'avoir deux équations différentes. S'il y a trois racines égales, & que l'équation fût du troisième ordre, elle s'intègre immédiatement en termes finis, & si l'équation est plus élevée, on aura toujours deux équations différentes, ce qui est suffisant ici. La même réflexion peut s'appliquer aux équations qui ont plus d'une variable. En effet, dans ce cas, si n est l'ordre de l'équation, & m le nombre des y & des équations; le nombre des racines égales ne peut être plus grand que $n - 1$, à moins que ces équations ne soient pas réellement différentes entre elles; ce qui ne peut avoir lieu ici, puisque les équations sont toutes des intégrales supposées différentes. Ainsi lorsque chaque racine en aura $n - 1$ qui lui seront égales, on aura une intégrale finie; & quand elle en aura moins, il restera un nombre d'équations différentes & sans x , plus grand que $m + 1$, & il suffit d'en avoir $m + 1$.

Ainsi l'on voit que ce ne sera jamais qu'à la dernière intégration que l'on pourra être obligé dans cette méthode d'avoir des x , & ce ne sera que par l'inspection du premier rang de cette dernière équation, qu'on pourra juger si la méthode proposée ici, donne ou ne donne pas d'équation séculaire.

(II).

IL est aisé de conclure de la suite des formules de M. Fontaine, que si on a $Pdx + Qdy = 0$, P & Q étant des fonctions rationnelles & entières

du degré m ; la formule $\frac{A^p B^q C^r \dots}{A'^p B'^q C'^r \dots} = N$ ou p, q, r , &c.

p', q', r' , &c. sont des nombres quelconques; A, B, C , &c. A', B', C' , &c. des fonctions rationnelles & entières, & N l'arbitraire représentera toutes celles de M. Fontaine; & que si m' est le degré de A , m'' celui de B , m''' celui de C ; & que m_1^1 , soit celui de A' , m_1^{11} , celui de B' , m_1^{111} , celui de C' , &c. on aura $m' + m'' + m''' \dots =$ ou $< m + 1$, & de même $m_1^1 + m_1^{11} + m_1^{111} \dots = < m + 1$. Or, l'on voit que m étant un nombre fini, le nombre tant des A, B, C , &c. A', B', C' , &c. que de leurs différentes combinaisons sera aussi fini.

J'ai observé ailleurs que cet abaïssement des formules intégrales avoit deux causes; l'une que le numérateur de la différentielle ait des facteurs; c'est le cas que je viens d'examiner; l'autre, que les rangs supérieurs du même numérateur se détruisent par des valeurs particulières de coefficients. Pour voir ce que cette seconde cause peut produire, j'observerai que soit

$\frac{A + B + C \dots + F}{A' + B' + C' \dots + F'}$ une intégrale où A, B, C, D, E , &c. F , $A', B', C', D', \dots F'$, expriment les différens rangs de ces fonctions, A étant le rang le plus élevé, & F, F' , des constantes, la différentielle sera,

fera, après avoir négligé le dénominateur, & l'avoir ordonnée par rapport au degré des variables; elle fera, dis-je, de la forme

$$(A'dA - AdA') + (A'dB + B'dA - AdB' - B'dA') + (A'dC + C'dA - AdC' - C'dA' + B'dB - B'dB'), \&c.$$

Or, pour que le premier rang disparoisse, il faut que $\frac{dA}{A} = \frac{dA'}{A'}$

ou $A = nA'$; pour que le second disparoisse, il faut qu'y faisant

$$A = nA', \quad \frac{dA'}{A'} = \frac{dB - n dB'}{B - n B'} \quad \text{ou} \quad NA' = B - n B'; \quad \text{or, } A'$$

ne peut être du même degré que B par l'hypothèse. Donc $N = 0$, $B = n B'$; on trouvera de même $C = n C'$, & ainsi de suite; donc, si on va jusqu'au terme $F'dA - F'dA'$, on trouvera $F = n F'$; or, cela ne peut avoir lieu sans que l'intégrale proposée se réduise à une constante; donc, la différence ne peut s'abaisser à un degré plus bas que celui qui est inférieur d'une unité à celui de A ; donc, si m est le degré de la différentielle, celui de A ne pourra être plus grand que $m + 1$; donc, le nombre des formules d'intégrales est fini pour chaque degré de l'équation différentielle.

(III).

I. Soit $V = 0$ une équation différentielle que, pour plus de simplicité, je supposerai du second ordre, & soient B & B' deux de ses intégrales du premier ordre; il est clair que la forme générale de l'intégrale de cette équation sera FBB' ; donc sa différentielle sera

$$\left(\frac{dF}{dB} \frac{dB}{dy} + \frac{dF}{dB'} \frac{dB'}{dy}\right) dy + \left(\frac{dF}{dB} \frac{dB}{dy} + \frac{dF}{dB'} \frac{dB'}{dy}\right) dy, \&c.$$

Donc, si $V = 0$ est de la forme $ddy + A$, & qu'on veuille chercher,

comme M. Fontaine, à le mettre sous la forme $d\left(\frac{dy}{dx}\right) + A'dy$

+ $B'dx$ en regardant $\frac{dy}{dx}$, x , y , &c. comme des variables

$$\text{différentes, on aura } A' = \frac{\frac{dF}{dB} \frac{dB}{dy} + \frac{dF}{dB'} \frac{dB'}{dy}}{\frac{dF}{dB} \frac{dB}{ddy} + \frac{dF}{dB'} \frac{dB'}{ddy}} \quad \text{pour la}$$

valeur générale de A' ; par conséquent, en cherchant A' en général par l'élimination des équations de condition, comme M. Fontaine le propose, on ne parviendra pas à avoir finalement A' égal à une fonction sans arbitraires. On voit que cette valeur de A' fera d'autant plus compliquée que $V = 0$ pourra avoir plus d'intégrales différentes.

Hist. 1771.

Q

II. Ainsi, la première méthode de M. Fontaine ne pourra servir à trouver en général les coefficients des différences des variables dans la forme qu'il donne aux proposées, ni par conséquent réduire les équations supérieures à celles du premier ordre.

III. On voit cependant que cette méthode peut réussir dans plusieurs cas. En effet, soit une équation d'un ordre supérieur au premier, telle que la multipliant par un facteur sans différences, elle devienne une différentielle exacte; il est clair que si le facteur est unique, tant le facteur que les coefficients des différentielles qui y répondent seront uniques & donnés, les coefficients par une équation finie, & le facteur par une équation de la forme $\frac{dp}{p} = R dy + S dx$. Ainsi l'on réduira toujours dans ce cas la proposée aux quadratures, soit qu'on cherche d'abord les coefficients pour la réduire à une équation du premier ordre qu'il faille intégrer, soit qu'on cherche immédiatement le facteur qui la rend une différentielle exacte.

IV. Si l'équation proposée d'un ordre supérieur au premier, admet deux facteurs de cette espèce, il est clair que la valeur générale des coefficients sera, dans ce cas, de la forme $\frac{n A M + m A' M'}{n A + m A'}$, où A & A' sont les deux facteurs, M & M' , la valeur du coefficient, & n & m , qui se réduisent à la seule $\frac{m}{n}$, des constantes arbitraires. On voit donc que dans ce cas la valeur des coefficients pourra être donnée par une équation ordinaire du premier ordre, & celle du facteur, par une équation du second ordre, réductible à deux du premier. Ainsi, ce sera donc en général, dans ce cas, deux équations du premier ordre, que l'on aura à intégrer, & ainsi de suite, pour ceux où l'on auroit un plus grand nombre de facteurs.

V. Si l'équation est au-dessus du second ordre, & qu'on ait un facteur en $x, y \frac{dy}{dx}$, sans autres différences, on aura ce facteur par une équation du premier ordre, & les coefficients par une équation finie, comme dans l'article III ci-dessus; & il en sera de même en général pour les facteurs des ordres successifs, jusqu'à $m - 2$, seulement l'ordre de la proposée étant m , parce que les intégrales renfermant les différences jusqu'à $m - 1$, les fonctions de ces intégrales ne peuvent entrer dans les facteurs.

VI. Soit une équation au-dessus du premier ordre, & dans laquelle aucune différentielle ne soit supposée constante. Supposons de plus, qu'elle soit telle que son intégrale contienne une nouvelle arbitraire que la différentiation ait fait disparaître, j'aurai pour intégrale $B + ax + b = 0$

a & b étant des constantes arbitraires, & x , cette variable qui avoit disparu; il répondra donc à cette intégrale deux facteurs, dont l'un rendra la proposée V de la forme de B , & ne contiendra pas x ; l'autre, la rendra de la forme $x ddB$, & contiendra x ; la valeur générale du premier facteur sans x sera, si $AV = ddB, FdB.A$; mais il faut que FdB soit une constante si on veut que $FdB AV$ soit une double différentielle exacte. Donc, dans cette dernière hypothèse, la forme générale du facteur est nA , n étant une constante arbitraire; donc, on aura dans ce cas le facteur comme dans l'article II ci-dessus, c'est-à-dire, par une équation différentielle linéaire & du premier ordre; dans ce même cas, on aura pour les coefficients cherchés à la manière de M. Fontaine une équation finie.

VII. Si l'équation est au-dessus du second ordre, & qu'elle soit susceptible de la forme d^3B , si elle est du troisième; d^4B , si elle est du quatrième, la remarque de l'article précédent est vraie en général; mais si cela n'a point lieu, supposant qu'elle ait les deux intégrales $B + ax + b, B' + a'x + b'$; & soit $AV = ddB$ & $A'V = ddB'$, la forme générale du facteur sera $(FdB, dB'.A + F'dB, dB'A')$,

F & F' étant tels que $\frac{dFdB \cdot dB'}{d \cdot dB'} = \frac{d \cdot F'dB dB'}{d \cdot dB}$; & soit M le

coefficient cherché à la manière de M. Fontaine dans V & M' , le même coefficient dans V' ; la valeur générale du coefficient sera dans ce cas

$\frac{FA.M + F'A'.M'}{FA + F'A'}$; donc, on ne peut se servir immédiatement de cette

méthode pour avoir les coefficients; mais si on cherche le facteur dans l'hypothèse que la proposée admette une double différentielle, on aura l'intégrale générale $F''dB, dB'$, qui devra être une différentielle exacte. Donc, il faudra que F'' soit égal à $mdB + ndB'$; donc, la valeur générale du facteur sera $mA + mA'$; donc il sera donné par une équation linéaire du second ordre.

VIII. Les résultats de l'article précédent, sont indépendans de l'hypothèse que la proposée renferme ou ne renferme pas une différentielle constante, & que la variable que l'intégration introduit avec cette condition, soit déjà dans la proposée, ou ne s'y rencontre pas; mais lorsqu'aucune différentielle n'est supposée constante, on peut s'assurer *a priori*, si l'intégrale est ou n'est pas susceptible de la forme de $ddB = 0$; au lieu que s'il y a une différence constante, on ne peut le savoir que par l'examen des équations de condition. En effet, dans le premier cas, soit l'équation entre y & y' , où aucune des deux différences n'est constante, je suppose que dy le soit, c'est-à-dire, que je fais $d^2y, d^3y, \&c. = 0$; ensuite je fais l'opération ordinaire pour compléter la proposée

mise sous cette forme, c'est-à-dire, que je mets $d \cdot \frac{dy^2}{dy}$ en faisant

Q ij

tout varier; au lieu de $\frac{d dy'}{dy}$, si je retrouve exactement la proposée, alors son intégrale ne contient pas de nouvelle variable, sinon elle en contient.

On ne peut appliquer la même règle aux équations qui contiennent une différence constante. En effet, dans le premier cas il est question de voir si l'on a différencié ou $A + C dx^m$, C étant une constante arbitraire, & x la nouvelle variable, ou si c'est $A + C$; mais dans le cas où A contient x , il est clair que ces deux cas se confondent, puisque A & $\frac{A}{dx^m}$ sont des fonctions de la même nature.

IX. La méthode de M. Fontaine ne peut s'appliquer, non plus que celle où l'on chercheroit le facteur par les équations de condition, au cas où ce facteur est sans différence, lorsque la proposée n'est qu'entre deux variables dont l'une a sa différentielle constante, ni dans celui où (*art. précédent*) l'intégrale ne doit pas contenir de nouvelle variable; & par conséquent si on avoit une équation entre deux variables dont une des différences seroit constante, on ne pourroit la rendre résoluble par cette méthode, en y rendant toutes ces différentielles variables. La raison en est que, soit dans ce cas $AV = d B$ la proposée, on aura une seule équation pour déterminer A , si une différentielle est supposée constante; & que si elle ne l'est pas, on aura (*Mémoires de Turin*, tome II, page 182) faisant $\frac{d AV}{dx} = N$, $\frac{d AV}{d \cdot dx} = P$, &c.

$d \frac{AV}{dy} = N' d \frac{AV}{d \cdot dy} = P'$, &c. $(N - d P + d d Q \dots) dx + (N' - d P' + d^2 Q' \dots) dy = 0$; donc les deux équations de condition pour déterminer A se réduiront à une, mais le coefficient que cherche M. Fontaine, est, si on cherche celui de dx . $\frac{P - d Q + \dots}{A}$

donc il sera aussi donné par une seule équation; donc on ne pourra le trouver par l'élimination. L'équation

$(N - d P + d d Q \dots) dx + (N' + d P' + d^2 Q' \&c.) dy = 0$ est même identique quel que soit A ; en effet dès que A est d'une dimension de différences nulles, si cette équation est identique pour une valeur de A , elle le sera pour toutes les autres. Il est aisé de voir que cette équation ne contient pas de différences partielles de A , & qu'ainsi elle le donneroit immédiatement par une équation linéaire d'un ordre égal à celui de la proposée.

Le même inconvénient pourra aussi se rencontrer pour les équations entre plus de deux variables qui se trouvent dans le cas d'avoir une de leurs différences constantes, ou de ne pas contenir de nouvelles

variables dans leurs intégrales, car le nombre des équations de condition est aussi diminué d'une unité.

X. Cette dernière conclusion du n.º IX, paroît contredire les principes des articles précédens, puisque A se trouve donné par une équation aux différences partielles, quoique la valeur générale assignée ci-dessus, soit telle qu'une équation aux différences ordinaires puisse la donner. Mais il faut observer que, ce qui dans l'équation en A , devient nul par la supposition de $A = Fx, y$ est de la forme

$$P_1 \frac{dA}{d.y} + P_{11} \frac{dA}{d.x} \&c. + Q_1 d. \frac{dA}{d.x} + Q_{11} d. \frac{dA}{d.y} \&c.$$

dont il arrive dans ce cas que $A = Fx, y$, ne soit qu'une solution particulière.

Je m'arrête à cette dernière réflexion qui prouve combien la méthode qui emploie les équations de condition à la recherche des coefficients ou des facteurs, est incertaine & limitée.

(IV).

Sur la méthode de résoudre les Équations.

Cette note demande qu'on ait sous les yeux le Mémoire de M. Fontaine, inséré dans le volume de 1747, & réimprimé dans ses Œuvres.

La méthode de M. Fontaine suppose deux choses; 1.º lorsqu'on a un système de facteurs contenant un certain nombre de quantités a, b, c, \dots & que supposant deux de ces quantités égales entr'elles, ou une d'elles, 0; le système change de forme, & a une condition telle qu'une fonction donnée des coefficients de l'équation proposée soit égale à zéro, il arrive nécessairement que si cette fonction est > 0 ou < 0 , dans un exemple numérique proposé, elle le sera pour tous les cas du même système de facteurs.

L'autre, si deux systèmes se trouvent retomber dans un système commun, en faisant dans chacun une supposition différente, il y aura toujours une fonction des coefficients égale à zéro dans ce système commun, & qui sera < 0 dans un des deux premiers, & 0 dans l'autre.

Il n'a démontré aucune de ces deux suppositions, que je vais successivement examiner.

I. Puisqu'en supposant égales deux des quantités qui entrent dans un système à facteurs, on retombe dans un système dont la condition est $\bar{P} = 0$, \bar{P} étant une fonction des coefficients, on a la valeur de \bar{P} dans le premier système de la forme $(a-b)^m (b-c)^n (c-d)^p, \&c.$ \bar{V} ; $a = b, b = c, c = d$ étant les différentes suppositions qui font retomber le système proposé dans celui où ceux où $\bar{P} = 0$, & \bar{V} étant une fonction qui ne peut devenir 0 sans supposer une des quantités $a, b, c, \&c.$ ou imaginaire ou négative au lieu de positive, ou d'un

ordre de grandeur différent de celui qu'elle doit avoir ; donc, quelque valeur renfermée entre les limites du système qu'on donne aux a, b, c , &c. V ne changera pas de signe ; mais $a - b, b - c, c - d$, &c. n'en changeront pas non plus ; donc P conservera pour toutes les valeurs contenues entre ces limites un même signe.

Si c'étoit la supposition d'une des lettres a, b, c , &c. égale à zéro qui faisoit retomber le système proposé dans celui de $P = 0$, on auroit P de la forme $V a^m b^n c^p$, &c. V étant comme ci-dessus, & a, b, c , &c. étant toutes les lettres qui étant égalées à zéro feroit tomber le système proposé dans celui où $p = 0$. Si dans le système de facteur, la lettre égalée à zéro multiplioit $\sqrt{-1}$ m, n, p , &c. feroient pairs ; cela pose, on voit encore que P doit conserver toujours le même signe pour toutes les valeurs contenues dans les limites du système proposé. Or, ceci suffit pour assurer la légitimité de la méthode de M. Fontaine, toutes les fois que pour deux systèmes de facteurs qui se rappellent à un système commun, qui a pour condition $P = 0$; on a $P > 0$ dans un de ces systèmes, & $P < 0$, dans l'autre, pour un exemple particulier.

II. Maintenant, il faudroit prouver que lorsque deux systèmes de facteurs se réduisent à un système commun, & que $P = 0, Q = 0$ équation de condition du système commun, ne sont pas telles que $P > 0$ & < 0 , ou $Q > 0$ & $Q < 0$; dans ces deux systèmes il y a toujours une autre fonction R égale à 0, dans le système commun, > 0 dans un des deux systèmes, & < 0 dans l'autre. Pour savoir si une telle fonction existe nécessairement, je prendrai pour exemple le cas où l'on compare deux systèmes de facteurs qui ne diffèrent qu'en ce qu'au lieu de facteurs $x - b$, d'un des systèmes, l'autre a des facteurs $x - c$; & réciproquement, il faut pour cela que le nombre des facteurs $x - b$ étant m , dans l'une des équations, le nombre des facteurs $x - c$ y soit m' différent de m . Cela posé, soit $m > m'$, je différencie la proposée au moins un nombre m' de fois & sous cette forme, & j'aurai le diviseur commun de cette équation, & de la proposée qui sera $x + a \dots (x + b)^{m''}, m'' < (m - m')$, a étant une racine répétée dans la proposée plus que m' fois ; donc le dernier terme sera $A \cdot b^{m''}$. Maintenant

soit X la proposée, qu'on ait $\frac{dX}{dx}$, que X' soit leur commun diviseur.

$\frac{X}{X'}$ contiendra $x - b, x - c, x - a \dots x - a$ étant des facteurs de X autres que c & b ; le dernier terme sera donc $A' b^c, A'$ ainsi que A ne changeant point lorsque b devient c , & réciproquement, & je parviendrai ainsi à des équations dont les derniers termes seront $b b' b'', c c' c'', b', b''$ étant les racines qui se trouvent entrer dans l'équation en même nombre que b, c', c'' étant les racines en même

nombre que c ; donc, s'il n'y a pas de ces racines, nous aurons b & c rationnels, & la fonction cherchée; mais, s'il y en a, comme toute formule rationnelle sera commune à tous les b ou à tous les c , puisqu'ils entrent semblablement dans la proposée, nous ne pourrions avoir d'expression particulière en b & en c . Il suit de-là que la méthode de M. Fontaine n'est pas générale, dans ce sens, que la supposition de $b > c$ doit produire une condition toujours la même; mais cela n'affecte ni l'égalité, ni le signe, ni la réalité des racines qui sont les objets les plus essentiels.

III. Ceci bien entendu, si on connoît pour chaque équation le système de facteur qui lui convient, & qu'on veuille chercher par approximation les valeurs de a , b , c , qu'on fait être des quantités réelles & positives, il faut d'abord distinguer deux cas; celui où n étant le degré de l'équation, & ayant n équations entre a , b , c , &c. le nombre des a , b , c est $c > n$, & celui où le nombre des a , b , c , est égal à n . Dans le premier cas, si a est la seule quantité qui soit répétée plus d'une fois dans le système de facteurs, on aura, en éliminant de ces équations en a , b , c , &c. une valeur exacte rationnelle de a , si a & b sont toutes deux répétées; mais un nombre inégal de fois, on aura une valeur exacte & rationnelle de a & de b ; si c'est un nombre égal de fois, on aura a & b par une équation rationnelle du deuxième degré, & ainsi de suite. Cela posé, on pourra regarder comme connues les quantités a , b , & cela rabaissera le degré des équations qui doivent servir à déterminer les autres lettres.

Supposons maintenant que le nombre des lettres est égal à celui des équations, d'abord nous les éliminerons toutes, hors une que nous supposons être a ; soit cherchée une valeur approchée de a que nous savons être positive & réelle, il faudra distinguer deux cas; 1.^o celui où l'on auroit les b , c , &c. égaux à des fonctions données de a ; 2.^o ceux où la proposée seroit telle que dans les équations du second degré, qui donnent b ou c , &c. en a ne se réduisent pas à une seule équation, la valeur de a étant substituée dans ces équations. Cela ne peut se vérifier immédiatement & rigoureusement avec la valeur approchée de a ; mais on peut le faire par la comparaison des coefficients de l'équation du second degré en b , c , &c. avec la proposée. Lorsque cela a lieu, il vaudra souvent mieux chercher a dans l'équation en a , b positif, & $< a$ dans l'équation pour b , &c. parce qu'autrement il faudroit un nouvel examen pour savoir si ces valeurs de a qui reviennent à une b , deux équations où b sont réelles ou non, &c. Quant à la difficulté de l'article II ci-dessus, elle ne peut être incommode, parce que dans ce cas on a une équation en b & en c à part.

(V).

LA Méthode de M. Fontaine donne, pour les équations littérales,

les conditions qui apprennent à en distinguer les différentes formes; mais cette méthode ne donne les règles que successivement pour chaque degré, & exige pour chacun une construction de Tables dont le travail seroit immense. C'est ce qui me fait préférer la méthode de M. de la Grange, qui donne, pour les mêmes conditions des formules communes à tous les ordres. Comme cet illustre Analyste n'a pas développé ces formules, j'ai cru devoir les placer ici.

I. Soit $x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-2} + \dots + q = 0$ (A)
la proposée.

Et l'équation,

$$u \frac{n \cdot n - 1}{2} + a' u \frac{n \cdot n - 1 - 1}{2} + \dots + q' = 0 \quad (B)$$

l'équation; donc, les racines sont les quarrés des différences des racines de la proposée, on aura $a' b' \dots q'$ en $a, b, \dots q$ pour un ordre quelconque. (Voyez le Mémoire de M. de la Grange, Mémoires de Berlin, *Tome XXIII*).

II. Comme je cherche ici des formules générales, je me contenterai de supposer seulement que le signe de $a, b, c, \dots q$ est connu.

Cela posé, je dis que la proposée ne peut avoir de racine positive plus grande que $a + b + c, \dots q$, étant tous pris avec le signe positif, ni de négative plus grande que la même quantité prise avec le signe contraire; on pourroit dire aussi que la plus grande racine positive ne peut être plus grande que le plus grand coefficient, ou même que le plus grand coefficient négatif, & que la plus grande négative ne peut non plus être plus grande que le plus grand coefficient ou le plus grand positif, mais que cela demanderoit une trop grande subdivision dans les formules que nous cherchons.

III. Par la même raison $\frac{1 + a' + b' \dots}{q'}$, tout étant pris positivement dans le numérateur est la plus grande limite de $\frac{1}{\Delta^2}$, Δ^2 étant le quarré des différences; ce qui donne $\Delta^2 < \frac{q'}{1 + a' + b' \dots}$.

IV. Supposons que la proposée ait été $x^n \pm A x^{n-1} \dots \pm Q = 0$; $x = A + B + C + \dots + Q$; donc faisant $x = (A + B + C, \dots + Q)x$, nous aurons $x^n \pm a x^{n-1} \dots \pm q$, où $a + b, \dots + q$ limite de x est < 1 ; donc la différence $\Delta < 2$; donc on peut prendre également pour limite $\sqrt{\left(\frac{q'}{1 + a' + b' \dots} \right)}$ ou $\frac{q'}{2 \times (1 + a' + b' \dots)}$.

V. Cela posé, il y a autant de racines réelles, positives, inégales ou en nombre impair, que l'on peut avoir de fois

$$m^n \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^n \pm a m^{n-1} \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^{n-1} \dots + q < 0.$$

$$\& (m+1)^n \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^n \pm a (m+1)^{n-1} \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^{n-1} \dots + q > 0.$$

où m désigne un nombre entier tel que $m \frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots}$

$< a + b + c + \dots$. Or, quel que soit le signe de ces fonctions, si elles sont de signes différens, nous aurons leur produit négatif. Donc la proposée aura autant de racines positives, réelles, inégales ou égales en nombre impair, que l'on pourra avoir de fois

$$[m^n \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^n \dots + q] [(m+1)^n \left(\frac{q'}{2.1 + a' + b' \dots} \right)^n + \dots + q] < 0;$$

VI. Il sera aisé, d'après les conditions connues pour les racines égales & les racines imaginaires composées, qui donnent des racines négatives dans l'équation en Δ^2 , d'avoir une semblable formule pour tous les cas.

VII. Maintenant, les formules pourront être regardées comme aussi complètes qu'aucune autre qui contiendra des loix, telles $M > 0$, M étant une fonction des coefficients. En effet, tout ce qu'on peut exiger d'une semblable loi, c'est que ayant n équations entre les n coefficients de la proposée, qui ne désignent ici que des rapports, on ait la condition sans avoir résolu ces équations.

(VI).

J'AI cru devoir justifier ici le jugement que j'ai porté des Principes de M. d'Alembert & de M. Fontaine. Les voici l'un & l'autre.

Principe de M. d'Alembert, tel qu'il l'a donné en 1743.

Soient A, B, C , &c. les corps qui composent un système quelconque, & supposons qu'on leur ait imprimé les mouvemens a, b, c , &c. qu'ils soient forcés de changer à cause de leur action mutuelle en ABC . Il est clair qu'on peut regarder le mouvement imprimé au corps A comme composé du mouvement A qu'il a pris, & d'un autre mouvement α ; qu'on peut de même regarder les mouvemens b & c , comme composés des mouvemens B & β , C & γ , &c. d'où il suit que le mouvement des corps A, B, C , &c. auroit été le même, si au lieu de leur imprimer les mouvemens a, b, c , &c. on leur eut donné à la fois ces doubles impulsions A & α , B & β , C & γ ; or, par la supposition, les corps A, B, C , &c. ont pris d'eux-mêmes les mouvemens ABC , &c. Donc, les mouvemens α, β, γ , &c. doivent être tels qu'ils ne dérangent rien dans les mouvemens ABC , &c. c'est-à-dire, que si les corps n'avoient

Hist. 1771.

R

requ que les mouvemens α , β , χ , &c. ces mouvemens auroient dû se détruire & le système demeurer en repos.

Or, on voit que dans ce Principe il n'entre que des quantités susceptibles d'une expression analytique, & entre lesquelles l'état de repos de chaque point doit donner un nombre d'équations égal à celui des directions auquel le mouvement de chaque point peut être rapporté.

Le reste de l'Ouvrage de M. d'Alembert contient des applications de ce principe général; on y voit qu'il n'y a aucun genre de Problème de Dynamique dont ce principe ne donne les équations. M. d'Alembert l'a appliqué depuis à la Théorie des Fluides.

Enfin, si on suppose ou un nombre de corps quelconques animés de forces quelconques, ou un système de corps liés entr'eux, & qu'on cherche les équations de leur mouvement, par le principe de M. d'Alembert, on trouvera des formules générales, qui seront les mêmes que celles que le Principe de la moindre action, & celui de la conservation des forces vives, combinés ensemble, ont données à M. de la Grange; & on déduira de ces formules les équations définitives de chaque Problème d'une manière semblable.

De ces mêmes formules, déduites du Principe de M. d'Alembert, c'est-à-dire, d'un principe vraiment mécanique, & fondé sur la nature même des corps & de mouvement; il est aisé de déduire l'existence du principe de la conservation des forces vives, & de celui de la moindre action, qui par-là cessent d'être des principes métaphysiques.

Une autre observation à faire, c'est que le principe de M. d'Alembert suffit seul pour résoudre tous les Problèmes; au lieu que tous les autres principes ont besoin, pour parvenir au même but, d'être combinés deux à deux. Voyez sur tous ces objets, le Mémoire de M. de la Grange, sur le Principe de la moindre Action (*Mémoires de Turin*, tome II); la Pièce du même, qui a remporté le Prix en 1764, sur la Libration de la Lune; & un Essai que j'ai publié sous le titre de *Problème des Trois-corps*.

Voici maintenant le Principe de M. Fontaine, tel qu'il l'a publié plus de vingt ans après M. d'Alembert.

- « Si plusieurs corps se choquent, ou plus généralement, si les états
 » de plusieurs corps, dans l'espace, se trouvent être incompatibles en-
 » semble; les changemens qui leur arriveront seront tels que les forces
 » qu'avoient les corps pour s'y refuser, se seront vaincues mutuellement,
 ou auront été en équilibre. »





ÉLOGE DE M. MORGAGNI.

JEAN-BAPTISTE MORGAGNI, Docteur en Médecine, premier Professeur d'Anatomie dans l'Université de Padoue, de la Société royale de Londres, de l'Académie impériale de Pétersbourg, de celle de l'Institut de Bologne, & de celle des Curieux de la Nature, naquit en 1682 à Forlì, ville de la Romagne, de parens honnêtes & qui jouissoient d'une fortune aisée, qui les mit à portée de faire valoir les talens dont la Nature l'avoit favorisé.

Il fit ses premières études dans sa patrie; & si l'on en juge par la belle & correcte latinité qui règne dans ses Ouvrages, il dut les faire avec distinction. Il est sûr au moins qu'il les fit avec rapidité, puisqu'ayant été envoyé à Bologne pour y étudier la Médecine, il y reçut le bonnet de Docteur ayant à peine atteint sa seizième année. Ce fut-là vraisemblablement que la liaison qu'il forma avec le célèbre Doménico Guglielmini, de cette Académie, lui inspira à la fois le goût des Mathématiques, dans lesquelles il se rendit habile, & celui de l'Anatomie que M. Guglielmini possédoit également.

Ce goût de M. Morgagni pour l'Anatomie, trouva bientôt un Maître digne de le cultiver. Valsalva, ce célèbre Anatomiste dont le nom seul fait l'éloge, enseignoit alors l'Anatomie à Bologne. Il n'eut pas besoin de toute la pénétration pour discerner le jeune Morgagni dans la foule de ses disciples; & on peut juger avec combien d'empressement il se saisit d'un pareil sujet, & lui prodigua ses soins. Il en profita si bien que dès l'âge de vingt ans il fut en état de donner lui-même à Bologne, des leçons d'Anatomie avec le plus grand applaudissement.

La célébrité de ses leçons & l'affluence de disciples qu'elles eurent bientôt attirés, déplurent à quelques Professeurs qui en conçurent de la jalousie, & lui suscitèrent des persécutions; mais ses talens & sa conduite le firent triompher de ses ennemis. L'Anatomie seule y perdit; car il fut obligé d'employer un temps précieux à composer un grand nombre d'Ouvrages polémiques,

qui à la vérité mirent le Public de son côté, mais l'empêchèrent de s'occuper d'Ouvrages plus utiles. Le Sénat de Bologne ne décida la question qu'en lui conférant une chaire de Médecine qui vint à vaquer, & en lui donnant par ce moyen le droit d'enseigner; il y avoit déjà long-temps que ses études lui en avoient donné la capacité.

Le travail qu'exigeoit de lui cette Chaire, ne suffisoit pas à M. Morgagni pour satisfaire l'extrême desir qu'il avoit de s'instruire; il travailloit encore en particulier & dans le silence, & bientôt il fit part au Public de ces études secrettes, en donnant ses *Adversaria Anatomica*, dont il publia la première en 1706, la seconde & la troisième en 1717, & les trois autres en 1719.

Cet ouvrage dont la première partie fut lûe par M. Morgagni même, à l'Académie de Bologne, peut être regardé comme un des plus beaux morceaux d'Anatomie que le siècle où nous vivons ait produit. Il y donne la description de plusieurs parties du corps animal jusqu'alors totalement inconnues; il y rappelle plusieurs découvertes intéressantes, ignorées des Anatomistes de son temps, quoique consignées dans plusieurs ouvrages de ses prédécesseurs. Il relève des fautes qu'il avoit aperçues dans plusieurs ouvrages anatomiques, & supplée à ce qui peut y manquer; tantôt Critique habile & impartial, tantôt Commentateur utile & lumineux; presque par-tout subtil & ingénieux inventeur.

Les bornes qui nous sont prescrites ne nous permettent pas de faire ici l'énumération, même la moins détaillée, des nombreux objets compris dans cet ouvrage; nous nous contenterons d'en rapporter seulement quelques-uns des plus saillans.

De ce nombre sont, la Description de plusieurs glandes de la face, jusqu'alors inconnues ou presque inconnues aux Anatomistes, & sur-tout celle de la glande qui se trouve sur l'épiglotte, dont les canaux excréteurs traversent ce cartilage, & vont former en s'ouvrant à la surface inférieure, plusieurs saillies que quelques Anatomistes avoient prises pour autant de glandes, un grand nombre de ligamens peu ou point connus; des glandes sébacées ou remplies d'une matière semblable à du suif, qu'on connoissoit

dans quelques endroits des parties naturelles de l'homme, & qu'une analogie juste & bien suivie lui a fait découvrir dans celles de la femme, où on ne s'étoit pas avisé de les chercher. Dans un travail sur le larynx, inséré dans sa première *Adversaire*, il se sert, tantôt de l'anatomie des animaux pour éclairer celle de l'homme, & tantôt de celle de l'homme pour éclairer celle des animaux ; il décrit les variétés qu'il avoit observées dans les sinus de la face, tant pour le nombre que pour la grandeur ; il rapporte plusieurs expériences qui prouvent que le sang du fœtus passe par le trou ovale de l'oreillette droite du cœur dans la gauche, & jamais de celle-ci dans la droite : enfin, on ne peut s'imaginer de combien de choses curieuses & intéressantes cette première *Adversaire* est remplie. Un Ouvrage si savant produit par un jeune homme de vingt-quatre ans, surprit tous les Anatomistes, & la réputation de l'Auteur s'étendit bientôt non-seulement dans l'État de Bologne, mais encore dans toute l'Europe.

Les cinq autres *Adversaires* de M. Morgagni sont principalement destinées à faire la critique du Théâtre & de la Bibliothèque anatomique de Manget ; mais cette critique est d'une espèce bien singulière, on n'y voit aucune trace d'amertume ni d'animosité ; il estimoit l'Auteur qu'il critiquoit, & ne le critiquoit même que parce qu'il l'estimoit, & qu'il craignoit que des erreurs répandues dans un Livre qui étoit entre les mains de tous les Anatomistes ne pussent s'accréditer & devenir nuisibles. Il en usa de même & par le même motif avec M. Bianchi son ami, dont il releva les erreurs sur la structure du foie, dès que son Ouvrage eut paru ; une critique de M. Morgagni sur quelques endroits d'un Livre, pouvoit presque être regardée comme une approbation de cet Ouvrage.

Dans la seconde *Adversaire*, il rapporte la curieuse Observation qu'il fit en disséquant le cadavre d'un Nègre ; il trouva la superficie de la peau noire & non blanche, comme Riolan l'avoit avancé ; il observa que la graisse, dans le corps animal, est mêlée avec le sang, & qu'elle s'échappe dans les cellules destinées à la recevoir par les extrémités des petits vaisseaux sanguins ; nouvelle espèce de sécrétion ignorée jusqu'alors.

La troisième Adversaire contient un grand nombre de remarques sur l'Histoire des découvertes anatomiques, & sur la structure & l'usage des différentes parties du Corps animal; il y donne ses propres recherches sur le péritoine, sur les glandes de l'œsophage, sur celles de l'estomac, sur l'écartement des os du bassin, sur la rate qu'il a quelquefois trouvée double, mais qu'il n'a jamais vu manquer dans aucun sujet; sur les intestins & sur leurs valvules, & il décrit à cette occasion deux liens qui servent à fortifier & à fixer la valvule du colon, & qui avoient échappé aux regards de tous les Anatomistes; en un mot, on ne peut s'empêcher d'être étonné du nombre prodigieux de sujets qu'il traite dans cette Adversaire, de la sagacité de ses découvertes & de la netteté avec laquelle il a l'art de les présenter.

La quatrième Adversaire a pour objet l'examen des parties de la génération; M. Morgagni y donne non-seulement une foule d'Observations importantes, mais encore la méthode propre à conduire les yeux & la main de l'Observateur, dans l'examen de cet amas d'organes délicats, que la plus petite faute peut faire méconnoître, & qu'on ne peut souvent apercevoir que par des coupes savantes & bien réfléchies.

Dans la cinquième, il relève les erreurs de Manget dans la description des Mamelles & du Diaphragme, & à l'occasion de ce dernier, il indique deux espèces de trous dont ce plancher musculueux est percé, pour donner passage aux nerfs intercostaux; il y fixe la vraie position du thymus; de-là il passe à l'examen du cœur, relève quelques erreurs de Verrheyen sur cet important organe, & termine cette Adversaire par deux Lettres du célèbre Lancisi, l'une sur la veine azygos, & l'autre sur les ganglions.

La sixième & dernière Adversaire, est principalement destinée à relever les fautes répandues dans le cinquième Livre de la Bibliothèque Anatomique de Manget; mais à l'occasion de ces fautes, M. Morgagni y propose plusieurs découvertes importantes qu'il avoit faites. De ce nombre est celle d'un nouveau sinus dans le cerveau; des remarques importantes sur les nerfs dans lesquelles il avoue que toutes ses recherches n'avoient encore pu lui faire apercevoir les branches de communication entre la

cinquième paire de nerfs & le grand nerf sympathique, quoiqu'il eût vu distinctement les branches de ce nerf qui se joignent à la sixième paire; mais le morceau le plus achevé de cette *Adversaire* est celui où il traite des voies lacrymales; il donne tout l'historique de cette partie de l'Anatomie, & décrit la manière d'opérer dans les maladies auxquelles ces parties sont sujettes: il examine de même les travaux des différens Anatomistes sur l'oreille, le nez & la bouche, & finit par quelques remarques sur les sinus, sur les glandes salivaires & sur les canaux incisifs & salivaires de Stenon.

Telle est la très-légère idée que le temps consacré à la lecture de cet *Éloge* nous permet de donner des *Adversaires Anatomiques* de M. Morgagni; ouvrage immense, non-seulement par le grand nombre de matières qui y sont traitées, mais encore plus par la vaste lecture qu'elles ont exigée, & par la manière dont elles sont discutées. Cet Ouvrage peut être regardé comme un chef-d'œuvre, l'Auteur y est par-tout conduit par la critique la plus juste & la plus savante, & par les observations les plus exactes: avec de semblables guides, on peut être sûr de ne se pas égarer. Cette manière même de présenter les objets détachés, & sans s'assujettir à aucune liaison, parut si bonne & si expéditive au célèbre Ruysch, bon juge en pareille matière, qu'il la combla d'éloges, & n'hésita pas à l'employer lui-même: elle a depuis servi de modèle à quantité de bons Ouvrages anatomiques.

Nous avons dit que la publication de la *première Adversaire* de M. Morgagni avoit porté sa réputation bien au-delà des limites de l'État de Bologne; elle l'avoit en effet portée à Venise, & cette sage République informée d'ailleurs de la manière dont il remplissoit sa place à Bologne, ne balança pas à lui faire les offres les plus avantageuses pour l'engager, en 1715, à venir prendre à Padoue la seconde Chaire de Médecine Théorique, alors vacante par la mort de M. Molinetti, avec cinq cents florins d'appointemens, qui furent depuis augmentés jusqu'à mille, & elle le fit ensuite passer à la première Chaire d'Anatomie, avec des appointemens très-considérables. Il étoit juste que celui auquel les Anatomistes ont depuis unanimement déféré le premier rang,

occupât la première place de ce genre dans le lieu de sa demeure; & le jugement du Sénat de Venise sur M. Morgagni, est devenu celui de tout l'Univers.

Ce fut apparemment pendant le temps qu'il occupa à Padoue la Chaire de Médecine Théorique, qu'il se crut obligé de tourner plus particulièrement ses vues vers la Médecine, & que pour satisfaire à cette obligation, il composa un Traité intitulé: *Nova Institutionum medicarum idæa*, qui fut imprimé in-4.° à Padoue en 1712. Ce fut aussi à peu-près dans le même temps qu'il se lia de l'amitié la plus étroite avec M. Ramanzini qu'il trouva à Padoue. La conformité de leurs caractères, de leurs mœurs, de leur goût & de leurs études, avoient formé les nœuds de cette liaison; aussi a-t-elle été durable.

Quoique M. Morgagni se fût absolument établi à Padoue, il n'avoit pas oublié que Bologne étoit, relativement aux Sciences, sa première patrie; qu'elle lui avoit mis pour ainsi dire les armes à la main, & il conservoit toujours une grande affection pour cette ville. Il trouva bientôt un moyen de lui donner des preuves de sa reconnoissance, en concourant de tout son pouvoir à l'établissement de l'Institut de Bologne, auquel feu M. le Comte Marsigli travailloit alors; & non content d'avoir contribué à former ce bel établissement, il l'enrichit encore de beaucoup de pièces curieuses. Aussi fut-il au nombre des premiers Associés de l'Institut: honneur bien dû à celui qui avoit pris tant d'intérêt à sa formation.

Le nom de M. Morgagni étoit revenu tant de fois & toujours si avantageusement à l'Académie, qu'elle ne put se défendre de desirer un tel sujet; & la mort de M. Ruysch ayant fait vaquer une de ses huit places d'Associé-Étranger, elle ne crut pouvoir mieux la remplir qu'en lui donnant M. Morgagni pour successeur, persuadée que le Public ratifieroit son choix, comme il avoit ratifié celui que la Société royale de Londres en avoit fait depuis quelques années.

Il fut extrêmement flatté de cette nouvelle marque d'honneur; & on peut voir comment il s'en explique dans une lettre qu'il écrivoit à M. Senac en 1760, & qui a été insérée dans ses ouvrages.

ouvrages. C'étoit cependant au bout de vingt-neuf ans de réception qu'il exprimoit si vivement sa reconnoissance. On n'avoit sûrement pas à craindre, en cette occasion, l'enthousiasme du premier moment.

Trois ans ou environ avant cet évènement, M. Morgagni avoit publié ses deux premières *Épîtres anatomiques*. Ces *Épîtres* sont au nombre de vingt; elles forment une collection nombreuse de faits, d'observations & de remarques utiles, à peu-près dans le même goût & dans la même forme que ses *Adversaires anatomiques*. Les deux premières dont nous venons de parler, sont presque entièrement destinées à relever les erreurs contenues dans l'histoire du foie de M. Bianchi. Ce seroit beaucoup que de mettre le Public Anatomiste, en garde contre des erreurs que le nom & la réputation d'un Auteur célèbre pourroient facilement faire adopter. Ce n'est pas cependant à beaucoup près tout ce qu'a fait M. Morgagni, il substitue aux erreurs qu'il combat, des observations plus exactes; & de Critique il devient Auteur. Il y donne la véritable figure, la position de ce viscère, & sa connexion avec les parties voisines. Il entre dans le plus grand détail sur les vaisseaux qui s'y rencontrent, & sur-tout sur les vaisseaux biliaires; il fait voir comment la bile se peut introduire dans l'estomac, & les accidens qu'elle y cause; il rapporte des observations dans lesquelles il avoit vu les vaisseaux biliaires obstrués sans qu'il y eût de jaunisse; il distingue les différentes concrétions pierreuses qu'on y rencontre; il examine les ligamens & les cavités extérieures du foie, il fait voir que le diaphragme est plus haut du côté droit que du côté gauche: inclinaison qui avoit échappé jusqu'alors à tous les Anatomistes; & non content d'avoir éclairé son lecteur sur l'objet même qu'il traite, il porte sa juste critique jusque sur l'historique de cette partie de l'Anatomie, & restitue aux véritables Auteurs la gloire de leurs découvertes qui, on ne sait comment ni pourquoi, étoient connues sous d'autres noms. Malgré le nom & la célébrité de M. Bianchi, ces deux lettres pourroient peut-être mieux mériter le titre d'histoire du foie, que le livre qui en a été l'occasion.

Les dix-huit autres *Épîtres* sont, à proprement parler, un

Hist. 1771.

S

commentaire sur Valsalva, dans lequel cependant il se permet de relever quelques erreurs, malgré l'attachement qu'il avoit pour ce célèbre Anatomiste dont il avoit été disciple, & qu'on voit régner dans tout cet ouvrage.

La première concerne le Traité de l'oreille, & tout ce que Valsalva a écrit sur les glandes & sur leur structure. M. Morgagni admet avec Malpighi, les follicules & les vaisseaux dans leur composition; & l'examen qu'il rapporte des différentes glandes du corps humain, ne lui offre rien qui puisse le détourner de cette opinion. Dans la seconde, il traite de l'oreille externe & du conduit auditif. Il y examine les muscles de l'oreille externe d'autant plus difficiles à découvrir, que le défaut d'usage auquel nous assujettissons cette partie, souvent les oblitère ou les confond.

Il examine dans la troisième ce qu'a dit Valsalva de la membrane du tympan & de ses cavités; il rapporte les opinions des différens Auteurs sur ce point; il assure qu'il a souvent trouvé dans le fœtus, cette membrane enduite d'une matière muqueuse épaissie, qui lui forme comme une seconde lame; & il regarde l'ouverture que Rivinus y avoit observée, comme un fait isolé & purement accidentel.

La quatrième est destinée à l'examen des osselets de l'ouïe; & M. Morgagni y rapporte ce que les différens Anatomistes en ont écrit.

La cinquième concerne la fenêtre ovale de l'oreille, la trompe d'Eustache, les vaisseaux & les nerfs du tambour. Il indique quelques variétés qu'il a observées dans ces parties, & relève plusieurs erreurs qu'avoient commis sur ce point les plus célèbres Anatomistes qui se sont occupés de cet objet. Si on joint à ce que nous venons de rapporter, ce qu'il dit dans la dixième Épître sur le labyrinthe, & dans la onzième sur les usages des différentes parties de l'oreille, & sur les altérations auxquelles elles sont sujettes, on verra que ces Épîtres forment un commentaire suivi sur cette partie de l'ouvrage de Valsalva, ou plutôt un Traité complet de l'oreille.

La sixième & la septième sont consacrées à l'examen de la luette & du pharynx, & à la description des glandes du fond

de la bouche & de l'œsophage; & c'est peut-être l'endroit où l'on peut trouver la description anatomique la plus exacte de ces parties. Il donne dans la neuvième, la connoissance des muscles qui servent à leurs mouvemens.

La douzième a pour objet les ligamens & les cellules du colon & du réseau, du *cæcum* & de son appendice.

Dans la treizième, il examine presque tout le système artériel & veineux; les valvules dont quelques-uns de ces organes sont pourvus; les sinus que forment quelques veines; la position naturelle du cœur dans l'homme & dans quelques animaux; & il termine cette Épître par l'énumération des Auteurs qui ont découvert les valvules des veines.

Dans la quatorzième, il traite des nerfs accessoires de la huitième paire & de la dixième, du cerveau, & de presque tous les nerfs du corps humain; des muscles des yeux, de l'anneau modérateur, & enfin, des principaux nerfs & des tuniques de l'œil.

L'examen de cet important organe fait le sujet de la quinzième; il y décrit les vaisseaux de l'œil, ses différentes tuniques, ses chambres, ses humeurs, & donne la structure interne de la rétine, & celle du nerf optique.

Il expose dans la seizième les usages de l'anneau modérateur, & les maladies auxquelles il est sujet ou qu'il peut produire.

Dans la dix-septième, il traite de la cataracte; & dans la dix-huitième & dernière, il examine ce que dit Valsalva sur la structure des reins & des glandes surrénales.

Il est aisé de juger, même par l'énumération très-rapide que nous venons de faire de ces Lettres de M. Morgagni, qu'elles sont autant de Dissertations savantes & curieuses, & qu'elles contiennent une critique judicieuse de plusieurs Auteurs d'Anatomie qui ont écrit sur les mêmes sujets; on y trouve des descriptions de parties plus exactes que celles qu'on en avoit, des éclaircissemens qu'on ne trouve point ailleurs, & une grande quantité d'observations d'Anatomie comparée.

Au milieu de tant de travaux, M. Morgagni trouvoit encore

le temps d'envoyer quelques Observations intéressantes aux différentes Académies dont il étoit Membre; il s'en trouve plusieurs de ce genre dans les Mémoires de l'Académie de Bologne, & notre Histoire fait mention, en 1741, de plusieurs Observations sur des conformations singulières, comme reins doubles, reins réunis, treize côtes de chaque côté, six vertèbres lombaires dans le même sujet, quelques variétés qu'il a observées dans les veines & dans leurs valvules; & l'Académie ne put s'empêcher de s'étonner que tant d'Observations singulières eussent pu être fournies par quatre cadavres, de cinq qu'il avoit disséqués en quarante jours.

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. Morgagni que comme Anatomiste; il étoit cependant encore Médecin, & Médecin très-habile & très-consulté, sur-tout pour les maladies chroniques; & pour rendre ses connoissances anatomiques plus directement utiles à la Médecine, il publia en 1761, âgé alors de soixante-dix-neuf ans, un Ouvrage imprimé à Padoue, sous le titre de *sedibus & causis Morborum per Anatomen indagatis*, ou du siège & des causes des Maladies découvertes par l'Anatomie. Cet Ouvrage est divisé en cinq Livres; le premier traite des maladies de la tête; le second, de celles de la poitrine; le troisième, de celles du bas-ventre; le quatrième, des maladies extérieures ou chirurgicales; & le cinquième sert de supplément aux précédens. Ce Livre, qui contient une multitude de faits curieux, appliqués à une fin utile, a été le dernier Ouvrage de M. Morgagni; il ne s'occupa depuis qu'à revoir ses Ouvrages dont il vouloit donner une nouvelle édition, qui auroit sûrement été augmentée d'un grand nombre d'Observations; mais la mort le surprit dans ce travail, & il finit sa longue & glorieuse carrière le 5 Décembre 1771, âgé de près de quatre-vingt-dix ans.

La Noblesse de la ville de Forli, sa patrie, avoit voulu lui donner une marque non équivoque de son estime, en lui accordant des Lettres de Noblesse pour lui & pour sa postérité, & avoit voulu que le buste de M. Morgagni fût placé dans la Salle du Conseil des Nobles de cette ville, tant elle se faisoit honneur de lui avoir donné la naissance.

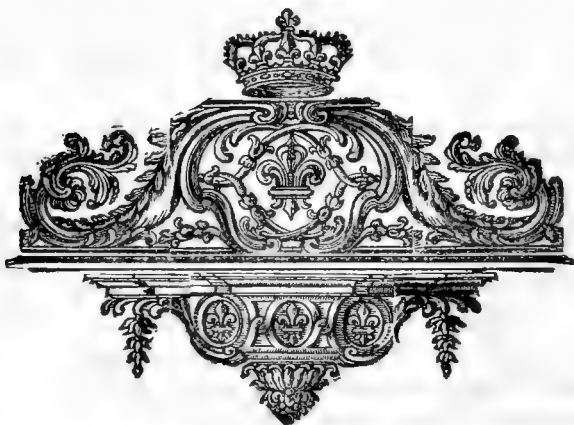
M. Morgagni étoit d'une taille avantageuse; il est presque

inutile, après ce que nous venons de dire, d'ajouter qu'il aimoit l'étude & la solitude; il recevoit cependant les Étrangers avec aménité, sur-tout quand ils venoient s'entretenir avec lui des objets de ses recherches; & pour lors ces mêmes connoissances qui lui avoient tant coûté à acquérir, ne lui coûtoient rien à communiquer; quant aux visites qui n'étoient que visites, il savoit les abrégér & les réduire à leur juste valeur. Il étoit au reste très-souvent exposé à cet inconvénient; il ne passoit presque pas de Seigneur ou de Prince étranger à Padoue, qui n'allât voir M. Morgagni, & lui payer, pour ainsi dire, son tribut d'admiration. Ces visites multipliées & les nombreuses consultations qu'il recevoit de toutes parts, emportoient une grande partie de son temps, & il falloit qu'il fût bon ménager du reste pour avoir pu produire tous les excellens Ouvrages qu'il a donnés au Public. L'espèce de solitude dans laquelle il vivoit, & ses études continuelles entraînoient une sobriété qui lui devenoit nécessaire, & une espèce de sévérité de mœurs, mais qui n'alloit pas jusqu'à l'empêcher d'être extrêmement affable envers tout le monde, & d'être, dans l'intérieur de sa maison, bon père & bon mari; car il avoit été marié, & il a laissé son fils unique, héritier d'une très-grande fortune.

Cette fortune si différente de celle qu'il avoit reçue de ses aïeux, jointe à l'extrême simplicité de sa manière de vivre, a donné lieu de le soupçonner d'avarice; mais ne s'est-on pas un peu trop pressé d'en tirer cette conséquence. Les livres & les cadavres sont presque l'unique dépense d'un Anatomiste aussi continuellement occupé de sa science que l'étoit M. Morgagni. Il jouissoit d'appointemens considérables; il étoit très-fréquemment consulté; les souverains Pontifes Clément XI, Benoît XIII & Benoît XIV, l'honoroient de leur estime, & les deux derniers le combloient de bienfaits. Il pouvoit bien ne lui avoir manqué que le temps de dépenser & de sentir cette espèce de vide causé par l'inutilité, & que l'ignorance ne fait remplir qu'à grands frais; peut-être aussi cette sévère économie tenoit-elle un peu à son caractère; ce seroit en ce cas le tribut qu'il payoit à l'imperfection de la nature humaine: on l'a encore accusé d'une foiblesse bien moins excusable dans un homme aussi éclairé que lui; c'étoit de donner

croyance aux rêveries de l'Astrologie judiciaire. La sincérité de nos Éloges ne nous permet pas de dissimuler les défauts des grands Hommes , & nous les présentons tels qu'ils sont ; leurs vertus seules doivent servir de modèles ; & des taches aussi légères que celles dont nous venons de parler , disparaissent absolument , & sont absorbées par l'éclat de la gloire que M. Morgagni a si justement méritée.

La Place d'Associé - Étranger qu'occupoit , parmi nous M. Morgagni , a été remplie par M. de la Grange , Directeur de la Classe - Mathématique de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse , & Membre de la Société Royale des Sciences de Turin.





ÉLOGE DE M. PITOT.

HENRI PITOT, Chevalier de l'Ordre du Roi, Pensionnaire-vétérane de cette Académie, Membre de la Société Royale de Londres, de celles de Lyon & de Montpellier, Censeur Royal, & ancien Directeur du canal Royal de Languedoc, naquit à Aramont, diocèse d'Uzès en Languedoc, le 3 Mai 1695, d'Antoine Pitot, Écuyer, & de Jeanne Julien, d'une famille noble de Beaucaire.

On lui fit commencer ses études de bonne heure, mais inutilement; jamais enfant ne s'y montra moins propre, remontrances, exhortations, châtimens même, tout fut inutile, il fallut céder à l'extrême répugnance qu'il témoignoit pour ce genre d'occupation; il prit le parti des armes, suivit un de ses frères, Officier au régiment de Marcellin & se dédommagea par la vie la plus dissipée de l'espèce de régularité que les études avoient prétendu exiger de lui.

Le moment auquel il devoit changer de façon de vivre, n'étoit cependant pas fort éloigné: ce que les exhortations les plus pathétiques n'avoient pu gagner sur lui, fut l'ouvrage d'un seul reproche de son père dans un des voyages qu'il fit à Aramont: il lui dit qu'il ne seroit jamais qu'un inutile & qu'un ignorant; ce reproche le piqua d'autant plus qu'il ne pouvoit se cacher à lui-même qu'il l'avoit bien mérité. Il se proposa dès ce moment de réparer le temps qu'il avoit si mal-à-propos perdu & se mit à lire une histoire Romaine écrite en vieux françois, l'Ancien Testament, l'histoire de France de Mézerai, l'Histoire poétique du P. Gautruche & les Métamorphoses d'Ovide, de la traduction de du Ryer. Ces livres, les premiers qui se trouvèrent sous sa main, furent comme la nuance par laquelle il passa, de l'ignorance volontaire dans laquelle il avoit vécu jusqu'alors, à l'amour des hautes Sciences auquel il étoit destiné.

Jusque-là M. Pitot n'avoit agi que par l'impression qu'avoit fait sur lui le reproche de son père, le goût n'avoit eu aucune

part à ses études; bientôt un heureux hasard le fit naître & développa tous ses talens.

Étant un jour à Grenoble où il étoit allé avec son frère, il vit en passant, sur la boutique d'un libraire, un vieux livre de Géométrie; les figures, dont cet ouvrage étoit rempli, piquèrent sa curiosité: il l'acheta, l'emporta chez lui & se mit à le déchiffrer.

Cette lecture lui fit en un instant connoître ou plutôt sentir ses talens, bientôt le goût des Mathématiques devint une passion à laquelle toutes les autres furent sacrifiées; il renonça entièrement à tous les amusemens qui avoient égaré sa jeunesse & ne connut plus d'autre plaisir que celui de méditer jour & nuit dans la retraite & dans le silence sur les vérités Géométriques.

Il n'avoit cependant alors presque d'autres secours que son génie; Henrion, le P. de Chales, & quelques autres Traités élémentaires, composoient en ce genre toute sa bibliothèque.

Malgré ce défaut de livres & d'un maître qui pût l'aider & le conduire dans ses recherches, on auroit peine à croire jusqu'où il étoit parvenu: à l'aide de quelques livres qu'on lui prêta, il avoit su pénétrer jusqu'aux sources de la haute Géométrie & aux mystères du Calcul différentiel & intégral; il avoit fait plus, il avoit osé porté son vol jusque dans le ciel, & s'étoit mis assez au fait des principes de l'Astronomie, pour pouvoir prédire la fameuse éclipse de Soleil de 1724.

Le goût de M. Pitot pour l'Astronomie ne fut pas exempt de contradictions: une tour qui se trouvoit dans la maison paternelle étoit devenue entre ses mains un observatoire; il l'avoit meublée de sphères, d'astrolabes & d'autres instrumens de cette espèce, la plupart de sa façon, & il y passoit la plus grande partie des nuits à observer les astres: c'en fut assez pour lui donner dans le pays, la réputation d'astrologue & presque de magicien. La piété plus vive qu'éclairée de ses deux sœurs, en fut alarmée; on ne pouvoit, selon elles, prédire des Éclipses par les seules lumières naturelles. Elles entrèrent un jour dans l'observatoire, brisèrent en sa présence sphères, astrolabes, cartes célestes qu'elles regardoient comme des instrumens magiques, & déchirèrent tous les calculs & toutes les figures qui leur parurent un

vrai

vrai grimoire. Les sœurs de M. Manfredi l'aideroient dans les calculs & dans les observations, celles-ci vouloient anéantir jusqu'au moindre vestige des travaux de leur frère.

Cette espèce de persécution ne dura cependant pas, le jeune Pitot avoit tracé quelques cadrans qui se trouvèrent très-bons, c'en fut assez pour faire comprendre au père que les études de son fils avoient un fondement solide; il lui rendit toute sa tendresse & voulut s'assurer des progrès qu'il avoit faits dans les Sciences.

Il y avoit alors à Uzès un Chanoine nommé M. l'abbé Cabol, qui passoit pour un grand Mathématicien; ce fut à lui qu'il envoya son fils. Le jeune homme parut en tremblant devant ce redoutable juge: il avoit cependant lieu d'être plus tranquille; l'examineur avoua de bonne foi que M. Pitot en savoit plus que lui; & le résultat de l'examen fut une lettre que l'abbé Cabol écrivit à son père pour l'engager à faire faire à son fils le voyage de Paris, que le jeune homme desiroit de faire depuis longtemps, comptant bien y trouver des ressources dont il sentoît toute la nécessité.

Son attente ne fut pas trompée; il partit en Septembre 1718; & peu de temps après son arrivée à Paris, M.^{re} d'Aramont, sa parente, le présenta à feu M. de Reaumur. Cet illustre Académicien, qui se faisoit un plaisir d'encourager les jeunes gens dans lesquels il remarquoit des talens, n'eut pas de peine à reconnoître ceux de M. Pitot, & n'hésita pas à lui procurer les moyens de les cultiver.

Le jeune homme encore plein du succès de son examen, se croyoit au rang des grands Mathématiciens, & fut bien surpris quand M. de Reaumur lui fit voir l'étendue de la carrière qui lui restoit encore à parcourir. Cette longue perspective ne le rebuta point, & bien loin de le décourager, elle redoubla son ardeur pour le travail; M. de Reaumur lui promit de l'aider de ses conseils, & lui permit de disposer de sa bibliothèque; il y trouva les Œuvres de Descartes, de Leibnitz, de Newton, de Bernoulli, du Marquis de l'Hôpital, & plusieurs autres excellens Ouvrages qu'il ne connoissoit presque que de nom. Il les lut avec avidité, & passa de-là aux Mémoires de cette Académie qui,

comme on juge bien, faisoient partie de la bibliothèque de M. de Reaumur, & qu'il étoit alors en état de parcourir avec utilité.

Les travaux de M. Pitot n'avoient encore servi qu'à satisfaire le goût qu'il avoit pour les Sciences; il étoit temps qu'il commençât à en tirer quelqu'utilité. L'Académie avoit confié la conduite de son Laboratoire de Chimie à M. de Reaumur, & celui-ci se servoit toujours du petit revenu qui y est attaché pour employer quelque jeune homme dont il connoissoit les talens, & qu'il formoit pour l'Académie. Cette place étant devenue vacante en 1723, M. de Reaumur l'offrit à M. Pitot: il n'ignoroit pas combien le genre d'étude auquel ce jeune homme s'étoit livré étoit éloigné de cette nouvelle occupation; mais il connoissoit l'étendue de son esprit, & il étoit bien persuadé qu'un ouvrage même de Chimie gagne à être fait par les mains d'un homme qui y porte l'exaëtitude & la précision géométrique. M. Pitot devint donc Chimiste, mais sans cesser d'être Mathématicien; & cette nouvelle occupation ne fut pour lui qu'une espèce de diversion, qui le dédommageoit de la sécheresse du calcul.

Les études multipliées de M. Pitot l'approchoient de l'Académie, & il ne desiroit rien plus que d'en être & d'y consacrer ses veilles & ses soins au bien de l'humanité. Ses vœux furent enfin accomplis, & après avoir fait preuve de sa capacité par quatre Mémoires qui méritèrent les éloges de l'Académie; il y obtint, le 14 Juin 1724, la place d'Adjoint - Mécanicien, vacante par la promotion de M. de Beaufort à celle d'Associé.

Il ne tarda pas à justifier le choix de l'Académie, & à faire voir ce qu'elle pouvoit attendre de lui comme Mathématicien & comme Physicien; il lut cette même année un Mémoire, dans lequel il donne la quadrature de la moitié d'une courbe connue sous le nom de *la compagne de la cycloïde*; quadrature d'autant plus singulière, que l'aire de cette courbe est formée d'arcs de cercles, qui jusqu'ici n'ont pas été rectifiables; & il donna, l'année suivante, une démonstration de quelques propriétés élémentaires des Polygones circonscrits au cercle.

Dans la même année (1724) il accompagna M. de Reaumur dans un voyage qu'il fit à Cosne, pour visiter les forges & les

fournéaux du Nivernois. Ce voyage pensa lui coûter la vie; il tomba dangereusement malade à Nevers; cet accident interrompit les observations; mais le retour de sa santé ne fut employé qu'à faire avec M. de Reaumur une infinité de recherches & d'expériences sur le Fer fondu, sur la Porcelaine, sur les différentes sortes de Vernis, & à préparer une nombreuse collection de matériaux pour l'Histoire des Arts, que l'Académie se proposoit dès-lors de publier comme un des plus beaux monumens qu'elle pût élever à la gloire de l'Industrie humaine, & comme une des plus grandes marques qu'elle pût donner de son zèle pour le bien public.

De retour à Paris, M. Pitot reprit le cours ordinaire de ses occupations. La place qu'il occupoit alors étoit, comme nous l'avons dit, une place d'Adjoint-Mécanicien; c'en fut assez pour l'engager à tourner ses vues vers la Mécanique, & non-seulement sur la partie théorique & abstraite de cette Science, mais sur la pénible application de ses principes aux machines où le physique qui s'y mêle entraîne à chaque pas des exceptions à presque toutes les règles, & demande des efforts de génie & des attentions continuelles pour n'être pas trompé dans l'exécution. Les Sciences qui exigent ces sortes de ressources sont peut-être de toutes les plus difficiles à manier.

Le premier Mémoire sur ce sujet, qu'il lut en 1725, avoit pour objet les Machines mues par l'eau: il n'est que trop ordinaire que les Machinistes se trompent sur l'effet des machines qu'ils inventent, sur-tout dans le cas dont il s'agit. C'est à les mettre au fait des principes sur lesquels est fondé le calcul de l'effet de ces machines qu'est destiné le Mémoire de M. Pitot. La vitesse de l'eau, celle qu'elle communique aux aubes qui fuient devant elles, la grandeur de ces dernières, leur rayon, la résistance de l'eau aux bateaux qui remontent par la force même du courant, les différences essentielles qui peuvent se trouver dans ces sortes de machines, tout y est discuté & examiné; il se trouve même que ces formules peuvent s'appliquer aux machines mues par le vent, en introduisant seulement une plus grande vitesse, & ayant égard à l'obliquité des ailes de ces sortes de machines.

Dans le courant de l'année 1726, M. Pitot lut à l'Académie le résultat d'un travail qu'il avoit fait sur la force qu'on doit donner aux ceintres d'une charpente, qui servent à soutenir les voûtes, les arches des ponts, les ceintres des portes & les autres ouvrages de cette espèce pendant leur construction.

Pour peu qu'on connoisse ce que c'est qu'une voûte, on sait qu'elle ne peut se soutenir que lorsqu'elle est absolument fermée, & que les pierres les plus hautes, qu'on nomme *clefs*, ont été mises en place; jusque-là les pierres qui la composent doivent être soutenues sur un bâtis de charpente qu'on nomme *ceintre*, & qu'on ôte lorsque l'ouvrage est achevé. Nous ne nous arrêterons pas davantage à décrire cette manœuvre, dont M. Perronet, de cette Académie, a rendu le public témoin, dans le beau Pont qu'il vient de faire construire à Neuilly, près de cette capitale; nous dirons seulement qu'il étoit plus d'une fois arrivé que ces ceintres avoient manqué & avoient entraîné la ruine de l'édifice & la perte des ouvriers. C'étoit à cet inconvénient que M. Pitot avoit voulu remédier par son Mémoire: il y donne la manière de tracer facilement les courbes des arcs surbaissés; d'évaluer le poids que les ceintres & chacune de leurs parties auront à supporter, la résistance des pièces de bois, & la coupe nécessaire pour leur donner, par leur position, un ensemble duquel résulte la plus grande force possible, relativement au poids qu'elles auront à supporter. En un mot, il n'omet rien de ce qui peut concourir à cet important objet. C'étoit des secours qu'il se préparoit dès-lors pour les belles constructions en ce genre, qu'il a depuis fait exécuter.

Ces travaux ne pouvoient manquer de lui concilier l'estime de l'Académie; elle trouva, en 1727, l'occasion de lui en donner des marques: il vqua cette année une place d'Associé-Mécanicien; & elle lui fut déferée tout d'une voix: feu M. le Cardinal de Fleury, qui présidoit à cette Assemblée, lui fit en sortant compliment sur cette flatteuse unanimité de suffrages.

Il donna, cette même année, un Mémoire qui contenoit les Loix générales des impulsions obliques des fluides en mouvement contre une surface plane. On savoit depuis long-temps que dans

tous les chocs obliques, la force se décomposoit en deux parties, l'une parallèle à la surface choquée, qui étoit sans effet; & l'autre, perpendiculaire à cette surface, & qui agissoit sur elle. M. Pitot va plus loin, il décompose encore cette partie utile de la force, toutes les fois que le corps choqué ne peut pas suivre la direction, ce qui est le cas le plus ordinaire, & ce principe exprimé par une seule équation du second degré s'applique sans peine à une infinité de cas, qui sembleroient être absolument isolés, & devoir être examinés chacun en particulier.

L'année suivante vit éclore un travail d'un autre genre, un Mémoire qu'il lut à l'Académie, sur le rapport de la solidité des corps à leur surface. On n'ignoroit pas que les grands corps n'ont pas à beaucoup près autant de surface que les petits, à raison de leur solidité, mais la loi de l'accroissement de cette différence n'avoit pas encore été suffisamment déterminée; M. Pitot la donne si simple & si facile à reconnoître, qu'il est étonnant qu'elle eût pu jusque-là échapper aux yeux & aux recherches des Géomètres. Il en résulte cet étrange paradoxe, confirmé cependant par l'expérience; qu'un bloc de marbre que la plus violente tempête ne pourroit seulement ébranler, peut être enlevé par un vent à peine sensible, si on le réduit en poudre très-fine, la surface des grains de cette poudre devenant alors comme infinie à l'égard de leur solidité.

Ce Mémoire, qui n'étoit qu'une pure recherche de Géométrie, avoit écarté pour quelque temps M. Pitot de ses travaux sur la Mécanique & sur l'Hydraulique, il les reprit, & donna dès l'année suivante une suite de recherches en deux Mémoires sur les aubes des roues qui doivent être mues par un courant d'eau: les principes qui servent à déterminer le nombre des aubes, leur grandeur, leur position, la quantité dont elles doivent être plongées, & à évaluer le degré de force qu'elles ont dans tous ces différens cas y sont discutés avec la plus scrupuleuse exactitude; & en suivant exactement les principes de M. Pitot on fera presque assurément d'éviter toute erreur en cette matière. Ce n'auroit été remplir qu'imparfaitement l'objet qu'il avoit en vue que de donner simplement les moyens de déterminer l'action de l'eau sur les roues des machines, s'il n'avoit aussi donné les moyens de connoître

& d'évaluer cette action, ce fut ce qui le détermina à donner en 1730 un Mémoire sur le mouvement des eaux.

Les fameuses recherches de Galilée avoient appris depuis longtemps que l'eau qui étant tombée d'une hauteur donnée, coule ensuite horizontalement, prend une vitesse dont le carré est égal au produit de la hauteur dont elle est tombée, multiplié par 56. Cette proposition étoit vraie, mais on en avoit déduit une assertion qui ne l'étoit qu'en partie. On en concluoit que la quantité d'eau coulante augmentoit en même raison que la vitesse, & c'est ce qui n'est vrai que tant que l'eau coule dans un tuyau, parce qu'elle s'y meut uniformément & ne peut couler plus vite sans qu'il en passe davantage; au lieu que dans le cas où elle est libre l'augmentation de la vitesse n'influe en rien sur sa quantité; erreur qui pouvoit être de la plus grande conséquence en cette matière. Il applique ensuite cette même théorie aux rivières, & explique par son moyen les phénomènes les plus singuliers du mouvement de leurs eaux.

Il auroit été bien difficile que tant de recherches sur le mouvement des fluides & sur celui des corps qui en sont choqués, soit directement, soit obliquement, n'eussent pas tourné les regards de M. Pitot vers la manœuvre des Vaisseaux, qui n'est qu'une application continuelle des mêmes principes; il travailla en effet sur cette importante matière, & le fruit de son travail fut la Théorie de la manœuvre des Vaisseaux qui parut en 1731; il y examine tout ce qui peut avoir rapport au mouvement du Vaisseau; la vitesse absolue du vent, son angle d'incidence sur les voiles, la grandeur des voiles, & la quantité qu'en porte le Navire, sa figure, ou plutôt celle de sa proue qui influe prodigieusement sur la résistance de l'eau, l'angle de la route avec la direction du vent, la dérive ou le chemin que le Vaisseau fait latéralement dès que le vent est oblique à la route, l'action du gouvernail, tout y est discuté avec le plus grand détail; mais ce qui caractérise principalement cet ouvrage, c'est le grand nombre de Tables qui donnent aux Pilotes, presque sans aucun calcul, toutes les déterminations dont ils peuvent avoir besoin. Ce livre fut extrêmement goûté des Marins, & les Anglois, bons

juges en pareille matière, le firent traduire en leur langue & en récompensèrent l'Auteur en lui accordant une place dans la Société Royale.

L'examen qu'avoit fait M. Pitot des différentes manières de mesurer le sillage du Navire, ou, ce qui revient au même, la vitesse des eaux courantes ne lui avoit rien offert qui pût le satisfaire. Il imagina pour cet effet un instrument si simple, qu'il fut long-temps à se persuader qu'il n'eût pas été prévenu sur cet article; il ne consiste qu'en un seul tuyau de verre, recourbé par en bas à angle droit, & dont l'embouchure forme une espèce de pavillon. Il est clair que si l'on plonge ce tuyau dans une eau dormante, l'eau ne s'élèvera que jusqu'à son niveau; mais si on le plonge dans une eau courante, de manière que son pavillon soit opposé à la direction du courant, l'eau s'élèvera dans le tuyau au-dessus de son niveau, & s'y élèvera d'autant plus que le courant sera plus vif. Il donna, en 1732, la description de cet instrument, la manière de le construire, celle de le graduer, & les différentes applications qu'on en pouvoit faire, soit à la recherche de la vitesse des eaux courantes, soit à celle du sillage des Vaisseaux.

La question de la Figure de la Terre, suspendit en 1733 les travaux Mécaniques & Hydrauliques de M. Pitot, elle lui fit faire une petite diversion vers l'Astronomie. Il avoit été question dans l'Académie de déterminer la courbe formée sur la surface de la Terre, par la section d'un plan donné de position. M. Pitot se proposa le Problème dans la plus grande généralité; c'est-à-dire pour tous les sphéroïdes & les conoïdes quelconques, & se rabattant ensuite sur ceux qui sont produits par les sections coniques, il fit voir que dans le paraboloïde les sections parallèles à l'axe forment des paraboles égales & semblables à la parabole génératrice, & les sections non parallèles, des ellipses; que dans l'ellipsoïde toutes les sections devenoient des ellipses, avec cette seule différence, que celles qui étoient parallèles à l'axe en formoient de semblables à l'ellipse génératrice; que dans l'hyperboloïde les sections parallèles à l'axe donnent des hyperboles semblables à l'hyperbole génératrice; toutes celles qui sont parallèles

aux asymptotes, des paraboles; & qu'enfin, entre celles qui sont obliques aux asymptotes, celles qui les coupent, toutes deux forment des ellipses, & celles qui n'en coupent qu'une, des hyperboles.

Cette recherche avoit vraisemblablement réveillé chez M. Pitot le goût qu'il avoit autrefois eu pour l'Astronomie, car il donna la même année une solution si simple du fameux problème de Képler, que le calcul s'en exécute presque avec le seul secours des logarithmes, & l'année suivante il donna la solution du problème géodésique, au moyen duquel on détermine le point d'où l'on verra quatre points donnés sous des angles égaux.

Cette même année 1733 fut marquée par un événement Académique trop honorable à M. Pitot pour être passé sous silence: l'âge & les infirmités de M. de Lagny l'ayant déterminé à demander la vétérance, la place de Pensionnaire - Géomètre qu'occupoit ce savant Analyste fut déferée à M. Pitot par le choix du Roi & celui de l'Académie.

Aussi-tôt après, M. Pitot retourna à ses travaux Mécaniques & Hydrauliques, & ce retour fut entier; car, à l'exception d'un seul problème Astronomique dont il donna la solution en 1736, on ne l'a plus vu désormais occupé dans l'Académie d'autres objets.

Le premier travail de ce genre qu'il donna fut sa belle Théorie des Pompes, dont il lut la première Partie en 1735, & la seconde en 1739. On desiroit depuis long-temps un pareil Ouvrage, & cela avec d'autant plus de fondement que les pompes sont peut-être, de toutes les machines Hydrauliques, celles dont on fait le plus d'usage. M. Pitot, dont le talent étoit de tout analyser, & de tout réduire aux premiers principes, n'a pas manqué d'y rappeler les pompes. Le jeu des pistons, celui des soupapes & leurs diamètres, la grosseur des tuyaux, la vitesse imprimée à l'eau, la hauteur à laquelle elle doit être élevée, tout y est rappelé à des principes si clairs que le calcul devient d'une facilité & d'une simplicité surprenantes, & que ces deux Mémoires sont un guide assuré pour ceux qui voudront à l'avenir faire construire de ces sortes de machines.

Il traita de la même manière, en 1736, une autre machine Hydraulique,

Hydraulique, la vis d'Archimède. On fait que cette singulière machine est composée d'un tuyau roulé en pas de vis sur un cylindre incliné, & dans lequel, au moyen de sa rotation, l'eau monte réellement en descendant toujours. Ce paradoxe Hydraulique étoit connu de tout le monde, mais personne ne s'étoit encore avisé de rappeler cette ingénieuse machine au calcul, ni d'en discuter les effets; M. Pitot répara cette omission, & non-seulement il rendit raison de l'élévation de l'eau dans cette machine; mais encore il donna le moyen d'en évaluer le produit & d'éviter d'être trompé dans les résultats.

Une machine proposée pour fournir de l'eau à la ville de Paris, & qui devoit, disoit-on en élever dix mille muids en vingt-quatre heures, à cent trente pieds de hauteur, avec une force médiocre, engagea M. Pitot à rassembler dans un Mémoire qu'il lut en 1737, les principes qui doivent servir à déterminer l'effet d'une machine proposée, & par l'application qu'il en fit à la machine en question, il se trouva que pour lui faire produire l'effet qu'on s'en promettoit il auroit fallu lui appliquer la force d'environ quinze cents hommes, ou de deux cents chevaux. On juge bien que d'après ce calcul la machine ne fut pas exécutée. Mais l'Académie crut, avec d'autant plus de raison, devoir publier ce Mémoire, qu'il n'arrive que trop souvent que des Inventeurs s'entêtent de leurs idées, & que le calcul très-simple de M. Pitot peut aisément apprendre à ceux qui voudront s'en servir ce qu'ils ont à attendre de leurs machines, & souvent leur épargner bien des frais & bien des tentatives inutiles; on ne peut être trop armé contre la séduction.

Il donna encore en 1739, un dernier Mémoire d'Hydraulique; il y est question de la jonction des rivières, & de l'altération que cette jonction doit produire dans le mouvement de leurs eaux: cette matière y est rappelée au calcul, & ce qu'il y a de singulier c'est que ce calcul semble s'écarter en quelques points de l'expérience. Mais M. Pitot fait voir que cette différence ne vient que de ce que le calcul n'a aucun égard à un grand nombre de causes physiques qui compliquent les effets & altèrent les résultats du calcul dans lequel elles ne sont pas entrées.

Hist. 1771.

V

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. Pitot que comme un savant & laborieux Académicien ; nous devons même ajouter que personne n'étoit plus souvent que lui chargé de l'examen des Mémoires, des Machines, des projets qu'on présente journellement à l'Académie, ou qui y sont journellement renvoyés. Nous allons présentement le voir sous un nouveau point de vue , & le considérer comme un Académicien citoyen , & consacrant à l'utilité de ses compatriotes, les lumières qu'il avoit acquises dans la Capitale & dans l'Académie.

Les États généraux du Languedoc invitèrent en 1740, M. Pitot à venir faire la vérification d'un projet proposé pour le dessèchement des marais du bas Languedoc. Il accepta l'offre ; peut-être entroit-il dans cette acceptation un peu du desir très-légitime de revoir son père & sa patrie qu'il avoit quittés il y avoit vingt-deux ans. Il fit, avec un travail immense, la vérification proposée, & ne revint à Paris qu'après avoir ordonné les ouvrages nécessaires, & pourvu à la salubrité d'un grand nombre de villes & de villages que les vapeurs des eaux croupissantes dépeuploient par les maladies mortelles qu'elles y causoient, & qui n'y ont pas reparu depuis. Il rendit compte de tout ce travail à l'Académie, dans deux Mémoires qu'elle a publiés en 1741 & en 1746.

Le succès des opérations de M. Pitot, engagea les États à lui proposer de venir se fixer dans la province , & d'accepter la direction des travaux publics d'une des trois Sénéchaussées, & celle du Canal royal de Languedoc. Quelque flatteuse que fût cette proposition, M. Pitot hésita quelque temps à l'accepter ; son attachement pour l'Académie, les amis que son mérite lui avoit faits ici, dans le nombre desquels il nous est permis de compter l'illustre Maréchal de Saxe qui l'honoroit de sa confiance, étoient autant de liens qui l'attachoient à Paris & qui lui coûtoient à rompre. Cependant l'amour de la patrie l'emporta. Il est d'usage, & c'est même un des articles du règlement de l'Académie, que tout Pensionnaire qui prend une résidence hors de Paris, perde sa pension. Cependant, sur la représentation que fit au Roi M. le Chancelier d'Aguesseau, qu'il n'étoit pas juste que M. Pitot

fût en quelque sorte puni, parce qu'il alloit servir dans un autre endroit du Royaume, une partie de sa pension lui fut conservée, & il en a joui jusqu'à sa mort. Il demanda donc la vétéranee, & l'ayant obtenue il partit pour le Languedoc, & y fixa son séjour à Montpellier. Peut-être entroit-il pour quelque chose dans le choix qu'il fit de cette ville, d'y trouver une Académie florissante.

Les bornes prescrites à cet Éloge ne nous permettent de rappeler ici que très-sommairement, les différens monumens consacrés par M. Pitot, à l'utilité publique pendant près de trente ans qu'il a dirigé les travaux de la province.

Personne, je crois, n'ignore que les Romains avoient construit un pont aqueduc sur la rivière du Gardon, pour conduire à l'amphithéâtre de Nîmes, les eaux d'une source située près d'Uzès. Les restes de ce pont connu sous le nom de pont du Gard, sont encore aujourd'hui l'objet de la curiosité des voyageurs. La province ayant décidé de faire bâtir un pont sur cette rivière, M. Pitot l'adossa au pont du Gard. Ce pont est aussi beau & aussi grand que le pont-royal. On le nomme le nouveau pont du Gard, mais les habitans du pays le nomment le *pont Pitot*: honneur bien dû à ceux qui consacrent leur temps & leurs soins à ces utiles constructions, & deviennent par-là les bienfaiteurs du commerce & de l'humanité.

Nous ne faisons qu'indiquer ici trois autres ponts qu'il a fait construire. Le premier de cinquante-deux arches sur l'étang de Frontignan, pour faciliter le passage de Montpellier au port de Cette; & les deux autres sur les rivières d'Ardeche & d'Hérieru, pour une grande route qui doit aller du Saint-Esprit à Lyon; les ouvrages qu'il a fait faire pendant vingt-quatre ans, pour la conservation & l'entretien du Canal royal, les ouvrages faits pour garantir la ville d'Alais des inondations du Gardon, qui sont quelquefois si subites que, dans la dernière qui arriva en 1745, un particulier qui soupoit au premier étage de sa maison, fut tout surpris de voir entrer son cheval dans sa chambre, où cet animal avoit été chassé par l'eau qui le poursuivoit; ceux qu'il fit pour garantir à Toulouse des eaux de la Garonne, l'île de Tounis; la conduite des eaux de Carcassonne, nous supprimons,

dis-je, tous ces utiles monumens de son zèle & de sa capacité, pour en venir à son dernier & son plus bel ouvrage, à la conduite des eaux de Montpellier.

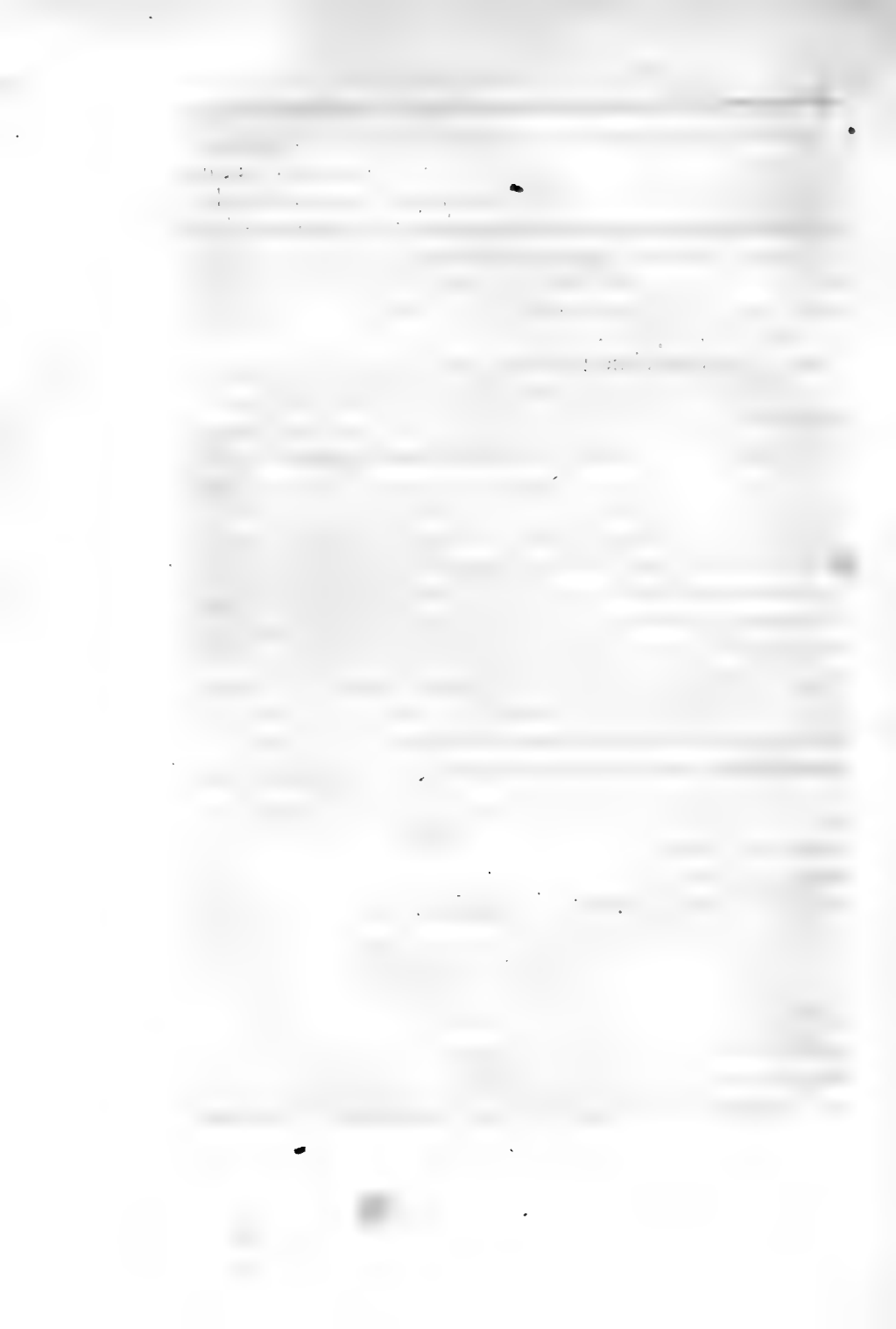
Cette belle ville placée sous le ciel le plus favorable, & jouissant de tant d'autres avantages, souffroit une privation très-incommode. Elle n'avoit point de fontaines, ou du moins n'en avoit que deux peu abondantes & d'une mauvaise qualité. On avoit bien proposé d'amener au plus haut de la ville, les eaux des sources de Saint-Clément & du Boulidou, qui sont à trois lieues ou environ de la ville, mais on avoit toujours été arrêté par les difficultés. Elles n'effrayèrent plus dès qu'on eut M. Pitot; la Ville s'en remit à sa prudence & à son habileté; il fit & refit plusieurs fois les nivellemens; & après s'en être bien assuré, il osa promettre d'amener cette eau à la place du Peyrou, lieu le plus élevé de la ville, & ne répondit autre chose à ceux qui le défioient de l'y faire monter, sinon qu'il comptoit bien l'y faire descendre; & en effet elle forme dans cette belle place une cascade de près de sept pieds de haut. Cet ouvrage dura treize ans entiers; l'aqueduc absolument bâti en pierres de taille, passa tantôt sous terre, tantôt en l'air sur un double rang d'arcades: il a fallu petarder des rochers & couper des monticules. Il fournit quatre-vingts pouces d'eau d'une très-bonne qualité, & il fait aujourd'hui l'admiration des connoisseurs & des Étrangers, qui le mettent sans hésiter au rang de ce que les Romains ont fait de plus beau en ce genre.

Depuis que M. Pitot s'étoit établi en Languedoc, il avoit fait huit voyages à Paris. Au retour du dernier en 1756, il fut attaqué d'une fluxion de poitrine qui le mit à toute extrémité. Il se réduisit dès-lors au régime le plus sévère, il pesoit son pain & ne vivoit presque que de lait & de miel. Il se retira à Aramont, lieu de sa naissance où il se plaisoit; il cultivoit son jardin, il faisoit des modèles de machines hydrauliques, il calculoit la route des Comètes qui paroissoient, & n'étoit jamais un moment oisif. C'est ainsi qu'il vécut jusqu'à la fin de 1770, qu'un crachement de sang joint à une toux continuelle, l'obligèrent à garder la chambre; il souffrit avec la constance la plus marquée ses longues

& cruelles douleurs ; & après avoir reçu les secours spirituels avec la piété la plus édifiante , il vit approcher la mort avec la fermeté la plus stoïque & la résignation la plus chrétienne. Il s'étoit familiarisé depuis long-tems avec elle ; il avoit fait creuser lui-même son tombeau dans l'église des Récollets d'Aramont , & il le montrait volontiers à ses amis : idée peut-être singulière , mais il faut avoir une ame bien pure , pour envisager de sang-froid un pareil objet. Il mourut le 27 Décembre 1771 , âgé de près de soixante-dix-sept ans.

M. Pitot étoit d'une taille médiocre & d'une figure peu prévenante & peu agréable , mais son esprit & son génie réparoient ce défaut avec avantage. Modeste jusqu'à la timidité , il parloit peu , mais il s'exprimoit bien & toujours avec justesse & précision , ses démonstrations étoient claires & exactes , son caractère étoit doux & tranquille , & il ne cherchoit que les occasions d'obliger ; aussi étoit-il généralement aimé. Sa probité & son désintéressement étoient à toute épreuve ; il n'avoit jamais songé qu'à se rendre utile à ses compatriotes , & il y avoit sûrement bien réussi. Il avoit obtenu en 1748 , des lettres de confirmation de Noblesse ; & en 1754 il avoit été décoré de l'Ordre de Saint-Michel. Il s'étoit marié en 1738 , avec Marie-Léonine de Saballoua , d'une des plus anciennes Maisons de la basse Navarre. Il a eu deux fils , l'aîné est mort en bas âge , & le second est aujourd'hui premier Avocat général de la Cour des Comptes , Aides & Finances de Montpellier , & Membre de la Société royale des Sciences de la même ville.

FIN de l'Histoire.



ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1764.

Page 372, Problème IV, aux logarithmes dont il est dit qu'il faut faire une somme, il faut ajouter le logarithme constant, 7,96859.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1770.

Page 175, ligne 7, au lieu de $\frac{RdV}{dx}$, lisez $\frac{dRV}{dx}$.

Ibid. ligne 12, au lieu de $\frac{RdQ^i}{dx}$, lisez $\frac{dRQ}{dx}$, & RQ^i au lieu de Q^i .

Page 124, ligne 22, ajoutez, on pourra de même supposer $\frac{X+\Delta X}{X}$

= Q étant une fonction quelconque de x^i , & alors X sera égal au produit indéfini. $Q.Q - \Delta Q.Q - 2 \Delta Q - \Delta^2 Q. Q$ pourroit même être fonction de x^i & de y ; & si la proposée étoit d'un ordre supérieur de y , Δy , &c. & ce produit pourroit, en mettant ensuite dans Q , pour la plus haute différence de y , sa valeur tirée d'une des intégrales, devenir un produit en x^i purs, mais d'une fonction qui contiendrait des arbitraires; autrement on auroit une intégrale qui ne feroit en termes finis, ni par rapport à y , ni par rapport à x . Cette remarque s'étend sur tous les articles suivans où il est question de ces produits.

Ibid. ligne 20, au lieu de I , lisez P .

ERRATA POUR L'HISTOIRE DE 1771.

Page 49, ligne 30, n'ose, lisez ose.

Page 55, ligne 7, SUR LES, lisez SUR DES.

Page 62, avant-dernière ligne, tout ce qu'il y a, & même, lisez & même tout ce qu'il y a.

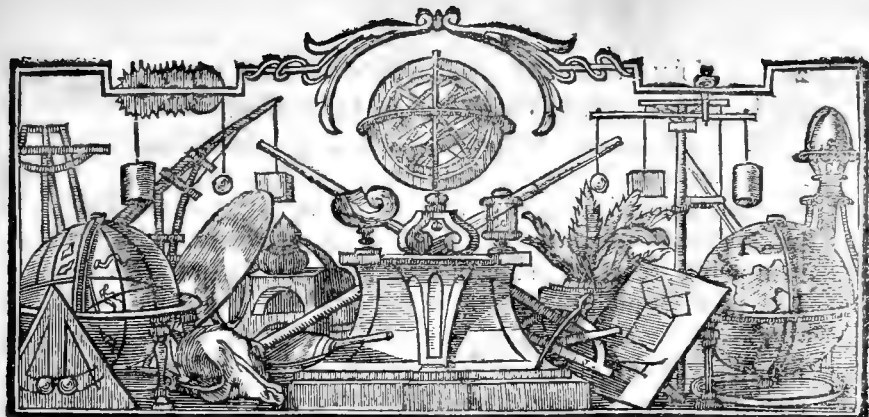
Page 78, ligne dernière, ôtant le diaphragme avec l'ouverture entière, lisez ôtant le diaphragme, avec l'ouverture entière il observe.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1771.

Page 280, ligne 23, j'en fortis le 6. Au lever du Soleil, &c. lisez j'en fortis le 4. Le 6, au lever du Soleil, &c.

Page 704, après la ligne 11, ajoutez j'ai toujours supposé dans le Mémoire que $\frac{2n^2 + n^{12}}{2}$ pouvoit être plus grand que $\frac{n^2 + 2n^1n + n^{12}}{2}$,

ce qui est vrai en général; mais comme il faut pour cela que $n > n^1$, il en résulte que si on savoit que n fut nécessairement, dans certains cas, plus petit que n^1 , on ne pourroit dans ces cas, quelques valeurs qu'on donnât aux P , Q , R , parvenir à un nombre de coefficients plus grand que celui des conditions; c'est ce qui arriveroit si on connoissoit, *à priori*, des fonctions différentielles, telles que leur intégrale ne put être que purement logarithmique. En effet, dans ce cas, n est nécessairement plus petit que n^1 . Or M. de la Place m'a fait connoître qu'il existoit de telles fonctions parmi celles dont l'intégrale n'est pas connue; en sorte que pour cette classe de fonctions on ne peut s'assurer par la méthode précédente que leur intégrale soit nécessairement possible en termes finis, mais seulement la trouver toutes les fois qu'elle le fera.



M É M O I R E S
D E
M A T H É M A T I Q U E
E T
D E P H Y S I Q U E,
T I R É S D E S R E G I S T R E S
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXXI.

A N A L Y S E
D'une Eau minérale de la ville de Roye.

Par M.^{rs} DE LASSONE & CADET.

ESSIEURS les Officiers municipaux de la ville de Roye, informés qu'une nouvelle source d'eau minérale découverte aux environs de cette ville, avoit des propriétés médicinales dont l'efficacité avoit été bien reconnue
Mém. 1771. 14 Nov. 1770. A

par les gens de l'Art, desirèrent que l'analyse en fût faite en grand & avec tout le soin qu'elle exige, afin que la nature & les vertus de cette eau minérale fussent mieux constatées.

A la sollicitation de M.^{rs} les Officiers municipaux, M. Du-pleix, Intendant d'Amiens, toujours guidé par son zèle pour le bien public, a bien voulu confier ce travail intéressant à M. de Laffone & à moi.

La ville de Roye, auprès de laquelle se trouve la source d'eau minérale, est située à l'extrémité du petit canton de la Picardie, appelé *Santerre*, dans un terroir fertile & renommé pour la salubrité de l'air & des eaux; elle est très-ancienne, plusieurs momumens l'attestent. Il y a quelques années qu'en fouillant une montagne, on y trouva différentes médailles & antiquités très-curieuses, conservées par Dom Grenier, s'avant Religieux Bénédictin qui s'occupe de l'histoire de Picardie.

L'eau minérale dont nous allons rendre compte, est à Saint-Marc, à un quart de lieue de la ville de Roye; on doit la découvrir de la source à M. Garde, Chirurgien de cette ville.

L'un de nous s'est transporté sur les lieux & a été conduit à la source, auprès de laquelle est un bassin que la ville de Roye y a fait construire: ce bassin forme un carré de deux pieds onze pouces, l'intérieur en est revêtu de pierres de grès.

On y tient ordinairement l'eau minérale à onze pouces de hauteur à l'aide d'un venteau, pour empêcher que les eaux inférieures, grossies par les pluies, n'y refluent.

Les sources d'eau minérale renfermées dans ce bassin, sortent d'une montagne au nord; elles fournissent en une minute quatorze pintes, mesure de Paris; ce qui fait environ quatre cents vingt pintes en une demi-heure, c'est-à-dire, un pouce d'eau.

Cette eau puisée à son bassin, est claire & limpide; elle a une saveur ferrugineuse, très-sensible.

Nous avons fait vider entièrement le bassin afin de nous mettre en état de juger si l'eau qui y viendrait ensuite, ne différerait pas de celle que nous venions de goûter. Nous vîmes jaillir du fond & des côtés de l'intérieur du bassin, plusieurs filets d'eau: nous les examinâmes avec la noix de gale sépa-

rément; ils nous parurent être de même qualité & partir de la même source, à l'exception cependant d'un filet d'eau douce qui ne se teignoit point avec la noix de gale. Comme il étoit essentiel de détourner ce filet d'eau douce qui ne pouvoit qu'affoiblir les principes de l'eau minérale, nous fîmes faire en notre présence les travaux nécessaires à cet effet, & nous parvîmes à détourner ce filet d'eau.

L'eau minérale nous sembla avoir une très-légère odeur d'*hepar*, qu'on y distinguoit également par le goût, & que n'avoit pas celle que nous avions goûtée d'abord; cette odeur foible d'*hepar* nous parut beaucoup plus sensible, un jour qu'il avoit plu.

Nous sommes descendus à la source, munis d'un thermomètre fait suivant les principes de M. de Reaumur, & qui étoit à 21 degrés au-dessus de la congélation: au bout d'un quart-d'heure ce thermomètre avoit baissé de 10 degrés. Nous avons répété pendant plusieurs jours cette expérience avec le même thermomètre, & nous avons eu constamment 10 degrés de moins.

Pour juger de la pesanteur spécifique de l'eau minérale, nous l'avons comparée avec de l'eau distillée & avec de l'eau de la Seine, au moyen d'un aréomètre de M. Briffon, fait suivant la méthode de Fahrenheit; la température de ces eaux étant de 18 degrés au-dessus de la congélation, au thermomètre de M. de Reaumur.

Nous avons trouvé la pesanteur spécifique du pied cube de chacune de ces eaux, dans l'ordre qui suit:

	liv.	onc.	gros	grains
En supposant que le pied cube de l'eau distillée pèse.....	70.	"	"	"
Le pied cube de l'eau de la Seine, filtrée....	70.	"	2.	17
Le pied cube de l'eau minérale de la ville de Roye pèse.....	70.	"	3.	25 $\frac{5}{8}$

Nous avons fait creuser profondément en différens endroits vers les côtés de la source; nous n'avons trouvé ni pyrites, ni terres glaiseuses. On a retiré de ces fouilles une terre blanche calcaire, qui paroît faire un des principes de cette eau minérale: on a aussi trouvé parmi ces pierres un ossement d'animal, qui étoit

noir comme du jayet, Nous l'avons fait scier; l'intérieur étoit d'un aussi beau noir que la superficie: cette couleur noire est sûrement dûe au fer de l'eau minérale dont cet os a été pénétré, & dont le phlogistique s'est combiné avec le fer.

Pour nous mettre d'abord en état de distinguer les principes constituans de cette eau, nous l'avons soumise à des expériences préliminaires, usitées parmi les Chimistes en pareils cas; telles que la dissolution d'argent, l'huile de tartre par défaut, l'alkali volatil, la liqueur animalisée, &c.

La noix de gale l'a teint promptement en une couleur violette foncée, qui prouve la présence du fer.

L'esprit-de-vin dans l'instant du mélange n'y opère aucun changement.

L'alkali fixe l'a troublée aussitôt & l'a rendue laiteuse; ce qui nous a indiqué d'abord la présence de sels à base terreuse.

La dissolution d'argent lui donne un œil opale qui passe peu de temps après à une couleur violette assez foncée.

Cette première couleur nous a fait juger que cette eau minérale pouvoit tenir de l'acide marin, & la seconde couleur nous a indiqué la présence du fer.

Le sirop de violette y a pris une couleur verte assez foncée; qui nous a fait penser que cette eau pouvoit contenir non-seulement du fer, mais encore quelques autres substances alkalines.

La liqueur animalisée a occasionné seulement une légère teinte verte; ce qui nous a portés à croire que le fer de cette eau n'y étoit point vitriolisé comme dans plusieurs eaux minérales, en particulier celles de M. Calabigi à Passy, dont l'un de nous a obtenu un véritable bleu de Prusse.

Cette eau n'altère point le papier bleu, au contraire il semble qu'elle en avive la couleur.

Le savon s'y dissout parfaitement, ce qui nous annonçoit que cette eau ne contenoit point de sels vitrioliques & séléniteux, ou du moins qu'elle n'en contenoit qu'en bien petite quantité.

Plusieurs habitans de la ville de Roye, auxquels on avoit conseillé l'usage de cette eau minérale, n'osèrent se déterminer à en boire, parce qu'on leur avoit assuré qu'elle étoit cuivreuse. Cette

observation qui ne partoît certainement que du zèle de celui qui l'avoit cru, nous mit dans le cas d'examiner plus particulièrement cette eau, pour voir si effectivement elle ne contenoit pas du cuivre. On y laissa tremper pendant fort long-temps une lame d'acier polie, sans qu'elle y ait souffert la moindre altération.

L'alkali volatil qui est comme la pierre de touche du cuivre, n'y donnoit aucune couleur bleue qui pût l'y faire craindre; mais comme l'on fait aujourd'hui que cette expérience n'est pas toujours démonstrative, nous avons eu recours à différens autres moyens. Il étoit possible que le cuivre soupçonné dans ces eaux, y fût dans une neutralité parfaite, ou que quelques principes alkalis s'opposassent à sa précipitation sur la lame de fer; en conséquence nous y avons versé quelques gouttes d'acide nitreux afin de faciliter la précipitation du cuivre: elle a été seulement dépolie à sa surface, sans que nous y ayons aperçu aucun indice de couleur cuivreuse.

Cette même eau minérale, concentrée & animée de quelques gouttes d'acide nitreux, mêlées avec trois parties d'esprit-de-vin, ne nous a donné à l'inflammation aucune nuance de couleur verte.

Toutes ces différentes expériences nous font prononcer affirmativement que cette eau minérale ne contient point de cuivre.

Comme ces expériences momentanées n'avoient fait jusqu'alors que nous donner des indices sur les principes constituans de cette eau minérale, & qu'il étoit essentiel d'y procéder analytiquement, nous avons évaporé sur les lieux cent pintes de cette eau minérale; dès l'instant qu'elle a senti la chaleur, elle s'est colorée d'un jaune citron, quelque temps après il s'en est dégagé nombre de bulles d'air. Nous avons exposé une feuille de papier frotté de blanc de céruse à la première vapeur de l'évaporation, afin d'examiner si ce papier n'éprouveroit pas quelque altération sensible; ce que nous n'avons tenté qu'à raison de l'odeur d'*hepar* que nous y avons reconnue, & qui paroît tenir à un principe sulfureux, subtil & si fugace, qu'il le perd à l'air libre & sans le secours de la chaleur. Le papier n'y a point changé de couleur; une pièce d'argent tenue pendant quelque temps dans cette eau minérale, n'y a ni jauni ni noirci: ce qui fait voir encore que le principe

sulfureux est pour bien peu de chose dans cette eau minérale.

Au commencement de l'évaporation nous avons vu se former plusieurs flocons jaunes qui ont augmenté peu à peu, & qui ensuite se sont précipités dans l'évaporatoire. Nous avons séparé ce précipité en continuant l'évaporation, qui se faisoit très-lentement & sans ébullition; nous avons remarqué à la surface une pellicule si fine, qu'il nous a été impossible d'en rien recueillir; nous la crumes d'abord une sélénite.

Lorsque nos cent pintes ont été réduites à une, on a filtré le tout. La liqueur que nous avons séparée par le filtre avoit une couleur jaune de petite bière; nous l'avons mise à évaporer dans une capsule de verre sur un bain de cendre; lorsqu'elle a été réduite à près de deux onces, la vapeur qui s'en élevoit avoit une odeur semblable à celle que donne l'eau-mère du sel marin, elle en avoit aussi le goût.

Quelques gouttes de cette liqueur concentrée, mises sur un verre d'eau distillée, auquel nous avons ajouté une dissolution d'argent de coupelle par l'acide du nitre, en ont précipité sur le champ l'argent en un *coagulum* qui fait la lune cornée; ce qui a achevé de nous convaincre de la présence de l'acide marin, que nous soupçonnions déjà dans cette eau minérale.

Nous avons exposé au frais cette liqueur concentrée; elle a donné nombre de cristaux par petits feuillets: ce sel ayant été parfaitement desséché avec le reste de la liqueur qui l'avoit fourni, nous avons trouvé en totalité soixante-douze grains d'un sel roux très-âcre, très-salé & très-avide de l'humidité. Nous avons dissous ce sel dans de l'eau distillée, il nous est resté sur le filtre six grains d'une poudre que nous primes d'abord pour de la sélénite; mais qui, bien examinée, n'étoit qu'une terre alcaline. L'acide du vinaigre l'a dissoute entièrement avec une vive effervescence.

Nous croyons que dans l'évaporation, cette terre alcaline y étoit combinée avec l'acide marin; mais dans la dessiccation que nous avons faite de ce sel, une portion de l'acide marin s'étant échappée, a fait paroître cette petite portion de terre alcaline; qui jointe à cet acide, avoit formé le sel par feuillets dont nous venons de faire mention. La preuve en est, qu'en évaporant de

nouveau une dissolution de ce sel dans des verres de montre à la simple chaleur du soleil, nous n'en retirâmes pas le moindre vestige; nous n'obtinâmes que du sel marin à base alcaline, bien figuré, par cristaux cubiques. Il nous est resté huit à dix gouttes d'eau-mère, qui mises sur un charbon ardent, y ont boursofflé considérablement, en répandant une odeur exactement pareille à celle du tartre brûlé; le charbon en étoit alcalin.

Il ne nous restoit plus qu'à examiner la terre martiale provenue de l'évaporation de nos cent pintes d'eau minérale. Comme cette terre martiale pouvoit aussi contenir d'autres principes dont il falloit se rendre compte, nous versâmes peu à peu une chopine de vinaigre distillé sur cette terre martiale; ce que nous ne fîmes que parce que nous pensions que cette terre étoit jointe à une substance alcaline que nous avions cru déjà y reconnoître. Nos idées furent bientôt confirmées par la vive effervescence qui se fit dans ce mélange: nous filtrâmes, aussi-tôt que le premier mouvement d'effervescence fut passé, afin de ne pas donner le temps à l'acide du vinaigre d'agir sur la terre martiale. Malgré toute la diligence que nous y apportâmes, cet acide ne laissa pas d'en dissoudre une petite partie; ce que nous reconnûmes par l'expérience de la noix de gale qui colora en violet la dissolution. Si au lieu de l'acide du vinaigre nous y eussions employé de l'acide vitriolique affoibli ou de l'acide nitreux, ainsi que l'ont pratiqué différens Chimistes en pareilles occasions, cette petite portion de terre martiale nous auroit échappé infailliblement, ainsi que nous le ferons voir dans la suite de ce Mémoire.

Cette première extraction par le vinaigre avoit un petit oeil verdâtre dont la cause étoit dûe encore à cette petite quantité de terre martiale; elle avoit un goût amer, tel que le donne le vinaigre distillé & saturé d'une terre calcaire. Nous versâmes dans cette dissolution de l'huile de tartre par défaut; il se fit aussi-tôt un précipité blanc très-abondant. Pour nous rendre compte de la nature de ce précipité, nous le lavâmes exactement afin de le dépouiller de la plus grande partie de l'alkali fixe qu'il retient dans la précipitation; nous disons de la plus grande partie, parce que M. de Laffone a démontré que la plupart de ces

précipités, malgré les lotions qu'on leur fait subir ne peuvent être dépouillés entièrement d'une portion d'alkali, qui semble faire un des principes de ces précipités, & dont on ne les prive que par des procédés particuliers.

Nous avons versé sur le précipité une suffisante quantité d'esprit de vitriol qui a occasionné une vive effervescence & une chaleur assez considérable. L'effervescence entièrement cessée, nous avons trouvé au fond du matras à peu près la même quantité de substance que nous avions employée; elle y est devenue d'une grande blancheur: nous l'avons reconnue pour être une vraie sélénite qui exige beaucoup d'eau pour sa dissolution. La liqueur décantée de dessus cette même sélénite, & mise à évaporer, a donné un sel séléniteux semblable au premier produit, tout par petits cristaux soyeux & insipides au goût, auxquels ont succédé d'autres beaucoup plus gros, que nous avons jugé être un sel d'Epſom à base terreuse: ce qui nous a indiqué dans ce dépôt ocreux deux espèces de terres, l'une purement calcaire, & l'autre une vraie terre alkaline du sel marin.

Nous avons versé de l'acide vitriolique très-affoibli sur une autre partie du dépôt ocreux; il y a eu un mouvement d'effervescence très-considérable. Quoique la plus grande partie de cette terre martiale fût dissoute dans cette expérience, nous n'avons pas eu avec la noix de gale la plus petite teinte de couleur rouge qui pût nous indiquer dans cette dissolution la présence du fer, quoique nous l'eussions eue très-sensiblement, comme nous l'avons observé, par l'expérience du vinaigre; ce qu'on doit attribuer au principe phlogistique de l'acide végétal qui s'est reporté sur la terre martiale, & qui a donné lieu à la présence du fer par la noix de gale. (Cette expérience doit nous rendre plus circonspects sur l'épreuve de la noix de gale lorsqu'il est question de constater la présence du fer dans les liqueurs où l'on pourroit le soupçonner.)

La terre martiale qui est restée de nos opérations, a été soumise dans un creuset, à un feu assez violent, sans avoir pu y prendre de couleur rouge; ce qui prouve bien que le fer de ces eaux n'y est point, comme nous l'avions pensé, dans l'état de vitriolisation: d'ailleurs nos expériences constatent que cette
eau

eau minérale est entièrement exempte d'acide vitriolique & de sels qui en contiennent.

Une autre partie de cette terre martiale, calcinée légèrement dans un creuset, n'a pu être attirée par l'aimant; mais cette propriété lui a été bientôt donnée en lui fournissant du phlogistique.

Nous avons évalué, M. de Lassone & moi, que chaque pinte d'eau minérale pouvoit contenir un grain & demi de fer, deux grains de terre calcaire, un quart de grain de terre alkaline du sel marin, un demi-grain de sel marin à base alkaline, autant de sel marin à base terreuse, & un peu de matière grasse qui nous a paru être de nature végétale, à laquelle on doit certainement la présence du fer dans cette eau minérale par l'expérience de la noix de gale; & sans cette matière grasse, nous croyons que l'épreuve n'auroit pas eu lieu, ainsi que nos expériences nous l'ont démontré.

M. Boullanger, Médecin de la ville de Roye, connu pour un habile Praticien, a eu occasion de placer cette eau minérale avec beaucoup de succès, dans différentes maladies. Nous n'entrerons pas dans le détail des avantages que la Médecine peut en tirer, notre but étant uniquement d'en faire connoître exactement les principes. Il est certain qu'elle doit avoir dans bien des cas un très-grand avantage sur la plupart des Eaux médicinales ferrugineuses, en ce qu'elle est exempte d'acide vitriolique & principalement de sélénite, sel qui fait ordinairement la base de la plupart des eaux de puits, ce qui les rend dures & pesantes à l'estomac.

Les principes alkalis de cette eau minérale la mettent dans le cas d'être coupée avec le lait, sans risquer qu'il se caille; nous croyons même que les principes alkalis de cette eau minérale y sont assez sensibles pour s'opposer à la coagulation d'un lait qui tendroit à s'aigrir.

Nous avons aussi observé que ces eaux pouvoient se transporter à plusieurs lieues sans qu'elles précipitassent leur fer. Il nous en est arrivé depuis un mois dans des bouteilles de verre, de pinte, dont les bouchons avoient été goudronnés, sans qu'elles aient déposé; elles teignoient également avec la noix de gale : malgré

cela, nous pensons qu'il est plus sûr d'aller prendre ces eaux à la source même. La route de Paris à Roye est très-belle; la fontaine se trouve heureusement située en bon air & dans un lieu très-agréable.

Au-dessus de cette fontaine, dans un Prieuré des environs, l'on rencontre plusieurs autres sources d'Eaux minérales, à peu près semblables à celles que nous avons examinées. La plupart de ces eaux coulent dans des fossés qui entourent différentes prairies; elles ont un goût d'*hépar* beaucoup plus sensible que notre eau minérale, ce que nous pensons être dû à leur stagnation.

On remarque à la superficie de ces eaux une pellicule avec iris; les plantes qui croissent dans ces fossés sont toutes chargées d'une terre ocreuse, occasionnée par le dépôt de ces eaux ferrugineuses.

Nous nous sommes informés si, près de Roye on connoissoit quelques autres sources d'eaux minérales; on nous assura qu'à Baurin, qui est environ à quatre lieues de la ville, il y en avoit une très-ferrugineuse: le Seigneur du lieu nous a conduits lui-même à la source; l'eau qui en couloit nous a paru très-vitriolique; nous croyons que cette eau minérale diffère très-peu de la première source des nouvelles Eaux de Passy, qui sont également très-vitrioliques.

Cette eau peut mériter attention & une analyse particulière; elle doit sans doute ses principes à une terre noire singulière qui abonde dans le pays, & par laquelle ces eaux se filtrent.

M. le Sage nous a donné une analyse de cette terre, qui s'échauffe considérablement lorsqu'on l'expose à l'humidité; cette chaleur va même jusqu'au point de produire une flamme sensible pendant la nuit. La chaleur & l'inflammation cessées, il en résulte une cendre qui est très-vitriolique & qui donne par quintal près de vingt livres de vitriol.

La terre de Sevrac en Rouergue, qui appartient à M.^{de} la Maréchale de Biron, est encore beaucoup plus riche en vitriol; l'un de nous a retiré de deux livres & demie de cette terre, jusqu'à quatorze onces de vitriol; nous présumons que l'on pourroit trouver le même avantage dans la terre de Baurin.

Nous avons demandé aux Ouvriers qui sont occupés journellement à remuer ces cendres vitrioliques sous des hangars, si à la longue ils n'étoient pas incommodés de la poussière considérable qui s'en élevoit, dont ils étoient tout couverts, & dont nous avions bien de la peine à supporter le goût & l'odeur; ils nous ont répondu n'avoir pas connoissance qu'aucun d'eux en eût été malade.

Ces cendres vitrioliques sont encore un objet de consommation dans le pays, on les emploie à la fertilisation des terres; ceux qui s'en servent ont grand soin de ne les répandre que dans des temps pluvieux, & en prenant la précaution de les mêler dans de certains terrains avec une terre blanche de nature calcaire. Sans ces précautions, sans l'humidité & sans le principe terrestre alkalin, qui donnent lieu à la décomposition des sels vitrioliques & alumineux dont ces cendres abondent, nous sommes convaincus qu'elles nuiroient à la fertilisation.



*OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL,
LE LENDEMAIN DU PASSAGE DE VENUS,*

Le 4 Juin au matin 1769 ;

*Faite à Paris, de la guérite du Collège de Louis-le-Grand,
qui est 2 secondes de temps à l'orient de la méridienne
de l'Observatoire.*

Par M. MESSIER.

18 Decemb.
1771.

LE Ciel a été parfaitement serein pendant la durée de cette Éclipse. J'ai employé pour cette observation le petit télescope d'un pied, dont j'ai déjà parlé dans le Mémoire des observations du passage de Vénus; j'avois déterminé par le moyen du micromètre qui étoit adapté à cet instrument, le point du limbe du Soleil où l'attouchement des deux bords devoit se faire. J'ai observé le commencement de cette éclipse à une ou deux secondes près; mais comme mon observation ne s'accorde pas avec celle des autres Astronomes, j'ai lieu de présumer que je me suis trompé en marquant la seconde de la pendule qui m'étoit indiquée par un compteur qui sonnoit les secondes; je rapporterai mon observation telle que je l'ai faite. Je me suis attaché ensuite à mesurer la grandeur de l'éclipse avec le même micromètre, mais les phases que je vais rapporter sont douteuses; le télescope qui étoit placé sur un pied de bois n'étoit ni stable ni solide, il étoit si chancelant qu'en dirigeant l'instrument & touchant au micromètre, j'avois beaucoup de peine à fixer un des bords du Soleil à un des fils fixes & à conduire le fil mobile au bord de la Lune; mais j'ai très-bien observé l'entrée & la sortie d'un grand nombre de taches, dont j'avois déterminé les positions la veille.

OBSERVATION de la grandeur de l'Éclipse.

TEMPS VRAI.			PARTIE restante du diamètre du Soleil en partie de gr. cercle.		PARTIE éclipsée du Soleil en partie de gr. cercle.		GRAND. de l'Éclipse en doigts & minutes de doigts.	
H.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	D. M.	
6.	47.	13	Commenc. ^e de l'Éclipse.
7.	0.	45	26.	14	5.	21	2. 2	
7.	7.	11	23.	37	7.	58	3. 1 $\frac{1}{2}$	
7.	9.	6	22.	21	9.	14	3. 30 $\frac{1}{2}$	
7.	10.	23	21.	57	9.	38	3. 39 $\frac{1}{2}$	
7.	18.	28	20.	2	11.	33	4. 23 $\frac{1}{2}$	
7.	20.	39	19.	14	12.	21	4. 42	
7.	22.	48	18.	50	12.	45	4. 51	
7.	25.	31	18.	41	12.	54	4. 54	
7.	29.	48	18.	6	13.	29	5. 7	
7.	31.	8	17.	52	13.	43	5. 13	
7.	32.	59	17.	44	13.	51	5. 15 $\frac{1}{2}$	
7.	36.	42	17.	33	14.	2	5. 20	Milieu de l'Éclipse.
7.	37.	10	17.	38	13.	57	5. 18	
7.	39.	30	17.	54	13.	41	5. 12	
7.	46.	40	18.	34	13.	1	4. 56 $\frac{1}{2}$	
7.	50.	14	19.	4	12.	31	4. 45	
7.	51.	44	19.	29	12.	6	4. 36	
8.	4.	4	21.	58	9.	37	3. 39	
8.	7.	27	23.	55	7.	40	2. 55	
8.	11.	16	25.	11	6.	24	2. 26	
8.	14.	29	26.	36	4.	59	1. 54	
8.	16.	51	27.	35	4.	0	1. 31	
8.	18.	6	28.	1	3.	34	1. 21 $\frac{1}{2}$	
8.	20.	34	28.	46	2.	49	1. 4	
8.	23.	33	29.	49	1.	46	0. 40	
8.	27.	24	Fin de l'Éclipse.
8.	31.	26	31.	35	Diamètre du Soleil.

OBSERVATION de l'entrée & de la sortie des taches du Soleil
de dessous le disque de la Lune.

Temps vrai.			
A	6 ^h 51' 41"		la tache du bord du Soleil n.° 1, commence à entrer.
	6. 52. 1		la même tache entièrement entrée.
	7. 12. 8		la première des trois taches n.° 2, commence à entrer.
	7. 12. 23		la seconde des trois commence à entrer.
	7. 13. 48		entrée totale de la même.
	7. 14. 26		entrée totale des trois taches n.° 2.
	7. 23. 43		immersion de la tache, n.° 3.
	7. 27. 55		la tache n.° 4, commence à entrer.
	7. 28. 22		entrée totale de la même tache.
	7. 40. 26		la tache du milieu des trois, n.° 2, est sortie.
	7. 41. 40		la facule de cette grande tache quitte le bord de la Lune.
	7. 42. 15		la tache n.° 9, commence à entrer.
	7. 43. 1		la même tache entièrement entrée.
	7. 54. 52 $\frac{1}{2}$		la tache n.° 4, sort.
	7. 57. 34 $\frac{1}{2}$		la tache n.° 3, commence à sortir.
	7. 57. 54 $\frac{1}{2}$		la même tache entièrement sortie.
	8. 0. 5 $\frac{1}{2}$		la tache n.° 6, commence à sortir.
	8. 0. 22 $\frac{1}{2}$		la même tache entièrement sortie.
	8. 9. 17		la tache n.° 7, quitte le bord de la Lune.
	8. 22. 20		la tache n.° 9, commence à paroître.
	8. 22. 47		la même tache quitte le bord de la Lune.

Pendant la durée de l'Éclipse, on voyoit sensiblement des inégalités au bord de la Lune, comme M. le Prince de Croy l'avoit déjà remarqué dans l'éclipse de Soleil du 16 août 1765, qu'il observa à Calais* (*Voyez la figure qui suit ce Mémoire*). Le bord de la Lune y est tracé avec ses inégalités au moment de sa plus grande phase.

* Mémoires
de l'Académie,
année 1765,
p. 554, pl. 17,
1^{re}

Plusieurs jours avant l'Éclipse, j'avois prévu que plusieurs taches qui paroissent sur le disque du Soleil, seroient éclipsées par le bord de la Lune; j'en déterminai les positions le 3 Juin entre dix & onze heures du matin, par le moyen d'un micromètre

adapté à un télescope Newtonien de 4 pieds & demi de longueur, qui grossissoit soixante fois. Le jour même de l'Éclipse, entre dix & onze heures, je déterminai de nouveau leurs positions; en voici les Tables.

*Position des Taches le 3 Juin,
entre dix & onze heures.*

Num. ^o des taches.	TEMPS VRAI du passage des taches au fil vertical.	DIFFÉR. de hauteur des taches au bord supérieur du Soleil.
☉	10 ^h 25' 20"	1 ^{er} bord.
1.	10. 25. 29	13' 1"
1. ²	10. 25. 31	22. 8
2.	10. 26. 20	12. 30
3.	10. 26. 50	10. 8
4.	10. 26. 50	11. 19
5.	10. 26. 52	11. 22
6.	10. 26. 58	10. 23
7.	10. 27. 11	9. 10
11.	10. 27. 14	20. 28
12.	10. 27. 17	7. 16
8.	10. 27. 26	13. 5
9.	10. 27. 28	8. 25
☉	10. 27. 37	2 ^e bord.

*Position des Taches le 4 Juin,
entre dix & onze heures.*

Num. ^o des taches.	TEMPS VRAI du passage des taches au fil vertical.	DIFFÉR. de hauteur des taches au bord supérieur du Soleil.
☉	10 ^h 57' 36"	1 ^{er} bord.
1.	10. 57. 39	13' 17"
2.	10. 58. 20	13. 21
3.	10. 58. 51	11. 12
4.	10. 58. 51	12. 18
5.	10. 58. 53	12. 18
6.	10. 59. 0	11. 22
7.	10. 59. 16	10. 11
8.	10. 59. 37	13. 28
9.	10. 59. 40	8. 51
10.	10. 59. 43	8. 31
☉	10. 59. 53	2 ^e bord.

Les observations de ces deux Tables m'ont donné occasion de décrire une figure qui représente toutes ces taches, elles y sont numérotées; celles qui ne le sont pas, ont été dessinées à vue. J'ai distingué les positions du 3 d'avec celles du 4, en marquant celles du 3 par des points qui laissent la tache en blanc, & celles du 4 sont noires & les facules en points; on reconnoîtra aisément, à l'aide de cette figure, les taches qui ont disparu du 3 au 4, comme celles

n.^{os} 1.^{er}, 11 & 12. Les taches qui ont été éclipsées, & que j'ai observées, sont celles qui ont les n.^{os} 1, 2, 3, 4, 6, 7 & 9. Au-dessus de la figure j'ai tracé le mouvement de la Lune sur son orbite durant l'éclipse; de manière qu'il sera aisé à ceux qui auront observé les immersions & émerfions de ces taches sous le bord de la Lune de les reconnoître aisément, en prenant avec un compas le demi-diamètre de la Lune, mettant ensuite une des pointes sur l'orbite à l'heure & à la minute où l'observation de la tache aura été observée. L'autre pointe du compas fera connoître la tache qui aura été éclipsée. C'est à ce dessein que j'ai construit cette figure de l'éclipse.



*CALCULS ET OBSERVATIONS
SUR LE PROJET D'ÉTABLISSEMENT
D'UNE POMPE À FEU
POUR FOURNIR DE L'EAU À LA VILLE DE PARIS.*

Par M. LAVOISIER.

J'AI fait voir dans un précédent Mémoire & dans différens rapports dont j'ai été chargé par l'Académie, combien la plupart des objections qui avoient été faites contre le projet d'amener à Paris l'eau de la rivière d'Yvette, avoient peu de solidité; il m'en reste une dernière à discuter aujourd'hui, qui n'est pas la moins importante, & qui paroît avoir fait plus d'impression que les autres dans le public; je veux parler de la dépense nécessaire pour l'exécution. Mon objet n'est pas d'entrer ici dans l'examen de tous les projets qui ont été proposés pour donner de l'eau à la ville de Paris, la plupart sont évidemment inférieurs à celui de l'Yvette, le Public & l'Académie en sont suffisamment convaincus; la pompe à feu seule paroît en état de lui disputer l'avantage. En conséquence, c'est de la seule comparaison de ces deux projets que je me suis proposé de m'occuper ici; je me suis efforcé de mettre dans cette discussion toute l'impartialité dont je suis capable.

M. Deparcieux a avancé *page 16* de son troisième Mémoire, qu'une ou plusieurs machines à feu, capables d'élever 1000 pouces d'eau à la hauteur où doit arriver l'Yvette, consommeroient par jour pour 600 francs de charbon de terre; cet article seul forme une dépense annuelle de 219 mille livres; M. d'Auxiron annonce au contraire dans la préface de son second Mémoire, que l'entretien annuel de quatre machines à feu capables d'élever 2400 pouces d'eau, n'excédera pas 100 mille livres. Ces deux assertions en raison de la quantité d'eau & de la dépense, présentent une différence de plus de quatre cinquièmes dans les résultats.

Mém. 1771.

C

Une si grande disparité sur un objet susceptible de calcul, annonçoit ou l'incertitude des bases d'après lesquelles on étoit parti, ou des considérations importantes négligées, ou enfin des erreurs de la part de l'un des deux Auteurs qu'on vient de citer. L'objet m'a paru assez important pour mériter d'être approfondi; je n'ai rien négligé pour en démêler la cause, & j'ai fait tout ce qui étoit en moi pour me mettre en état de fixer à cet égard les idées du Public & de l'Académie.

La reconnoissance & l'amitié m'obligent de dire que je dois à M. de Borda une partie des détails qui se trouveront dans ce Mémoire; il a suivi avec le plus grand soin les effets de la pompe à feu établie dans les mines de charbon de terre de Montrelais près d'Ingrande-sur-Loire: il a bien voulu me communiquer non-seulement toutes les proportions de cette machine, mais encore des relevés de la consommation, tirés des comptes mêmes rendus par le Directeur aux Entrepreneurs; il y a joint d'excellentes observations sur les pompes à feu en général, & sur l'effet qu'on doit en attendre. De mon côté, dans deux voyages que j'ai faits l'année dernière à Valenciennes*, j'ai pris sur les lieux les renseignemens les plus exacts sur les pompes à feu qu'on emploie dans les mines de charbon de terre des environs de cette ville: c'est également sur le relevé des comptes, que j'ai établi les calculs de la dépense; je n'ai négligé aucune des précautions qui m'ont paru nécessaires pour m'assurer de l'exakte contenance des mesures du pays, & pour les rapporter au pied cube ou à la livre poids de marc.

Le détail, la clarté & la précision avec lesquels on a rendu compte de la machine à feu de Bois-bossu en Haynault, dans l'Encyclopédie, à l'article *Feu, (pompe à feu)* étoient bien capables de m'inspirer la plus grande confiance; & l'accord qui s'est trouvé entre le résultat des calculs faits sur cette machine & sur les deux que je viens de citer, m'ont donné une nouvelle preuve de leur exactitude réciproque.

La pompe à feu est une machine assez connue aujourd'hui pour que je puisse me dispenser d'en donner ici la description: il en existe d'ailleurs deux très-exactes, la première dans l'Ency-

* En 1770.

clopédie à l'article ci-dessus cité, la seconde dans l'Architecture hydraulique de M. Bélidor; je me contenterai donc de dire ici en peu de mots que le mécanisme de la pompe à feu consiste en un balancier de 25 à 30 pieds de longueur, mobile sur deux tourillons; la force est appliquée à l'un des bras de ce balancier, & la résistance, c'est-à-dire, l'attirail des pompes, est appliquée à l'autre.

La force qui fait mouvoir cette machine n'est autre chose que la pesanteur de l'air; on fait alternativement par le moyen de la vapeur de l'eau bouillante & par une injection d'eau froide, le plein & le vide dans un grand cylindre de fonte creux, dans lequel un piston peut librement monter & descendre. Il est clair que dans l'instant du vide le piston qui est mobile dans le cylindre est chargé de tout le poids de la colonne d'air dont il est surmonté, il est donc forcé de descendre; or il ne peut le faire sans faire descendre avec lui le bras du balancier auquel il est attaché par une chaîne, & sans faire lever par conséquent le piston des pompes, qui tient à l'extrémité opposée de ce balancier. La vapeur de l'eau bouillante qui rentre l'instant d'après dans le cylindre, a bientôt assez de force pour faire équilibre, & même pour vaincre le poids de l'atmosphère; le piston remonte, & ainsi alternativement.

Quelque succinct que soit cet exposé, il suffira pour faire sentir combien il est aisé de calculer la force de la pompe à feu; il ne s'agit en effet que de déterminer la surface du cylindre, ou plus exactement du piston qui est mobile dans son intérieur, & de calculer les proportions de la colonne d'air dont il est chargé; on sait que son poids est égal à une colonne de mercure de même diamètre & de 28 pouces de hauteur.

Ce principe est la base des calculs contenus dans ce Mémoire; on va successivement l'appliquer à trois machines à feu différentes: on a supposé par-tout la pesanteur du pied cube d'eau de 70 livres, la pesanteur spécifique du mercure de 13593, celle de l'eau étant supposée 1000; enfin par une conséquence nécessaire, on a supposé de 2220 livres la pesanteur d'une colonne d'air d'un pied carré de base.

Machine de Bois-bossu, décrite dans l'Encyclopédie.

Le diamètre du piston de cette machine est de 30 pouces & demi, mesure de Roi, c'est-à-dire de 730 pouces & demi de surface; il a donc à supporter d'après les déterminations précédentes, le poids d'une colonne d'air de 11262 livres, cette puissance est celle qui fait mouvoir la machine. Le diamètre des pompes qui est attaché à l'autre extrémité du balancier, est de 8 pouces 3 lignes, & la profondeur d'où elles élèvent l'eau, de 242 pieds. Si l'on calcule d'après cela quel est le volume d'eau soulevé par la machine à chaque coup de piston, on trouvera qu'il est de 155248 pouces cubiques; ce qui équivaut à un poids de 6288 livres. A cette quantité il faut ajouter 1.^o 238 livres pour le poids de l'eau élevée pour le service de la machine, par une petite pompe particulière, nommée *pompe de la bache*; 2.^o le poids des attirails des pompes qui peut être évalué à 3000 livres environ: ces quantités réunies formeront un total de 9526 livres, lesquelles composent la totalité de la résistance; d'où l'on voit que l'excès de la puissance sur la résistance dans la machine de Bois-bossu, est de 1736 livres, c'est-à-dire un peu moindre que du fixième.

Le tableau ci-joint présente l'ensemble de ces résultats.

RÉSULTAT de la machine à feu de Bois-bossu.

PUISSANCE..... 11262^z.

RÉSISTANCE...	{	Poids de la colonne d'eau élevée par la grande pompe.....	6288 ^z .	}	9526.
		Poids de la colonne d'eau élevée par la pompe de la Bache.....	238.		
		Poids des attirails.....	3000.		

EXCÈS de la puissance sur la résistance..... 1736^z.

Après avoir calculé la force de cette machine, si l'on veut en connoître le produit, on observera 1.^o qu'elle bat quatorze coups par minute (*a*); 2.^o que la levée du piston est de 6 pieds justes;

(*a*) On a lieu de croire cet effet exagéré, les raisons en seront exposées plus bas.

l'effet de la machine est donc d'élever à chaque coup de piston une colonne d'eau de 8 pouces 3 lignes de diamètre sur 6 pieds de hauteur, c'est-à-dire 3849 pouces cubiques un huitième; ce produit multiplié par 14, donnera 53887 pouces cubiques pour la quantité d'eau élevée par chaque minute; ce qui, évalué suivant le langage des Fontainiers, équivaut à 80 pouces un sixième.

Ce produit est celui qu'on obtient dans la supposition d'une hauteur de 242 pieds; mais il s'en faut beaucoup qu'on ait besoin d'une aussi grande élévation pour la ville de Paris, 110 pieds suffisent pour atteindre la hauteur à laquelle doit arriver l'Yvette. Si donc on réduit les 155248 pouces cubiques ou 6288 liv. que la machine peut soulever, en une colonne de 110 pieds de hauteur, on trouvera pour le diamètre de la base, c'est-à-dire pour celui du piston des pompes, 12 pouces $\frac{14}{25}$; d'après quoi il sera facile de calculer le produit de la machine; il sera égal pour chaque coup de piston à une colonne d'eau de 12 pouces $\frac{14}{25}$ de diamètre sur 6 pieds de hauteur, c'est-à-dire de 8468 pouces cubiques, & en multipliant par 14, de 118551 pouces cubiques par minute; ce qui exprimé suivant le langage des Fontainiers, répondra à 176 pouces & demi. Il y aura peut-être en outre quelqu'économie à faire sur le poids de l'attirail des pompes, en raison de la moindre élévation, mais l'objet n'en sauroit être bien considérable, par la raison qu'il est nécessaire de conserver une prépondérance marquée du côté des pompes, pour faire remonter à chaque coup le piston du cylindre. Ces différentes considérations réunies portent à croire que la machine à feu de Bois-bossu ne pourroit guère élever plus de 180 pouces d'eau à 110 pieds d'élévation.

Par rapport à la consommation de la matière combustible, on voit à l'article xxxv du Dictionnaire encyclopédique, qu'elle monte à la quantité de six muids de charbon de terre, chaque muid de 13 pieds cubes, c'est-à-dire à 78 pieds cubes en vingt-quatre heures. Le poids moyen d'un pied cube de charbon de terre, ou pour parler plus exactement, d'une mesure de charbon de terre d'un pied cube de capacité, est de 62 livres, ainsi qu'il résulte de plusieurs expériences que j'ai faites au port Saint-Paul,

principalement sur le charbon de terre de Moulins. La quantité totale de ce charbon, consommée par la machine, est donc de 4836 livres; en divisant cette quantité par le produit de la machine, en pouces, c'est-à-dire par 180, on aura 27 livres pour la consommation de charbon de terre nécessaire en vingt-quatre heures pour élever chaque pouce à la hauteur de 110 pieds.

Machine de Montrelais près d'Ingrande-sur-Loire.

Je ne fais que transcrire ici les proportions de cette machine, telles qu'elles m'ont été communiquées par M. de Borda, Membre de cette Académie; cette circonstance suffira seule pour répondre de leur exactitude.

Le cylindre de cette machine est de 56 pouces anglois de diamètre, ce qui revient à 52 pouces 6 lignes de France; elle frappe huit coups & demi par minute: le diamètre des pompes est de 8 pouces 6 lignes, & la profondeur d'où elle élève l'eau, est de 612 pieds.

Le poids des attirails des pompes peut être évalué, tout compris, & déduction faite de la quantité qui est supportée par le contre-poids, à 6000 livres; enfin la levée du piston est de 6 pieds 3 pouces. On trouvera, en appliquant à ces proportions les calculs faits sur la machine de Bois-bossu, les résultats suivans:

Pesanteur de la colonne d'air qui fait mouvoir la machine. 33300^l.

Nombre de pouces cubes d'eau que la machine soulève à chaque coup de piston. 416698 $\frac{1}{2}$.

Pesanteur de la colonne d'eau que la machine soulève à chaque coup. 16880^l.

Produit de la machine à chaque coup, en pouces cubes. . . 4255 $\frac{1}{2}$.

Produit par minute en pouces cubiques. 36170 $\frac{5}{8}$.

Produit par minute en pintes de Paris, la pinte supposée de 48 pouces cubes. 753 $\frac{1}{2}$.

Produit évalué en pouces des Fontainiers. 53 $\frac{8}{16}$.

Il faut maintenant transformer, comme on l'a fait précédem-

ment, ces différens produits en ceux qu'on obtiendrait dans la supposition d'une hauteur de 110 pieds.

Il est évident qu'alors la masse d'eau soulevée par la machine à chaque coup de piston, formeroit une colonne de 416698 pouces $\frac{1}{2}$ de solidité sur une hauteur de 110 pieds. On trouvera que le diamètre d'une pareille colonne seroit de 20 pouces $\frac{1}{10}$; ce sera le diamètre des pompes dans la nouvelle supposition: le produit de la machine sera d'après cela à chaque coup (la levée du piston étant toujours supposée de 6 pieds 3 pouces) de 23676 pouces cubiques; ce qui donne pour le produit par minute 201246 pouces ou 4192 pintes $\frac{2}{3}$, & en pouces des Fontainiers 299 $\frac{1}{2}$.

L'observation faite plus haut pour la machine de Bois-bossu, relativement au poids des attirails des pompes, est également applicable ici. L'économie de force qu'on peut faire sur cet article, est d'autant moins considérable qu'une partie de leur pesanteur est soutenue dans cette machine par un contre-poids très-considérable, & qu'il n'en reste guère que ce qui est nécessaire pour faire redescendre le piston des pompes; on ne pense donc pas que tout évalué, & en faisant entrer cette dernière considération pour ce qu'elle mérite, on puisse élever avec cette machine plus de 310 pouces d'eau à une hauteur de 110 pieds.

RÉSULTAT de la Machine de Montrelais.

PUISSANCE de la machine..... 33300^z.

RÉSISTANCE...	{	Poids de la colonne d'eau... 16880 ^z .	}	22880.
		Poids des attirails, y compris celui de la pompe de la		
		Baché..... 6000.		

EXCÈS de la puissance sur la résistance..... 10420^z.

Il résulte des relevés des registres des mines, qui m'ont été communiqués par M. de Borda, que cette machine consomme en trois cents trois heures de travail, 1132 portoirs de charbon, la portoire du poids de 135 livres; d'où l'on peut conclure que cette machine consomme en vingt-quatre heures 12124 livres

de charbon de terre, ce qui, à raison de 310 pouces d'eau, donne pour chacun une consommation de 39 livres en vingt-quatre heures.

*MACHINE à feu des fosses d'Anzain près Valenciennes,
nommée Machine du Corbeau.*

J'ai eu occasion d'examiner cette machine dans le plus grand
* En 1770. détail, dans les mois de Janvier & d'Août de l'année dernière*; j'en ai mesuré moi-même toutes les dimensions, de sorte que je suis en état de répondre de leur exactitude.

Le diamètre du cylindre est de 44 pouces, mesure de Roi.

Le diamètre du piston des pompes, de 7 pouces 6 lignes.

La profondeur de la fosse est de 95 toises, mesure du Hainault; mais comme l'eau n'est élevée par la machine qu'à 16 toises au-dessous du niveau de l'ouverture de la fosse, la hauteur jusqu'à laquelle l'eau est élevée, n'est que de 79 toises; la toise, mesure du Hainault, est de 5 pieds 5 pouces 7 lignes de la toise du Châtelet de Paris (b); la hauteur à laquelle l'eau est élevée par la machine, est donc de 5181 pouces, ou de 431 pieds 9 pouces, mesure de Roi.

Cette machine peut battre, en forçant le feu, jusqu'à huit coups par minute; mais elle n'en bat pas habituellement plus de sept.

La levée du piston est de 5 pieds 6 pouces.

Enfin le poids des attirails peut être estimé environ à 8000 liv.

Il est aisé, d'après ces données, de conclure les effets suivans:

Pesanteur de la colonne d'air qui fait mouvoir la machine.	23343 $\frac{1}{4}$.
Nombre de pouces d'eau que la machine soulève à chaque coup de piston	228870 $\frac{2}{3}$.
Pesanteur de cette même colonne	9271 $\frac{1}{2}$.
Produit de la machine à chaque coup de piston, en pouces cub.	2915 $\frac{1}{2}$.
Produit par minute, en pouces cubiques	20408 $\frac{1}{2}$.
Produit en pintes de Paris	425 $\frac{1}{2}$.
Produit en pouces des Fontainiers	30 $\frac{1}{2}$.

(b) Je me suis assuré de l'exactitude de ce rapport, sur une toise étalonnée que j'ai rapportée de Valenciennes, & que je conserve.

Mais

Mais pour calculer l'effet de cette machine, il faut observer que les deux bras du balancier ne sont point parfaitement égaux; celui qui répond au cylindre n'a que 14 pieds, tandis que celui qui tient aux pompes en a 15. Pour avoir la véritable force de la résistance, il faut donc multiplier le poids de la colonne d'eau & celui des attirails par 15, & le diviser par 14.

Le tableau qui suit représente l'effet de la machine, on y a eu égard à la différence de longueur des bras du levier.

RÉSULTAT de la Machine des fosses d'Anzain.

PUISSANCE..... 23443 $\frac{1}{2}$.

RÉSISTANCE...	{	Poids de la colonne d'eau élevée par les pompes, 9271 $\frac{1}{2}$.	}	18505 $\frac{5}{8}$.
		Poids de la même colonne, multiplié par 15, & divisé par 14.... 9933 $\frac{3}{4}$.		
		Pesanteur des attirails de toute espèce..... 8000.		
		Même pesanteur, multipliée par 15, & divisée par 14... 8571 $\frac{1}{2}$.		

Excès de la pesanteur sur la résistance..... 4938.

L'effet de la machine des fosses d'Anzain est, comme on voit, de soulever une colonne d'eau de 228870 pouces cubes $\frac{2}{3}$; mais il est évident que si cette machine au lieu d'élever l'eau d'une profondeur de 431 pieds $\frac{3}{4}$, ne l'élevoit que de 110, comme dans la supposition de la ville de Paris; il est évident, dis-je, que la base ou diamètre de la colonne seroit beaucoup plus grande, & que chaque coup de piston donneroit par conséquent un produit beaucoup plus considérable.

On trouvera qu'alors le diamètre du piston des pompes auroit 14. pouces. 10 lignes $\frac{1}{2}$:

Que le produit de chaque coup de la machine (la levée du piston étant toujours supposée de 5 pieds 6 pouces) seroit de 11443 pouces $\frac{1}{2}$; d'où l'on conclura les effets suivans:

Produit par minute, en pouces cubiques..... 80104 $\frac{3}{4}$.

Produit en pintes, mesure de Paris..... 1668 $\frac{7}{8}$.

Produit en pouces des Fontainiers..... 119 $\frac{7}{8}$.

Mém. 1771.

. D

Le poids de l'attirail des pompes n'étant soutenu dans cette machine que par un contre-poids de force médiocre, il seroit peut-être possible de faire sur cet article une économie de force un peu plus considérable que dans les deux machines précédentes. On pense qu'au moyen du nouvel avantage que la puissance acquerrait par-là sur la résistance, on pourroit porter jusqu'à 140 pouces la quantité d'eau que la pompe à feu des fosses d'Anzain pourroit élever à une hauteur de 110 pieds.

Il résulte des relevés des comptes rendus aux Entrepreneurs de la mine, que cette machine consomme en vingt-quatre heures de travail consécutif, vingt mesures de charbon de la pesanteur de 230 livres chacune, ce qui fait au total 4600 livres poids de marc: on vient de voir que le produit de la machine pouvoit être porté à 140 pouces des Fontainiers; d'où il suit que la consommation de charbon de terre pour chaque pouce, sera de près de 33 livres en vingt-quatre heures.

*RÉFLEXIONS générales sur l'effet des Pompes à feu,
& sur leur consommation.*

S'il n'y avoit aucune perte de force dans la machine à feu, l'effet qu'on devroit naturellement en attendre seroit de soulever à chaque coup de piston une colonne d'eau de même base que le cylindre, & de 31 pieds & demi de hauteur; mais un grand nombre de causes concourent à détruire une partie de cet effet: 1.^o le vide n'est jamais absolu dans le cylindre, de sorte que jamais le piston n'est chassé par le poids total de l'atmosphère; 2.^o une partie de la puissance est employée à soulever le poids de l'attirail des pompes, & il en résulte une perte égale dans la quantité pondérique de l'eau élevée par la machine; 3.^o les frottemens & l'inertie de toutes les parties, l'étranglement des corps de pompes à l'endroit des soupapes, sont autant de causes qui détruisent encore une partie de la force; enfin il est nécessaire de laisser dans la pompe à feu un avantage assez considérable à la puissance sur la résistance, autrement les variations de pesanteur qui surviennent dans la pesanteur de l'atmosphère, réduiroient souvent la machine à l'impossibilité d'aller.

Le concours de ces différentes causes diminue de près de moitié l'effet des machines à feu ; on trouve par le calcul que celle de Bois-bossu au lieu de soulever une colonne d'eau de 31 pieds & demi de hauteur, n'en soulève qu'une de 17 pieds 8 pouces ; que celle de Montrelais n'en soulève qu'une de 16 pieds 1 pouce $\frac{1}{2}$; enfin que celle des fosses d'Anzain n'en soulève qu'une de 12 pieds 6 pouces $\frac{1}{2}$.

La différence considérable qui se trouve entre ces trois résultats n'aura rien de surprenant, si l'on considère que dans les deux premières machines, & sur-tout dans celle de Montrelais, la plus grande partie du poids de l'attirail des pompes est soutenue par un contre-poids, de sorte qu'il ne reste d'excédant de force du côté des pompes, que ce qui est nécessaire pour en faire redescendre le piston. La même chose n'arrive pas dans la machine des fosses d'Anzain ; le contre-poids qu'on a placé du côté des pompes est trop foible, & il existe de ce côté un excès de pesanteur qui diminue d'autant la quantité d'eau que devoit élever la machine. On a vu plus haut que la machine à feu de Bois-bossu, décrite dans l'Encyclopédie avoit un avantage marqué sur les deux autres, relativement à la consommation du charbon de terre ; elle semble encore avoir quelqu'avantage relativement à son effet : d'où l'on feroit tenté de conclure que toutes choses égales, les petites machines à feu sont proportionnellement plus d'effet que les grandes. Cependant la plus grande partie de ce prétendu avantage s'évanouira si l'on considère qu'il est peu probable que la pompe à feu de Bois-bossu batte habituellement quatorze coups par minute. Les ouvriers sont presque toujours dans l'usage de forcer le feu lorsque des curieux se présentent pour examiner ces sortes de machines ; de sorte qu'il est prouvé par toutes les informations qu'on a rassemblées, que pour ramener les choses à l'exakte vérité, il est nécessaire de réduire au moins à douze par minute le nombre des coups de piston de la machine de Bois-bossu. Cette correction portera environ à 31 livres $\frac{1}{2}$ en vingt-quatre heures la quantité de charbon de terre nécessaire pour élever chaque ponce d'eau à une hauteur de 110 pieds, & il en résultera une égalité presque parfaite entre l'effet de cette machine & celui de la machine de Valenciennes. Celle de Montrelais, comme on l'a vu plus haut,

consomme un peu plus de charbon de terre que les deux autres; mais la différence n'est pas fort considérable, & il est probable qu'elle tient même à la qualité du charbon (c). Au reste, comme on a droit de supposer que les machines à feu destinées à fournir de l'eau à la ville de Paris seront aussi parfaites qu'il est possible, & qu'on emploiera le meilleur charbon pour les alimenter, on portera tout au plus bas, & on partira dans tout le reste de ce Mémoire d'après une consommation de 30 livres de charbon de terre en vingt-quatre heures pour chaque ponce d'eau élevé à une hauteur de 110 pieds.

Après avoir essayé de donner une idée de la quantité de charbon de terre que consommera la pompe à feu, il reste à convertir cette même quantité en argent & à y joindre par évaluation les autres dépenses qu'exige nécessairement un pareil établissement.

Le charbon de terre de Moulins, pris à Charenton, se vend communément 50 francs la voie; celui d'Auvergne vaut quelque chose de moins, mais la différence est peu considérable, & il est de moindre qualité. On conçoit que dans une fourniture en grand il seroit possible d'obtenir une réduction considérable sur le prix; aussi M. d'Auxiron avance-t-il dans un de ses Mémoires que le charbon de terre destiné à l'entretien de la machine à feu, ne coûteroit pas plus de 40 francs la voie rendue à Paris, & qu'une Compagnie s'offre de l'y fournir à cette condition. Les différens éclaircissimens qu'on s'est procurés pendant la rédaction de ce Mémoire, n'ont fait que confirmer ce qu'avance à cet égard M. d'Auxiron; aussi les calculs qui suivent ont-ils été établis sur le pied de 40 francs la voie.

(c) Les légères différences qui se rencontrent entre les machines à feu de Bois-bossu, des fossés d'Anzain & de Montrelais, & qui semblent être au désavantage de cette dernière, n'ont sans doute d'autre cause que la différence de hauteur à laquelle ces machines sont situées, par rapport au niveau de la mer. Il est constant que le sol de Montrelais est plus élevé que celui de la Flandre; au lieu donc de calculer la puissance qui fait mouvoir la machine

d'après le poids d'une colonne de mercure de 28 ponce de hauteur, il faudroit peut-être calculer d'après le poids d'une colonne de 26 ponce & demi ou de 27 ponce tout au plus: on sent aisément que cette façon de calculer mettroit tout l'avantage du côté de la machine de Montrelais, & on a lieu de croire en effet qu'elle est la mieux construite des trois. Ces réflexions n'ont été faites que depuis la rédaction de ce Mémoire.

Il n'est pas possible de déterminer ici si le charbon de terre destiné pour l'entretien de la machine à feu, sera exempt des droits d'entrée de Paris, ou s'il y sera sujet; en effet une partie de ces droits appartient à la Ville, une autre est aliénée & affectée aux payemens de différens offices, enfin une dernière portion est donnée à ferme: l'exemption, si elle étoit accordée, donneroit donc lieu à un grand nombre d'indemnités qui tomberoient toutes à la charge du Roi. Dans l'impossibilité de rien statuer de précis sur cet objet, on a cru devoir calculer ici la dépense de la machine à feu, telle qu'elle auroit lieu dans le cas de l'exemption & dans celui de la non-exemption; l'événement déterminera auquel de ces deux calculs il conviendra de s'arrêter: les droits sur le charbon de terre, y compris les frais de décharge de bateaux & de Gardes-nuits, forment un objet de 20 livres (d), à quelques deniers près; la voie de charbon de terre reviendrait donc, en supposant le paiement des droits, à 60 livres environ.

Il résulte de trois expériences différentes, faites par M. Peronnet au port Saint-Paul, & de quelques-unes que j'y ai faites moi-même l'année dernière, que le demi-minot de charbon de terre du Bourbonnois pèse 91 livres poids de marc, & celui d'Auvergne 93 livres & demie; on les estimera ici en prenant à peu-près un milieu à 92 livres. La voie de charbon de terre étant de trente demi-minots, il en résulte que sa pesanteur totale est de 2760 livres; d'où l'on conclura que le prix du quintal du charbon de terre sera, en supposant la perception des droits, de 2 livres 3 sous 5 deniers $\frac{3}{4}$, & en supposant l'exemption, de 1 livre 8 sous 11 deniers $\frac{7}{12}$.

La consommation du charbon de terre ne forme qu'une partie des frais de la machine à feu; il est un grand nombre d'autres objets de dépense dont il est nécessaire de donner une idée.

Il est constant, d'après les recherches de M. Deparcieux & d'après les nouvelles sources découvertes par M. Perronet, que la quantité d'eau donnée par la rivière d'Yvette sera de 12 ou 15 cents pouces, mesure des Fontainiers, pendant les plus grandes

(d) Ce Mémoire a été rédigé avant l'établissement des Deux nouveaux Sous pour livre imposés en 1771.

sécheresses de l'année: il n'est pas moins constant qu'en hiver pendant la saison pluvieuse, elle donnera jusqu'à 3000 pouces & davantage; la quantité moyenne d'eau qui arrivera à Paris pendant tout le cours de l'année, peut donc être évaluée au moins à 2000 pouces. Il ne faut pas croire qu'une seule pompe à feu puisse élever une masse d'eau aussi énorme à une hauteur de 110 pieds; l'effort d'une pareille machine seroit si prodigieux qu'on ne pourroit trouver ni pièces de bois assez fortes pour former le balancier, ni point d'appui assez inébranlable pour résister à la pression réunie de la puissance & de la résistance (e). Il est probable d'ailleurs que les machines à feu portées au-delà d'un certain diamètre, seroient, toutes choses égales, moins avantageuses que les petites: on pense donc, en rapprochant ces différentes considérations, que les machines destinées à donner de l'eau à Paris, devroient être construites de manière à élever environ 400 pouces d'eau, mesure des Fontainiers, tout au plus, à la hauteur de 110 pieds, & qu'il seroit dangereux de les porter au-delà. On ne pourroit d'après cela fournir 2000 pouces d'eau à Paris, qu'en faisant marcher continuellement cinq machines à feu; or il est aisé de sentir qu'à cause des réparations fréquentes qu'on est obligé de faire, soit à la chaudière, soit aux autres parties de la machine, on ne pourroit se dispenser, pour entretenir un service continu, d'en avoir toujours deux de relai.

Sans avoir de calcul très-précis sur les frais de construction des pompes à feu, je crois pouvoir assurer ici qu'une de ces machines, capable d'élever à 110 pieds un volume de 400 pouces d'eau, mesure des Fontainiers, construite à Paris, coûteroit au moins 120 mille livres, sur-tout si l'on comprend dans ce prix l'achat du terrain, qui nécessairement a une valeur assez considérable, quel que soit l'endroit qu'on choisisse. A cette dépense première dont l'intérêt représentera une dépense annuelle, il en faudra ajouter plusieurs autres qu'il seroit trop long de détailler ici; on se contentera de les rapprocher dans l'état suivant.

(e) Le poids de la colonne d'eau que cette machine auroit à soulever à chaque coup de piston (en supposant qu'elle en battît huit par minute) seroit de plus de 120 mille livres.

CALCUL des dépenses de toute espèce, tant pour l'établissement que pour l'entretien d'un nombre de machines à feu nécessaires pour fournir continuellement 2000 pouces d'eau à une hauteur de 110 pieds.

Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 840 mille livres, à laquelle montera la construction de sept machines à feu, y compris deux de relais, à raison de 120 mille livres chaque.....

Intérêts sur le même pied, de la somme de 600 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 110 pieds d'élévation pour la distribution des eaux (f)...

Montant en argent du prix de 21 millions 900 mille livres de charbon de terre.

Réparations annuelles à faire aux sept machines, à raison de 6000 liv. chacune.

Appointemens du Directeur.....

Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.....

Vingt-huit ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre ouvriers par machine, attendu que le service devant se faire jour & nuit, il est nécessaire qu'ils se relèvent.

Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs...

Deux voitures avec chacune un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les craïles des fourneaux...

P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
livres. 42000.	livres. 42000.
30000.	30000.
317392.	476088.
42000.	42000.
4000.	4000.
1600.	1600.
16800.	16800.
1600.	1600.
7000.	7000.
462392.	621088.

(f) On ne discute pas ici les difficultés qu'on éprouveroit pour faire refluer l'eau à une si grande élévation, dans la crainte de surcharger ce Mémoire de détails superflus; on verra en effet plus bas qu'une si grande élévation seroit inutile.

On n'a point envisagé dans l'état qu'on vient d'exposer, ni dans les articles qui l'ont précédé, le projet de la pompe à feu en lui-même, mais seulement par comparaison avec celui de la rivière d'Yvette. Cette comparaison, il faut l'avouer, est trop rigoureuse par plusieurs raisons; 1.^o la quantité de 2000 pouces d'eau est très-considérable eu égard au nombre des habitans de Paris: elle répond en effet à 50 pintes environ par tête, & l'on pourroit certainement se passer à beaucoup moins; 2.^o on a supposé qu'il étoit nécessaire d'élever la totalité de l'eau au niveau de l'Estrapade; cependant il est évident qu'il suffiroit de porter à cette hauteur 200 pouces d'eau tout au plus, le reste devroit être distribué graduellement dans les différens quartiers de Paris, en raison de leur élévation.

Le problème de la pompe à feu, envisagé sous ce point de vue, devient infiniment plus compliqué; il faudroit pour le résoudre avec précision, déterminer 1.^o la quantité d'eau nécessaire pour la consommation de chaque quartier, 2.^o la hauteur à laquelle il faudroit porter chacune de ces portions d'eau, en raison de leur élévation. On ne pourroit acquérir les connoissances de détail qu'exige cet objet, que par une étude très-approfondie du local & de la distribution de Paris; mais en attendant que les circonstances rendent ce travail nécessaire, on croit devoir fixer entre 60 & 80 pieds la hauteur moyenne à laquelle l'eau doit être élevée pour se répartir en quantité suffisante dans tous les quartiers de la ville: au reste, comme on ne veut rien hasarder sur un article aussi important, on va mettre ici sous les yeux du public, le tableau de la dépense des pompes à feu, dans toutes les suppositions qu'on peut raisonnablement faire: on supprime le détail des calculs, pour ne pas grossir inutilement ce Mémoire,

CALCUL des Dépenses de toute espèce, tant pour l'établissement que pour l'entretien du nombre de Machines à feu nécessaires pour élever 2000 pouces d'eau à une hauteur de 80 pieds.

	P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 720 mille livres, à laquelle montera la construction de six machines à feu, y compris deux de relais, à raison de 120 mille livres chaque machine.	Livres. 36000.	Livres. 36000.
Intérêt sur le même pied, de la somme de 300 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 80 pieds d'élévation, pour la distribution des eaux.	15000.	15000.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre, d'après les évaluations ci-dessus.	230828.	346245.
Réparations annuelles à faire aux six machines, à raison de 6000 liv. chacune.	36000.	36000.
Appointemens du Directeur.	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.	1600.	1600.
Vingt-quatre ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre ouvriers par machine.	14400.	14400.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs.	1600.	1600.
Deux voitures avec un attelage de trois chevaux chacune, pour transporter continuellement les craffes des fourneaux.	7000.	7000.
	346428.	461845.

Même CALCUL dans la supposition de 1200 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 80 pieds.

Intérêt de la somme de 360 mille livres, à laquelle montera la construction des trois machines à feu, y compris celle de relais, à raison de Cinq pour cent. . .

Intérêt sur le même pied de la somme de 300 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 80 pieds d'élévation, pour la distribution des eaux.

Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre, d'après les évaluations ci-dessus.

Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raison de 6000 liv. chacune.

Appointemens du Directeur.

Appointemens du Commis qui tiendra les registres de réception & de livraison du charbon de terre.

Appointemens d'un Maître-ouvrier ou Piqueur.

Gages de douze ouvriers destinés pour le service des trois machines, à raison de 600 livres par an.

Une voiture avec un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les trasses du fourneau.

P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
livres. 18000.	livres. 18000.
15000.	15000.
138498.	207747.
18000.	18000.
3000.	3000.
800.	800.
800.	800.
7200.	7200.
3500.	3500.
204798.	274047.

Même CALCUL dans la supposition de 2000 poudres d'eau élevés à la hauteur moyenne de 70 pieds.

	P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 600 mille livres, à laquelle montera la construction de cinq machines à feu, y compris deux de relais.	livres. 30000.	livres. 30000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 250 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 70 pieds d'élévation pour la distribution des eaux...	12500.	12500.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre.	201976.	302965.
Réparations annuelles à faire aux cinq machines, à raison de 6000 liv. chacune.	30000.	30000.
Appointemens du Directeur.	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.	1600.	1600.
Vingt ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre par machine.	12000.	12000.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs. . .	1600.	1600.
Deux voitures avec un attelage de trois chevaux chacune, pour transporter continuellement les craffes des fourneaux. . .	7000.	7000.
	300676.	401665.

*Même CALCUL dans la supposition de 1200 pouces d'eau
élevés à la hauteur moyenne de 70 pieds.*

	P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 360 mille livres, à laquelle monteront les frais de construction de trois machines à feu, y compris celle de relais.....	livres. 18000.	livres. 18000.
Intérêts sur le même pied de la somme de 250 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 70 pieds d'élévation pour la distribution des eaux.	12500.	12500.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre.....	121185.	181778.
Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raison de 6000 liv. chacune.	18000.	18000.
Appointemens du Directeur.....	3000.	3000.
Appointemens du Commis qui tiendra les registres de réception & de livraison du charbon de terre.....	800.	800.
Gages de douze ouvriers destinés pour le service des trois machines, à raison de 600 livres par an.....	7200.	7200.
Une voiture avec un attelage de trois chevaux pour transporter continuellement les crasses des fourneaux.....	3500.	3500.
	184185.	244778.

Même CALCUL dans la supposition de 2000 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 60 pieds.

	P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 480 mille livres, à laquelle monteront les frais de construction de cinq machines à feu, y compris deux de relais.	livres. 24000.	livres. 24000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 200 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 60 pieds d'élévation pour la distribution des eaux.	10000.	10000.
Montant en argent de la consommation du charbon de terre.	173123.	259684.
Réparations annuelles à faire aux cinq machines, à raison de 6000 liv. chacune.	30000.	30000.
Appointemens du Directeur.	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.	1600.	1600.
Vingt ouvriers à raison de quatre ouvriers par machine, à 600 liv. chacun.	12000.	12000.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs.	1600.	1600.
Deux voitures, chacune avec un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les crasses du fourneau.	7000.	7000.
	263323.	349884.

Même CALCUL dans la supposition de 1200 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 60 pieds.

	P R I X du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	P R I X du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 360 mille livres, à laquelle monteront les frais de construction de trois machines à feu, y compris celle de relais.....	livres. 18000.	livres. 18000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 200 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 60 pieds d'élévation pour la conduite des eaux...	10000.	10000.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre.....	103874.	155810.
Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raison de 6000 liv. chacune.	18000.	18000.
Appointemens du Directeur.....	3000.	3000.
Appointemens d'un Commis destiné à tenir les registres de réception & de li- vraison du charbon de terre.....	800.	800.
Douze ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre ouvriers par machine...	7200.	7200.
Une voiture avec un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les crasses des fourneaux.....	3500.	3500.
	164374.	216310.

RÉCAPITULATION GÉNÉRALE de la Dépense des Pompes à feu, dans les différentes suppositions qu'on peut faire pour donner de l'eau à la ville de Paris.

HAUTEUR MOYENNE à laquelle on se propose d'élever l'eau.	QUANTITÉ D'EAU qu'on se propose d'élever en pouces des Fontainiers.	DÉPENSE dans la supposition où le CHARBON DE TERRE coûteroit 40 liv. la voie.		DÉPENSE dans la supposition où le CHARBON DE TERRE coûteroit 60 liv. la voie.	
		PAR ANNÉE, tout compris.	EN CAPITAL, la dépense ann. évaluée sur le pied de Cinq pour cent.	PAR ANNÉE, tout compris.	EN CAPITAL, la dépense ann. évaluée sur le pied de Cinq pour cent.
pieds. 110.	pouces. 2000.	livres. 462392.	livres. 9247840.	livres. 621088.	livres. 12421760.
80.	2000.	346428.	6928560.	461845.	9236900.
70.	2000.	300676.	6013520.	401665.	8033300.
60.	2000.	263323.	5266460.	349884.	6997680.
80.	1200.	204798.	4095960.	274047.	5480940.
70.	1200.	184185.	3683700.	244778.	4895560.
60.	1200.	164374.	3287480.	216310.	4326200.

On auroit désiré après avoir présenté l'état de la dépense des machines à feu dans toutes les suppositions raisonnables, pouvoir rapprocher ici celle du projet de l'Yvette; mais le travail de M. Perronet à cet égard n'étant point encore achevé, on ne pourroit s'arrêter qu'à des approximations vagues que l'expérience ne manqueroit pas de démentir: c'est donc à ce savant Académicien qu'il appartient de prononcer définitivement sur les avantages de l'un ou de l'autre projet; on se contentera en conséquence d'ajouter ici les réflexions suivantes.

Il paroît clairement démontré que si l'on se contentoit de 1200 pouces d'eau, & qu'on regardât comme suffisant de les élever à une hauteur moyenne de 60 pieds, le projet de la pompe à feu auroit un avantage assez marqué sur le projet de l'Yvette du côté de l'économie; mais cet avantage se trouve en même temps compensé par un grand nombre d'inconvéniens que le Public ne doit pas se dissimuler.

1.^o On ne peut douter qu'une dépense une fois faite ne soit infiniment plus avantageuse au Gouvernement, qu'une dépense qui se renouvelle tous les jours: il est en effet constant que dans les suppositions les plus favorables, la dépense des pompes à feu qui s'accumulera chaque année, formera au bout de trente ou quarante ans une somme égale à celle qu'auroit coûté dans l'origine le projet de la rivière d'Yvette, & la charge n'en demeurera pas moins à perpétuité pour le Gouvernement.

2.^o La fumée épaisse que répandra continuellement sur Paris la combustion d'une masse aussi énorme de charbon de terre, ne manquera pas d'incommoder les habitans: on a vu que dans la supposition la plus foible, la consommation seroit au moins de 16 milliers en vingt-quatre heures; or quand même la quantité considérable de soufre, d'alkali volatil & d'huile empyreumatique qui s'exhalera continuellement dans l'air & qui se mêlera avec l'atmosphère de la ville, ne seroit pas malsaisante, il est au moins certain qu'elle sera d'une odeur très-désagréable.

3.^o Enfin l'embarras de l'approvisionnement du charbon de terre, la difficulté de le conserver en grande masse, l'obstacle que les glaces, les basses eaux, les inondations apporteront au transport, seront

seront autant de causes qui réduiront souvent la machine à l'impossibilité de marcher ; & après une dépense première, assez considérable, la ville de Paris se trouvera exposée comme aujourd'hui à manquer le plus souvent d'eau.

Pour mieux faire sentir le poids de cette objection qu'on doit regarder comme de la plus grande importance, & qui seule, peut-être, contre-balance tous les avantages des Pompes à feu, je vais transcrire ici une Lettre que j'ai reçue à ce sujet, de M. Belot, Directeur de la Verrerie de Sèvres.

« La Verrerie, dit M. Belot, tire son charbon des mines de Saint-Étienne en Forès, c'est le seul qui ait l'activité nécessaire pour ses fontes ; celui d'Auvergne est foible, & celui de Moulins ou des mines de Fins en Bourbonnois se consomme trop vite. Je crois que l'on peut comparer celui des mines de Saint-Étienne à du bois de chêne bien sain, & celui des autres mines à du bois blanc. »

Ces charbons qui arrivent dans des sapines, dont chacune contient de trente à quarante voies mesure de Paris, ne se vendent jamais au poids, mais à la mesure ; ces bateaux prennent beaucoup d'eau, & le charbon seroit plus lourd à proportion qu'il seroit plus mouillé.

La voie de Paris est de 15 minots ou de 45 boisseaux combles ; les prix ont souvent varié, & je serois embarrassé de dire juste ce que le charbon coûte à présent, les comptes se faisant à Paris chez M. le Marquis de Marigny, Propriétaire de la Verrerie. Vous pouvez vous faire informer de ce qu'il se vend au port de Paris, & défalquer les droits dont vraisemblablement les pompes à feu seroient exemptes : je crois que vous pouvez estimer ces charbons à 45 livres la voie.

Je doute qu'il fût facile d'en faire arriver une quantité suffisante : avec de l'argent comptant, des soins & des précautions infinies, nous tombons fréquemment dans le chaumage, faute de charbon. Le port de Saint-Rambert où se fait le premier embarquement est petit, & ne peut contenir qu'un certain nombre de bateaux ; il faut des fontes de neige pour les pouvoir faire partir, & ils ne partent jamais que chargés au plus de huit voies du pays qui en font douze à Paris. Arrivés à Roanne, huit bateaux

» se réduisent à quatre jusqu'à Briare, où ces quatre sont réduits à
» trois, quelquefois à deux. Il arrive souvent que les crûes d'eau
» cessent tout-à-coup, & que les bateaux restent en fosse pendant
» plusieurs mois; de plus le canal n'est ouvert que les deux tiers
» de l'année.

» Cette espèce de marchandise est très-difficile à faire arriver;
» & plus difficile à conserver après son arrivée; on ne peut la laisser
» long-temps dans les bateaux qui, construits de mauvais bois, se
» pourrissent: si on la met dans des magasins, elle s'échauffe &
» dégénère en peu de temps. J'ai vu la Verrerie obligée de suspendre
» le travail avec du charbon pour plus de cinquante mille livres
» devant les fours; la superficie étoit bonne, mais lorsqu'il fallut
» pénétrer, on trouva le feu & le charbon consommé.

» Je crois que des Pompes à feu ne peuvent, sans risque d'être
» souvent inutiles, être établies dans des endroits éloignés de plus
» de cent lieues des mines qui doivent leur fournir leur aliment,
» sur-tout si cet aliment doit être embarqué sur une rivière qui n'est
» pas navigable toute l'année; je n'ai pas entendu dire jusqu'à présent
» qu'il en eût été construit dans des positions aussi défavantageuses.

» Peut-être, Monsieur, croirez-vous que je ne vous représente
» la traite des charbons si difficile, que parce que je crains la con-
» currence; mais prenez la peine de consulter des gens désintéressés
» qui connoissent la navigation de la Loire, sur-tout dans son com-
» mencement, & vous trouverez que je n'ai pas rapporté la moitié
» des difficultés.

» Je pourrais ajouter que les mines ne sont pas inépuisables, que
» la ville de Saint-Étienne est seule en possession pour l'entretien
» de ses manufactures, de toutes celles qui sont dans les 2000 toises
» de son arrondissement; que les bois pour la construction des bateaux
» deviennent rares & chers, & que tout ce qui concerne la ma-
» niœuvre augmentera à proportion de la quantité de charbon de
» terre qui sera tirée de ce pays.

J'ai l'honneur d'être, &c. »

Cette Lettre, dont le style, les détails & la précision sont assez
connoître qu'elle a été écrite par une personne très au fait de la
question, & très en état d'en bien juger, fera sentir mieux que

tout ce qu'on pourroit ajouter, combien on éprouveroit de difficultés dans l'approvisionnement du charbon de terre pour l'aliment des machines à feu. Au reste, comme je me suis proposé de ne rapporter ici que des faits, sans prendre de conclusions, je ne pousserai pas plus loin la comparaison des deux projets; & après avoir mis les pièces du procès sous les yeux des Magistrats, du Public & de l'Académie, j'attendrai leur jugement.

Je n'ai parlé dans ce Mémoire que de trois pompes à feu; quoique j'aie rassemblé des détails sur un nombre beaucoup plus grand; mais je me suis fait une loi de ne donner ici que des calculs sûrs, & dont je fusse en état de répondre. C'est par cette raison que je n'ai fait aucun usage de ce que rapporte M. Bélidor dans son *Architecture-hydraulique*, de la machine à feu de Frênes près Condé; les résultats qu'il donne sont si éloignés de toute vraisemblance, qu'on ne sauroit douter qu'il ne se soit introduit quelque erreur dans les données. Cette machine, d'après des calculs semblables à ceux qui ont été rapportés précédemment, pourroit élever 204 pouces d'eau à la hauteur de 110 pieds; elle ne consomme en vingt-quatre heures que deux muids de charbon de terre, de 14 pieds cubes chacun; ce qui, à raison de 64 livres le pied cube, ne donneroit pour chaque ponce que huit livres de consommation, c'est-à-dire, environ le quart des machines de Bois-bossu & des fosses d'Anzain, & le cinquième de celle de Montrelais.

Il y a toute apparence que M. Bélidor, ainsi qu'il en convient lui-même, *article 1322* de son *Architecture-hydraulique*, a moins décrit la machine de Frênes, telle qu'elle existoit, qu'une machine à feu quelconque, aussi parfaite qu'il la croyoit susceptible de l'être: c'est dans cette supposition sans doute qu'il a porté à quinze le nombre des vibrations par minute, tandis qu'il est prouvé qu'on ne peut les amener que difficilement à ce point, & que ce n'est même qu'en augmentant la consommation du charbon de terre dans une proportion plus grande qu'on n'augmente l'effet de la machine; il y a encore apparence qu'il s'est glissé quelque erreur dans la contenance du muid, peut-être M. Bélidor n'a-t-il point eu égard à la différence d'une mesure rase à une mesure comble; enfin comme les résultats de la machine de Frênes diffèrent énor-

mément de ceux des trois autres dont je ne puis suspecter l'exactitude, & que d'ailleurs ces dernières s'accordent toutes à très-peu de chose près entr'elles, je me suis cru en droit de la rejeter.

C'est également à cause de la trop grande différence des résultats; que je ne fais point usage ici des détails qui m'ont été communiqués par M. de la Lande sur la Pompe à feu de Chelsea en Angleterre; cette machine élève à chaque coup dix-huit gallons d'eau de 190 pouces $\frac{1}{3}$ cubes, elle bat quatorze coups par minute, d'où l'on peut conclure qu'elle fournit une quantité d'eau de 71 pouces des Fontainiers. Cette même machine consomme par semaine neuf chaldrons de charbon de terre, chacun de 36 boisseaux; chaque boisseau de la contenance d'environ 1 pied $\frac{5}{8}$, mesure comble; ce qui, à raison de 64 livres le pied cube, donne 104 livres pour le poids du boisseau, 3744 pour le poids du chaldron, & enfin pour la consommation de la machine en vingt-quatre heures, 4814 livres. Si l'on divise cette quantité par le nombre de pouces, on aura 68 livres pour la consommation de chaque pouce d'eau.

Cette consommation est à-peu-près double de celle des trois machines dont on a donné les détails dans ce Mémoire, & c'est encore par le motif de cette très-grande disproportion, qu'on n'a pas cru devoir la faire entrer dans les déterminations précédentes. On peut assurer, ou que cette machine est extrêmement imparfaite, ou qu'il s'est glissé quelque erreur soit dans la quantité d'eau élevée, soit dans l'objet de la consommation.



SUR UN INSECTE DE L'AMÉRIQUE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

L'OBSERVATEUR exact, en appréciant le mérite de ses différentes recherches, ne croit rien indigne de ses remarques; se présente-t-il à ses yeux un nouvel insecte, il lui rappelle l'immensité & la variété des œuvres de la Nature, & c'est pour lui un sujet de respect & d'admiration.

16 Nov.
1771.

Étant à Dieppe & y examinant chez un Tabletier *ivoisier* * des fruits d'une espèce de palmier que l'on y emploie à la fabrique des chapelets, des petits crucifix, &c. je trouvai dans plusieurs de ces fruits un insecte de la classe des scarabées, qui n'a été décrit par aucun de ceux qui ont donné les insectes de l'Amérique, & qui par ses caractères particuliers ne peut se rapporter aux genres de nos insectes déjà publiés & connus. Dans d'autres fruits j'ai découvert ce même insecte sous la forme de nymphe: enfin un hasard m'ayant procuré dans des cocos de la même espèce, nouvellement arrivés, l'insecte sous sa première forme, c'est-à-dire sous celle de ver, & se nourrissant encore de l'amande du fruit, je crois pouvoir donner complètement l'histoire de cet insecte étranger à notre partie de l'Europe.

Ces cocos sont les fruits d'une espèce de palmier cocotier qui n'a point été décrit. Les ouvriers qui les travaillent les tirent de Lisbonne, & l'on croit que les Portugais les apportent du Brésil; mais il est certain que cette même espèce de palmier se trouve aussi à Saint-Domingue dans nos possessions, puisque c'est de cette île que sont venus les fruits dans l'un desquels j'ai trouvé l'insecte dont je vais parler, sous la forme de ver & encore vivant.

Cet insecte sous sa première forme & parvenu à son dernier terme de grosseur, est un ver de 8 lignes de longueur sur 4 environ de grosseur; sa tête est fort petite & peu éminente; il est composé de plusieurs anneaux peu séparés les uns des autres: l'insecte est

* C'est le nom qu'on donne aux Ouvriers qui y travaillent l'ivoire, &c.

plat en dessous; sous les trois premiers & les plus gros anneaux on voit six pattes peu alongées. Tout son corps est d'un blanc laiteux (*fig. 1 & 2*).

La nymphe se rapproche beaucoup de la forme que prendra l'insecte sous la dernière métamorphose, quand il sera scarabée; les parties sont collées & serrées les unes proche les autres, & ne sont point encore développées (*fig. 5*).

Le scarabée a environ 7 lignes de longueur sur 4 lignes de grosseur vers l'origine de ses élytres; il a quatre ailes dont deux servent d'étuis aux deux vraies ailes membraneuses; les élytres ou les étuis des ailes sont durs & recouvrent entièrement les ailes: ces fourreaux portent des stries fines, pointillées, soyeuses & comme veloutées, d'un brun d'olive (*fig. 3 & 4*).

Le corselet est large, un peu plus brun que les élytres; le corps & le corselet de cet insecte lui donneroient assez la forme de notre petit hanneton du printemps, mais d'autres caractères dont nous allons parler le différencient de cet insecte.

Sa tête alongée est penchée sous le corselet de l'insecte, & cette position est celle ordinaire aux *Dermestes*; il a deux antennes *a*, longues de 3 à 4 lignes, composées de plusieurs articulations (neuf ou dix) qui ressemblent aux dents d'une scie. Les yeux sont grands; les mâchoires *c*, sont saillantes à peu près comme dans les *Dermestes* (*fig. 4*).

Il a six pattes, trois de chaque côté; les quatre premières sont posées sous le corselet, les deux autres sont éloignées de celles-ci & placées vers la moitié de l'abdomen.

Chacune de ces pattes est composée de la cuisse & de trois pièces à tous les tarses; les deux premières pattes ont la partie de la cuisse *f*, peu renflée, la première pièce du tarse longue & apparente, les deux autres ont beaucoup moins de longueur (*fig. 7*).

Les pattes les plus reculées sont aussi composées d'une partie renflée qui forme la cuisse & de trois pièces au tarse, mais chacune de ces parties offre des singularités (*fig. 6*). La cuisse *h* est tellement renflée qu'elle forme une espèce de palette très-grosse; la première pièce du tarse est courbée à l'endroit de l'insertion à la cuisse, & est longue de 3 lignes depuis la courbure; enfin les deux

autres pièces du tarfe ressembloit assez aux mêmes parties des pattes antérieures.

Les caractères les plus remarquables qui différencient cet insecte de ceux déjà connus, & qui lui sont propres, sont donc 1.^o la tête penchée sous le thorax comme dans les *Dermestes*; 2.^o les antennes filiformes & articulées ou en scie; 3.^o le foyeux de ses élytres qui sont striées & pointillées; 4.^o le nombre des articles de ses tarfes; 5.^o enfin la grosseur singulière de ses cuisses postérieures.

Ces caractères doivent dans la méthode de M. Geoffroy, lui faire assigner une place particulière, & il y formeroit un nouveau genre qui seroit le troisième genre du troisième ordre de l'article premier; on désigneroit ainsi son genre: *Antennæ filiformes subferratæ, caput sub chlypeo thoracis inflexum, thorax anticæ attenuatus subtriangularis, tarforum articuli tres.*

Cet insecte sous la forme de ver se tient enfermé dans le fruit du palmier, & se nourrit de l'amande du coco (*fig. 9, 10 & 11*). Comme ce fruit est ordinairement divisé en trois loges, on trouve aussi quelquefois un, deux ou trois insectes qui le rongent ou qui y sont sous différentes formes: l'animal s'y métamorphose & y devient nymphe, après s'être fait une espèce de loge avec ses excréments qu'il pousse au bord du trou; enfin il y prend la forme de scarabée & en sort pour songer à sa multiplication, après laquelle doit se borner le terme de sa vie.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1. L'insecte sous la forme de ver de grandeur naturelle.

Figure 2. Le même ver dessiné deux fois plus gros que nature.
b ses six pattes.

Figure 3. Le scarabée.
a ses antennes.
c ses pattes de devant.
d ses pattes de derrière.

Figure 4. Le même scarabée vu de côté.
a ses antennes.
c ses pattes de devant.

d ses pattes de derrière.

e ses mâchoires & la tête recourbée.

Figure 5. La nymphe.

Figure 6. La cuisse *d* de derrière, & les trois articulations au tarse.

h la cuisse très-renflée.

i la première pièce du tarse courbe.

Figure 7. La patte de devant *e*.

f la cuisse.

g les trois articulations du tarse.

Figure 8. L'antenne *a* grossie à la loupe.

Figure 9. L'amande du fruit du palmier.

Figure 10. Le coco ou le fruit du palmier.

Figure 11. Le coco coupé.

Quand le fruit est divisé en trois loges, on aperçoit à l'extérieur du coco trois sillons très-peu profonds.



SUR LA DÉTERMINATION

Des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des Équations aux différences partielles.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

M. D'ALEMBERT est le premier qui se soit proposé & qui ait résolu des Problèmes de ce genre. M. Euler s'est occupé depuis des mêmes questions; & M. de la Grange a traité cette matière avec plus de généralité dans le troisième volume des Mémoires de Turin. Il y emploie les séries, qui dans beaucoup de cas le conduisent à des solutions finies & rigoureuses. J'ai donné, dans ma lettre à M. d'Alembert quelques principes généraux pour la solution directe de ces Problèmes, & je me propose ici de les étendre & de développer leur usage & la méthode à laquelle ils conduisent.

ARTICLE I.

De la réduction de la détermination des fonctions arbitraires d'une fonction des variables qui entrent dans l'intégrale des équations à deux différences partielles, à des équations aux différences finies, ou aux différences finies & infiniment petites.

I. Les fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles, sont ou des fonctions données d'une fonction arbitraire, ou sont seulement données par des équations non séparables entre ces fonctions, la fonction arbitraire & la quantité dont celle-ci est fonction arbitraire. Soit, par exemple, $F(x + y)$ une fonction arbitraire qui entre dans une intégrale, cette intégrale pourra contenir ou $F(x + y)^n$, ou $I[z + F(x + y)]$, ou bien une quantité V donnée par une équation $AdV + BdF(x + y) + Cd(x + y) = 0$;

Mém. 1771.

. G

A, B, C , étant des fonctions de $V, F(x+y)$ & $(x+y)$, & l'équation pouvant être ou n'être pas résoluble tant que $F(x+y)$ reste indéterminé ; cette équation peut être même d'un ordre quelconque.

De plus, la quantité dont F est fonction arbitraire, peut être ou algébrique ou transcendante, & peut même contenir une autre fonction arbitraire. Tous ces différens cas doivent être considérés séparément.

II. Je suppose d'abord que l'intégrale ne contienne qu'une fonction arbitraire d'une quantité algébrique, que la fonction arbitraire n'entre pas dans une fonction transcendante, & que l'intégrale soit algébrique. Soit, lorsque $z = a$, une équation algébrique donnée en x & y ; je substitue dans l'intégrale, au lieu de y , sa valeur tirée de cette équation, & j'ai Fx égale à une fonction déterminée de x . Je mets dans cette fonction, au lieu de x , sa valeur en X , & j'ai Fx égale à une fonction déterminée de X , & par conséquent la forme selon laquelle la fonction arbitraire doit contenir la quantité dont elle est fonction.

Si les équations que j'ai supposé ci-dessus être des équations algébriques, se trouvent contenir des transcendantes, alors j'appellerai Z la fonction arbitraire, u la quantité dont elle est fonction ; & j'aurai, après avoir fait $z = a$, une équation en Z, x, y , une en u, x, y , & une enfin en x, y ; d'où éliminant x & y par des différenciations, on aura une équation différentielle entre Z & u , dont l'intégrale donnera la forme selon laquelle la fonction arbitraire doit contenir la quantité dont elle est fonction.

De-là il est aisé de voir que dans le cas des équations toutes algébriques, on aura l'équation finale algébrique entre Z & u , sans être obligé de résoudre les autres équations.

III. Je suppose maintenant que l'intégrale contienne deux fonctions arbitraires $Fs, F's'$, que $F's'$ ne soit pas contenue dans s ou réciproquement, & que lorsque $z = a$, on ait une équation en x & y , & lorsque $z = b$, une autre équation entre ces mêmes variables ; d'abord toutes les équations étant algébriques, j'aurai en faisant $z = a$, & mettant pour y sa valeur en x , une équation algébrique en $Fx, F'X'$ & x ; puis faisant $z = b$, & mettant

pour y son autre valeur, j'aurai une équation en FX & $F'X'$. Ces deux équations doivent être identiques; c'est-à-dire que tous les termes doivent s'y détruire, lorsque $FX, F'X', F'X, F'X'$, ont la forme qu'elles doivent avoir; donc si dans chacune de ces équations on met par-tout, au lieu de x , la quantité $x + \Delta x$, elles seront encore identiques. Je ferai donc cette substitution dans la première équation; je supposerai Δx tel que $X + \Delta X = X'$, les deux équations contiendront FX ; je pourrai donc éliminer cette fonction arbitraire, & j'aurai une équation en $x, F'X''$ & $F'X'$. Je supposerai ensuite que $F'X'' = F'(X' + \Delta X')$, ce qui donne $X'' = X' + \Delta X'$; j'aurai par conséquent une équation en $F'X', \Delta F'X' & x$, une en $X', \Delta X' & x$, & une enfin en $X' & x$; j'éliminerai x & X' , & j'aurai une équation en $F'X', \Delta F'X', \Delta^2 F'X'$. Intégrant cette équation, j'aurai $F'X'$ égale à une fonction de x' , x' étant une quantité dont la différence est constante; j'aurai ensuite, à cause de l'équation en $\Delta X' & X'$, X' égal à une fonction de cette même variable x' , dont éliminant x' , j'aurai une équation en $F'X' & X'$, & par conséquent la forme cherchée de la fonction arbitraire.

Si la substitution pour donner lieu de faire évanouir FX & $F'X'$, donnoit X'' égal à X' , il faudroit employer une autre substitution dans la deuxième équation, & déterminer ΔX & Δx , de manière que cette égalité n'ait plus lieu. Si de plus en éliminant FX , on éliminoit aussi $F'X''$, alors il faudroit avoir une équation en x, y , pour le cas où $z = c$.

Si les équations au lieu d'être algébriques finies, contenoient des transcendentes ou étoient différentielles, on auroit X, X', X, X' , donnés par des équations différentielles; supposant ensuite qu'en mettant dans X au lieu de $x'x + x'$, X devienne X' , on aura aussi x' par une équation différentielle dans laquelle il faudra supposer que tout soit variable. Éliminant donc, & s'il est nécessaire, par des différentiations, la fonction de X' qui se trouve dans les deux équations, on aura une équation qui contiendra $x'x' F'X' & F'X''$. Cette quantité X'' contenant x' , on fera $X'' = X' + \Delta X'$, & on aura une équation différentielle

en F' , $\Delta F'$, x & x' , une en $\Delta X'$, x & x' , une en X' & x ; & une en x & x' ; d'où éliminant x' & ensuite x , on aura une équation différentielle en F' , $\Delta F'$, $\Delta^2 F''$, & une en X' & $\Delta X'$. Intégrant ces deux équations & éliminant la quantité dont la différence est constante, & qui entre dans les intégrales, on aura F' en X' .

Lorsqu'on a F' , on en déduit F par une équation ou finie, ou aux différences infiniment petites.

Si l'on avoit un nombre n de fonctions arbitraires différentes d'une même fonction X , & un pareil nombre de conditions, on trouveroit par la méthode de cet article un nombre n d'équations contenant la première X' , la seconde X'' Faisant ensuite dans la seconde une substitution pour que X'' devienne X' , & de même dans les équations suivantes, on aura n équations contenant n fonctions arbitraires d'une même fonction X' ; donc éliminant, on déterminera à volonté une de ces fonctions, sans que cette détermination conduise à des équations aux différences finies. Cette même remarque peut dans d'autres cas servir à simplifier les solutions de cet article & des suivans.

IV. Si j'ai trois fonctions F , F' , F'' , je supposerai que j'aie une équation donnée en x , y , lorsque $z = a$, une autre lorsque $z = b$, & une troisième lorsque $z = c$. Cela posé, mettant dans les fonctions qui composent les fonctions arbitraires pour z & y leurs valeurs en x , on aura trois équations, dont l'une contiendra FA , $F'B$, $F''E$; la seconde contiendra FA' , $F'B'$, $F''E'$; & la troisième FA'' , $F'B''$, $F''E''$. Comme ces équations sont identiques, on mettra dans ces trois équations, au lieu de x , une fonction de x , telle que A' & A'' deviennent A , & on aura deux équations qui contiendront $F'C$, $F'C'$, $F'C''$, & $F''D$, $F''D'$ & $F''D''$. Pour éliminer F' , je prends deux équations, dont l'une contient $F'C$ & $F'C'$, l'autre $F'C$ & $F'C''$. Je regarde C' comme $C + \Delta C$, & C'' comme $C + \Delta' C$. Cela posé, je différencie la première équation par rapport à Δ' & la seconde par rapport à Δ , & j'aurai deux équations qui contiendront ΔC , ΔC & $\Delta' \Delta C$. J'aurai donc, en comparant les deux proposées, quatre équations & quatre variables; donc en éliminant je n'aurai

plus que F'' dans l'équation qui me restera & qui contiendra $F''D$, $F''D'$, $F''D''$, &c. au nombre de neuf, à moins qu'il ne soit réduit par des circonstances particulières; ensuite j'aurai une équation aux différences finies avec plusieurs caractéristiques. Voyez sur la Théorie de ces équations, les *Mémoires de l'Académie pour 1772*, & je me contenterai de remarquer ici que plusieurs de ces caractéristiques peuvent quelquefois se réduire à être différens ordres de la même.

J'ai supposé ici que l'élimination des y étoit possible & exécutée; le cas où l'intégrale & les équations de condition en x & y contiennent des transcendentes, se traitera dans cet article comme dans le précédent, sans qu'il y ait aucune nouvelle difficulté.

V. Si j'ai une intégrale qui contienne deux fonctions arbitraires FA , $F'B$, & que B soit fonction de x , y , z & FA , on supposera que faisant $z = a$, on ait une équation donnée en x & y , & une autre lorsque $z = b$. En substituant pour z & y les deux valeurs qui résultent de cette supposition, on aura deux équations, dont l'une contiendra FA' & $F'B'$, & l'autre FA'' & $F'B''$; A' & A'' sont des fonctions de x & B' , & B'' des fonctions de x & FA' , de x & FA'' . Je mettrai dans la seconde de ces équations au lieu de x , $x + x'$, & je supposerai que B'' après cette substitution soit devenue B' , & j'éliminerai $F'B'$; j'aurai donc deux équations qui contiendront FA' , FA''' , où A''' contient x & x' . Cela posé, faisant $A' = u$, $A''' = u + \Delta u$, $FA' = s$, $FA''' = s + \Delta s$, on aura quatre équations en x , x' , u , & s , éliminant trois de ces variables, on aura une équation en s & une en u , les intégrant & éliminant la quantité dont la différence est constante, & qui entre dans les intégrales, on aura s en u .

Si on n'avoit pu faire immédiatement les éliminations, il auroit fallu employer les différentiations, comme dans le *N.^o 3*, & on seroit parvenu de même à une équation aux différences finies & infiniment petites.

VI. Si l'intégrale contenoit des différences de FF' , &c. ou des fonctions de ces quantités, données par des équations différentielles, la même méthode pourroit encore être employée. Elle serviroit également dans les autres hypothèses qu'on pourroit faire

pour la détermination des fonctions arbitraires, comme si on supposoit que lorsque $x = a$, on a une équation en z & y , & de plus, $\frac{dz}{dy}$ égal à une fonction de z & y ; ou bien si on supposoit

que l'on a une équation en x & y , lorsque $z = a$, & une en z & y , lorsque $x = b$, car alors il résultera une équation en x & les fonctions arbitraires, & une en z & les fonctions arbitraires; mais comme cette dernière équation est identique, on pourra y mettre pour z une fonction de x , telle qu'une des deux fonctions arbitraires soit la même que la fonction correspondante de l'autre équation; & alors éliminant cette fonction, on aura une équation en x & deux fonctions semblables.

VII. Si l'on avoit une intégrale qui contînt FV & un nombre $n - 1$ de $F'V'$... & que l'on fût que lorsque $V' = C$, C étant constante, on a une équation entre les variables; on voit que cette hypothèse détermine FV : donc si on a $n - 1$, conditions à l'ordinaire, on aura $F'V'$... par la méthode indiquée à la fin de l'*art. III*. Mais les valeurs contiendront $F'C$... Pour les déterminer on fera dans les valeurs de $F'V'$... & des autres $V' = C$, & on en tirera $F'C$... en quantités connues.

VIII. J'ai parlé ci-dessus des équations entre plusieurs fonctions & qui dépendent d'une espèce particulière de calcul aux différences finies. Il y a une classe de ces équations qui peut se résoudre par la même méthode que les différences finies ordinaires; c'est celle qui contiendra Fx , $Fx + a$, $Fx + 2a$, &c. Fa , x & a ; en effet, dans ce cas, si on a l'intégrale de la proposée en faisant $Fx = Z$, $Fx + a = Z + \Delta Z$, &c. & que dans cette intégrale, Fa soit regardé comme un coefficient indéterminé, on fera dans l'intégrale $x = a$, $Z = Fa$, & on supposera que tout se détruit après la substitution. Soit, par exemple, l'équation... $(2 - A)Z + (2 - A)\Delta Z + \Delta\Delta Z = 0$, où A est la fonction de Δx semblable à Z , on aura pour intégrale $Z = Pe^{N*} + Qe^{N*}$ & NN' sont données par les deux racines de l'équation $1 - Ae^{N\Delta x} + e^{2N\Delta x}$; mais

$A = Pe^{N\Delta x} + Qe^{N'\Delta x}$: donc on aura $1 - Pe^{2N\Delta x} - Qe^{N+N'\Delta x} + e^{2N\Delta x}$; ce qui, comme l'on voit, laisse ici trois arbitraires. M. d'Alembert a résolu la même équation (*Mémoires de 1769, page 279.*)

Toutes les opérations précédentes sont fondées sur ce principe, que les équations en s fonction de u , s' fonction semblable de u' , r autre fonction de u'' , r' fonction semblable de u''' , peuvent être mises sous la forme $A(s - F u) + B(s' - F' u') + C(r - F'' u'') + D(r' - F''' u''') = 0$.

ARTICLE II.

DES Équations définitives où conduit la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans l'intégrale des équations à trois différences partielles.

I. Si on a dans une intégrale une fonction arbitraire de A & de B , fonctions de x, y, z, u , & que lorsque $u = a$ on ait une équation en x, y, z ; mettant pour z sa valeur, on aura une équation en F, A', B', x & y ; donc mettant pour x & y leurs valeurs en A' & B' ; on aura FA', B' en A' & B' .

II. Si on a deux fonctions FAB & $F'CD$, & que faisant $u = a$, on ait une équation donnée en x, y, z , & que faisant $u = b$ on ait une autre équation en x, y, z ; mettant dans la proposée pour u & z ces deux valeurs, on en tirera deux équations dont l'une contiendra $FA'B', F'C'D'$, & l'autre contiendra $FA''B'', & F'C''D''$. Je ferai dans la première équation $x = x + \Delta x$ & $y = y + \Delta y$, & je supposerai que $A' + \Delta A' = A''$ & $B' + \Delta B' = B''$, & déterminant par cette condition Δx & Δy ; éliminant ensuite FA'', B'' , qui se trouve dans les deux équations, il m'en restera une qui contiendra $F'C'', B''$, & $F'C''', D'''$. Je suppose ensuite que j'aie fait une substitution telle que C''' devienne $C'' + a$, & D''' , $D'' + b$, j'aurai une équation entre $F, \Delta F, C''$ & D'' où ΔF , représente la différence de F prise en faisant varier C'' & D'' . L'intégrale se trouvera par

les mêmes méthodes que celles de l'article précédent, excepté que les fonctions arbitraires seront des fonctions de $a D'' - C'' b$, $e^{\frac{p C''}{a}}$, $e^{\frac{p D''}{b}}$, e^p étant égal à l'unité. Les fonctions exponentielles sont assujetties à la même loi que les fonctions de ce genre dans les équations différentielles ordinaires, & la fonction $a D'' - C'' b$, ne l'est à aucune.

ARTICLE III.

Des Équations aux différences finies & infiniment petites.

Je vais donner des principes généraux sur la théorie & la solution de ces équations, qu'aucun Géomètre n'a encore traitée d'une manière directe.

I. Si on regarde les différences infiniment petites comme de nouvelles variables, & que la proposée soit intégrable par rapport aux différences finies, on en prendra l'intégrale sans différences; & en cherchant à l'intégrer comme une équation aux différences infiniment petites, on aura l'intégrale cherchée.

II. Si on regarde les différences finies comme de nouvelles variables, & qu'on puisse intégrer par rapport aux différences infiniment petites, on exécutera cette intégration, & il ne restera plus à intégrer qu'une équation aux différences finies, mais qui pourra contenir des transcendentes.

III. Ces deux cas ne renferment pas toutes les équations aux différences finies & infiniment petites; ainsi il faut tirer leur solution générale de principes plus directs. Je suppose donc que dans la proposée dx & Δx soient constants, elle contiendra $x, y, dx, \Delta x, dy, \Delta y, d^2y, \Delta d^2y, \Delta^2y$, &c. Soit Z son intégrale, elle sera susceptible de la forme $AZ + B dZ + C \Delta z + D d^2Z + E \Delta d^2Z + F \Delta^2 Z \dots$ le nombre des équations qui l'ont pu produire est donc $\frac{n^2+3n}{1.2}$ comme pour les différences partielles, & cela conduit à conclure de même qu'on ne peut la regarder comme intégrable par rapport à d , ou à Δ seulement, ni comme produite par la comparaison de deux équations, dont l'une seroit

feroit la différentielle exacte d'une fonction différenciée, par rapport aux différences infiniment petites, & l'autre la différentielle exacte de la même fonction différenciée par rapport aux différences finies.

IV. Si on a les trois équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$,

& que Z contienne une autre transcendante que e^{nx+a} , $e^{Ne^{nx}}$ (voyez l'addition aux Mémoires de 1770), il est aisé de voir que

dZ pourra contenir ou ne pas contenir la transcendante, mais que ΔZ la contiendra & une autre de plus; donc par la comparaison de Z , ΔZ , dZ , on ne pourra faire évanouir cette transcendante sans en introduire une autre, lorsque l'équation $\Delta Z = 0$ est

entrée dans la formation de la proposée. Si Z contient e^{nx+a} , dZ contiendra cette même transcendante; ΔZ la contiendra

aussi; par conséquent lorsque Z contiendra e^{nx+a} & e^{mx+b} , on pourra faire évanouir ces deux transcendantes & leurs coefficients, par la comparaison des trois équations; donc la proposée qu'elles produisent peut contenir deux de ces fonctions exponentielles.

Si Z avoit contenu e^{ax^2+bx+c} & $e^{\Delta ax^2+bx+c}$, dZ auroit contenu les mêmes transcendantes ainsi que ΔZ ; donc la comparaison auroit pu encore les faire évanouir; donc la proposée que ces trois équations produisent, peut contenir dans son intégrale les deux fonctions exponentielles. Quant à la fonction

$e^{Ne^{nx}}$, on trouvera que si Z contient cette fonction, & de plus la fonction e^{nx} , comme dZ contient cette nouvelle fonction, on pourra les faire évanouir toutes deux. Cette intégrale Z ne pourra

point contenir de fonction arbitraire de e^{nx+a} , $e^{n\Delta x}$ étant 1, parce que soit ϕ cette fonction arbitraire, $\frac{d\phi}{de^{nx}}$ se trouve dans

l'équation $dZ = 0$; ainsi, toutes les fois que cette équation est entrée dans la formation de la proposée, il n'y a point de fonction arbitraire dans l'intégrale. De-là on conclura que si la proposée ne contient que des différences du premier ordre, & que dy & Δy s'y trouvent, il n'y aura point de fonction arbitraire dans

Mém. 1771.

. H

l'intégrale, ni d'autres transcendentes que deux fonctions e^{nx+a} , e^{mx+b} , ou e^{ax^2+bx+c} & $e^{\Delta ax^2+bx+c}$, ou $e^{Ne^{nx}}$ & e^{nx} , dont les coefficients seront arbitraires.

V. Si l'on veut appliquer ces mêmes principes aux équations du second ordre, on trouvera 1.^o que si la proposée est produite par la comparaison des quatre équations $Z, \Delta Z, dZ$ & $d^2 Z$; l'intégrale ne pourra contenir de transcendent autre que les exponentielles, parce que si elle en contient une, ΔZ en contient une nouvelle qui ne se trouve pas dans les autres équations; & qu'ainsi on ne peut éliminer: dans ce cas la proposée ne contient que $x, dx, \Delta x, y, \Delta y, dy$ & $d^2 y$, &c. 2.^o Que si elle est produite par la comparaison des quatre équations $Z, dZ, \Delta Z, \Delta^2 Z$, ce qui arrive lorsqu'elle ne contient point d'autres différences de $y, dy, \Delta y$ & $\Delta^2 y$, elle ne peut contenir de fonction arbitraire, parce que $dZ = 0$, y introduiroit une différence de cette fonction qui ne se trouve point dans les autres. 3.^o Que dans ces deux cas, l'intégrale peut contenir ou trois fonctions exponentielles e^{nx+a} , e^{mx+b} , e^{px+c} ; ou une fonction e^{ax^2+bx+c} , $e^{\Delta(ax^2+bx+c)}$, & $e^{p'x+c'}$; ou $e^{ax^2+bx^2+c}$, $e^{\Delta \cdot ax^2+bx^2+cx+f}$ & $e^{\Delta^2 \cdot ax^2+bx^2+cx+f}$; ou $e^{Ne^{nx}}$, e^{nx} & $e^{n'x}$, ou e^{ax^2+bx+c} , dans le cas où $nx+p$ seroit égal à Δax^2+bx+c ; ou $e^{(Nx+N)e^{nx}}$, $e^{N'e^{nx}}$ & e^{nx} . 4.^o Que si elle est produite par la comparaison des cinq équations $Z=0, dZ=0, \Delta Z=0, ddZ=0, d\Delta Z=0$, c'est-à-dire, si elle contient toutes les différences secondes hors $\Delta\Delta y$, Z pourra contenir une transcendent quelconque. En effet, $d\Delta Z$ contient la nouvelle transcendent que cette supposition fait entrer dans ΔZ ; mais Z n'en pourra contenir deux en général, parce que ΔZ & $d\Delta Z$ en contiendroient deux nouvelles; il faudroit donc qu'elles fussent telles que ΔZ n'en contint qu'une nouvelle, c'est-à-dire, que les appelant A & B , on pût avoir $A+\Delta A=B$.

Que Z ne peut contenir une fonction arbitraire, parce que la seconde différence se trouve dans ddZ ; & qu'enfin Z peut contenir quatre fonctions de la forme e^{nx+a} , dont les coefficients soient arbitraires, ou deux fonctions de la forme e^{ax^2+bx+c} , avec chacune leur différence finie; & ainsi de suite jusqu'à une fonction $e^{ax^4+bx^3+cx^2+ex+f}$, & ses trois différences consécutives; ou bien deux exponentielles de la forme $e^{Ne^{nx}}$, $e^{Ne^{nx}}$, avec e^{nx} & e^{nx} , & d'autres fonctions de ce genre; & observant en général qu'il faut que le nombre des arbitraires soit 4, & que chaque transcendante soit dans deux équations différentes de la suite $Z=0$, $dZ=0$, &c. 5.° Que si la proposée est produite par les cinq équations Z , dZ , ΔZ , $d\Delta Z$, $\Delta^2 Z$; Z ne peut contenir de transcendante autre que les exponentielles, parce que $\Delta^2 Z$ en contiendrait une nouvelle qui ne se trouveroit pas dans les autres, mais qu'il peut contenir une fonction arbitraire, parce que sa différence se trouve également dans dZ & $d\Delta Z$; & qu'enfin Z pourra contenir quatre exponentielles, de même que dans le cas précédent. 6.° Que si la proposée est le produit de quatre équations $Z=0$, $dZ=0$, $\Delta Z=0$, $d\Delta Z=0$; Z pourra contenir une fonction arbitraire dont la différence se trouve dans dZ & $d\Delta Z$, & une fonction transcendante, parce que la nouvelle transcendante qui en naît se trouve dans ΔZ & $d\Delta Z$, & de plus une fonction exponentielle, ou bien deux fonctions transcendentes, pourvu que l'une étant appelée V , l'autre soit $V+\Delta V$; & que d'ailleurs Z pourra contenir trois fonctions exponentielles, comme pour le n.° 4. 7.° Que si la proposée est le produit des six équations, elle ne pourra contenir ni transcendentes autres que les exponentielles, à cause de $\Delta^2 Z$, ni fonctions arbitraires à cause de ddZ , mais seulement cinq exponentielles de la forme ci-dessus, depuis cinq fonctions de la forme e^{nx+a} , jusqu'à une de la forme $e^{ax^5+bx^4+\dots}$ & ses quatre différences successives, & les fonctions $e^{Ne^{nx}}$ & e^{nx} , pourvu que le nombre

des arbitraires soit cinq, & que les fonctions se trouvent chacune dans deux équations.

Pour les ordres supérieurs, les mêmes principes donneront la forme des intégrales, & on observera en général que le nombre des exponentielles sera moindre d'une unité que celui des équations qui ont servi à produire la proposée; qu'il n'y aura point d'autres transcendentes, si l'équation $\Delta^n Z$ est entrée dans la formation de la proposée, & que le nombre qu'il y en a dans les autres cas, dépend de celui des transcendentes nouvelles qu'elle fait entrer dans les équations qui produisent la proposée, & du nombre de ces équations; enfin, il n'y a point de fonctions arbitraires, tant que $d^n Z$ entre dans la même proposée, & que leur nombre dépend des nombres d'équations où a pu entrer la plus haute différence infiniment petite de ces fonctions. Il en est des fonctions, qui dans les intégrales des équations aux différences finies, restent sous la ligne Σ , & des fonctions de produits indéfinis, comme des fonctions arbitraires, & par la même raison.

VI. D'après ces principes, si l'on veut résoudre une de ces équations, on commencera par déterminer le nombre des fonctions arbitraires que l'intégrale peut contenir, & on cherchera une équation algébrique qui ne contiendra plus que des différences infiniment petites, qui aura lieu en même-temps que la proposée, & qui contiendra les fonctions arbitraires, c'est-à-dire, une équation intégrable d'abord par rapport aux différences finies, puis par rapport aux différences infiniment petites; ce qui conduira à intégrer une équation aux différences infiniment petites, qui contiendrait des fonctions indéfinies d'une variable x ; & l'ordre de l'équation aux différences infiniment petites, sera le nombre des fonctions arbitraires étant m , $\frac{n^2 + 3n}{2} - m$. Au reste, on pourra ne le supposer qu'égal à celui des transcendentes non exponentielles; pourvu que l'on fasse entrer dans les variables de cette équation hypothétique, les fonctions exponentielles qui peuvent entrer dans l'intégrale de la proposée.

EXEMPLES des méthodes exposées dans les articles précédens.

E X E M P L E I.

Soit l'équation $x dx \Delta y + by dx + b dy + b dx - \Delta y dx = 0$
& $\Delta x = b$. Je remarque d'abord que cette équation ne peut
avoir dans son intégrale d'autres quantités transcendantes que
 e^{ax} , e^{cx} , ou $e^{d'x^2 + c'x}$ ou $e^{ce^{ax}}$ & la différence; j'appellerai
donc e^{ax} , z ; e^{cx} , z' ; $e^{d'x^2 + c'x}$, u ; & $e^{ce^{ax}} = u'$,
& $\frac{u + \Delta u}{u} = z$, on prendra alors une équation

$A + Bx + Cy + Dz + Fz' + Gu + Eu' + Kx^2 +$
 $Lxy + My^2 + Pzx + Qzy$, &c. où z', u , & u' ne se peuvent
point trouver en même-temps, & on cherchera par la méthode
des coefficients indéterminés, les coefficients constants A, B, C , &c.
Cette opération donnera $a = 1$, $B = 1$, D & Q arbitraires,
& les autres égaux à zéro, en sorte que $x + Ne^x y + N'$
 $e^x = 0$ fera l'intégrale cherchée de la proposée.

E X E M P L E I I.

Soit l'équation $\Delta \frac{dy}{dx} (x^2 + 2xy + y^2 + x \Delta y + y$
 $\Delta x + x + y) - \frac{dy}{dx} \Delta y - \frac{dy}{dx} \Delta y = 0$, comme
cette équation est produite par la comparaison des quatre équations
 $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$ & $d \Delta Z = 0$ l'inté-
grale ne peut contenir que trois quantités exponentielles, ou bien
une transcendante, une quantité exponentielle & une fonction
arbitraire, ou enfin deux fonctions transcendantes, pourvu que
l'une étant V , l'autre soit $V + \Delta V$. Il faudroit donc pour pou-
voir employer ici la même méthode que dans l'article précédent,
prendre une fonction rationnelle & entière des variables, des trans-
cendantes de toutes ces hypothèses, en supposant que celles de la
dernière contiennent des radicaux d'un degré indéfini, & que l'on
peut ajouter à la fonction arbitraire une quantité non intégrable,

sous la ligne Σ , ou la multiplier par un produit indéfini. *Mémoires sur les différences finies*, 1770. Ce procédé seroit trop long, & il fera plus court de chercher une équation qui ait lieu en même-temps que la proposée, & qui soit intégrale successivement par rapport aux différences finies & aux différences infiniment petites, équation qui ne doit être que du second ordre, par rapport à ces dernières, puisqu'il ne peut y avoir que deux transcendentes & trois arbitraires. On trouvera ici que la proposée est immédiatement dans ce cas.

Intégrant donc, par rapport aux différences finies seulement; & regardant $\frac{dy}{dx}$ comme une nouvelle variable, je trouve que l'intégrale sera $\frac{dy}{dx} + (x + y) \frac{dy}{dx} + (x + y) F e^{n \Delta x} + 1 = 0$, $e^{n \Delta x} = 1$; multipliant cette équation par dx & cherchant à l'intégrer comme une équation ordinaire aux différences infiniment petites, je trouve que le facteur $\frac{1}{x+y}$ la rend une différentielle exacte; & l'intégrant, j'ai $L(x + y) + y + F e^{n \Delta x} = 0$ pour l'intégrale finie & complète de la proposée.

E X E M P L E I I I.

Soit l'équation $\phi ax + ay - \phi x - ay = b$, & qu'on cherche de quelle manière la fonction ϕ doit être composée des quantités $x + ay$ & $x - ay$, pour que cette équation ait lieu; & que de plus on ait toujours entre x & y l'équation

$$\frac{-2ay}{x^2 - a^2y^2} = c. \text{ Je fais } x - ay = z \text{ \& } x + ay = z + \Delta z.$$

Cette supposition me donne $\phi(z + \Delta z) - \phi z = b$, ou appelant Z la fonction ϕz , $\Delta Z = b$, dont l'intégrale

$$\text{est } Z = \frac{bz'}{\Delta x'} + F e^{x'}, e^{\Delta x'} = 1, \text{ c'est-à-dire } x' \text{ étant}$$

une quantité constante, & dont la différence est telle que $e^{\Delta x'}$ soit égal à l'unité, la même substitution faite dans l'équation

en x & y , donne la transformée $\frac{-2a\Delta z}{z^2 + z\Delta z} = c$, dont l'intégrale est $\frac{z+a}{z} \pm \frac{c x'}{\Delta x'} + F e^{x'}$, & l'on aura Z en z ,

en éliminant x' . On peut dans ce cas particulier simplifier la méthode générale, ainsi que dans tous ceux où une des équations est de la même forme que $\Delta Z = b$; en effet, ici on peut prendre pour l'intégrale de la seconde équation

$$\frac{z+a}{z} = \frac{c}{b} Z + F e^{\frac{n}{b} Z}, \quad e^n = 1, \quad \text{où l'on a } Z$$

ou z par une équation transcendante. Nous pousserons plus loin l'analyse de cet exemple dans l'article suivant.

EXEMPLE IV.

Soit l'équation $\phi x \cdot z - \phi, x + a, z + b = 0$; j'appellerai Z la fonction $\phi \cdot x, z$, & j'aurai l'équation $\Delta Z = 0$; d'où je tire Z égal à une constante, qui sera une fonction arbitraire de z $a - x b$, de e^{nx} , de $e^{n'y}$, ou $e^{\frac{n}{a}} = e^{\frac{n'}{b}} = 1$,

& cette fonction ne sera assujettie que pour ces deux dernières quantités seulement aux conditions dont je parlerai dans l'article suivant.

EXEMPLE V.

Solution des équations linéaires aux différences finies & partielles.

Soit 1.^o l'équation $y + \frac{a dy}{dx} + b \cdot y + \Delta y = 0$, je fais $y = e f^x$, & j'ai $1 + a f + b e f = 0$. Je remarque d'abord qu'il n'y a aucune fonction finie de a & b qui puisse représenter f ; je remarque ensuite que si j'appelle f & f' , deux valeurs de f , que je suppose avoir lieu en même-temps, j'aurai $1 + a f + b e f = 0$, $1 + a f' + b e f' = 0$; d'où $e f + a f e f' = e f' + a f' e f$ & $a = \frac{e f - e f'}{f e f' - f' e f}$ & $b = \frac{f - f'}{f' e f' - f e f}$; d'où l'on voit que pour une infinité de cas

f doit avoir deux valeurs ; l'équation $1 + af + be^f = 0$ est facile à construire par les courbes. En effet, soit la ligne droite $1 + ay + bx$, & la ligne courbe exponentielle $x = e^y$; les intersections de ces deux lignes, donneront les valeurs de f ; regardant x comme l'abscisse, il est aisé de voir que dans les courbes, il répondra à chaque valeur de x positif, une valeur réelle & une infinité de valeurs imaginaires de y ; ces valeurs imaginaires sont données par des branches de courbe absolument semblables à la branche des valeurs réelles, mais placées à une distance imaginaire de l'axe ; donc la ligne les coupe à une distance de l'origine de x égale à celle où des parallèles à cette ligne droite & distantes de l'axe de ces mêmes quantités, coupent la branche réelle ; or ces quantités sont indépendantes de la valeur de y ; donc connoissant deux valeurs f & f' de f , nous aurons pour l'intégrale de l'équation proposée, $y = ef^x \cdot Ae^{a'x} + Be^{b'x} + Ce^{c'x}$, &c. $+ e^{f'x} A' e^{a'x} + B' e^{b'x}$, &c. Cette série tenant lieu de la fonction arbitraire.

Si les deux valeurs de f doivent être égales, alors on aura $a + be^f = 0$; donc $ef = \frac{-af}{b}$, donc $f = l \frac{-a}{b}$ & l'on aura

$x e^{l \frac{-a}{b} x} \cdot Ae^{a'x} + Be^{b'x} \dots + e^{l \frac{-a}{b} x} \cdot A' e^{a'x} + B' e^{b'x}$; & en effet, on voit que mettant dans la proposée $x e^{f'x}$, au lieu de y , on aura des termes multipliés par $x' e^{f'x}$, & d'autres par $e^{f'x}$, & que le coefficient de $e^{f'x}$, doit être égal à la différentielle de celui de $x e^{f'x}$, après l'avoir divisée par df .

Soit l'équation

$y + a \frac{dy}{dx} + b (y + \Delta y) + c \frac{d \cdot y + \Delta y}{dx} + e \frac{d^2 y}{dx^2} + g (y + 2 \Delta y + \Delta^2 y) = 0$; je fais $y = Ae^{fx}$, & j'ai $1 + af + be^f + cfe^f + ef^2 + ge^{2f} = 0$.

Si maintenant, je suppose comme ci-dessus, que j'aie cinq valeurs données de f , & que je cherche à déterminer les cinq coefficients de la proposée, j'aurai les coefficients par une équation linéaire ; donc il y a une infinité de valeurs de a, b , &c. où l'équation

l'équation en f , a cinq racines réelles. On trouve que celui des imaginaires est infini; en effet, on peut toujours construire la proposée par l'intersection d'une section conique & d'une logarithmique; chaque branche imaginaire de la logarithmique pourra être coupée par la section conique, & le fera à des points correspondans aux mêmes abscisses que si la branche réelle étoit coupée par des sections coniques semblables, mais placées à des distances imaginaires de l'axe, & l'on aura pour arbitraires des séries comme ci-dessus.

Passant maintenant à l'examen des cas particuliers, j'aurai d'abord en faisant $g \& e = 0 \& c = ba$, l'équation $1 + af + bef \cdot 1 + af = 0$, ce qui donne les deux solutions $f = -\frac{1}{a} \& ef = -\frac{1}{b}$; ainsi l'intégrale complète sera

$y = e^{-\frac{x}{a}} A + e^{b^{-1}x} B$, B étant une fonction qui reste la même lorsque x est augmenté de l'unité.

Soit $e = 0$, & que $1 + bef + g e^2 f = 0$ ait une racine commune avec l'équation $a + cef = 0$, j'aurai y égal à un terme $e^x B$, où B sera une fonction arbitraire, comme pour le cas des différences finies.

Si au contraire $g = 0$, & que $1 + af + ef^2 = 0$ ait une racine commune avec l'équation $b + cf = 0$, j'aurai y égal à ef^x , multiplié par une seule constante arbitraire A ; les autres racines donneront des équations en série.

Ces cas sont ceux où la section conique dont l'intersection avec la logarithmique donne ces racines, se réduit en deux lignes droites.

Le cas des deux racines égales se traitera comme ci-dessus, & l'on peut distinguer le cas où l'équation en f feroit le carré d'une seule équation linéaire.

Celui de 3, 4, 5 racines égales, se traitera de même, & il ne sera pas difficile de démontrer en général que $y = Ax^n e^{fx}$, résolvera toute équation de ce genre où l'équation en f , aura $n + 1$ racines égales.

Je ne m'étends pas davantage sur cet objet; les autres ordres

n'ont pas plus de difficulté, & en général les équations linéaires, de quelque nature qu'elles soient, se résolvent du moins en séries, par la substitution d'une fonction exponentielle. (*Voyez les Mémoires de 1772.*)

Quant aux méthodes d'approximations par ces équations, je me réserve également d'en parler dans les Mémoires de 1772.

A R T I C L E I V.

DE l'étendue des solutions données dans les articles précédens.

Les quantités arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles, ont été réduites dans les articles précédens, à dépendre d'équations qui ne renferment plus d'autres fonctions arbitraires que celles qui entrent dans les intégrales des équations aux différences finies; or les fonctions arbitraires ne le sont point absolument, mais elles restent assujetties à cette loi; que lorsqu'on y met au lieu de x , $x + \Delta x$, elles ne changent point de valeur. Cette condition exclut de ces arbitraires trois espèces de fonctions; 1.^o les fonctions le^{ax} : en effet, quoique $e^{*a\Delta} = 1$; cependant $le^{ax+a\Delta x} = le^{ax} + le^{a\Delta x} = ax + a\Delta x$, & n'est pas égal à ax ; la raison en est qu'il y a une infinité de valeurs de $a\Delta x$ qui rendent $e^{a\Delta x} - 1 = 0$; mais que de toutes ces valeurs il n'y en a qu'une $a\Delta x = 0$, qui rende $le^{a\Delta x} = 0$. 2.^o Les fonctions cos. $\frac{\pi}{n\Delta x} x$, parce que cos. $\frac{\pi}{n\Delta x} (x + \Delta x)$ n'est pas égal à cos. $\frac{\pi}{n\Delta x} x$, quoiqu'il soit fonction de e^{ax} . 3.^o Enfin les fonctions $e^{na\Delta x}$, n n'étant pas un nombre entier, parce que quoique $e^{a\Delta x}$, soit égal à l'unité, on ne peut point supposer en général que $e^{na\Delta x}$ lui soit aussi égal; cette égalité n'a lieu que lorsque n est égal à un nombre entier, si on a pris pour a la plus petite valeur dont il soit susceptible. Cette observation conduit à différentes remarques essentielles pour cette théorie.

Si j'ai une équation partielle entre trois variables x' , y , z &

que j'en connoisse l'intégrale où il reste une fonction assujettie à cette condition, je ne pourrai supposer en général, qu'en faisant x' , y ou z , égales à des constantes, qu'il y ait une équation donnée entre les deux autres variables; mais il faut que cette équation soit assujettie à ces conditions. Par exemple, reprenant l'exemple III, suivant la première manière que j'ai indiquée, la seconde équation donne par le théorème de M. de la Grange,

x' égal à $\frac{z+a\Delta x}{cz} + Fe \frac{z+a\Delta x}{zc}$, fonction assujettie

aux conditions que nous venons de déterminer; mettant donc cette valeur de x dans l'équation en Z , on aura $Z = \frac{bz+a}{cz}$

$+ Fe \frac{z+a\Delta x}{zc}$; cette fonction étant encore assujettie à ces

mêmes conditions. Si on avoit suivi la seconde manière de trouver les équations du problème, on auroit eu $\frac{z+a}{z} = \frac{c}{b} Z$

$+ Fe \frac{nZ}{b}$, & on auroit tiré $Z = \frac{b}{c} \frac{z+a}{z} + Fe \frac{z+a}{z} \frac{n}{c}$

où n est la même chose que Δx ; enfin, on auroit pu à cause de $\frac{z+a}{z}$ dont la différence est constante, prendre immédiatement

$Z = \frac{z+a}{z} \cdot \frac{b}{c} + Fe \frac{z+a}{z} \frac{n}{c}$. Cela posé, prenant l'équa-

tion primitive du problème $z' = \phi x + ay - \phi x - ay$,

& qu'on ait la fonction déterminée par la forme de Z en z , &

qu'on suppose de plus que lorsque $x = ay$, on ait z' en y , il est

clair qu'on aura $z' = \phi 2ay$, $2ay$ étant ici la même chose que

z ; donc si on veut déterminer absolument la fonction ϕ par

l'équation qui a lieu dans ce cas, en z' & y ; il faut pour que

cette détermination soit légitime, que la fonction de $2ay$, qui

dans cette équation est égale à z' soit de la forme

$\frac{b}{c} \frac{2ay+a}{2ay} + Fe \frac{2ay+a}{2ay} \frac{n}{c}$, cette dernière fonction étant

assujettie aux conditions que j'ai développées dans cet article. Si on supposoit, par exemple, pour parvenir à cette détermination finale,

que lorsque $x = 0$, on a $z' = -q$; on auroit $q = \phi - ay - \phi ay$, & faisant $ay = Z'$ & $-ay = Z' + \Delta Z'$, $q = \Delta Z'$ & $y + \Delta y = -y$, $\Delta y = -2y$. Je tire de cette dernière équation $y = e^{ax'} F e^{x'}$. $e^{\Delta x} = 1$, & $e^{a\Delta x} = -1$, & $Z = \frac{q x'}{\Delta x'} + F' e^{x'}$; tirant de la première équation la valeur de x' en y , j'aurai $x' = y + e^{ay} F e^y - y + \frac{a^2 (F e^y - y)^2}{2}$, &c. & substituant dans l'équation en Z' , $Z' = (\frac{q}{\Delta x'} e^{ay} F e^y) +$, &c. Les fonctions F étant assujetties aux mêmes conditions que ci-dessus; mais il faut que Z' soit une fonction de ay , semblable à la fonction de z qui représente Z , ce qui est impossible, 1.^o puisque l'on ne peut supposer Z' égal à $\frac{b}{c} \frac{ay+a}{ay}$; 2.^o parce que les conditions où sont assujetties les fonctions arbitraires ne permettent pas de mettre $e \frac{z+a}{z} \frac{z}{c}$ qui ne change pas de valeur lorsque x' devient $x' + \Delta x'$ au lieu de $e^{ax'}$, qui dans ce même cas devient $-e^{ax'}$.

II. On trouvera de même que dans les équations aux différences finies dans les intégrales desquelles il entre une pareille fonction, que si l'on cherche à la déterminer de quelque manière que ce soit, il faut observer ces mêmes conditions. Ainsi lorsqu'ayant une équation entre trois variables z, y & x' , dont la différence est constante, on suppose pour déterminer la fonction arbitraire; que lorsque $z = a, y = X$; on aura cette fonction donnée en x' & la supposition ne peut être légitime, si, comme après ces substitutions on a la fonction arbitraire égale à une fonction de x' ; cette fonction n'est pas assujettie aux conditions requises.

III. Si enfin on a plusieurs de ces fonctions dans une équation intégrale en y, z & x ; il faudra que faisant $z = a, y = X$; $z = b, y = X'$, & ainsi de suite, autant qu'on a d'arbitraires, il arrive qu'après les substitutions & l'élimination des

arbitraires, l'équation finie ou infiniment petite, qui donneroit chacune en x' , soit telle que la valeur de l'arbitraire remplisse les conditions exigées dans cet article.

Lorsque je dis ici que la supposition n'est pas légitime, cela signifie seulement que les conditions proposées ne peuvent avoir lieu, l'équation du problème étant donnée: ainsi dans le cas où on auroit un problème réel & possible, où ces trois conditions se trouveroient, cela indiqueroit seulement que l'équation n'est pas la vraie équation du problème dans ce cas: nous éclaircirons ceci par un exemple tiré de la théorie des cordes vibrantes.

ARTICLE V.

De la continuité des fonctions arbitraires.

Il s'est élevé une discussion entre les plus grands Géomètres de ce siècle, sur la continuité des fonctions arbitraires. En proposant ici mes réflexions sur cette matière, je ne prétends point assurément juger entr'eux, ni décider la question, mais seulement y appliquer les principes dont je me suis servi dans ce qui précède, & en proposer les résultats aux hommes célèbres qui ont travaillé sur ce sujet, comme des remarques que je ne crois pas indignes de leur attention.

Soit d'abord une seule fonction F qui doive disparaître d'une équation entre x, y, z , par la comparaison des trois équations $Z = 0, Z + dZ = 0, Z + \partial Z = 0$; je suppose que lorsque Z devient $Z + dZ$, la fonction F change de forme & devient F' ; il est clair qu'au lieu de $F, F + dF, F + \partial F$, les équations précédentes contiendroient pour $Z = 0$ la fonction F ; pour $Z + dZ = 0$, les fonctions F' & $F' + dF'$; & pour l'équation $Z + \partial Z = 0$, les fonctions F' & $F' + \partial F'$, & on a $dF' = \partial F' \frac{\partial \phi}{\partial \phi}$, ϕ étant la quantité dont F est fonction:

Donc pour faire disparaître ces fonctions à l'aide de trois équations, il faut que $F = F'$. Or F & F' peuvent être des fonctions différentes de ϕ , & cette égalité avoir lieu dans le point où Z

devenant $Z + dZ$, F devient F' . Par exemple, soit $F = \varphi^3 + a\varphi$, depuis $\varphi = a$ jusqu'à $\varphi = b$ & $F = \varphi^3 + a'\varphi^2 + b'$ depuis $\varphi = b$. Il faudra que $a = \frac{\varphi^3 + a'\varphi^2 - \varphi^3 + b}{\varphi}$

au point où $\varphi = b$, & toutes les fois que a aura cette valeur, l'équation qu'on a entre les variables aura lieu, quoiqu'à ce point particulier la fonction F change de forme, & que la loi de continuité soit rompue. Si F est représentée par l'ordonnée d'une courbe, on voit par la même raison qu'il faut que deux valeurs consécutives de F , ne diffèrent que d'une quantité infiniment petite, & qu'ainsi des portions de courbes qui se coupent, peuvent représenter la valeur de F .

II. Dans les équations du second ordre, où les fonctions arbitraires s'évanouissent par la comparaison des six équations $Z = 0$, $Z + dZ = 0$, $Z + \partial Z = 0$, $Z + 2dZ + d^2Z = 0$, $Z + dZ + \partial Z + d\partial Z = 0$, $Z + 2\partial Z + \partial^2Z = 0$, si je suppose dans la fonction F qui entre dans Z , devienne F' dans les deux équations suivantes, & F'' dans les trois dernières, Z contiendra $F'Z + dZ$; & $Z + \partial Z$, contiendront F' & $F' + dF'$; & les trois autres F'' , $F'' + dF''$ & $F'' + 2dF'' + ddF''$, ainsi l'élimination ne peut avoir lieu sans que F , F' & F'' , $F' + dF'$ & $F'' + dF''$, soient des quantités égales entr'elles; or, on voit que cela arrivera pourvu que F étant une fonction de φ , depuis $\varphi = a$ jusqu'à $\varphi = b$, & devenant ensuite F'' une autre fonction de φ ; on a lorsque $\varphi = b$, $F = F''$ & $\partial F = \partial F''$, parce que la fonction F' qui ne se trouve avoir lieu que pendant un seul point peut être confondue avec F , ou F'' ; ainsi en prenant encore le même exemple que ci-dessus, si $F = \varphi^3 + a\varphi$ & $F'' = \varphi^3 + a'\varphi^2 + b'$. Il faudra d'abord $a = \frac{\varphi^3 + (a'-1)\varphi^2 + b}{\varphi}$ & ensuite $a = 3\varphi^2 + 2a'\varphi - 2\varphi$, d'où on tire $a' = \frac{2\varphi^3 - \varphi^2 - b'}{-\varphi^2}$ & $a = 3\varphi^2 - 2\varphi + \frac{4\varphi^3 - 2\varphi^2 + 2b}{\varphi}$ en mettant pour φ sa valeur b ; & si on supposoit que F soit donné en φ par une courbe,

on voit qu'il suffiroit ici que cette courbe fût composée de lignes qui courbes ou droites, se touchent, c'est-à-dire qu'elle fût continue quant à sa description & non quant à son équation analytique.

On voit aisément quelles seroient les conditions, soit pour les formules, soit pour les courbes, si l'on avoit des équations des ordres supérieurs.

D'après ces principes, si je fais que lorsque $y = b$, par exemple, j'ai une équation en z & x , tant que x est entre 0 & Q , & une autre, depuis que $x = Q$, & que par cette hypothèse je détermine F & F' en ϕ , $\phi = A$; il est aisé de voir que pour que F & F' disparaissent, il faut que les deux valeurs de F changent au point où $\phi = A$. Donc au point où $y = b'$, ce n'est plus lorsque $x = a$ que la continuité sera rompue, mais lorsque x sera tel que $\phi = A$. Ainsi rapportant à x les valeurs de z & de y , on verra que ce n'est pas constamment à la même valeur de x que répond le défaut de continuité, mais à la même valeur de ϕ , & par conséquent ce changement de forme pour F , répond successivement à différens points de la valeur de x pour les différentes valeurs de y , & ces points seront déterminés par ces deux conditions; la première donnée par hypothèse, qui est la détermination de ce point pour le cas particulier de $y = b$, & la seconde l'est par l'équation du problème qui est telle que par les différentiations, on ait pu éliminer la fonction F .

Si l'on fait seulement que la quantité ϕ étant entre 0 & b , on doit prendre une fonction F de ϕ , & au point b & au de-là une fonction F' qui est au point b égale à F , ainsi qu'un nombre de ces différences égal à celui qui désigne l'ordre de l'équation diminué d'une unité, & que les fonctions F & F' ne soient pas connues immédiatement, mais par des déterminations semblables à celles du premier article de ce Mémoire; alors il faut observer que si ces déterminations sont pour toutes les valeurs de la fonction F , il suffit de résoudre une fois le problème, & c'est alors pour les seules fonctions résultantes de l'intégration des équations aux différences finies, qu'il faudra examiner la loi de continuité. Mais si ces déterminations sont différentes pour les différentes valeurs de ϕ depuis 0 jusqu'en b ou après b , il faudra

alors résoudre le problème autant de fois qu'il y aura de déterminations différentes à faire.

ARTICLE VI.

Application des principes précédens au problème des cordes vibrantes.

L'équation intégrale du problème des cordes vibrantes étant $z = Fx + nt + F'x - nt$. Je suppose que faisant $x = 0$ & $x = a$, on aura $z = 0$ quel que soit f ; donc $Fnt + F' - nt = 0$, & $Fa + nt + F'a - nt = 0$. Je mets dans la première équation $a + nt$ au lieu de nt , & j'ai $Fa + nt + F' - a - nt = 0$, & éliminant F . $F'a - nt = F' - a - nt$ ou $F' - a - nt = F'a - nt - 2a$; d'où je tire $\Delta F' = 0$ $a - nt = z$, & $\Delta z = -2a$; d'où je tire F' égal à une fonction de $x - nt$, telle, que si on diminue $x - nt$ de la constante $2a$, cette fonction reste la même: donc F' est égal à une fonction de $eq \cdot (x - nt)$ $e^{-2aq} = 1$, cette fonction étant assujettie aux conditions de l'article IV, F sera une fonction de $e^{-q \cdot x + nt}$ composée de cette quantité, de la même manière que F' est composée de la quantité $eq^x - nt$ & prise avec un signe différent: de-là il suit déjà que si dans une corde vibrante on a supposé que deux points donnés soient immobiles, il n'est plus permis de supposer quelconque la figure initiale, & qu'elle est nécessairement assujettie aux conditions de l'article IV.

Soit donc dans ce cas où $t = 0$, $z = X = Fx + F'x$, il faut que X soit tel qu'il s'accorde avec les conditions ci-dessus, c'est-à-dire; 1.^o comme F est composé de $-x$ de la même manière que F' l'est de x , & pris en sens contraire, il faut que X ne change de signe lorsque x devient $-x$; 2.^o que X ne change pas de valeur lorsque x devient $x - 2a$, ce qui fait que X doit être une fonction impaire de fonctions de la forme $e^{mq^x} e^{-mq^x}$, m étant un nombre entier. Si dans ce même-temps on a la vitesse proportionnelle à X' , on aura $\frac{dFx}{dx} - \frac{dF'x}{dx} = X'$; donc, dans la même hypothèse X' sera assujetti aux deux conditions 1.^o de ne point changer lorsque x devient $x - 2a$;
de

de ne point changer non plus lorsque x devient $-x$. Donc X' doit être une fonction de $e^{mqx} + e^{-mqx}$. Si X & X' sont assujettis à ces deux conditions, on aura F composé de $-(x + nt)$ comme $X + S X' dx$ l'est de x , & F' composé de $x - nt$, comme $X - S X' dx$ l'est de x ; & la figure & les vitesses initiales seront assujetties à ces conditions.

De ce que je viens de dire, il ne faut pas conclure absolument qu'il soit contradictoire de supposer qu'il existe une corde de la figure donnée ci-dessus; les points où $x = 0$, & $x = a$ restant immobiles, mais seulement que dans ce cas l'équation

$$\frac{ddz}{dx^2} = \frac{ddz}{dt^2} n^2 \text{ n'est pas la vraie équation du problème, qu'il}$$

faut supposer que les points a ou 0 , ou tous deux ensemble; selon que X & X' manquent à une des deux conditions ou à toutes les deux soient animés de forces T, T' ; T, T' étant des fonctions arbitraires de t , intégrer l'équation qui en résultera pour le mouvement de la corde, & déterminer T & T' par la condition que ces points où x est 0 ou a doivent rester immobiles.

Si les quantités X & X' qui désignent la figure & les vitesses initiales sont assujetties aux conditions où elles doivent l'être; il suit de l'article V qu'elles peuvent n'être point assujetties à la loi de continuité, pourvu que les conditions des articles IV & V, soient toujours gardées. Ainsi, pourvu que la courbe coupe son axe aux points $x = 0$ & $x = a$; qu'elle devienne en sens contraire de l'autre côté de l'axe lorsque x devient négative, & qu'elle soit composée de parties semblables rapportées à des abscisses de la longueur $2a$, elle peut être dans cet espace composée de plusieurs courbes qui se touchent, pourvu qu'appelant X l'une de ces courbes & l'autre X' , & supposant que le point où elles se touchent répond à $x = b$, on ait, lorsque $x = b$, $X = X'$, & $\frac{dX}{dx} = \frac{dX'}{dx}$

& dans la valeur générale de $z = Fx + nt + F'x - nt$, la loi de continuité ne sera violée pour chacune des deux fonctions qu'au point où $x + nt = b$, pour la première, ou $x - nt = b$ pour la seconde: car la similitude entre ces deux fonctions, exige seulement, comme il est aisé de le déduire des principes sur

lesquels elle est fondée, que pour les valeurs de $(x + nt)$, & de $x - nt$ qui soient égales entr'elles, les deux fonctions soient semblablement composées.

Supposons qu'une corde fixe par ses deux extrémités, soit retenue à un ou plusieurs points de sa longueur, par des obstacles, & que ces obstacles ôtés, elle commence à vibrer. Il s'ensuit qu'à cause de son élasticité elle est dans son état de repos la plus courte qu'il est possible, & par conséquent composée de lignes droites & de petites courbes aux points où se trouvent ces obstacles; en effet, quand même ils seroient d'une forme angulaire, la corde prendra toujours aux angles une petite courbure; ces courbes & ces droites se toucheront, & ainsi la condition nécessaire pour la continuité, sera remplie dans ce cas; & de plus, si z est toujours très-petit, on pourra sans s'écarter de la vérité, supposer au lieu des lignes, des courbes qui en approchent de très-près, & dont l'équation ait la forme demandée ci-dessus; or, l'équation $\frac{ddz}{dx} = \frac{n^2 d dz}{dt^2}$ n'est vraie que tant que z est très-petit, ainsi dans le cas où cette équation a lieu, l'hypothèse ci-dessus, qui paroît d'accord avec la Nature, peut se concilier avec les conditions analytiques de la solution.



*DIVERSES OBSERVATIONS
D'HISTOIRE NATURELLE,
Faites aux environs de la ville de Compiègne.*

Par M. DE LASSONE.

S. I.

A une demi-lieue de la ville de Compiègne, & tout auprès du confluent des rivières d'Oise & d'Aine, s'élève une petite montagne, dont la cime est une plaine fort étendue, & qui, selon la tradition, a été un des camps occupés par César, le vainqueur des Gaules. On fait que ce grand Capitaine a porté ses armes dans toute cette Province, & qu'il préféreroit toujours, autant qu'il le pouvoit, d'asseoir son camp sur les hauteurs, au voisinage des rivières, pour dominer & pour commander sur tout le pays. Ce lieu réunit tous ces avantages. De plus, en remuant les terres, on a trouvé en différens temps, des armes Romaines & des médailles.

Cette montagne est encore bien renommée dans les environs; par une espèce de pierre ronde & aplatie, en forme de lentille, que l'on y trouve en très-grande abondance, & que le peuple ne désigne que par la dénomination de *monnoie du Diable*. C'est la pierre numismale ou lenticulaire, fossile très-singulier, qui sans doute appartient à un corps marin, dont la nature, l'organisation & le caractère sont encore peu connus des Naturalistes; & que je me propose de développer ici d'une manière plus détaillée & plus exacte, après avoir examiné la composition générale des lieux circonvoisins.

Le camp de César, ainsi que tous les monticules qui bordent & circonscrivent la plaine où la ville de Compiègne est située, avec la plus grande partie de sa vaste forêt; en un mot, toute l'étendue du pays, qui est proprement l'ancien Valois, paroît n'avoir été

formé que par un immense dépôt de sable limonneux & de corps marins, qui sans doute ayant couvert l'ancien sol, n'en laissent plus découvrir les traces qu'à une profondeur considérable.

Les rivières, telles que l'Oise, l'Aine & quelques autres ayant peu-à-peu, par leur écoulement continu, creusé & formé les valons, ont aussi partagé cet amas de matière sableuse & vaseuse, en différens monticules & côteaux, qui ont tous à-peu-près les mêmes caractères. Le camp de César est une de ces éminences accidentelles, ainsi que les autres monticules dont je viens de parler ; on peut le considérer comme une espèce de dune ; puisqu'il est dans toute sa profondeur, depuis le sommet jusqu'à la base, ce n'est en grande partie qu'un monceau sableux. On le voit par une coupe verticale, qui en a été faite depuis peu du côté du Nord, pour extraire certaines pierres dont je parlerai.

Mais cette éminence parfaitement semblable, par ce caractère générique, à la plupart des autres, offre une particularité remarquable ; elle est pénétrée dans toute son étendue & dans toute sa profondeur, par un amas prodigieux de pierres numismales, de figure exactement ronde & lenticulaire, & dont les grandeurs varient. Il y en a qui n'égalent pas nos plus petites lentilles ordinaires ; le dernier terme de leur grandeur n'excède pas nos pièces de douze sous : cependant, quelques Naturalistes qui ont observé ces mêmes pierres dans d'autres pays, où il y en a aussi abondamment, assurent en avoir trouvé de près de deux pouces de diamètre.

La plus grande partie de ces corps lenticulaires, mêlés & dispersés dans le sable, y sont isolés, solitaires, & sans nulle adhérence ou liaison réciproque. Dans quelques endroits de la montagne, leur abondance est telle, qu'il paroît y en avoir presque autant que de grains de sable. On en rencontre beaucoup moins dans d'autres places, mais par-tout on les retrouve à quelque profondeur que l'on fouille.

Il y a des amas de ces corps qui sont liés & réunis, & qui forment ou des bancs pierreux irréguliers & à différentes profondeurs, ou des blocs séparés gros & petits : tantôt durs, compacts & presque aussi difficiles à casser que des cailloux ; tantôt

moins durs, liés & endurcis par une espèce de limon gras, & plus aisés à briser.

Sur le penchant de la montagne, du côté du nord, on a fait construire depuis peu de temps un fourneau, dans lequel on calcine ces pierres, qui donnent une assez bonne chaux. Il n'y a nul autre corps marin apparent dans cette montagne.

On y rencontre quelques silex : ils y sont en petite quantité, peut-être leur origine est-elle due à une terre crétacée ou marneuse, dont on remarque en plusieurs endroits une couche peu considérable au-dessous de la terre végétale. Peut-être aussi sont-ils formés par un sable condensé, & dont les grains ont été liés par un gluten pierreux, charié par l'eau. Ce procédé de la Nature paroît indiqué par des espèces d'embrions de ces cailloux, que l'on trouve ici, & dont je vais parler.

Le sable du camp de César est en général d'une couleur jaunâtre, il est un peu gras & comme limonneux ; en observant les ravins, & sur-tout les coupes verticales & profondes, on remarque quelques bandes horizontales & sableuses, dont la couleur plus foncée, est à-peu-près comme celle d'une rouille de fer : ce sable, qui paroît ferrugineux, est ordinairement plus condensé ; les grains ont entr'eux une sorte de liaison, on trouve même dans ces bandes quelques portions isolées de ce sable, dont les grains très-rapprochés & comme confondus, ont pris une consistance dure & vraiment pierreuse : ces sortes de pierres, en se formant ainsi, affectent presque toujours une figure arrondie, & dont la surface est mamelonnée. Je pense qu'on peut les considérer comme une espèce de cailloux ferrugineux ébauché, globuleux, ou disposés en marrons plus ou moins gros. M. de Reaumur, dans un Mémoire publié par l'Académie en 1723, *sur la rondeur que semblent affecter certaines espèces de pierres, & entr'autres sur celle qu'affectent les cailloux*, détaille les remarques qu'il a faites sur des portions d'un pareil sable condensé, affectant toujours des formes arrondies, qu'il appelle *marrons de sable*, & qu'il regarde comme des ébauches de silex.

Voilà bien exactement tout ce qui compose en général la montagne du camp de César, qu'il m'a paru d'abord essentiel d'exposer,

avant que d'en venir à l'examen particulier de la pierre numismale ; pour en faire mieux connoître la structure & l'organisation , qui sont fort singulières.

J'ai d'abord pensé que le plus sûr moyen d'y parvenir , seroit de briser & de faire éclater en morceaux les pierres formées par la réunion & l'agglutination réciproque de ces corps marins. Car les divers accidens des éclats ou cassures variées , mettent à portée d'observer avec une loupe , sur les surfaces nouvellement disjointes des divers fragmens , les coupes & les sections les plus favorables , pour apercevoir très-distinctement toute l'organisation extérieure & intérieure , que la pétrification n'a point changée , & que le frottement des autres substances dures & pierreuses , ni les divers enduits pierreux , n'ont encore pu altérer ni masquer.

En se bornant à observer séparément chacune de ces pierres lenticulaires , on est privé de ces divers moyens , plus capables de présenter ces corps organisés dans leur état naturel , & sous les aspects les plus avantageux.

Ayant brisé d'abord les pierres formées par la réunion de tous ces petits corps marins , j'ai remarqué que plusieurs des lentilles pierreuses , se sont partagées très-régulièrement en deux segmens ou demi-lentilles égales , & l'on voit distinctement que les deux pièces ne sont pas le résultat d'une séparation ou cassure accidentelle , mais qu'elles ont été simplement disjointes , chacune d'elles restant entière , & conservant l'organisation naturelle.

Ceci m'a d'abord indiqué que les deux pièces dans leur état de réunion , n'adhèrent entr'elles que foiblement par leurs bords ; ce qui paroît le prouver mieux , c'est qu'en examinant un grand nombre de ces corps lenticulaires isolés & solitaires , ou avant leur réunion en masses pierreuses , j'en ai rencontré beaucoup qui étoient déjà naturellement partagés.

De plus , en frappant très-légèrement avec un petit marteau sur l'arête ou le tranchant des lentilles pierreuses , j'en ai divisé un grand nombre avec la plus grande facilité , en deux demi-lentilles égales. Or , il paroît que cette disjonction aisée & toujours uniforme n'auroit pas lieu si les deux demi-lentilles avoient dans toute l'étendue de leur plan ou de leur surface , une union ou

adhérence intime, ou si chaque corps lenticulaire ne formoit qu'une seule pièce.

Les lentilles pierreuses, dont les deux pièces résistent davantage à leur disjonction, sont celles qui sont plus complètement pétrifiées, & qui dès-lors sont plus fortement soudées par le suc pétrifiant, qui les remplit exactement : c'est ce que l'on reconnoît évidemment, en considérant avec la loupe les diverses pièces que l'on peut disposer aisément pour faire ces remarques.

Ces premières observations m'ont mis à portée de faire les suivantes.

Le contour circulaire ou les bords des deux demi-lentilles ne m'ont jamais paru dentés ; leur jonction ne se fait donc pas par des engrainures. On n'y voit pas non plus les moindres vestiges d'aucune charnière ; il n'y a donc qu'une juxtaposition ou un simple contact.

Ce n'est qu'après la disjonction récente des deux pièces auparavant réunies, que l'on peut observer l'organisation intérieure ; qui est très-singulière, & dont voici le développement.

Sur le plan interne circulaire de chaque demi-lentille, on voit une spirale très-régulière, que quelques Naturalistes ont déjà observée, mais dont je vais tâcher de mieux décrire les particularités.

Du centre du plan circulaire interne des deux demi-lentilles, part une ligne qui se contourne en spirale, sur toute l'étendue de chaque plan, en laissant entre les lignes qui marquent & tracent chaque tour de spire ou chaque volute, un petit intervalle, coupé, à de petites distances à-peu-près égales, par des cloisons minces & transversales ; d'où il résulte, dans toute l'étendue de ces petits intervalles que les lignes spirales laissent entr'elles, une suite de locules ou espèces d'alvéoles qui ont une profondeur très-sensible ; qui sont ordinairement vides lorsqu'il ne s'est point insinué de substance étrangère, ou que le suc pétrifiant ne les a pas remplies ; & qui établissent autant de voies de communication dans toute l'épaisseur du corps de chaque demi-lentille ; elles pénètrent entre les parois de toutes les couches ou calottes concentriques, dont chaque corps demi-lenticulaire est composé ; elles y forment par le moyen des cloisons ou brides transversales, qui se prolongent par-tout entre

toutes ces couches, un très-grand nombre de petites cellules longitudinales, & irrégulièrement sinuées, dont, par conséquent, toutes les issues, ou les bouches ouvertes sont réunies sur la surface interne de chaque demi-lentille; & par-là correspondent toutes au même lieu & réciproquement entr'elles.

Sur les parois des différentes couches séparées accidentellement, ou mises à découvert par le frottement, ou que l'on a séparé soi-même par des cassures favorables, ou en les faisant éclater au feu, selon la méthode trouvée & indiquée par quelques Naturalistes; j'ai reconnu distinctement les traces & les empreintes sinueuses des cloisons, ou brides transversales, que j'ai dit s'insinuer entre les duplicatures de toutes ces couches, & dont nul Auteur n'a parlé.

De sorte que si l'on se représente un corps lenticulaire composé de plusieurs couches ou enveloppes concentriques, entre lesquelles un tissu cellulaire est placé, & y forme par le moyen de ses cloisons & de ses brides multipliées, un très-grand nombre de sinuosités, dont les issues dans les deux demi-lentilles considérées séparément, viennent se terminer, en traçant une spirale de part & d'autre, & aboutir à la face interne des deux segments, appliqués l'un à l'autre, pour constituer le corps lenticulaire entier; on aura l'idée très-exacte de la structure & de l'organisation complète de ce corps marin.

Cet artifice, que je viens de développer & de décrire, prouve d'abord incontestablement, que ce n'est point ici des operculites ou de simples couvercles de cochlites, de limaçons de mer, de cornes d'ammon, comme Bourguet le soutient dans une Dissertation particulière, qu'il a publiée sur la pierre dont il s'agit, & sur la bélemnite.

Gesner prétend, que ce corps avant sa pétrification, est un vrai coquillage univalve & chambré; c'est-à-dire, de ceux qui, comme les cornes d'ammon & les nautilus ont des concamérations intérieures & cachées; mais cette opinion sur le caractère d'univalve paroît peu fondée, sur-tout quand on considère que les deux demi-lentilles n'adhèrent que très-foiblement entre-elles par leur bord, qu'elles peuvent se séparer au moindre effort, qui

qui tend à les désunir ; que même elles se présentent naturellement ainsi disjointes, & toujours uniformément : d'où il faut conclure, qu'elles ont bien plutôt le caractère des bivalves, qui dès-lors sont capables dans leur état primitif de s'entr'ouvrir, au moyen de quelque membrane ou de quelque ligament, tenant ici lieu apparemment d'une charnière ordinaire, dont ce corps paroît dépourvu : cette dernière opinion, qui place les pierres numismales dans la classe des bivalves, & qui est celle de J. Spada, célèbre Naturaliste Italien, me paroît plus vraisemblable & plus conforme aux observations. Je m'en écarterois néanmoins, ainsi que de celle de Gesner, sur un point principal, c'est-à-dire, qu'il est bien difficile de reconnoître ces corps pour des coquillages pétrifiés ; puisque parmi ces amas immenses de pierres numismales, on n'en rencontre pas une qui conserve une apparence réelle & non-équivoque de cet état primitif, comme il arrive aux autres substances semblables : quand d'ailleurs la pétrification ne porte aucun des caractères, par lesquels on distingue les vraies coquilles, qui ont éprouvé selon les temps & les circonstances, les divers degrés d'altérations, que cette pétrification leur imprime.

A la vérité, sur certains fragmens des cassures nouvellement faites aux pierres formées par la réunion & l'agglutination des lentilles numismales, j'ai observé quelques plaques, présentant l'aspect & le caractère d'une substance de nacre, qui conserve encore en partie son poli blanc & perlé ; mais un simple coup d'œil sur ces plaques suffit pour faire juger qu'elles doivent appartenir à une espèce de coquille très-mince, qui par la forme & par l'étendue plus considérable, diffère absolument des pierres numismales. Je crois reconnoître ici les empreintes ou les fragmens d'une ostracite, c'est-à-dire, d'une espèce de petite huître très-mince, à nacre brillante, & que l'on nomme communément *pelure d'oignon* : ce qui semble favoriser cette opinion, c'est qu'au pied du camp de César du côté du nord, on a trouvé un banc d'huîtres ordinaires pétrifiées, parmi lesquelles j'ai remarqué quelques-unes de ces pelures d'oignon ; quoi qu'il en soit, ceci prouve que ces pierres lenticulaires, ne sont pas réellement le

Mém. 1771.

. L.

seul corps marin, qui ait été accumulé & enseveli dans le sable de cette montagne, puisque j'y trouve ces vestiges de coquilles, qui sans doute ont été détruites, & dont la décomposition & la pulvérisation, ont vraisemblablement contribué à produire cette terre limonneuse, crétacée ou marneuse, avec laquelle j'ai déjà fait remarquer que le sable étoit mêlé.

Quelques Naturalistes ayant rencontré & observé les pierres numismales dans des états différens, c'est-à-dire, les unes dans leur entier, les autres simplement demi-lenticulaires; les unes ayant leurs convexités très-saillantes, sans doute parce qu'elles étoient bien entières; les autres au contraire, étant très-minces & fort aplaties, parce que les frottemens répétés avoient usé & détruit une partie des couches; & dès-lors ces Naturalistes croyant reconnoître que les formes & l'organisation varioient, ont soutenu que ces variations appartenoient à différens individus; & par ce moyen ils se sont flattés de pouvoir concilier toutes les opinions. Mais il est très-évident que leur remarque n'est pas juste; & que leur induction est une erreur.

Quel est donc enfin ce fossile? Dans quelle classe faut-il le ranger?

S'il m'est permis de hasarder mon sentiment, après avoir bien examiné, détaillé & comparé les faits, je pense que ces corps marins, étant sans contredit un seul & même individu, doivent être rapportés à un genre de polipes de mer, que l'on pourroit nommer *globuleux* ou *lenticulaires*, ayant un caractère distinctif qui leur est propre, & dont l'analogie ne nous est pas encore connu, parce qu'apparemment il ne se rencontre que dans les profondeurs des mers, peut être dans des mers étrangères, & que d'ailleurs par sa petitesse il a dû échapper aux observations. En même temps que sa forme & sa figure semblent en faire un genre de polipier particulier, sa consistance crustacée ou pierreuse, & ses cellules multipliées & cachées, le rapprochent par cette sorte d'analogie, de la plupart de ceux que Ellis nous a fait connoître le premier, en développant la structure & la composition des corallines celluleuses & articulées.

Mais celui de tous les corps marins, qui ressemble le plus

à la pierre numismale, est sans doute le porpité, que M. Von-Linné, a le mieux décrit, dont il a présenté quelques variétés, & qui appartient, ainsi que je le prétends, pour la pierre lenticulaire, à la classe des polipiers. Ils ont l'un & l'autre la même configuration orbiculaire & aplatie en forme de lentille. Parmi les porpites, on en trouve qui ont des cellules ou locules intérieures, que M. Von-Linné a fait graver : d'ailleurs, la consistance est également crustacée ou pierreuse, mais malgré ces analogies, il paroît certain en détaillant & en comparant toute l'organisation, que la pierre numismale a des caractères qui la distinguent entièrement, quoique quelques Auteurs aient confondu ces deux corps.

Enfin, je remarque que la substance pierreuse de ce fossile conserve toujours, & par-tout où on le trouve enseveli, le même caractère que celle des trochites, des entroques & autres corps semblables ; ce qui peut concourir à faire présumer que les analogues de tous ces corps marins, ont dans leur état naturel & primitif, notamment à l'égard de leurs parties respectives pétrifiées ou pierreuses, une consistance à peu-près semblable.

Car pour ce qui regarde les locules intérieures des pierres numismales, que j'ai trouvé le plus souvent vides, lorsque j'ai divisé moi-même ces pierres en deux portions égales, pour découvrir & pour observer les concamérations ou les cellules, on est autorisé à croire que ces locules étoient originairement occupées par les parties les plus molles des êtres vivans, qui s'étoient construit & édifié ces demeures ; & que la putréfaction ayant entièrement détruit ces parties très-disposées à la dissolution, les portions plus solides, ou les pièces qui composent la charpente ou l'organisation crustacée ou pierreuse de ces animaux, ont résisté à la destruction, sont restées vides & ont été seules altérées ; de manière à recevoir selon les lieux & les circonstances, un caractère pierreux plus ou moins décidé par le suc lapidifique, qui les a plus ou moins intimement pénétrées. Effectivement, en observant un très-grand nombre de ces corps lenticulaires, j'ai vu distinctement des nuances bien marquées dans l'état pierreux.

Au reste, le temps seul ou quelque découverte fortuite &

inattendue, pourront un jour confirmer ou détruire ou rectifier ces conjectures, auxquelles on est encore forcé de se borner.

Le lit de la rivière d'Oise, qui coule au pied du camp de César, est rempli de ces corps lenticulaires de toute grandeur.

J'ai déjà fait observer, qu'il n'y en avoit dans nul autre des monticules ou des côteaux voisins; mais on les retrouve en une quantité prodigieuse, mêlées & confondus avec un grand nombre d'autres corps marins, à quatre ou cinq lieues du camp de César, près de la forêt de Villers-cotteretz, dans des bancs qui m'ont offert quelques observations intéressantes que j'exposerai après avoir encore jeté un coup d'œil sur les autres monticules & côteaux moins éloignés (a).

S. I I.

Tout auprès du camp de César, commence un coteau qui s'étendant en face de la ville de Compiègne & de la forêt, règne fort au loin le long de la rivière d'Oise, & bornant par sa base le vallon, devient à la même hauteur à peu de chose près, que le camp de César, une plaine fort large & très-étendue.

En examinant les grands ravins & les coupes, qui ont été pratiquées dans ce coteau, en différens endroits fort distans les uns des autres, pour y faire des fouilles, & y ouvrir quelques carrières; on ne trouve plus ici un sable distinct & peu mélangé. Ce qui domine est une matière crétacée & pierreuse, elle se présente sous différentes formes & dans des états différens, selon les degrés de profondeur qu'elle occupe. Sous la terre végétale qui a peu d'épaisseur, la matière crétacée paroît d'abord peu liée & presque pulvérulente; c'est plutôt une marne, bien-tôt elle devient plus dense, prend le caractère de craie & la consistance pierreuse; mais cette pierre est encore tendre, peu solide & presque friable; exposée au libre contact de l'air, elle tombe

(a) Dans le premier volume des anciens Mémoires de l'Académie, c'est-à-dire, dès l'origine de cette Compagnie, on trouve sur les pierres numismatiques, des environs de Noyon &

de Soissons, une courte notice, dans laquelle il est parlé de la spirale, que l'on y observe, mais sans aucun détail.

aisément en efflorescence; elle est désignée ici & dans d'autres lieux par la dénomination vulgaire de *cra*n ou de *cron*; les lits ou bancs qu'elle forme, paroissent comme un amas de petits fragmens de la même matière distincts, entassés & comme feuilletés. On y trouve une grande quantité de silex très-durs & d'un grain fin, ayant des formes très-irrégulières, mais toujours arrondis dans leurs contours, conformément à la remarque de M. de Reaumur, sur toutes les pierres de ce genre. Ils ont tous une espèce d'enveloppe ou d'écorce blanchâtre; l'intérieur moins dur est opaque & noirâtre; ils tiennent cette couleur, & sans doute leur plus grande dureté, du fer qui entre dans leur composition; car la craie qui leur sert de matrice ou plutôt de base, en est toute pénétrée, comme il est facile de s'en convaincre, en l'observant avec la loupe. De plus, on remarque dans beaucoup d'endroits, les traces & les empreintes d'un guhr jaunâtre & ferrugineux, qui s'est insinué entre les fentes très-multipliées du *cra*n.

Les bancs inférieurs ou plus profonds, ont un caractère pierreux plus décidé; les blocs sont larges, étendus & ont beaucoup moins de fentes: mais quoique cette pierre soit compacte & assez dure pour être employée dans les bâtimens, elle est comme grasse, & conserve encore le caractère crétacé; car à la longue l'air y opère aussi un peu d'efflorescence: le meilleur usage que l'on puisse en faire, est de la calciner, elle donne une bonne chaux; c'est ce qui est pratiqué dans quelques endroits de ce canton. Dans le vallon de Mouchi, on emploie pour cette calcination une tourbe, que fournit ce même vallon; & les maîtres de ces fours m'ont assuré, que depuis qu'ils se servent de cette tourbe au lieu de bois, leur chaux a une qualité supérieure.

Enfin les bancs encore plus profonds sont composés de grands blocs d'une pierre plus compacte, moins grasse, d'un grain plus serré, plus fin, en un mot beaucoup meilleure. Cependant elle a plusieurs défauts; 1.^o elle est pénétrée & comme veinée par plusieurs traces crayeuses & sujettes à l'efflorescence; 2.^o parmi ces blocs & dans leur propre épaisseur, on rencontre des silex fort gros, qui y sont engagés, & qui selon toute apparence y

ont été formés; 3.^o dans l'intérieur de ces mêmes blocs, on trouve assez souvent des creux ou des chambres particulières, dont la grandeur varie; il y en a qui ont jusqu'à plus d'un demi-pied de diamètre.

En examinant l'intérieur d'un grand nombre de ces chambres, qui sont vides, & presque toujours d'une forme arrondie, j'ai remarqué que quelques endroits de leurs parois intérieures étoient garnis de protubérances mamelonées, ou de figure approchant de celles des stalactites : cette matière est aussi pierreuse, mais moins dure, d'un grain plus fin, d'une couleur plus jaunâtre, & remplie, ainsi que les blocs, d'une infinité de petits points ferrugineux. On reconnoît très-distinctement, que ces protubérances ont été formées par un suc pierreux, qui ayant transudé & filtré à travers la substance même du bloc, s'est insensiblement condensé; & a produit une sorte de végétation pierreuse, toute pareille à celle que Tournefort a si bien observée & si bien décrite dans la fameuse grotte d'Antiparos, & principalement dans le labyrinthe de Candie.

Le hasard m'ayant présenté dans un grand bloc pierreux; encore engagé dans sa carrière, une de ces chambres vides, où j'aperçus à côté d'une de ces végétations pierreuses dont je viens de parler, un corps arrondi, d'une couleur foncée & beaucoup plus faillant; j'y portai la main, & le trouvai très-adhérent par une de ses faces larges d'environ quatre ou cinq lignes; pour le détacher, il fallut employer un instrument de fer. Je tirai une pyrite très-dure, très-pesante, & toute hérissée de facettes, en forme de cristallisation; le lieu où elle étoit placée & adhérente, & sa disposition, prouvent, ce me semble, qu'elle y a été formée par un guhr pyriteux, filtré à travers le tissu même du bloc; & qui parvenu, arrêté & rassemblé à la surface interne de la cavité pierreuse, s'y est condensé en une vraie pyrite, cristallisée à la manière des sels.

La découverte de cette pyrite, singulière par le lieu où elle a été produite, & par la manière dont la Nature y a procédé, m'engagea à examiner de nouveau avec soin, l'intérieur d'un très-grand nombre de chambres pierreuses; mais nulle autre pyrite;

pas même les premières ébauches de ces substances minérales, ne se sont offertes à mes recherches dans toute l'étendue de ces différens bancs, ni dans les terrains des environs. Cependant si l'on se rappelle que la craie qui paroît avoir servi de base ou de rudiment à la formation de ces substances pierreuses, est entièrement pénétrée de petits points noirs & ferrugineux, faciles à distinguer avec une loupe, on trouvera peut-être moins extraordinaire, que cette pyrite se soit ainsi formée, que de n'avoir pu en rencontrer d'autre.

En terminant ce paragraphe, je dois faire observer, que le plus ancien de nos Naturalistes françois, Bernard Palissi a déjà parlé dans ses excellens dialogues, de la marne & de la craie du Valois; en. remarquant bien les passages gradués de ces deux substances, à l'état de pierre calcaire compacte & parfaite.

S. I I I.

La plaine de Pierre-fond, entre la forêt de Compiègne & celle de Villers-cotterets, est terminée par un vallon sinueux, large & profond, où coule un ruisseau, & où est situé le village de Reteuil, dont le nom, selon la tradition du pays, dérive de *Rutilius*, un des Lieutenans des armées romaines, qui, dit-on, campa quelque temps sur les hauteurs voisines.

Les côteaux de part & d'autre sont coupés en plusieurs endroits, par de grands ravins, & par quelques carrières, d'où l'on tire une pierre calcaire d'une très-bonne qualité; les coupes mettent à découvert les différentes matières, dont les couches sont composées.

C'est ici que l'on retrouve dans l'endroit du coteau, qui termine la plaine de Pierre-fond, les mêmes pierres numismales ou lenticulaires du camp de César, en une aussi prodigieuse abondance, & confondues avec une très-grande quantité de différens coquillages marins, dans un sable limonneux & jaunâtre; les vis sont l'espèce la plus nombreuse: j'ai remarqué que la plupart de ces vis, sur-tout les petites, formant des blocs & des bancs sableux peu liés, sont intérieurement pénétrées & remplies par une matière, qui dans certaines, a le caractère de silex.

dans d'autres celui d'agate, tandis que la substance même de la coquille, qui a perdu son émail, sa nacre & son poli, est restée blanche & comme calcinée; qu'elle quitte net le noyau intérieur & s'en détache d'elle-même, n'ayant avec lui aucune liaison, aucune adhérence, ce qui mérite d'être remarqué : car de-la il paroîtroit résulter que la plupart des coquillages fossiles regardés par les Naturalistes, comme changés & transformés en silex & en agate, ne sont réellement que des noyaux.

Les pierres numismales ou lenticulaires, que l'on rencontre parmi ces vis, ont aussi leurs locules ou alvéoles intérieures que j'ai décrites, occupées & remplies par la même matière silicee; ou agatifiée; que le poli, la diaphanéité & une couleur plus foncée, font distinguer très-aîsément, sur-tout avec la loupe, dans les divers fragmens, tandis que le reste du corps même pierreux, ne paroît pas avoir changé de caractère.

On pourroit comparer à ces deux corps marins ainsi plus altérés, seulement dans leur intérieur, plusieurs coquilles fossiles trouvées ailleurs, qu'il me seroit facile de mettre sous les yeux de l'Académie, & qui paroissent entièrement changées en cailloux. Parmi celles-ci il y en a une plus intéressante, parce qu'elle est très-bien conservée, & qu'elle est moitié silex, moitié agate; elle a été trouvée au village de Bailloux près de Fimes, petite ville de Champagne, peu distante de Soissons, dans un ravin profond, creusé par la chute d'une nape d'eau, que fournit une source considérable, laquelle, dit le vulgaire, est pétrifiante (b). Or en examinant attentivement ces coquilles de comparaison, on est disposé à les regarder plutôt comme de simples noyaux, si l'on rapproche les remarques que je viens de faire sur les circonstances qui accompagnent les altérations & les changemens survenus à nos petites coquilles de Reteuil.

Dans les coupes & les ravins du coteau opposé, c'est-à-dire, du côté de la forêt de Villers-cotterets, on remarque à plus de

(b) L'Auteur du Dictionnaire Oryctologique universel, au mot *agate*, fait mention de coquilles agatifiées, que l'on trouve dans des bancs de craie solide près de Reims en Cham-

pagne, & dans quelques endroits de l'Italie.

Plus anciennement, Bernard Palissy, avoit déjà observé dans le Valois des coquilles agatifiées.

douze pieds de profondeur, & sous des bancs pierreux, une couche horizontale de matière pulvérulente, ayant au plus quatre ou cinq pouces d'épaisseur ; c'est une espèce de salinière, qui paroît formée des débris du *detritus* & de la décomposition totale d'un corps marin différent des autres. Dans ce salin, j'ai trouvé un amas prodigieux d'une seule & même substance singulière, chacun de ces petits corps considéré séparément, a une couleur blanchâtre, sa consistance est peu solide, sa figure est conoïde, ayant le plus souvent une très-petite courbure, il est terminé par une pointe mouffe & arrondie, sa base est plus ou moins évasée, sa longueur varie depuis quatre jusqu'à huit ou neuf lignes ; toute sa surface extérieure, est couverte de stries égales, longitudinales & parallèles, qui se touchent, & qui à la loupe paroissent grênelées. Sur cette surface, l'on remarque, même à la vue simple, une infinité de pores ou très-petits orifices, pénétrants dans la substance intérieure, qui est organisée d'une manière remarquable : elle est composée d'un grand nombre de lames, qui se réunissant assez uniformément vers le centre, ou plutôt vers l'axe commun, s'entr'ouvrent & s'écartent graduellement, & plus ou moins, en se portant vers la circonférence ; & par-là constituent une espèce de tissu cellulaire. Les plans & les surfaces de toutes ces lames sont pareillement parsemées de petits grains pierreux, mais sans stries sensibles.

Lorsque ce cône pierreux est bien entier & bien conservé, sa base est exactement terminée. On y observe toujours un petit enfoncement conique, peu profond, & la disposition radiale des lames intérieures entr'ouvertes, telle que je l'ai décrite, y est très-apparente.

Au premier coup d'œil on seroit disposé à regarder ce tissu cellulaire intérieur, comme un diploé assez analogue à celui des os des animaux : d'autant plus, qu'à ne considérer que la forme & la figure extérieure de ce corps, on le prendroit d'abord pour quelque glossopètre, ou pour des dents pétrifiées d'un poisson ; cependant par un examen plus détaillé, on ne reconnoît ici aucun des caractères décidés des vraies substances osseuses pétrifiées ; c'est plutôt une substance testacée ou crustacée,

qui n'a souffert que l'espèce de calcination, qu'éprouvent ces corps marins enfouis dans la terre. Sa consistance, très-peu solide, suffiroit donc seule pour exclure ce fossile de la classe des glossopètes; d'ailleurs les petits pores, dont la surface est toute criblée, & la disposition régulière des lames intérieures entr'ouvertes, ne peuvent appartenir à nulle espèce de dent de poisson.

Ces considérations réunies, & plusieurs autres que je pourrois déduire, me déterminent à penser que ces cônes pierreux sont bien plutôt destinés à loger de nombreux amas de polypes marins, comme nous savons qu'il en existe dans d'autres corps, dont la texture & la consistance sont à peu près semblables.

Je ne crois donc pas qu'il faille hésiter de les regarder comme des fragmens ou pièces détachées d'une espèce particulière d'hippurites, du genre des coralloïdes. C'est sans doute ici le même fossile dont M. Bertrand, dans son Dictionnaire Oryctologique universel, donne la notice en ces termes. « Fragment d'hippurite
 „ en cône recourbé, qui représente une corne de béliet naissante,
 „ rayée & plus courbe vers la pointe; *Ceratites incurvatus*, *fungites*
 „ *striatus*: on en trouve, ajoute-t-il, à Mandach dans le canton de
 Berne ». M. Grüner, Avocat au Conseil supérieur, les a découverts.

En examinant depuis peu à Versailles un riche cabinet d'Histoire Naturelle, j'ai retrouvé ce même fossile confondu avec un grand nombre de différens corps marins, sur-tout de coquilles, qui viennent de la fameuse carrière de Grignon; ces hippurites de Grignon sont en général mieux conservés que ceux de Reteuil: d'ailleurs ils ont la plus parfaite ressemblance; ceux de Grignon sont mêlés avec les coquilles & plusieurs autres fossiles; ceux de Reteuil sont rassemblés seuls en un banc ou couche fort étendue.

Parmi les recherches que j'ai faites dans les environs de la ville de Compi gne, voilà les remarques qui m'ont paru mériter d'être communiquées, je supprime les autres moins dignes d'attention; & pour terminer ce Mémoire, je leur substitue, en forme d'appendice, une observation qui, quoique relative à un pays différent, tient aux mêmes objets: le fait est curieux, & d'autant plus intéressant, qu'il en existe peu de semblables.

S. I V.

Je fus instruit l'hiver dernier, par un de mes amis, que l'on avoit trouvé à une profondeur considérable, dans une montagne le long de la Meuse, plusieurs os de Crocodile. Pour avoir les éclaircissémens que je desirois, je m'adressai directement à la personne qui avoit fait l'observation; c'est un Officier de Dragons au service de la Hollande, fort instruit sur l'Histoire Naturelle. En envoyant les détails que je demandois, il y joignit un dessin exact, fait par lui-même: voici son rapport extrait fidèlement de la lettre originale.

« L'année dernière, en examinant l'intérieur de la montagne de Canne, à une demi-lieue de la ville de Mastrecht, & qui n'est « séparée de la montagne de Saint-Pierre que par le vallon, où « coule la rivière le Jaur, pour se rendre à Mastrecht, je trouvai « dans les carrières de cette montagne, à environ 200 ou 230 pieds « de profondeur, une vertèbre de Crocodile, engagée dans une pierre « sableuse, & parsemée de fragmens de coquillages marins; cette « vertèbre, telle que je l'ai dessinée, à peu-près de forme & de « grandeur naturelle, avec la pierre où elle est encore engagée, n'est « point pétrifiée, elle n'est que conservée. La mâchoire supérieure « du Crocodile fut trouvée, il y a deux ans, dans la même mon- « tagne; elle a trois pieds & demi de longueur, quoiqu'elle soit un « peu tronquée par la partie antérieure dont il manque un fragment: « cette mâchoire supérieure est actuellement possédée par M. Drouin, « Officier dans les Dragons de Bielandt, qui a fait une collection « des divers morceaux curieux tirés des montagnes des environs de « Mastrecht. M. Offman, Chirurgien-major de l'Hôpital de la « même ville, possède en grande partie la mâchoire inférieure de « ce Crocodile, tirée du même lieu. Ces deux Messieurs ont aussi « plusieurs fragmens de vertèbre & quelques dents; mais on n'avoit « point encore trouvé de vertèbre si bien conservée, ni si entière « que la mienne ».

L'observateur termine sa lettre, en calculant, que d'après l'étendue de la tête & la grosseur des vertèbres, la longueur entière de l'animal devoit excéder trente pieds.

Nos mers ne recelant point de Crocodiles dans leur sein, & cet animal se trouvant enséveli parmi des coquillages marins, quelle prodigieuse révolution du globe, a pu donner lieu à ce phénomène !

Jean Linck, dans une lettre imprimée à Léipsic, & adressée à Woodward, fait la description des os d'un Crocodile, trouvés dans un banc pierreux très-profond. Le savant Traducteur de l'ouvrage de Leheman, sur les couches de la terre, dans une des notes, dont il a enrichi plusieurs passages du texte, rapporte une pareille observation ; & je pourrois en citer quelques autres.

Ces faits rares dans l'Histoire Naturelle du globe terrestre, & en particulier dans celle des Ichtyolithes, doivent être mis sans doute au rang des plus surprenans ; car ce sont des monumens qui semblent attester, encore mieux que les autres, un bouleversement extraordinaire & universel.



SUITE DES RECHERCHES SUR LES VARIATIONS DE L'AIMANT.

Par M. LE MONNIER.

M. PINGRÉ m'a laissé, avant son départ, les deux notes suivantes, tirées de quelques brochures anciennes qui sont à la Bibliothèque de Sainte Geneviève. . . . Toussaint de Bessard, en son dialogue de la *Longitude Est-ouest*, imprimé à Rouen en 1574, dit, page 23, que la variation à Rouen est de 11 degrés du Nord à l'Est. . . . Guillaume le Nautonnier, au quatrième livre de sa *Mécométrie de l'Aimant*, publiée en 1603, dit que la variation est à Paris de $8^{\text{d}} \frac{3}{4}$ Nord-est.

Cette dernière variation s'accorde assez avec ce qui est dit dans la Connoissance des Temps de l'année 1681, là où M. Picard l'admet de 7 à 8 degrés pour le commencement du dix-septième siècle.

Il ne reste plus qu'à résoudre les difficultés que pourroient faire maître les 11 degrés de variation à l'Est, qu'admet l'Auteur du Dialogue publié à Rouen, il y a deux cents ans.

Je ne trouve nul embarras à résoudre ces difficultés, si l'on veut admettre qu'aux ports de Rouen, de Londres & dans tous les ports de la Manche, on pouvoit tenir alors un langage commun sur cette variation.

Car il faut considérer qu'à Londres, la variation de l'aimant n'a pas toujours été la même qu'à Paris: on en trouve la preuve dans quelques volumes des Transactions & sur-tout dans l'un des deux écrits de M. Graham, qui se plaint d'ailleurs qu'elle n'a pas été toujours observée ni publiée d'année en année, sans doute parce qu'il s'apercevoit que nous y avons pris un peu plus d'intérêt ici, comme il paroît dans nos Mémoires de l'Académie.

Quoi qu'il en soit, on trouve que la variation étoit nulle à Londres en 1657, quoiqu'elle fût alors de près deux degrés vers l'Est à Paris; elle a été en 1666 nulle, ou de 0 degrés à Paris, &

94 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
ensuite au Nord-ouest sur la fin de l'été 1670, ainsi qu'il en
est fait mention au *chapitre VIII de la Mesure de la Terre*,
publiée pour lors.

Mais il n'y a pas toujours 1 & 2 degrés de différence le reste
du siècle entre Paris & Londres; car en 1692, M. Graham ajoute
qu'elle étoit à Londres de 6 degrés Nord-ouest, ce qui excède
à peine d'un demi-degré ce qu'elle a paru à Paris.

Cependant elle étoit à Londres en 1723, de 14^d 17' pendant
qu'elle n'étoit qu'à peine de 13 degrés à Paris au même temps;
& la différence va à plus d'un degré & un tiers si elle a été
plus grande sur la fin de l'année 1723 qu'elle n'a dû paroître
au printemps.

En 1745 vers la mi-Mai { 17^d $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$ à Londres.
16^d $\frac{1}{4}$ à Paris.

Enfin pour concilier l'observateur de Londres de l'année 1580
qui donne la variation de 11^d $\frac{1}{4}$ vers l'Est, avec ce qui est rapporté
par Toussaint de Bessard en 1574, il suffit de supposer, comme
je l'ai fait dans mon premier Mémoire, que l'aiguille étoit pour
lors stationnaire au Nord-est, mais que la variation n'étoit pas
à Londres la même qu'à Paris.



*CONTINUATION DES RECHERCHES
SUR LES VARIATIONS DE L'AIMANT.*

Par M. LE MONNIER.

EN 1737, la variation de l'Aimant comparée avec celle que l'on observe aujourd'hui de près de 20 degrés, étoit plus petite de $5^{\text{d}}\frac{1}{2}$ qu'elle ne l'est actuellement, savoir $14^{\text{d}}\frac{1}{2}$ du Nord à l'Ouest. 27 Juillet 1771.

En 1666, elle étoit 0 degrés, & l'aiguille marquoit le vrai Nord, le tiers de 20 degrés est $6^{\text{d}}\frac{2}{3}$, ce qui répond à trente-cinq ans.

Ainsi la variation n'a pas été uniforme.

Il n'est pas étonnant si depuis 1541, jusqu'en 1666, il y a eu 7 à 8 degrés seulement, comme le prouve le cadran de Hyeronimus Bellarmatus, que j'ai fait voir à l'Assemblée.



M É M O I R E

SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

Par M. LE MONNIER.

COMME l'on traite cette question de Physique céleste, & que l'on a cherché à s'appuyer des résultats des Astronomes Européens, je crois qu'on ne doit pas passer sous silence ce qui a été fait à cette occasion par les Astronomes de l'Académie des Sciences, & que j'ai déjà imprimé.

En 1671 & 1672, M. Richer a observé le double de l'obliquité, ou la distance des tropiques, & toutes réductions faites de la part des réfractions, en consultant la Table de M. Bouguer, on trouve $23^{\text{d}} 28' 39''$.

En 1736, avec un secteur encore plus grand, nos Académiciens ont trouvé au Pérou $23^{\text{d}} 28' 39''$.

Tout ceci se trouve imprimé, page 22 de l'Astronomie Nautique lunaire, dont j'ai présenté, la plus grande partie imprimée, à l'Académie, & qui m'a accordé des Commissaires.



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES

POUR

CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL,
LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES,

ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

*Et en général pour réduire les Observations de cet Astre,
faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.*

NEUVIÈME MÉMOIRE,

*Dans lequel on applique à la solution de plusieurs
Problèmes astronomiques, les Équations démontrées
dans les Mémoires précédens.*

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

ν l'arc de 15^d rectifié, ou plus exactement, l'arc qui mesure le temps vrai correspondant à une heure moyenne pour le jour de l'Eclipe.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'inclinaison de l'orbite corrigée.} \\ \text{le sinus} \\ \text{le cosinus} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante,} \\ \text{Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée} = \\ \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{fin. (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. hor. du } \odot)} \end{array} \right.$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

Mém. 1771.

N

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

Année 1764, s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (2.^d Mém. S. 20, Table I), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.

c le cosinus }
 g le sinus } de l'angle horaire du Soleil.
 h le cosinus }

p le sinus }
 q le cosinus } de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.

Ω le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{q^2 - \Omega^2}.$$

ω le sinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou
 z la tangente } équatorial de l'Observateur supposé au centre de la Terre.
 ϕ le cosinus } Cet angle se détermine par l'équation suivante,

$$\omega = \frac{\theta \Omega}{q} + \frac{\chi}{q}.$$

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\sin. \text{ de la lat. de la } \odot \text{ à l'inst. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\sin. \text{ versé (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$n = \frac{r\xi}{\downarrow} \times \frac{\sin. \text{ (mouv. horaire de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai supposé que les quantités précédentes étoient positives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinssent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipses de Soleil, les quantités $r, g, v, \psi, \xi, c, q, \Omega, \phi, \pi, \pi', \zeta, \gamma, n$, étoient essentiellement positives; que par conséquent le changement de leurs valeurs absolues ne pouvoit faire varier le signe des termes dans lesquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités $\theta, b, s, g, h, p, \chi, t, \omega, l$.

Que la quantité l devenoit négative, lorsque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit australe à l'instant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorsque l'Éclipse arrivoit dans le nœud descendant de la Lune.

Que b devenoit négatif, lorsque l'instant pour lequel on calcule précédoit l'instant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorsque la latitude de l'Observateur étoit australe.

Que g devenoit négatif, lorsque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négative, lorsque l'heure étoit entre six heures du soir & six heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorsque la déclinaison du Soleil étoit australe.

Que χ devenoit négatif, lorsque le Soleil étoit dans les signes descendans, c'est-à-dire depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

Que le signe de ω , & de τ qui en est une conséquence, étoit déterminé par la formule du §. 1.^{er}

(§.) J'ai supposé dans ce Mémoire que pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit les Éléments suivans.

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short à Londres, 10^h 21' 28" du matin.

Lieu de la conjonction.....	12 ^d 9' 56" du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil.....	0. 2. 27.7
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0. 29. 39
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.....	0. 27. 11.3
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction.	0. 39. 32 boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0. 2. 44
Parallaxe horizontale polaire de la Lune.....	0. 54. 1.5
Obliquité de l'Écliptique.....	23. 28. 21
Déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction.	4. 48. 50 boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil.....	0. 0. 10

100 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables..... 0^d 16' 1"

Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.. 0. 15. 56

Inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe
de la Lune..... 0. 0. 5

sinus (demi-diam. horizont. de la ☾) = $\frac{9006}{32887}$ sinus (parallaxe horizont. polaire):

Demi-diamètre horizontal de la Lune..... 0. 14. 47,1

Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.

Variation horaire de la parallaxe horizontale
de la Lune..... 0. 0. 0,5 négative.

Variation horaire de la déclinaison du Soleil.. 0. 0. 58 positive.

D'où j'ai conclu

$$r = + 100000.$$

$$p = + 100565.$$

$$u = + \text{arc de } 15^{\text{d}} \text{ rectifié.}$$

$$\theta = + \text{sinus. } 5^{\text{d}} 44' 26''$$

$$\downarrow = + \text{cosin. } 5. 44. 26.$$

$$\xi = + \text{cosin. } 0. 39. 32.$$

$$p = + \text{sinus. } 4. 48. 50.$$

$$q = + \text{cosin. } 4. 48. 50.$$

$$\Omega = + \text{cosin. } 23. 28. 21.$$

$$\chi = + 38936.$$

$$\omega = + \text{sinus. } 28. 44. 30.$$

$$t = + \text{tang. } 28. 44. 30.$$

$$\phi = + \text{cosin. } 28. 44. 30.$$

$$\pi = + \text{sinus. } 0. 54. 1,5$$

$$\pi' = + \text{sinus. } 0. 0. 10.$$

$$\zeta = + 99692.$$

Logarithme...

$$r = 10,0000000.$$

$$p = 10,0024467.$$

$$u = 9,4179686.$$

$$\theta = 9,0001044.$$

$$\downarrow = 9,9978165.$$

$$\xi = 9,9999711.$$

$$p = 8,9238624.$$

$$q = 9,9984653.$$

$$\Omega = 9,9624884.$$

$$\chi = 9,5903565.$$

$$\omega = 9,6820198.$$

$$t = 9,7391209.$$

$$\phi = 9,9428989.$$

$$\pi = 8,1963030.$$

$$\pi' = 5,6855749.$$

$$\zeta = 9,9986603.$$

$$\text{Logar.} \begin{cases} \text{sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction. ..} = 8,0606800. \\ \text{sin. versé (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉)} = 5,4972284. \\ \text{sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)} = 7,8981331. \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl}
 l = + 73177. & & l = 9,8643770. \\
 \gamma = + 200. & & \gamma = 7,3008965. \\
 n = + 50581. & \text{Logarithme...} & n = 9,7039847. \\
 \frac{n}{\zeta} = + 50737. & & \frac{n}{\zeta} = 9,7053244.
 \end{array}$$

206265" = le nombre de secondes de degré que contient le rayon du cercle, lorsqu'on le compare à la circonférence.

(6.) Je suppose également que le lecteur a présent à l'esprit ce que j'ai dit (*§. 28 du 3.^e Mém.*) sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme. Année 1765.

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes; soit d'heure, soit de degré.

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Je suppose encore que le Lecteur n'a pas oublié que dans toutes les formules, par la latitude d'un lieu j'entends sa latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du *§. 20* de mon second Mémoire. Année 1764.

(7.) Dans les premiers Mémoires j'avois supposé, d'après les remarques du *§. 28* de mon troisième Mémoire, Année 1765.

$$\text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} 1'' = 0,0000000, \\ 10 = 1,0000000, \\ 100 = 2,0000000, \end{array} \right.$$

& ainsi de suite. Avec cette notation on a un nombre négatif pour le logarithme d'une fraction de seconde. Afin d'éviter cet inconvénient, je supposerai dans ce Mémoire

Logarithme	{	0",001	= 0,0000000,
		0,01	= 1,0000000,
		0,1	= 2,0000000,
		1	= 3,0000000,
		10	= 4,0000000,
		100	= 5,0000000,
		1000	= 6,0000000,

& ainsi de suite. Je négligerai toutes les quantités au-dessous d'un millième de seconde, c'est-à-dire toutes celles dont le logarithme seroit négatif. Dans cette nouvelle notation

$$\text{Logarithme} \begin{cases} 3600'' = 6,5563025. \\ 206265 = 8,3144255. \end{cases}$$

Dans mon dernier Mémoire, publié en 1770, je n'avois porté la précision que jusqu'aux centièmes de seconde; on avoit alors

$$\text{Logarithme} \begin{cases} 3600'' = 5,5563025. \\ 206265 = 7,3144255. \end{cases}$$

J'ai cru dans ce nouveau Mémoire devoir pousser la précision jusqu'aux millièmes de seconde, d'autant plus que cette exactitude ne complique pas les calculs. On aura seulement soin de faire les petites corrections qui résultent de ce changement de notation, lorsque l'on transportera des calculs d'un Mémoire à l'autre.

(8.) On a pu remarquer (§. 5) que lors de l'Eclipsé du 1.^{er} Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; & qu'au contraire la variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive. En général, la variation horaire de la parallaxe de la Lune est positive, lorsque cet astre tend de l'apogée au périgée, c'est-à-dire dans les 180 premiers degrés d'anomalie, elle est négative dans les 180 derniers degrés d'anomalie: c'étoit le cas de l'éclipsé du 1.^{er} Avril 1764.

Quant à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, cet élément est positif dans les signes ascendants, c'est-à-dire, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été; il est négatif dans les signes descendans, c'est-à-dire, depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

DES SCIENCES.
ARTICLE PREMIER.

103

Recherches préliminaires.

SECTION PREMIÈRE.

Exposition du sujet.

(9.) Après avoir donné dans mon précédent Mémoire, une méthode pour déterminer les équations de condition, relatives à une distance quelconque des centres; il me reste à développer des méthodes analogues pour calculer les plus grandes phases. Cette phase remarquable, a toujours mérité l'attention des Astronomes; ils ont cherché dans tous les temps, à en tirer le plus grand parti possible; il devoit donc entrer dans le plan de mon ouvrage, de donner les formules relatives à cette phase.

Si l'on considère le Problème dans toute sa généralité, il sera aisé de se convaincre, que le genre de calcul que l'on peut appliquer aux plus courtes distances des centres, n'est qu'un cas particulier d'un Problème général, dans lequel, indépendamment de la distance des centres, on connoît d'ailleurs l'angle que fait, avec une ligne donnée de position que je nomme *ligne de comparaison*, la droite qui joint les centres apparens du Soleil & de la Lune, à l'instant de l'observation. Je résous le cas général, dont les plus grandes phases ne sont qu'une application particulière; je suppose que pour chaque observation on connoisse l'angle de comparaison, & je détermine dans cette hypothèse, l'expression générale de la Longitude du lieu qui a vu le phénomène, & celle de la Latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction.

La route que j'ai suivie pour former ces nouvelles valeurs, est entièrement semblable à celle tracée dans mon huitième Mémoire. *Année 1770.* Je suppose, comme dans ce Mémoire, des élémens hypothétiques, je calcule d'après ces élémens, le terme *hypothétique* de la longitude du lieu, & de la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction; je détermine ensuite toutes les corrections que

l'on doit faire à ce premier résultat, relativement aux différences qui peuvent se trouver entre les élémens supposés & les véritables élémens de l'éclipse, entre les observations que l'on a faites & les observations que l'on auroit dû faire. La réunion de tous ces termes forme ce que j'appelle *l'expression complète de la Longitude de l'Observateur, & de la Latitude de la Lune.*

(10.) On peut s'apercevoir d'une différence entre ces calculs & ceux de mon huitième Mémoire. Dans ce Mémoire, une seule observation ne déterminoit qu'un seul élément; dans le présent Mémoire une seule observation détermine deux élémens. La raison en est simple; une observation conditionnée ainsi que l'exigent les équations du présent Mémoire, équivaut réellement à une double observation, puisqu'indépendamment de la distance des centres, je suppose connu l'angle de comparaison.

Cet angle peut être donné par une observation immédiate, il peut être donné par une équation. Il est donné par une équation lorsque la phase que l'on observe est véritablement une plus grande phase; dans ce cas, l'analyse le détermine avec une précision beaucoup plus grande que celle que l'on auroit droit d'attendre de la meilleure observation. Une plus grande phase ne diffère donc d'une phase ordinaire, quant aux méthodes de calculs, que par cette équation analytique qui dispense de l'observation immédiate de l'angle de comparaison. Malheureusement l'instant précis d'une plus grande phase, est très-difficile à saisir; la quantité de l'éclipse étant stationnaire aux approches de cette phase, il est toujours à craindre que l'on ne confonde, avec l'instant de la plus courte distance des centres, des instans qui n'ont pas cette propriété, & que par conséquent l'on ne détermine l'angle de comparaison, avec des équations qui ne s'appliquent pas à l'espèce dont il s'agit.

Mon but n'est pas d'examiner la possibilité ou l'impossibilité de déterminer immédiatement par observation, l'angle de comparaison. Les Astronomes n'ayant pas jusqu'ici porté leurs vues de ce côté-là, il seroit difficile d'entrer dans un grand détail sur les méthodes que l'on peut employer à cet usage; d'ailleurs je me propose uniquement dans ce Mémoire, de calculer des observations, sans entrer dans l'examen des moyens qui peuvent les faciliter,

faciliter, & leur donner le degré d'exactitude convenable. Je réserve pour un autre Mémoire la discussion de cette question; je me contente, quant-à-présent, de présenter quelques réflexions qui peuvent jeter du jour sur la route que l'on doit suivre. Au reste si l'on regardoit comme impossible dans la pratique, de connoître avec une précision convenable, l'angle de comparaison; on en sera quitte pour ne faire aucun usage de cette partie de mon travail.

(11.) Dans le cours de ce Mémoire, j'ai fait usage de quelques distances des centres du Soleil & de la Lune, qu'il a fallu conclure des distances observées des limbes. Comme je n'ai rien voulu laisser à désirer au lecteur, sur les routes que j'ai cru devoir suivre; j'ai donné les formules qui m'ont servi à réduire ces observations. Si l'on jette les yeux sur cette partie de mon travail, on se convaincra aisément qu'il règne dans ces réductions, une incertitude inhérente à la nature du Problème, & dont il n'est pas possible de les dépouiller entièrement. Elle tient à la question des véritables diamètres du Soleil & de la Lune, à celle de l'atmosphère lunaire, de sa force réfractive, de l'inflexion des rayons solaires, de leur décomposition, de l'irradiation, &c; elle tient peut-être encore plus à l'imperfection des observations. J'ai cherché à répandre dans cette partie de mon ouvrage, des vues que je ne crois pas inutiles.

(12.) Après avoir donné l'expression générale de la longitude de l'Observateur, & de la latitude de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction; après avoir détaillé les inconvéniens de chacune de ces méthodes, les cas où l'on doit les employer de préférence, ceux où l'incertitude de tel ou tel élément, influe plus ou moins sur les résultats; en un mot, après avoir tiré de la forme même de ces expressions, les circonstances où l'on peut s'en servir, avec le plus d'avantage, je passe à la formation des équations de condition. Je ne rappellerai point ici la nature & l'usage de ces équations; on peut relire ce qui est expliqué à ce sujet dans mon huitième Mémoire, je ne pourrois que répéter ce que j'en ai dit alors. Je remarquerai cependant, que si les équations de condition qui résultent de la comparaison de deux expressions différentes de la longitude du même Observateur, rentrent à très-peu près dans les équations de mon huitième Mémoire, celles que

l'on déduit de la comparaison des expressions de la latitude de la Lune, sont absolument nouvelles.

Ces équations me permettent de m'élever à un genre de Problème, dont l'énoncé seul démontre l'utilité. On a dû remarquer par ce qui a été dit précédemment; 1.^o que l'instant de la véritable plus grande phase, est très-difficile à saisir; 2.^o que la distance des centres correspondante à cet instant, indépendamment des difficultés inséparables de l'observation précise des distances des limbes, n'est jamais exempte de l'incertitude de la réduction. On ne pourroit donc jamais employer des observations de plus grandes phases, pour des déterminations délicates, si l'analyse ne venoit au secours de l'Observateur, & ne servoit à rectifier son observation; tel est le but que je me propose; je m'explique. Supposons que l'on veuille comparer deux plus grandes phases; il est sensible que chacun des Observateurs a pu se tromper, en regardant comme le véritable instant de la plus grande phase, l'instant de son observation; il a pu se tromper en observant mal, ou en réduisant d'une manière fautive, les distances des limbes (*a*). Je fais entrer dans le calcul, la possibilité de toutes ces erreurs; j'applique à la même observation, les méthodes des plus grandes phases, & celles des phases ordinaires; je parviens en un mot, à déterminer les élémens de l'Éclipse & les erreurs des observations. Il est superflu de s'étendre davantage, pour faire sentir l'utilité d'une méthode qui permet d'employer sans danger, des observations même erronées.

(13.) La forme que j'ai donnée aux équations de condition; soit dans ce Mémoire, soit dans le Mémoire précédent, étoit celle qui m'a paru la plus simple, mais elle n'étoit pas la seule possible. Je fais voir qu'on auroit pu également leur donner d'autres formes différentes en apparence, mais identiques quant au fond. Je démontre quelle eût été dans ces différens cas, la forme du terme hypothétique. Ces considérations m'ont conduit à la solution de plusieurs Problèmes, relatifs à la détermination de la parallaxe de la Lune, à sa latitude, à son mouvement horaire: il seroit trop long de les détailler ici, on en peut voir l'énoncé dans la partie du Mémoire où ils sont résolus.

(*a*) Ce que je dis des distances des limbes, doit également s'entendre des distances des cornes.

SECTION SECONDE.

De la relation entre la distance des limbes du Soleil & de la Lune, & la distance des centres.

(14.) Dans le cours de ce Mémoire, j'emploierai des distances des centres du Soleil & de la Lune, qu'il a fallu conclure des distances observées des limbes de ces astres. Comme je ne veux rien laisser à désirer au lecteur, sur les routes que j'ai cru devoir suivre, je me propose de donner ici les formules qui m'ont servi à réduire ces observations. Je supposerai dans ces recherches, que toutes les quantités dont je ferai usage, n'ont souffert aucune altération par les réfractions; ou, ce qui revient au même, que l'effet de la réfraction a été corrigé par une méthode quelconque. Je donnerai dans un autre Mémoire, la forme qu'auroient les équations, si l'on vouloit avoir égard à la réfraction & aux autres causes physiques. Comme ces questions de pure théorie, m'éloigneroient trop de mon objet actuel, je me contenterai d'exposer ici les méthodes véritablement utiles.

Quatre quantités entrent essentiellement dans la solution présente; le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre apparent de la Lune, la distance des limbes du Soleil & de la Lune, & la distance des centres de ces astres; car la partie éclipsée du disque du Soleil que les Astronomes substituent quelquefois à la distance des limbes, n'est sous d'autres termes que l'expression de cette distance. Pour rendre cette recherche la plus générale qu'il est possible, je supposerai d'abord un demi-diamètre hypothétique du Soleil, un demi-diamètre hypothétique de la Lune, une distance hypothétique des limbes; je donnerai l'expression de la distance des centres dans cette hypothèse. Je ferai voir ensuite, quelle correction l'on doit faire à ce premier résultat, en supposant une erreur quelconque dans les suppositions primitives; je finirai par quelques remarques sur l'incertitude des résultats.

Soit

Demi-diamètre hypothétique du Soleil, le demi-diamètre hypothétique du Soleil, exprimé en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

Demi-diamètre hypothétique de la Lune, le demi-diamètre hypothétique de la Lune, exprimé en secondes & dixièmes de seconde de degrés. Il est superflu d'avertir que c'est du demi-diamètre apparent & non du demi-diamètre horizontal de la Lune dont il est ici question.

Distance des limbes du Soleil & de la Lune, la distance observée des limbes, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

Distance des centres du Soleil & de la Lune, la distance des centres du Soleil & de la Lune, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

d (demi-diamètre hypothétique du Soleil) l'erreur du demi-diamètre hypothétique du Soleil, évaluée comme ci-dessus.

d (demi-diamètre hypothétique de la Lune) l'erreur du demi-diamètre hypothétique de la Lune, évaluée comme ci-dessus.

d (distance des limbes) l'erreur sur la distance des limbes du Soleil & de la Lune, évaluée comme ci-dessus.

Soit de plus

Y = dist. des limbes du ☉ & de la ☾ + demi-diam. hyp. de la ☾ - demi-diam. hyp. du ☉

dY = d (dist. des limbes) + d (demi-diam. hyp. de la ☾) - d (demi-diam. hyp. du ☉)

Puisque

Demi-diam. hypot. du ☉ + d (demi-diam. hypot. du ☉) = le véritable demi-diam. du ☉
que de plus

Demi-diam. hyp. de la ☾ + d (demi-diam. hyp. de la ☾) = le vérit. demi-diam. appar. de la ☾
& qu'enfin

Dist. des limbes du ☉ & de la ☾ + d (dist. des limbes) = la véritable dist. des limbes.
on aura évidemment

Fig. 1. Distance vraie des centres du Soleil & de la Lune = $Y + dY$.

Nous remarquerons ici, que Y est l'expression de la distance hypothétique des centres, & que dY exprime la correction qu'il faut faire à ce premier résultat, en supposant quelque erreur dans les quantités hypothétiques.

(15.) Si c'étoit la partie éclipsée du disque du Soleil qui fut donnée, telle par exemple que le nombre de doigts éclipsés,

Soit

Quantité éclipsee du disque du Soleil, la quantité éclipsee du disque solaire, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

d (quantité éclipsee du Soleil), l'erreur sur la quantité éclipsee du disque solaire, exprimée comme ci-dessus.

Soit de plus

$Z = 2$ demi-diam. hypot. du ☉ — quantité éclipsee du disque du ☉

$dZ = 2$ d (demi-diam. hypot. du ☉) — d (quantité éclipsee du ☉), on auroit

$$\text{Distance vraie des limbes} = Z - dZ.$$

On pourra donc faire usage de l'équation du §. 14, pour en conclure la distance vraie des centres.

Dans l'usage de ces formules, le demi-diamètre hypothétique du Soleil, le demi-diamètre hypothétique de la Lune, la distance des limbes, la quantité éclipsee du disque du Soleil sont toujours positifs. Quant à d (demi-diam. du ☉), d (demi-diamètre de la ☾), d (distance des limbes), d (quantité éclipsee du ☉); ils sont positifs lorsque les quantités que l'on croit devoir employer dans le calcul sont plus grandes que les quantités hypothétiques correspondantes; ils sont négatifs dans les cas contraires.

(16.) Le demi-diamètre de la Lune qu'il faut employer dans ces calculs, est le demi-diamètre apparent de cet astre, c'est-à-dire celui qui a lieu à l'instant de l'observation.

Soit

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{epqh\pi}{r^4}.$$

On peut conclure du §. 122 de mon IV.^e Mémoire, que

Année 1766.

sinus (demi-diamètre apparent de la Lune) =

$\frac{\sin. (\text{demi-diam. horiz. de la } \text{☾}) \times \cosin. (\text{parall. horiz. polaire de la } \text{☾}) \times \cosin. (\text{distance des centres})}{Er}$.

Er

Comme il n'est pas nécessaire de connoître avec la dernière précision, la distance des centres pour la substituer dans l'expression précédente, puisqu'une erreur de plusieurs secondes sur cette distance, influe infiniment peu sur l'expression de son cosinus, & par conséquent sur l'expression du sinus du demi-diamètre apparent de la

Lune ; un premier calcul de la distance des centres dans lequel on feroit usage du demi-diamètre horizontal de la Lune , apprendroit à connoître la distance des centres avec une précision suffisante pour la substituer dans la formule précédente. Des exemples vont nous éclaircir sur l'usage de ces équations ; ils serviront en même temps à jeter quelque jour sur l'incertitude des résultats. J'employerai à ces recherches les observations des plus grandes phases , faites le 1.^{er} Avril 1764, à Londres par M. Short, & à Toulouse par M. d'Arquier.

Observation de la plus grande phase à Londres.

(17.) Voici comment M. Short s'explique au sujet de cette observation. Je ne rapporterai de son observation, que ce qui est relatif à la plus grande phase.

« La veille de l'éclipse, j'avois eu soin de me procurer les instrumens nécessaires pour une excellente observation ; je me suis servi
» d'un télescope qui grossit soixante-dix fois ; à ce télescope étoit
» adapté un très-bon micromètre objectif.

» A 10^h 22' 28", les cornes étoient presque parallèles à l'horizon ;
» à 10^h 23' 58", le diamètre horizontal de la Lune, alors entièrement projeté sur le disque du Soleil, m'a paru de 29' 49",4
» mesuré horizontalement. Il m'a paru de la même grandeur à
» 10^h 32' 8".

Heure vraie,

Distance des limbes.

10^h 26' 10" 2' 58",7.

10. 28. 28 2. 31,3.

10. 30. 44 2. 26,2 plus courte distance observée.

» Le jour de l'éclipse, j'ai mesuré vers midi, le diamètre horizontal
» du Soleil, avec le même micromètre qui avoit servi à mes
» observations ; il m'a paru de 31' 59" ; le lendemain à la même
» heure de midi, je l'ai trouvé de 31' 58". Le jour de l'observation
» l'air étoit rempli de vapeurs ; on ne pouvoit, que par intervalles,
voir le limbe du Soleil, terminé».

Observation de la plus grande phase à Toulouse.

A 10^h 24' du matin, suivant M. d'Arquier, la distance des limbes étoit au diamètre du Soleil, comme 345 à 3445; cette distance répondoit à la plus grande phase observée.

J'ignore, au surplus, de quelle espèce de micromètre M. d'Arquier a fait usage; quel angle il donnoit au diamètre du Soleil; combien sa lunette grossissoit de fois, &c. Passons à la réduction de ces observations, je commence par celle de Londres.

Réduction des Observations de Londres & de Toulouse.

(18.) Dans l'équation du §. 14, je suppose d'abord

Demi-diamètre hypothétique du Soleil = 956",0.

Demi-diamètre hypothétique de la Lune = 887,1.

Ces valeurs sont celles du demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation, & du demi-diamètre horizontal de la Lune, du §. 5.

Je suppose de plus, §. 17.

Distance des limbes du Soleil & de la Lune = 146",2.

J'ai par un résultat approché, $Y = 77",3$; donc par un résultat également approché,

Distance des centres du Soleil & de la Lune = 77",3.

D'après cette première approximation, je calcule, par la formule du §. 16, le demi-diamètre apparent de la Lune, & j'ai

Demi-diamètre hypothétique de la Lune = 896",1.

donc $Y = 86",3$; donc

Distance vraie des centres du Soleil & de la Lune = 86",3
 $+ d(\text{dist. des limbes}) + d(\text{demi-diam. hyp. } \odot) - d(\text{demi-diam. hyp. } \odot).$

Examinons quelles réflexions ces dernières valeurs peuvent faire naître.

Le demi-diamètre du Soleil a été mesuré par M. Short, il l'a trouvé de 959",5; j'ai supposé ce demi-diamètre de 956",0; donc

$d(\text{demi-diamètre hypothétique du Soleil}) = + 3",5.$

M. Short a mesuré pareillement le demi-diamètre de la Lune, il

la trouvé de $894'',7$; je l'ai supposé de $896'',1$; donc

$$d(\text{demi-diamètre hypothétique de la Lune}) = - 1'',4.$$

Donc si l'on part de l'ensemble de l'observation de M. Short, on aura

$$\text{Distance vraie des centres du Soleil \& de la Lune} = 81'',4.$$

Cette manière de réduire l'observation est certainement très-naturelle; elle cadie à $3'',5$ près, avec la distance des centres qui résulte des élémens hypothétiques du §. 5 (*b*). Mais, indépendamment de ce que l'on n'a pas toujours une observation aussi complète que celle de M. Short; n'y auroit-il pas des considérations particulières auxquelles on seroit tenté de s'arrêter, qui conduiroient, d'une manière très-plausible, à des résultats un peu différens?

Comme il s'agit d'observations faites avec le micromètre, il paroît assez naturel d'employer dans le calcul, le demi-diamètre affecté de l'irradiation, conformément à ce qui a été dit, §. 33 de

Année 1770.

mon VIII.^e Mém. Ce demi-diamètre varie suivant les lunettes que l'on emploie; en général il est plus petit à mesure que l'on se sert de plus grandes lunettes; de quel diamètre faudra-t-il donc faire usage, lorsque l'Observateur n'aura pas mesuré directement le diamètre du Soleil?

Je vais plus loin; si l'irradiation augmente le demi-diamètre du Soleil, pourquoi cette irradiation, qui empiète pour ainsi dire sur l'azur du Ciel, n'empièteroit-elle pas également sur le disque obscur de la Lune? Dans cette hypothèse, la distance observée des limbes seroit plus grande que la véritable distance des limbes; la quantité d (distance des limbes), devroit avoir une valeur négative égale à l'irradiation; le diamètre obscur de la Lune, projeté sur le disque lumineux du Soleil, seroit plus petit que le disque lumineux de la Lune, vu sur l'azur du Ciel; & l'on auroit une distance vraie des centres, plus petite que celle que j'ai conclue précédemment.

Les résultats seroient différens, si l'on imagine, qu'à raison d'une cause physique quelconque, comme seroit, par exemple, une atmosphère répandue autour de la Lune, le disque apparent du

(*b*) Ces élémens donnent $1^{\circ} 24'',9$ pour la distance des centres correspondante à $10^h 30' 44''$.

Soleil ait éprouvé une expension, une dilatation à l'approche du limbe de la Lune. Dans cette hypothèse, le disque de ce dernier astre ne sera point altéré, ainsi que je l'ai démontré dans mon *V.^e Mémoire*, §. 91; & comme d'ailleurs le demi-diamètre du Soleil & la distance des limbes, auront subi la même altération, on aura

d (distance des limbes) — d (demi-diam. hypothétique du ☉) = 0;
& par conséquent

Distance vraie des centres = 86",3.

Je dis plus, quand on seroit assuré du système d'altération qu'il faut adopter pour corriger les quantités mesurées avec le micromètre; quel Astronome, même le plus exercé, peut répondre, avec la dernière précision, d'une distance des limbes? Lorsqu'il s'agit du diamètre du Soleil; comme cette quantité ne varie point, on peut la mesurer à plusieurs reprises; on peut se rectifier, se confirmer dans ses premiers résultats, prendre un milieu entre les différentes observations. Il n'en est pas de même d'une distance observée des limbes; cette distance varie à chaque instant, & il n'est pas possible de revenir sur ses premières déterminations.

(19.) Voyons quelles réflexions va faire naître l'observation de Toulouse. Si l'on suppose que le 1.^{er} Avril 1764, à 1^h 24' du matin, la distance des limbes étoit au diamètre du Soleil, comme 345 est à 3445, on aura

$$\text{Distance des limbes} = \frac{345}{3445} \times \text{diamètre du Soleil.}$$

Si l'on substitue cette valeur dans l'expression de Y , du §. 14, on aura

$$Y = \frac{345}{3445} \times \text{diam. du } \odot + \text{demi-diam. hypothét. de la } \odot - \text{demi-diam. du } \odot.$$

L'Observateur ne nous ayant point éclairci sur le diamètre particulier du Soleil, que l'on auroit déterminé avec son micromètre; nous n'avons aucune base assurée de tous nos calculs. Substituera-t-on dans cette équation, le diamètre du Soleil tiré des Tables; c'est-à-dire, celui que paroît donner en général une excellente lunette de 20 pieds? Mais qui sait si le diamètre du Soleil,

Mém. 1771. P

mesuré avec le micromètre de M. d'Arquier, n'auroit pas été vu sous un angle un peu différent ? Qui fait si la mesure de la distance des limbes est précise ? Qui peut répondre du système d'altération d'éléments qu'il faut adopter ? La distance des centres de $128''{,}8$ que l'on conclut de l'observation de M. d'Arquier, n'est donc rien moins qu'irréfragable (c). Que seroit-ce si les différens diamètres des disques du Soleil & de la Lune n'étoient pas égaux entr'eux, ainsi que le croyoit M. Bouguer, & qu'on peut l'inférer dans certains cas, de la théorie de la libration de la Lune ?

(20.) On détermine aussi quelquefois la distance des limbes, par le moyen suivant. On remarque à quel instant le limbe de la Lune vient à cacher une certaine tache du disque du Soleil. Il faut d'ailleurs que cette tache soit située dans la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune. On mesure ensuite, lorsque l'Éclipse est finie, la distance de la tache, au bord du Soleil, & l'on en conclut la distance des limbes, à l'instant de l'observation ; bien entendu qu'il faut avoir égard au mouvement propre de la tache, pendant le temps écoulé entre les instans de la première & de la seconde observation. Cette méthode exige une autre petite attention. Si l'atmosphère de la Lune réfracte les rayons du Soleil, la tache du disque solaire qui paroît à la circonférence de la Lune, est réellement enfoncée de quelques secondes sous le disque de cet astre. La distance vraie des limbes, à l'instant de l'observation, est donc plus petite que celle conclue du calcul, de toute la quantité dont la tache est enfoncée sous le disque lunaire.

Je soumets aux Astronomes, ces réflexions qui me paroissent conduire à un pyrronisme très-sensé sur cette grande précision,

(c) J'ai supposé dans cette réduction le demi-diamètre du Soleil, de $16'1''$, c'est-à-dire que j'ai fait usage du demi-diamètre du Soleil, tiré des Tables. J'ai supposé pareillement le demi-diamètre horizontal de la Lune de $14'47''{,}1$; d'où j'ai conclu son demi-diamètre apparent de $14'57''{,}3$, à l'instant de l'observation ; je n'ai eu

d'ailleurs égard à aucune autre considération physique. Les Éléments hypothétiques du §. 5, donnent pour distance des centres, dans le lieu & à l'heure dont il s'agit, $1'57''{,}7$; distance moindre de $11''{,}1$, que celle que l'on conclut de l'observation de M. d'Arquier, ainsi réduite,

que l'on anonnce quelquefois, parce qu'on se flatte d'y être parvenu. Il y a apparence qu'en général on n'est pas fort éloigné de la vérité; mais est-on jamais sûr d'y avoir atteint?

ARTICLE II.

Des Équations générales de condition & aux Longitudes, relativement aux observations, dans lesquelles, indépendamment de la distance des centres du Soleil & de la Lune, on connoît de plus l'angle que fait la ligne des centres avec la ligne de comparaison.

SECTION PREMIÈRE.

Notions préliminaires.

(21.) Dans mon dernier Mémoire, j'ai supposé que l'on *Année 1770.* connoissoit uniquement la distance des centres du Soleil & de la Lune; & j'ai donné dans cette hypothèse les équations générales, de condition & aux longitudes, relativement à ces observations. Je me propose dans cet article de résoudre les mêmes Problèmes, relativement aux observations dans lesquelles, indépendamment de la distance des centres du Soleil & de la Lune; on connoît de plus l'angle que fait la ligne des centres, avec la ligne de comparaison.

Pour fixer davantage le Lecteur. Soit $E' N' O' S'$ le disque du Soleil; $N' S'$ le fil horaire de l'Observateur, ou, ce qui revient au même, l'intersection du disque du Soleil avec le cercle de déclinaison; $E' O'$ le fil parallèle ou équatorial. N' est le point le plus boréal du disque solaire; S' est le point le plus austral; E' & O' sont des points distans de 90 degrés des points N' & S' . Par le centre C du Soleil, menons une droite ECO parallèle à l'orbite relative de la Lune, (j'ai donné (§. 1.^{er}) une formule pour déterminer l'angle que fait cette droite avec le fil équatorial). Il n'est pas évident qu'il soit impossible de connoître, du moins dans des cas particuliers, l'angle que fait avec cette droite, la ligne qui joint les

centres du Soleil & de la Lune à l'instant de l'observation ; dans la présente recherche, je puis donc supposer connu, cet angle que j'appellerai désormais *angle de comparaison*. Son origine est au point *E* ; il doit être compté depuis 0 degrés, jusqu'à 360 degrés. Le point *N*, intersection du disque du Soleil, avec la perpendiculaire *SCN* à l'orbite relative, répond à 90 degrés ; le point *O* répond à 180 degrés, & le point *S* à 270 degrés. Conformément à ce qui a été expliqué dans mes précédens Mémoires, j'appelle *hémisphère boréal* du disque du Soleil, la partie du Ciel située au-dessus de la ligne *ECO* vers *N* ; j'appelle *hémisphère austral*, la partie située au-dessous de la ligne *ECO* vers *S* ; j'appelle *hémisphère précédent*, la partie *NC SO* du Ciel vers laquelle le Soleil paroît s'avancer en vertu du mouvement diurne ; j'appelle *hémisphère suivant*, la partie opposée *NC SE*.

(22.) Quoique mon but ne soit pas d'examiner ici la possibilité ou l'impossibilité de déterminer l'*angle de comparaison* ; & que je réserve pour un autre Mémoire l'examen de tous les secours que l'Astronomie peut offrir pour résoudre cette question ; qu'il me soit permis de présenter rapidement quelques réflexions qui pourront jeter du jour sur la route que l'on pourroit suivre.

(23.) La ligne des centres étant perpendiculaire à la corde qui mesure la distance des cornes, sa position, relativement à la parallèle à l'orbite relative, peut se conclure de la position respective des cornes, relativement aux fils, horaire, parallèle ; horizontal, vertical, &c. Il ne seroit peut-être pas même impossible de connoître directement cet angle, avec une précision suffisante, au moyen d'un instrument semblable à celui que M. le Président de Saron, si recommandable par ses talens & par ses connoissances en tout genre, a fait exécuter d'après ses dessins : voici en peu de mots la description de cet instrument.

La base de l'instrument est une très-belle machine parallaxique qui peut être de la plus grande utilité pour un nombre infini d'observations délicates. A cette machine est adapté un très-beau télescope, dont M. le Président de Saron a travaillé lui-même les miroirs. Le télescope est mené par un mouvement de pendule

qui lui fait conserver l'astre autant de temps que l'on veut; le mouvement est doux, liant, sans soubresaut; sans trépidation. Au télescope est adapté un micromètre filaire, que l'on tourne dans tous les sens. Comme l'orbite relative de la Lune, fait avec le fil équatorial un angle déterminé; si l'on fait faire au fil du micromètre l'angle convenable avec le fil équatorial, le fil du micromètre, entraîné par le mouvement parallaxique du télescope, représentera toujours l'orbite relative. Cette explication peut faire entrevoir l'usage de cette machine pour le cas particulier dont il s'agit. Elle est aussi très-utile, lors des occultations d'étoiles par la Lune, pour déterminer les points du disque de cet astre, par lesquels se fait l'immersion ou l'émergence de l'étoile.

(24.) Indépendamment des moyens que l'Astronomie mécanique peut fournir pour déterminer en général l'*angle de comparaison*; il y a un autre genre d'observations, où l'analyse vient au secours des Observateurs; je veux parler des plus courtes distances des centres. Dans ce cas, si l'on connoît l'instant précis de la plus grande phase, il n'est pas nécessaire de déterminer mécaniquement l'*angle de comparaison*; cet angle est donné par une formule, qui le fait connoître avec une précision plus grande que celle qu'on auroit droit d'attendre des meilleures observations. On dira peut-être que l'on ne fait qu'é luder une difficulté pour tomber dans une autre, & qu'il n'est pas plus facile de déterminer l'instant précis d'une plus grande phase, que l'angle de comparaison. Je n'examinerai point ici cette question; je croirai cependant avoir fait quelque pas dans l'analyse astronomique, en démontrant que les plus grandes phases ne sont qu'un cas particulier de l'observation d'une distance quelconque des centres, dans laquelle on connoît de plus, par le seul calcul, l'angle de comparaison; & que ces deux espèces d'observations peuvent se calculer par les mêmes méthodes. Au reste, si l'on regardoit comme impossible dans la pratique, de connoître avec précision l'*angle de comparaison*; on en seroit quitte pour ne point faire usage des formules que je vais démontrer.

SECTION SECONDE.

Détermination de l'angle de comparaison correspondant à une plus grande phase.

(25.) Puisqu'une plus grande phase n'est qu'un cas particulier d'une distance quelconque des centres, dans lequel on peut déterminer d'ailleurs, par une formule, l'angle de comparaison, pour ramener ces deux cas à une solution uniforme, je dois, avant tout, donner l'équation qui détermine l'angle de comparaison correspondant à une plus grande phase. Rien de plus simple que la solution du Problème.

Soit

$$A = \frac{(A\ 1)}{\zeta} - \frac{(A\ 2)}{r^2} + \frac{(A\ 3)}{r^3} + \frac{(A\ 4)}{r^4}.$$

$$C = \frac{(C\ 1)}{r^4} + \frac{(C\ 2)}{r^3}.$$

$$D = \frac{(D\ 1)}{r^4} - \frac{(D\ 2)}{r^3}.$$

Année 1765. On peut conclure des §. 57 & suiv. de mon III.^e Mémoire, que

cosin. (ang. comp.) : sin. (ang. comp.) :: $AD : A \left(\frac{r^2}{\zeta^2} - C \right)$;
donc

$$\text{Tangente (angle de comparaison.)} = r \times \frac{A \left(\frac{r^2}{\zeta^2} - C \right)}{AD}.$$

(26.) Dans l'usage de cette formule, on aura grand soin de ne point se tromper dans le choix de l'angle de comparaison; la règle est fort simple.

La tangente de cet angle est déterminée par une fraction. Si le numérateur & le dénominateur sont tous deux positifs, l'angle est entre 0 degrés, & 90 degrés. Si le numérateur est positif

& le dénominateur négatif, l'angle est entre 90 degrés & 180 degrés. Si le numérateur & le dénominateur sont tous deux négatifs, l'angle est entre 180 degrés & 270 degrés. Si le numérateur est négatif & le dénominateur positif, l'angle est entre 270 degrés & 360 degrés.

Les formules des paragraphes suivans renfermeront le sinus & le cosinus de l'angle de comparaison; il ne faudra point oublier de donner à ces quantités le signe qui leur convient. Le sinus sera positif, si l'angle est entre 0 degré & 180 degrés; le sinus sera négatif, si l'angle est entre 180 degrés & 360 degrés. Le cosinus sera positif, si l'angle est entre 0 degré & 90 degrés, entre 270 degrés & 360 degrés; il sera négatif, si l'angle est entre 90 degrés & 270 degrés.

(27.) Il paroîtra peut-être singulier que j'aie laissé l'expression de la tangente de l'angle de comparaison, sous la forme suivante.

$$\text{Tangente (angle de comparaison.)} = r \times \frac{A \left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C \right)}{AD},$$

tandis que cette expression peut se réduire à la forme plus simple,

$$\text{Tangente (angle de comparaison.)} = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D}.$$

Mais on ne doit point regarder la première expression comme superflue. Supposons en effet les deux cas, de A positif, & de A négatif; supposons de plus $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ & D positifs. Comme dans la seconde expression de la tangente de l'angle de comparaison, A est disparu; on aura dans les deux cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur sont tous deux positifs, d'où l'on conclura (§. 26) un angle compris entre 0 degré & 90 degrés. Par la première formule, au contraire, on aura dans le second cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur sont tous deux négatifs; d'où l'on conclura (§. 26) un angle compris entre 180 degrés & 270 degrés, ainsi que le donneroît l'observation.

*TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764,
relatives à la présente recherche.*

<u>A.</u>	
	(A 1.)
$\frac{\downarrow l}{\zeta} = 73035.$	
	(A 2.)
Log.	$\frac{q \varphi}{r} = 9,9413642.$
	(A 3.)
	$\frac{p \omega}{r} = 9,6844665.$
	(A 4.)
	$\frac{p p \varphi}{r^2} = 8,8692080.$
<u>C.</u>	
Log.	$\frac{p p \omega}{r^2} = 8,6083289.$ (C 1.)
	$\frac{p \varphi}{r} = 9,9453456.$ (C 2.)
<u>D.</u>	
Log.	$\frac{p p \varphi}{r^2} = 8,8692080.$ (D 1.)
	$\frac{p \omega}{r} = 9,6844665.$ (D 2.)
	$\frac{11 r^2}{\zeta v} = 193801.$

Dans cette Table, j'ai préféré de donner le logarithme de $\frac{q \varphi}{r}$, $\frac{p \omega}{r}$ &c. au lieu du logarithme de $\frac{q \varphi}{r^2}$, $\frac{p \omega}{r^3}$, comme je l'avois pratiqué dans les Mémoires précédens. Par-là tous les logarithmes sont additifs, & j'évite au Lecteur la peine de faire attention, s'il est dans le cas d'ajouter ou de soustraire.

Par la même raison, je ferai usage des complémens arithmétiques des logarithmes, lorsque ces logarithmes seront soustractifs. On observera seulement que lorsqu'on emploie le complément arithmétique d'un logarithme, au lieu de ce logarithme; on multiplie réellement la quantité que l'on calcule, par le sinus total; il faudra donc diminuer la caractéristique du résultat, d'autant de

de fois dix, que l'on aura employé de compléments arithmétiques, ou que l'on aura multiplié de fois par le sinus total, pour éviter les logarithmes négatifs. Cette remarque se présente d'elle-même, & ne demande aucune réflexion dans le calcul.

E X E M P L E.

(28.) Je suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres, à 10^h 30' 44" du matin, on demande quel étoit alors l'angle de comparaison!

SOLUTION. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de 51^d 31' 0" boréale; la latitude corrigée est donc de 51^d 21' 33"; de plus, on comptoit 10^h 30' 44" du matin, à l'instant de l'observation, l'angle horaire étoit donc de 337^d 41' 0", on avoit donc

$$\left. \begin{array}{l} s = \text{sinus } 51^{\text{d}} 21' 33'' \text{...posit.} \\ c = \text{cosin. } 51. 21. 33 \text{...posit.} \\ g = \text{sinus } 337. 41. 0 \text{...négat.} \\ h = \text{cosin. } 337. 41. 0 \text{...posit.} \end{array} \right\} \text{Log} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8926912. \\ c = 9,7954889. \\ g = 9,5794695. \\ h = 9,9661884. \\ cg = 19,3749584. \\ ch = 19,7616773. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$A = + (A 1) - (A 2) - (A 3) + (A 4) \dots \dots \dots (A 1) = 73035.$$

(A 1)	(A 2)	(A 3)
9,8926912...log. s.	19,3749584...log. cg.	19,7616773...log. ch.
9,9413642.	9,6844665.	8,8692080.
9,8340554...log. 68243.	9,0594249...log. 11466.	8,6303853...log. 42741
	A = - 2400.	

$$C = - (C 1) + (C 2).$$

(C 1)	(C 2)
9,3749584...log. cg.	19,7616773...log. ch.
8,6083289.	9,9453456.
7,9832873...log. 962.	9,7070229...log. 50936.

$$C = + 49974.$$

$$\frac{r^2}{\zeta^2} - C = + 143827. \quad \text{Log. } \left(\frac{r^2}{\zeta^2} - C \right) = 10,1578405.$$

Mém. 1771.

Q

$$D = - (D \ 1) - (D \ 2).$$

(D 1)

$$19,3749584 \dots \log. c g.$$

$$8,8692080.$$

$$8,2441664 \dots \log. 1755.$$

$$D = - 29690 \dots \log. D = 9,4726102 \dots \text{compl. arith. log. } D = 0,5273898.$$

(D 2)

$$19,7616773 \dots \log. c h.$$

$$9,6844665.$$

$$9,4461438 \dots \log. 27935.$$

$$20,1578405 \dots \log. r \left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C \right).$$

$$0,5273898. \text{ compl. arithm. log. } D.$$

$$10,6852303 \dots \log. \text{ tang. (ang. compar.)}$$

Et comme A & D sont négatifs, que $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ est positif; que par conséquent le numérateur de la fraction, qui donne l'expression de la tangente de l'angle de comparaison est négatif, & le dénominateur positif, cet angle ($\S. 26$) est compris entre 270 degrés & 360 degrés. Donc

$$\text{Angle de comparaison} = 281^d 39' 49''.$$

$$\begin{array}{l} \sinus (\text{ang. comp.}) = \sinus 281^d 39' 49'' \text{ nég.} \\ \cos. (\text{ang. comp.}) = \cos. 281. 39. 49. \text{ positif.} \\ \text{tang. (ang. comp.)} = \text{tang. } 281. 39. 49. \dots \text{ nég.} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sinus (\text{ang. comp.}) = 9,9909385. \\ \cos. (\text{ang. comp.}) = 9,3057067. \\ \text{tang. (ang. comp.)} = 10,6852303. \end{array} \right.$$

Relativement à l'observation de Toulouse, si l'on suppose la latitude vraie de ce lieu, de $43^d 35' 54''$, on aura

$$A = + 3590, \quad C = + 57293, \quad \frac{nr^2}{\zeta v} - C = + 136508, \quad D = - 34263.$$

$$\text{Angle de comparaison} = 104^d 5' 22''.$$

Fig. 2.

(29.) On remarquera que la quantité A n'entrant dans l'expression de la tangente de l'angle de comparaison, que pour déterminer le signe du numérateur & du dénominateur de la fraction qui exprime cette tangente, on pourroit se dispenser de calculer la valeur de A , si l'on connoissoit d'ailleurs le signe qu'elle doit avoir; or, il est évident que l'observation peut faire connoître ce signe. Supposons, en effet, le disque du Soleil partagé en deux hémisphères, *boréal* & *austral*, par la parallèle ECO à l'orbite relative de la Lune; il suit de ce que j'ai démontré dans

les Mémoires précédens, que A est positif, lorsqu'à l'instant de l'observation, le centre de la Lune est dans l'hémisphère boréal du disque du Soleil, & que A est négatif dans le cas contraire: on voit donc comment l'observation peut suppléer au calcul de la quantité A .

(30.) Après avoir fait voir dans les paragraphes précédens; comment on peut ramener les plus courtes distances des centres, à n'être qu'un cas particulier des observations dans lesquelles, indépendamment de la distance des centres, on connoît de plus l'angle de comparaison; il me reste à déterminer les équations générales, à la Longitude de l'Observateur, & à la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; ainsi que les équations de condition, relatives à ce genre d'observations.

Je suivrai une analyse entièrement semblable à celle de mon *VIII.^e Mémoire*. Je supposerai d'abord des élémens qui serviront à calculer les *termes hypothétiques* de mes équations. Je donnerai ensuite l'expression des changemens qu'il faudra faire à ces premiers résultats, en supposant une erreur quelconque, soit dans les élémens, soit dans l'observation. Année 1778.

SECTION TROISIÈME.

Détermination du terme hypothétique des équations à la Longitude de l'Observateur, & à la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

(31.) Je supposerai dans cette section, que par une méthode quelconque, on ait déterminé en secondes & dixièmes de seconde de degrés, la distance des centres du Soleil & de la Lune, observée dans un lieu & à une heure quelconques, avec l'angle de comparaison correspondant à l'instant de l'observation; je me propose de déterminer le *terme hypothétique* des équations, à la Longitude de l'Observateur, & à la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z' .

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

y la différence en longitude des lieux Z' & z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z' plus oriental que le lieu Z' .

λ la tangente de la distance des centres observée dans le lieu z' .

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction, jusqu'à l'instant de l'observation.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, jusqu'à l'instant de l'observation (d).

m le sinus
 n le cosinus } de l'angle de comparaison.

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{(R_1)}{r^2} - \frac{(R_2)}{r^3} - \frac{(R_3)}{r^4} \\ S &= \frac{(S_1)}{r^2} + \frac{(S_2)}{r^3} - \frac{(S_3)}{r^4} \\ E &= \zeta - \frac{(E_1)}{r^2} - \frac{(E_2)}{r^3} - \frac{(E_3)}{r^4} - \frac{(E_4)}{3600'' r} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{ces quantités doivent être} \\ \text{évaluées relativement} \\ \text{au lieu } z'. \end{array}$$

Année 1765. On peut conclure de mon III.^e Mémoire (S. 58) que

$$\lambda m E - \zeta \pi \left(\frac{\psi}{\zeta} - R \right) = 0.$$

Mais, (S. 1.^{re})

$$l = r \times \frac{\text{fin. (latit. de la Lune à l'instant de la conjonction.)}}{\text{fin. (parall. horiz. polaire de la Lune à l'instant de la conjonction.)}};$$

(d) Comme la quantité b' n'entre que dans le terme (E_4) qui est très-petit, on voit pourquoi l'on peut substituer l'instant de la conjonction donné par les Tables, c'est-à-dire, un instant approché, au véritable instant de la conjonction.

Donc

Expression de la latitude hypothétique de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

$$\sinus (\text{latitude de la Lune}) = \frac{\overset{(\text{fin. 1})}{\zeta \pi R}}{\downarrow r} + \frac{\overset{(\text{fin. 2})}{\lambda m E}}{\downarrow r}.$$

(32.) On peut conclure de mon *VIII.^e Mémoire* (S. 61), Année 1770, que

$$b = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) + \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right)^2 \right]};$$

mais, (S. 31.)

$$\frac{\lambda m E}{\zeta \pi} = \frac{\downarrow l}{\zeta} - R; \text{ donc } \frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} = \frac{r^2}{m^2} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right)^2,$$

donc

$$\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right)^2 \right]} = \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right) \times \frac{\sqrt{r^2 - m^2}}{m} = \frac{n}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right),$$

donc

Première expression de la valeur hypothétique de b:

$$b = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) + \frac{3600'' \zeta}{nr} \frac{n}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right).$$

Puisque b exprime le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, jusqu'à l'instant de l'observation, & que par la supposition, à l'instant de la phase observée, on comptoit l'heure z dans le lieu z' , il est évident que la conjonction est arrivée dans le lieu z' , à l'heure déterminée par $z - b$. D'ailleurs, par la supposition, cette même conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit l'heure Z dans le lieu Z' ; donc

$$y = z - Z - b.$$

Donc

Première expression de l'heure hypothétique que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction.

Heure que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction,

$$= z + \frac{3600''\zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \frac{n}{m} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right).$$

Première expression de la différence hypothétique en longitude des lieux z', Z'.

$$y = z - Z + \frac{(y1) (y2) 3600''\zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{(y3) 3600''\zeta}{nr} \frac{n}{m} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right);$$

(33.) Dans l'expression de $\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right)^2 \right]}$, au lieu de substituer $\frac{r^2}{m^2} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right)^2$ à $\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2}$, si l'on substituoit $\frac{\lambda^2 m^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2}$ à $\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right)^2$, on auroit $\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right)^2 \right]}$

$$= \frac{\lambda E}{\zeta \pi} \sqrt{r^2 - m^2} = \frac{\lambda n E}{\zeta \pi}, \text{ d'où l'on concluroit.}$$

Seconde expression de la valeur hypothétique de b.

$$b = - \frac{3600''\zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta \pi};$$

Seconde expression de l'heure hypothétique que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction.

Heure que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction,

$$= z + \frac{3600''\zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta \pi};$$

Seconde expression de la différence hypothétique en longitude des lieux z' Z'.

$$y = z - Z + \frac{(y1) (y2) 3600''\zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{(y4) 3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta \pi};$$

(34.) Les expressions des *S. 32* & *33* ne diffèrent point, quant au fond, mais bien quant à la forme. L'une ne suppose pas que l'on connoisse la distance des centres, mais elle exige un peu plus de calcul; l'autre plus simple renferme l'expression de la distance des centres, & ne contient d'ailleurs que le cosinus de l'angle de comparaison, ce qui exige, dans beaucoup de cas, une connoissance moins exacte de cet angle. Il est difficile de rien affirmer, en général, sur la préférence de ces formules; cela dépend des circonstances particulières, & de la certitude plus ou moins grande, avec laquelle on connoît de certains élémens.

(35.) Il est essentiel de ne point se tromper sur le signe des quantités qui composent les formules précédentes. Je ne parlerai point des valeurs qui entrent dans les expressions de *R, S, E*; on doit y appliquer les remarques générales; je me contenterai de détailler ce qui est particulier à $\lambda, m, n, z, Z, \gamma$, sinus (latitude de la Lune).

λ est toujours positif; m & n doivent avoir le signe déterminé par les remarques du (*S. 26*); sinus (latitude de la Lune) positif, indique que la latitude de la Lune est boréale; sin. (lat. de la \odot) négatif, indique que la latitude de la Lune est australe. Quant à z, Z , je compterai ces heures d'une manière continue, depuis $0^h 0' 0''$ jusqu'à $24^h 0' 0''$, en partant de l'instant de midi. Je compterai pareillement y d'une manière continue, depuis $0^h 0' 0''$ jusqu'à $24^h 0' 0''$; toutes les Longitudes seront orientales. On se rappellera qu'une longitude orientale qui surpasse 12 heures, peut-être, sous un autre point de vue, considérée comme occidentale. Il en est de même d'une Longitude dont l'expression seroit négative.

(36.) Il pourroit arriver que par un résultat de calcul, y fut donné sous la forme d'une quantité négative: on ajoutera alors 24 heures au résultat pour le rendre positif. Il pourroit arriver également que y surpassât 24 heures; alors il faudra retrancher 24 heures du résultat.

(37.) On pourroit vouloir calculer un contact des limbes, par le moyen de ces dernières formules; rien de plus facile

que la solution du Problème. En effet, dans ces équations, λ exprime la tangente de la distance des centres. Lors des contacts, cette distance est égale à la somme ou à la différence des demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, sauf toutefois l'inflexion des rayons solaires, ou les autres causes Physiques auxquelles on peut facilement avoir égard, par les moyens détaillés dans mes précédens Mémoires; c'est-à-dire en altérant le demi-diamètre du Soleil. Il ne s'agit donc, dans chaque cas particulier, que d'avoir l'expression du demi-diamètre apparent de la Lune,

Si l'on conserve la définition de E du §. 31, on peut
Année 1766. conclure du §. 122 de mon IV.^e Mémoire, que dans le cas
dont il s'agit,

$$\frac{\sin. (\text{demi-diamètre apparent de la } \odot) = \sin. (\text{demi-diam. hor. de la } \odot) \times \cos. (\text{par. hor. pol.}) \times \cos. \left\{ \begin{smallmatrix} \text{Somme} \\ \text{différence} \end{smallmatrix} \right\} \text{ des demi-diam. hor. du } \odot \text{ \& de la } \odot}{Er}$$

suivant qu'il s'agit d'un contact extérieur ou intérieur des limbes.

(38.) Lorsqu'au moyen de l'équation du §. 31, on a déterminé le sinus de la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; si l'on veut employer cette nouvelle latitude dans les équations des §. 32 & 33, il ne s'agit que d'évaluer, d'après cette hypothèse, une nouvelle valeur de l , par le moyen de l'équation

$$l = r \times \frac{\sin. (\text{latitude de la Lune})}{\pi}$$

Ce moyen est, sans contredit, le plus simple lorsqu'on ne veut calculer qu'une seule observation. Si cependant on vouloit comparer plusieurs observations, je ne fais s'il ne seroit pas plus expéditif d'employer toujours les valeurs hypothétiques de l ; sauf à déterminer la correction qu'il faudroit faire à ce premier résultat, relativement à la différence entre la latitude hypothétique; & la latitude conclue (§. 31), ainsi que je le ferai voir dans
une

une des sections suivantes. Au reste, ces deux méthodes sont absolument parallèles.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives aux présentes recherches.

<u>R.</u>	<u>E.</u>
$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{q\phi}{r} = 9,9413642. \\ \frac{p\omega}{r} = 9,6844665. \\ \frac{pp\phi}{r^2} = 8,8692080. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} (E_1) \\ \xi = 99993. \\ (E_2) \\ \frac{p\pi}{r} = 7,1201654. \\ (E_3) \\ \frac{pq\pi}{r^2} = 8,1972150. \\ (E_4) \\ \frac{\gamma\pi}{3600''^2} = 2,3845945. \end{array} \right.$
$\text{Log.} \frac{\zeta\pi}{\psi} = 8,1971468.$	$\text{Log.} \frac{r}{\psi} = 9,0021835.$

<u>S.</u>	
$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (S_1) \\ \frac{q\omega}{r} = 9,6804851. \\ (S_2) \\ \frac{p\phi}{r} = 9,9453456. \\ (S_3) \\ \frac{pp\omega}{r^2} = 8,6083289. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta r}{\zeta\pi} = 0,8051411. \\ \frac{\psi r}{\zeta\pi} = 1,8028532. \\ \frac{3600''\zeta}{\eta} = 6,8509781. \\ \frac{r^2}{\zeta\pi} = 1,8050367. \end{array} \right.$

Valeurs hypothétiques de $\frac{\psi l}{\zeta}$ & de $\frac{\theta l}{\zeta}$:

$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73035.$$

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7342.$$

E X E M P L E.

(39.) Je suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé, dans l'observatoire de M. Short, à Londres, une plus courte distance des centres de $1^{\circ} 21''{,}4$ à $10^h 30' 44''$ du matin (S. 18); que de plus, la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit $10^h 21' 28''$ du matin dans un lieu Z'; on demande la valeur du terme hypothétique de la latitude de la Lune, & de la différence en longitude de l'observatoire de M. Short, & du lieu Z'.

SOLUTION. Par la supposition, on comptoit $10^h 30' 44''$ du matin, dans l'observatoire de M. Short, à l'instant de l'observation; donc $\tau = 22^h 30' 44''$. On comptoit $10^h 21' 28''$ du matin dans le lieu Z', à l'instant de la conjonction; donc $Z = 22^h 21' 28''$; donc $\tau - Z = + 0^h 9' 16''$. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d 31' 0''$ boréale, sa latitude corrigée est donc de $51^d 21' 33''$. L'angle horaire à l'instant de l'observation étoit de $337^d 41' 0''$, & la distance des centres de $1^{\circ} 21''{,}4$; donc

$s = \sinus \quad 51^d 21' 33'' \dots \text{posit.}$	{	$s = 9,8926912.$
$c = \cosin. \quad 51. 21. 33 \dots \text{posit.}$		$c = 9,7954889.$
$g = \sinus \quad 337. 41. 0 \dots \text{négat.}$		$g = 9,5794695.$
$h = \cosin. \quad 337. 41. 0 \dots \text{posit.}$		$h = 9,9661884.$
$\lambda = \text{tang.} \quad 0. 1. 21,4 \dots \text{posit.}$		$c g = 19,3749584.$
		$c h = 19,7616773.$
		$\lambda = 6,5975000.$

Puisque d'ailleurs il s'agit d'une plus courte distance des centres; je cherche par la formule du (S. 25), l'angle de comparaison correspondant à cette plus courte distance, & j'ai

$m = \sinus \quad 281^d 39' 49'' \dots \text{négat.}$	{	$m = 9,9909385.$
$n = \cosin. \quad 281. 39. 49 \dots \text{posit.}$		$n = 9,3057067.$
		$\frac{nr}{m} = 9,3147682.$

De plus, comme le lieu Z' n'est pas fort éloigné de l'Observatoire de M. Short, on a à peu-près

$$b' = + 556'', \log. b' = 5,7450748, \log. b'^2 = 11,4901496.$$

TYPE du Calcul.

DÉTERMINATION de la Latitude de la Lune.

$$R = + (R_1) + (R_2) - (R_3).$$

(R 1)	(R 2)	(R 3)
9,8926912...log. s.	19,3749584...log. cg .	19,7616773...log. ch .
9,9413642.	9,6844665.	8,8692080.
9,8340554...log. 68243.	9,0594249...log. 11466.	8,6308853...log. 4274.

$$R = + 75435 \dots \log. R = 9,8775729.$$

$$E = + (E_1) - (E_2) - (E_3) - (E_4) \dots (E_1) = 99993:$$

(E 2)	(E 3)	(E 4)
9,8926912...log. s.	19,7616773...log. ch .	11,4901496...log. b'^2 .
7,1201654.	8,1972150.	2,3845945.
7,0128566...log. 103.	7,9588923...log. 910.	3,8747441...log. quantité nég'ive.

$$E = + 98980 \dots \log. E = 9,9955474.$$

$$\text{fin. (latitude de la Lune)} = + (\text{fin. 1}) - (\text{fin. 2}).$$

(fin. 1)	(fin. 2)
9,8775729...log. R.	9,9955474...log. E.
8,1971468...log. $\frac{\zeta \pi}{\downarrow}$.	6,5975000...log. λ .
8,0747197...log. 1187,7.	9,9909385...log. m .
	0,0021835...log. $\frac{r}{\downarrow}$.
	6,5861694...log. 38,6.

$$\text{fin. (latit. C)} = \left\{ \begin{array}{l} + 1187,7 \\ - 38,6 \\ + 1149,1 \end{array} \right\} \dots \log. \text{fin. (latit. C)} = 8,0603578.$$

$$\text{Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction} = 39' 30'', 3.$$

DÉTERMINATION de γ .

$$S = + (S\ 1) - (S\ 2) - (S\ 3).$$

(S 1)	(S 2)	(S 3)
9,8926912...log. s :	19,3749584...log. cg .	19,7616773...log. ch .
<u>9,6804851.</u>	<u>9,9453456.</u>	<u>8,6083289.</u>
9,5731763...log. 37426.	9,3203040...log. 20908.	8,3700062...log. 23441

$$S = + 14174 \dots \dots \dots \log. S = 9,1514924.$$

$\frac{\theta l}{\zeta}$ ou $\frac{\theta r}{\zeta \pi}$ fin. (latit. de la \odot).	$\frac{\downarrow l}{\zeta}$ ou $\frac{\downarrow r}{\zeta \pi}$ fin. (latit. de la \odot).
8,0603578...log. fin. (latit. de la \odot)	8,0603578...log. fin. (latit. \odot)
<u>0,8051411...log. $\frac{\theta r}{\zeta \pi}$.</u>	<u>1,8028532...log. $\frac{\downarrow r}{\zeta \pi}$.</u>
8,8654989...log. 7337.	9,8632110...log. 72981.

$$\frac{\theta l}{\zeta} = + 7337.$$

$$\frac{\downarrow l}{\zeta} = + 72981.$$

$$\frac{\theta l}{\zeta} - S = - 6837.$$

$$\frac{\downarrow l}{\zeta} - R = - 2454.$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\theta l}{\zeta} - S = 8,8348653. \\ \frac{\downarrow l}{\zeta} - R = 8,3898746. \end{cases}$$

$$\gamma = + (\gamma 1) - (\gamma 2) - (\gamma 3) - (\gamma 4) \dots (\gamma 1) - (\gamma 2) = + 0^h 9' 16''.$$

(y 3)	(y 4)
8,8348653...log. ($\frac{\theta l}{\zeta} - S$).	8,3898746...log. ($\frac{\downarrow l}{\zeta} - R$).
<u>6,8509781...log. $\frac{3600''\zeta}{n}$.</u>	<u>9,3147682...log. $\frac{n r}{m}$.</u>
5,6858434...log. 485",1.	6,8509781...log. $\frac{3600''\zeta}{n}$.
	<u>4,5556209...log. 35",9.</u>

$$\gamma = \left\{ \begin{array}{l} + 0^h 9' 16'',0 \\ - 0. 8. 5,1 \\ - 0. 0. 35,9 \end{array} \right\} = + 0^h 0' 35'',0.$$

(40.) D'après ces calculs, il sembleroit que l'observatoire de M. Short seroit plus oriental de 35 secondes de temps, que le lieu qui comptoit $10^h 21' 28''$ du matin, à l'instant de la

conjonction ; quoique cependant il y ait tout lieu de croire, d'après une multitude d'observations, que ces deux endroits coïncident. Cette différence de résultats ne doit donner aucune inquiétude, puisque le véritable instant de la plus grande phase est très-difficile à saisir ; attendu que vers cette phase la grandeur de l'Eclipse est stationnaire pendant quelque temps. D'ailleurs la forme même de l'observation de M. Short démontre que l'instant donné comme celui de la plus courte distance des centres, est réellement postérieur à celui de la véritable plus grande phase, ainsi que je le ferai voir (§. 64, 65 & 66).

(41.) Dans le calcul de y , si l'on eût employé les valeurs hypothétiques de $\frac{\theta l}{\zeta}$ & de $\frac{\psi l}{\zeta}$ du §. 38, on auroit eu

$$\begin{array}{l} \frac{\theta l}{\zeta} - S = - 6832. \\ \frac{\psi l}{\zeta} - R = - 2400. \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta l}{\zeta} - S = 8,8345479. \\ \frac{\psi l}{\zeta} - R = 8,3802112. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$y = + 0^h 0' 36'',1.$$

Cette valeur diffère de $1'',1$ de celle déterminée (§. 39); mais on ne doit pas oublier que cette valeur doit être corrigée par la formule de la *section treizième*. On verra dans la suite que si l'on nomme d (latit. \odot) la différence entre la latitude de la Lune trouvée par le calcul, & la latitude hypothétique; on aura relativement à l'observation de Londres,

$$d y = 0,671 d \text{ (latitude de la } \odot \text{)};$$

la latitude hypothétique est de $39' 32''$ (§. 5); la latitude déterminée par le calcul du §. 39, est de $39' 30'',3$; donc

d (latitude \odot) = $-1'',7$; donc $dy = -1'',7 \times 0,671 = -1'',1$; donc

$$\left\| \begin{array}{l} y + d y = \left\{ \begin{array}{l} + 0^h 0' 36'',1 \\ - 0 \quad 0 \quad 1,1 \end{array} \right\} = + 0^h 0' 35'',0. \end{array} \right.$$

On voit par-là avec quelle précision les deux manières de calculer coïncident entr'elles.

(42.) Si l'on appliquoit le calcul à l'observation de Toulou'e; on trouveroit

$$R = +69445. \quad S = +4212. \quad E = +98857. \quad \lambda = \text{tang. } 2' 8'', 8. \\ m = \sinus 104^d 5' 22'' \dots \text{positif.} \quad n = \cosinus 104^d 5' 22'' \dots \text{négatif.}$$

Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction = $39' 39'', 5$.

$$y = + 0^h 7' 23'', 8.$$

Si l'on eût employé dans le calcul, les valeurs hypothétiques de $\frac{\psi^l}{\zeta}$ & de $\frac{\theta^l}{\zeta}$ du §. 38, on auroit trouvé

$$y = + 0^h 7' 18'', 0.$$

(43.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'éclipse, les formules précédentes donneroient rigoureusement l'expression de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur; & c'est sous ce point de vue que l'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Il est cependant difficile de se refuser à l'évidence, que ces équations renferment des quantités sur lesquelles il peut y avoir quelqu'incertitude. Je regarderai donc ce premier calcul comme un résultat purement hypothétique, & je vais parcourir les différentes corrections que l'on doit faire, pour avoir l'expression la plus générale & la plus rigoureuse, de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur.

(44.) Dans les différenciations successives que je ferai subir aux équations des (§. 31, 32, 33), je regarderai E comme constant, conformément à ce que j'ai démontré dans mon *VIII.^e Année 1770. Mémoire* (§. 51 & 52). Je supposerai aussi que l'erreur sur l'expression de ζ , ne dépend que de l'erreur sur la parallaxe du Soleil, ainsi que je l'ai fait voir (§. 53) du même Mémoire. J'observerai enfin que dans le calcul des termes hypothétiques, (c'est ainsi que je désignerai désormais les résultats du §. 39) si au lieu d'employer la distance observée des centres, on avoit employé la distance corrigée par les formules des §. 55 & 56 de mon *VIII.^e Mémoire*, il ne seroit pas nécessaire de faire usage des corrections des deux sections suivantes.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur, relativement à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction, jusqu'à celui de l'observation.

(45.) Dans le calcul du *terme hypothétique*, j'ai prescrit d'employer la parallaxe particulière de la Lune qui a lieu à l'instant de la conjonction. On voit que cette supposition pourroit être inexacte. En effet, à l'instant de l'observation, la Lune peut ne pas avoir la même parallaxe horizontale qu'à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(46.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y des paragraphes précédens; il sera aisé de voir que dans l'expression de y du (§. 32), il n'entre aucune quantité qui renferme la parallaxe de la Lune correspondante à l'instant de l'observation; car la parallaxe qui entre dans l'expression des quantités n & l , est la parallaxe particulière de l'instant de la conjonction. La variation de la parallaxe de la Lune dans l'intervalle écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation, n'affecte donc pas la quantité y que l'on tire de ce paragraphe. Quant au sinus de la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, pour déterminer quel terme dans son expression, renferme la parallaxe de la Lune correspondante à l'instant de l'observation, je mets cette expression sous la forme suivante,

$$\sin. (\text{latit. } \mathbb{C}) = \left(\frac{\lambda m E}{\zeta \pi} + R \right) \frac{\zeta \sin. (\text{par. hor. pol. } \mathbb{C} \text{ à l'instant de la conj.})}{\downarrow r}.$$

Soit donc

var. hor. (parall. horiz. pol. de la \mathbb{C}) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

d (latitude de la \mathbb{C}) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction. évaluée en secondes de degré.

b' , le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation (*c*).

Si l'on suppose de plus, cosinus (latitude de la Lune) = r , & fin. (parall. horiz. polaire de la \odot à l'instant de la conjonction) = π , attendu

l'erreur inappréciable qui en résulte dans le calcul, on aura

$$d(\text{latit. de la } \odot) = - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda m E}{\psi r \pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la } \odot).$$

(47.) Quoique l'expression de y du (§. 32), ne soit point affectée de la variation de la parallaxe de la Lune dans l'intervalle écoulé entre l'instant de l'observation & l'instant de la conjonction, il n'en est pas de même de l'expression de y du (§. 33); il est aisé de voir que l'on a dans ce cas, $dy = 3600'' \times \frac{\lambda n E d\pi}{n r \pi^2}$; mais

$$d\pi = \frac{b'}{3600''} r \times \frac{\text{var. hor. (parall. horiz. polaire)}}{206265''}, \text{ donc}$$

$$dy = \frac{b'}{206265''} \times \frac{\lambda n E}{n \pi^2} \text{ var. hor. (parall. horiz. polaire de la } \odot),$$

Dans l'usage de ces formules, E , m & n ont le signe déterminé par les équations qui donnent ces valeurs; λ , π , ψ , n , r , sont toujours positifs; la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, & b' peuvent être positifs ou négatifs.

La quantité b' est positive, lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule; elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, on peut voir ce que j'ai dit relativement à son signe, (§. 8).

(48.) d (latitude de la Lune) positif, apprend que la latitude de la Lune est plus boréale ou moins australe, qu'on ne l'avoit

(*c*) Dans cette recherche, & dans celle de la section suivante, comme il n'est pas nécessaire que b' soit déterminée avec la dernière exactitude, on peut employer la distance à la con-

jonction donnée par les Tables, ou plus exactement encore, la valeur de b donnée par les formules des §. 32 ou 33.

supposé

supposé dans le calcul du *terme hypothétique*; d (latitude de la Lune) est négatif dans les cas contraires.

dy positif fait connoître que le lieu z' est plus oriental que ne l'avoit indiqué le *terme hypothétique*; dy négatif fait connoître que le lieu z' est plus occidental.

Je ne répéterai plus désormais ces dernières remarques qui s'appliquent, non-seulement aux calculs de la présente section, mais encore à ceux des sections suivantes.

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

var. hor. (parall. horiz. de la Lune) = $-0",5$.

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{r^2 \text{ var. hor. (parall. horizont. de la Lune)}}{3600'' \downarrow \pi} = 7,9485480. \\ \frac{r^4 \text{ var. hor. (parall. horizont. de la Lune)}}{206265'' \pi^2} = 8,2879538. \end{array} \right.$$

EXEMPLE.

(49.) Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de d (latitude de la Lune), & de dy , relativement à l'observation de Londres déjà discutée (§. 39).

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{ll} E = + 98980. & \\ m = \sinus \ 281^d \ 39' \ 49'',0... \text{nég.} & \\ n = \cosin. \ 281. \ 39. \ 49,0... \text{posit.} & \\ \lambda = \tan g. \ 0. \ 1. \ 21,4... \text{posit.} & \\ b' = + 556''. & \end{array} \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} E = 9,9955474. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \lambda = 6,5975000. \\ b' = 5,7450748. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

d (latitude de la Lune) = $- \&c.$ $dy = - \&c.$

$32,3290607... \log. b' \wedge m E.$ $31,6438289... \log. b' \wedge n E.$

$7,9485480.$ $8,2879538.$

$0,2776087... \log. 0''002.$

$9,9317827... \log. \text{quantité néglig.}$

d (latitude de la Lune) = $- 0'',002;$ $dy = 0.$

Mém. 1771.

S

Ce calcul nous apprend que si l'on veut avoir égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation de Londres, il faudra diminuer de $0'',002$ la latitude de la Lune déterminée par le calcul du §. 39; & que cette variation n'influe point du tout sur la valeur de y du §. 33; puisque le logarithme $9,9317827$, de la variation de y , est réellement un logarithme négatif, qui par conséquent (§. 7) indique un nombre de secondes que l'on doit négliger; car la formule démontre que la caractéristique de ce logarithme doit être diminuée de 10. On voit donc que, relativement à l'observation de Londres, on auroit pu se dispenser de ces derniers calculs, comme il étoit aisé de le prévoir d'avance, attendu la grande proximité des instans de la conjonction & de l'observation. On trouveroit la même chose pour l'observation de Toulouse.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, relativement à la variation de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.

(50.) Dans le calcul du *terme hypothétique*, j'ai prescrit d'employer la déclinaison particulière du Soleil, qui a lieu à l'instant de la conjonction. Cette supposition pourroit être inexacte; en effet, il est probable qu'à l'instant de l'observation, le Soleil n'a pas la même déclinaison qu'à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(51.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32; & du sinus de la latitude de la Lune du §. 31: on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R & S ; on a donc (§. 31 & 32).

$$d \sin. (\text{latit. } \odot) = \frac{\zeta \pi d R}{\downarrow r};$$

$$dy = - \frac{3600'' \zeta}{nr} dS + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{n}{m} dR.$$

Soit maintenant

$$M = \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g p p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right);$$

$$N = \frac{\downarrow q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g p p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \downarrow}{r \chi} \right),$$

Soit d'ailleurs

Var. hor. (déclin. du Soleil), la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré;

b' le nombre de secondes horaires, écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation.

Si l'on suppose de plus, cosinus (latitude de la Lune) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; comme dans ces suppositions

$$d \sin. (\text{latitude de la Lune}) = \frac{r d (\text{latitude de la Lune})}{206265''},$$

$$dR = + \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{Var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''};$$

$$dS = - \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{Var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''};$$

On aura

$$d (\text{latit. de la } \odot) = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\zeta \pi M}{\downarrow r^2} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot),$$

$$dy = \frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta}{nr} \left(N + \frac{Mn}{m} \right) \text{ var. hor. (déclin. du } \odot),$$

ou, ce qui revient au même,

$$d (\text{latit. de la } \odot) = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon^r}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot),$$

$$dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil),}$$

En supposant d'ailleurs

$$\varepsilon^* = \frac{(\varepsilon^* 1)}{\downarrow r} \zeta \pi M (f);$$

$$\varepsilon = \frac{(\varepsilon 1)}{206265''} \zeta N + \frac{3600'' \zeta}{206265''} \times \frac{(\varepsilon 2)}{m} M n.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\varepsilon = \frac{3600'' \zeta}{206265''} (\varepsilon 1) \times N.$$

(52.) J'ai dit que

$$dR = + \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''},$$

& que

$$dS = - \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''}.$$

Rien de plus simple que la démonstration de cette proposition; en effet, puisque

$$R = \frac{qz\phi}{r^2} - \frac{cgp\omega}{r^3} - \frac{chpp\phi}{r^4};$$

$$S = \frac{qz\omega}{r^2} + \frac{cgp\phi}{r^3} - \frac{chpp\omega}{r^4};$$

on peut conclure que si l'on conserve les définitions de A & de F de mes précédens Mémoires: on a

$$R = \frac{\downarrow l}{\zeta} - A; S = \frac{\delta l}{\zeta} - F;$$

donc; en général,

$$dR = -dA + d\frac{\downarrow l}{\zeta}; dS = -dF + d\frac{\delta l}{\zeta};$$

donc, relativement à la question présente, $dR = -dA$; $dS = -dF$; en entendant, ainsi que je le fais, par dA ,

(f) Dans le cours de ce Mémoire, j'ai surmonté d'un astérisque les quantités ε , Δ , &c. relatives à la Latitude de la Lune, pour les distinguer des mêmes quantités relatives à la Longitude de l'Observateur.

& par dF , les différentielles de A & de F prises en n'ayant point égard dans la différenciation de ces quantités, à la variation des termes $\frac{\psi^1}{\zeta}$, $\frac{\theta^1}{\zeta}$. Donc &c. (*VIII.^e Mémoire*, §. 76). Année 1770.

Cette remarque s'applique d'avance à plusieurs paragraphes suivans, & en général à toutes les questions dans lesquelles ψ , θ , l & ζ , ne seront pas regardées comme variables.

(53.) On peut remarquer que dans l'expression du sinus de la latitude de la Lune du §. 31, & dans celles de y des §. 32 & 33, il entre le sinus & le cosinus de l'angle que j'ai défini *angle de comparaison*. Cet angle paroît dépendre des différens élémens de l'Éclipse; il semble donc, au premier coup d'œil, qu'on devroit le regarder comme variable, dans la question présente & dans toutes celles qui vont suivre. Comme je réserve à détailler dans une section particulière, ce qui est relatif à la variation de cet angle, on voit la raison pour laquelle je n'ai point eu égard à cette variation dans le Problème dont il s'agit.

(54.) Dans l'usage de ces formules, ζ , π , ψ , n , r , sont toujours positifs; M , N , m , n , ont le signe déterminé par les équations qui donnent ces valeurs.

La quantité b' est positive lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule, elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, on peut voir ce que j'ai dit, relativement à son signe (§. 8).

Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les valeurs de M & de N ; je renvoie aux §. 77 & 78 de mon *VIII.^e Mémoire*. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

Variation horaire de la déclinaison du Soleil = $58''$, S.^o

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\zeta \pi}{\psi} = 8,1971468. \\ \frac{r \text{ var. hor. (déclin. } \odot)}{3600''} = 8,2071255. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265''^2} = 8,5365526. \end{array} \right.$$

E X E M P L E.

(55.) On demande quelles étoient les valeurs de d (latitude ζ) & de $d y$, relativement à l'observation de Londres, déjà discutée §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{l} M = - 53691. \\ N = + 45984. \\ m = \sinus \quad 281^{\text{d}} \quad 39' \quad 49'' \text{..nég.} \\ n = \cosinus \quad 281. \quad 39. \quad 49 \text{...posit.} \\ \frac{nr}{m} = \cotang. \quad 281. \quad 39. \quad 49 \text{...nég.} \\ b' = + 556''. \end{array} \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} M = 9,7299015. \\ N = 9,6623233. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{nr}{m} = 9,3147682. \\ b' = 5,7450748. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{rcl} \epsilon^* = - (\epsilon^* 1) & d(\text{latitude de la Lune}) = - \&c. & \\ 9,7299015 \dots \log. M. & 5,7450748 \dots \log. b'. & \\ 8,1971468 \dots \log. \frac{\zeta \pi}{\downarrow} & 7,9270483 \dots \log. \epsilon^*. & \\ \hline 7,9270483 \dots \log. 845. & 8,2071255. & \\ & \hline & 1,8792486 \dots \log. 0'',076. & \\ \epsilon^* = - 845. & d(\text{latitude de la Lune}) = - 0'',076. & \end{array}$$

$$\epsilon = + (\epsilon 1) + (\epsilon 2).$$

$$\begin{array}{rcl} (\epsilon 1) & & (\epsilon 2) \\ 9,6623233 \dots \log. N. & & 9,7299015 \dots \log. M. \\ 8,5365526 \dots \log. \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n} & & 9,3147682 \dots \log. \frac{nr}{m} \\ \hline 8,1988759 \dots \log. 1581. & & 8,5365526 \dots \log. \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n} \\ & & \hline & & 7,5812223 \dots \log. 381. \end{array}$$

$$\epsilon = + 1962 \dots \text{Log. } \epsilon = 8,2926990.$$

$$d y = + \text{ \&c. }$$

$$5,7450748 \dots \log. b'$$

$$8,2926990 \dots \log. \epsilon$$

$$8,2071255 \dots \log. \frac{r \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)}}{3600''}$$

$$2,2448993 \dots \log. 0'',176.$$

$$d y = + 0'',176.$$

On voit par ce calcul, que dans le cas particulier dont il s'agit, la variation de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, n'a presque point influé sur les résultats; comme il étoit aisé de le prévoir d'avance, attendu la grande proximité des deux instans.

Si l'on eût cherché la valeur de $d y$, relativement à l'équation du §. 33, on auroit eu, pour l'observation de Londres,

$$\epsilon = + 1581.$$

$$d y = + 0'',142.$$

Relativement à l'observation de Toulouse, on avoit

$$d(\text{lat. } \odot) = + 0'',034; d y = - 0'',077; \text{ ou } (\S. 33) d y = - 0'',058.$$

SECTION SIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait point employé, dans le calcul de ce terme, la véritable déclinaison du Soleil qui avoit lieu à l'instant de la conjonction.

(56.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique*, on n'ait pas employé la véritable déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit

d (déclin. du Soleil) la différence entre la véritable déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, & celle que l'on a employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Je suppose cette différence évaluée en secondes de degré.

Et conservons toutes les définitions de la section précédente.

Puisque dans la présente section, j'ai nommé d (déclin. du ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil qui, dans la section précédente, avoit pour expression $\frac{1''}{3600''}$ var. hor. (déclin. du ☉); on aura

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = \frac{\epsilon^*}{r} d \text{ (déclinaison du Soleil),}$$

$$d y = \frac{\epsilon}{r} d \text{ (déclin. du Soleil).}$$

(57). Dans l'usage de la formule,

d (déclin. du Soleil) est positif, lorsque la nouvelle déclinaison du Soleil, d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (déclin. du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit (S. 55), relativement à l'observation de Londres déjà discutée (S. 39),

$$\epsilon^* = -845, \quad \epsilon = +1962.$$

ou relativement à l'expression de y du S. 33,

$$\epsilon = +1581.$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$M = -62509. \quad N = +48517. \quad \epsilon^* = -984. \quad \epsilon = +2209.$$

ou relativement à l'expression de y du S. 33,

$$\epsilon = +1669.$$

SECTION SEPTIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur l'heure précise de l'Observation.

(58.) Lorsque l'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans l'heure précise que l'on comptoit à l'instant

l'instant de la phase observée, soit que cette erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'Observateur, ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Je vais donner des formules pour y avoir égard dans la détermination de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur. Ces corrections seront d'autant plus utiles, que l'on a principalement en vue dans ces recherches, ce qui regarde particulièrement les plus courtes distances des centres. La quantité éclipsée du disque du Soleil étant sensiblement stationnaire pendant quelque temps vers le milieu de l'Éclipse, on doit sentir qu'il est très-facile de se tromper sur le véritable instant de la plus grande phase.

(59.) Rien de plus simple que de déterminer l'erreur du *terme hypothétique* de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur. En effet, si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32, & du sinus de la latitude de la Lune du §. 31, on verra que relativement au Problème que nous considérons, les variables sont z , R & S ; on a donc (§. 31 & 32),

$$d \text{ sinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta \pi d R}{\downarrow r};$$

$$d y = d z - \frac{3600'' \zeta}{n r} d S + \frac{3600'' \zeta}{n r} d R.$$

Soit

d (instant de la phase) l'erreur sur l'instant précis de la phase, évaluée en secondes horaires.

$$C = \frac{c g p p \omega}{r^4} + \frac{c h p \phi}{r^3}; \quad D = \frac{c g p p \phi}{r^4} - \frac{c h p \omega}{r^3}.$$

Si l'on suppose de plus \cosinus (latitude de la Lune) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul. Comme dans cette hypothèse,

$$d z = d \text{ (instant de la phase),}$$

$$d \text{ sin. (latitude de la Lune)} = r \frac{d \text{ (latitude de la Lune)}}{206265''},$$

& que d'ailleurs

$$d R = \frac{15 d z}{206265''} \times D; \quad d S = \frac{15 d z}{206265''} \times C;$$

Mém. 1771.

T

puisque, conformément aux remarques du §. 52, dans le cas dont il s'agit, $dR = -dA$, $dS = -dF$, & que
Année 1770. (VIII.^e Mémoire, §. 82),

$$dA = -\frac{15 d\tau}{206265''} \times D; dF = -\frac{15 d\tau}{206265''} \times C;$$

on aura

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\Delta^*}{r} d(\text{instant de la phase});$$

$$dy = \frac{\Delta}{r} d(\text{instant de la phase});$$

en supposant d'ailleurs

$$\Delta^* = \frac{(\Delta^*)}{\downarrow r},$$

$$\Delta = r - \frac{(\Delta 1)}{206265''} \times C + \frac{(\Delta 2)}{206265''} \times \frac{n D}{m}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Delta = r - \frac{(\Delta 1)}{206265''} C.$$

(60.) Dans l'usage de ces formules,

d (instant de la phase) est positif, lorsque le nouvel instant d'après lequel on veut réformer le résultat du terme hypothétique, est postérieur à l'instant que l'on a employé dans le calcul.

d (instant de la phase) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de C & de D . Je renvoie aux §. 83 & 84 de mon
Année 1770. VIII.^e Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{15 \zeta \pi}{\downarrow} = 9,3732381. \\ \frac{54000'' \zeta r}{206265''} = 9,7126438. \end{cases}$$

E X E M P L E.

(61.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes, sur l'instant précis de la plus grande phase observée à Londres à 10^h 30' 44" du matin; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence aux résultats du terme hypothétique de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur, déterminées par le §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{lcl} C = + 49974. & & C = 9,6987441. \\ D = - 29690. & & D = 9,4726102. \\ m = \sin. 281^{\circ} 39' 49'' \text{..nég.} & \text{Log.} & m = 9,9909385. \\ z = \cos. 281. 39. 49 \text{...posit.} & & n = 9,3057067. \\ \frac{nr}{m} = \cot. 281. 39. 49 \text{...nég.} & & \frac{nr}{m} = 9,3147682. \end{array}$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Delta^* = - (\Delta^* 1).$$

$$9,4726102 \dots \log. D.$$

$$\underline{9,3732381.}$$

$$8,8458483 \dots \log. 7012.$$

$$\Delta^* = - 7012.$$

$$d (\text{latitude de la } \odot) = - 0,070. d (\text{instant de la phase}).$$

$$\Delta = + (\Delta 1) - (\Delta 2) + (\Delta 3) \dots (\Delta 1) = 100000.$$

$$\begin{array}{l} (\Delta 2) \\ 9,6987441 \dots \log. C. \\ \underline{9,7126438.} \end{array}$$

$$9,4113879 \dots \log. 25788.$$

$$\begin{array}{l} (\Delta 3) \\ 9,4726102 \dots \log. D. \end{array}$$

$$9,3147682 \dots \log. \frac{nr}{m}.$$

$$\underline{9,7126438.}$$

$$8,5000222 \dots \log. 3162.$$

$$\Delta = + 77376.$$

$$dy = + 0,774. d (\text{instant de la phase}).$$

T ij

(62.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$(\Delta 2) = + 25786.$$

& par conséquent

$$\Delta = + 74214, \quad dy = + 0,742 \, d(\text{instant de la phase}).$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$C = + 57293, \quad D = - 34263, \quad \Delta^* = - 8092, \quad \Delta = + 74874;$$

ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\Delta = + 70437.$$

(63.) Lorsque l'on calcule par les méthodes précédentes une phase quelconque, il faut entendre par d (instant de la phase), l'erreur sur l'instant précis de l'observation; c'est-à-dire, la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de l'observation. Mais lorsqu'il s'agit d'une plus grande phase, c'est-à-dire lorsque l'on détermine l'angle de comparaison, par le moyen de la formule du §. 25; par d (instant de la phase) il ne faut pas entendre uniquement la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de l'observation, mais la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de la plus grande phase; de sorte que si l'on eût pris mal-à-propos l'instant de l'observation, pour l'instant de la plus grande phase, & que l'erreur de la pendule eût compensé cette méprise, d (instant de la phase) seroit égal à zéro. Cette remarque m'a paru assez importante pour mériter quelque attention.

(64.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de dy & de d (latitude de la Lune) du §. 59, on pourra voir que l'erreur sur l'instant de la phase influe d'une manière bien moins sensible sur la Latitude de la Lune que sur dy ; l'influence sur la première de ces quantités n'est qu'environ un dixième de l'influence sur la seconde. On peut donc, sans inconvénient, se servir des plus grandes phases, pour déterminer la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; mais il n'en est pas de même de la Longitude de l'Observateur. Cet élément est affecté d'une manière très-sensible de l'erreur sur l'instant précis de la

plus grande phase; erreur dont il me paroît difficile de se garantir. Au reste, il ne seroit peut-être pas impossible de diminuer beaucoup cette erreur, en concluant le milieu de l'Éclipse, non d'une observation directe, mais de la comparaison de distances égales des limbes ou des cornes, faites avant & après le milieu de l'Éclipse; je laisse aux Astronomes à prononcer sur ces moyens.

(65.) Appliquons ces remarques à l'observation de Londres, que je vais d'abord mettre sous les yeux.

Observation de Londres.

<i>Heure vraie.</i>	<i>Distances des limbes.</i>
10 ^h 26' 10"	2' 58",7.
10. 28. 28	2. 31,3.
10. 30. 44	2. 26,2 plus courte distance observée.

Ce dernier instant a été regardé par M. Short, comme celui de la plus grande phase, & j'en ai conclu (§. 18) que la distance des centres étoit alors de 1' 21",4.

J'ai fait voir (§. 39) que cette observation donnoit pour la Latitude de la Lune 39' 30",3; c'est à 1",7 près celle que j'ai conclue de la totalité presque entière des observations faites en Europe le 1.^{er} Avril 1764. Mais cette même observation donne 35 secondes pour différence de Longitude entre l'observatoire de M. Short & le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin, à l'instant de la conjonction. Cette différence devroit être nulle d'après les autres observations; il faut donc que ces observations donnent toutes un résultat inexact, ou que l'on n'ait pas saisi le véritable instant de la plus grande phase: arrêtons-nous à cette dernière hypothèse.

(66.) Puisque l'observatoire de M. Short ne peut pas avoir deux Longitudes différentes; on a

$$+ 35'' + 0,774 \, d(\text{instant de la plus grande phase}) = 0;$$

donc.

$$d(\text{instant de la plus grande phase}) = - 46'',3.$$

Si ce calcul est exact, la plus grande phase est réellement

arrivée à Londres à $10^h 29' 58''$, & non à $10^h 30' 44''$, ainsi qu'on l'a supposé d'abord. Nous examinerons par la suite si cette conjecture est fondée.

SECTION HUITIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, la véritable Latitude du lieu où l'on a observé.

(67.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable latitude du lieu où l'on a observé; je vais donner des formules pour avoir égard à cette erreur.

Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32, & du sinus de la latitude de la Lune du §. 31, on verra que relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R & S ; on a donc (§. 31 & 32),

$$d \sinus (\text{latitude de la Lune}) = \frac{\zeta \pi dR}{\downarrow r};$$

$$dy = - \frac{3600'' \zeta}{nr} dS + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{\pi}{m} dR.$$

Soit

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu, évaluée en secondes de degré.

$$G = \frac{q\omega c}{r^2} - \frac{p\phi g s}{r^3} + \frac{p\rho h s}{r^4}.$$

$$H = \frac{q\phi c}{r^2} + \frac{p\omega g s}{r^3} + \frac{p\rho \phi h s}{r^4}.$$

Puisque dans le cas dont il s'agit (§. 52) $dR = -dA$,
Année 1770. $dS = -dF$; que (VIII.^e Mémoire §. 85),

$$dA = - \frac{H \times d (\text{latitude de l'observatoire})}{206265''};$$

$$dF = - \frac{G \times d (\text{latitude de l'observatoire})}{206265''};$$

& que de plus on peut supposer, sans erreur appréciable,
 $\cosinus (\text{latitude de la Lune}) = r$;

on aura

$$d \text{ (latitude } \mathbb{C}) = \frac{\beta^*}{r} d \text{ (latitude de l'observatoire),}$$

$$d y = \frac{\beta}{r} d \text{ (latitude de l'observatoire),}$$

en supposant d'ailleurs

$$\beta^* = \frac{(\beta^* 1) \zeta \pi H}{\psi r};$$

$$\beta = - \frac{(\beta 1) 3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times G + \frac{(\beta 2) 3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{\pi H}{m}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\beta = - \frac{(\beta 1) 3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times G.$$

(68.) Dans l'usage de ces formules,

d (latitude de l'Observatoire) est positif, lorsque la nouvelle latitude, d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (latitude de l'Observatoire) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de G & de H ; je renvoie aux §. 86 & 87 de mon *VIII.^e Mémoire*; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse Année 1770^e du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\zeta \pi}{\psi} = 8,1971468. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta} = 8,5365526. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(69.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé de quelques minutes sur la latitude de Londres; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence aux résultats du *terme*

hypothétique de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur, déterminées par le §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{l} G = + 59005. \\ H = + 45561. \\ m = \sinus. 281^{\circ} 39' 49'' \dots \text{nég.} \\ n = \cosin. 281. 39. 49 \dots \text{posit.} \\ \frac{n}{m} = \cotang. 281. 39. 49 \dots \text{nég.} \end{array} \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} G = 9,7708888. \\ H = 9,6585932. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{n}{m} = 9,3147682. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{r} \beta^* + (\beta^* 1). \\ 9,6585932 \dots \log. H. \\ 8,1971468. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,8557400 \dots \log. 717. \\ \beta^* = + 717. \end{array}$$

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = + 0,007. d \text{ (latitude de l'observatoire);}$$

$$\beta = - (\beta 1) - (\beta 2).$$

$$\begin{array}{r} (\beta 1) \\ 9,7708888 \dots \log. G. \\ 8,5365526. \end{array}$$

$$8,3074414 \dots \log. 2030.$$

$$\begin{array}{r} (\beta 2) \\ 9,6585932 \dots \log. H. \\ 9,3147682 \dots \log. \frac{n}{m}. \end{array}$$

$$8,5365526.$$

$$7,5099140 \dots \log. 324.$$

$$\beta = - 2354.$$

$$d y = - 0,024. d \text{ (latitude de Londres).}$$

(70.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu $\beta = - 2030$, & par conséquent

$$d y = - 0,020 d \text{ (latitude de Londres).}$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$G = + 62002$, $H = + 54567$, $\beta^* = + 859$, $\beta = - 2604$,
ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\beta = - 2133.$$

SECTION

SECTION NEUVIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport des axes de la Terre.

(71.) Je suppose que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé le véritable rapport des axes de la Terre; je me propose dans cette section de déterminer l'erreur qui en résulte. Je ne répéterai point ici les différentes réflexions exposées dans la Section septième de mon *VIII.^e Mémoire*, & par- Année 1770. ticulièrement ce que j'ai dit relativement au défaut d'ellipticité des méridiens terrestres, & de l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer; il est évident que ces mêmes réflexions s'appliquent à la question présente; je passe à la solution du Problème.

(72.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32, & du sinus de la Latitude de la Lune du §. 31, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R & S ; on a donc, (S. 31 & 32).

$$d \sin(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\zeta \pi dR}{\downarrow r};$$

$$dy = - \frac{3600'' \zeta}{nr} dS + \frac{3600'' \zeta}{nr} \frac{\pi dR}{m}.$$

Soit, comme dans la Section septième de mon *VIII.^e Mémoire*, Année 1770.

a une quantité linéaire égale à la cent-millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre), l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

$$P = \frac{q \omega c^2 s}{r^3 \rho} - \frac{c g \phi}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{c h p \omega}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r} \right);$$

$$Q = \frac{q \phi c^2 s}{r^3 \rho} + \frac{c g \omega}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{c h p \phi}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r} \right).$$

Mém. 1771.

V

Puisque dans le cas dont il s'agit §. 52, $dR = -dA$;

Année 1770. $dS = -dF$; que (VIII.^e Mémoire §. 89)

$$dA = \frac{aQ}{r} d(\text{demi-grand axe terrestre}),$$

$$dF = \frac{aP}{r} d(\text{demi-grand axe terrestre}),$$

& que de plus, on peut supposer sans erreur appréciable,

$$\cosinus (\text{latitude de la Lune}) = r,$$

on aura

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \varpi^* d(\text{demi-grand axe terrestre}),$$

$$dy = \varpi d(\text{demi-grand axe terrestre}),$$

en supposant d'ailleurs

$$\varpi^* = -206265'' \frac{\overset{(\varpi^* 1)}{\zeta \pi a}}{\downarrow r^3} \times Q,$$

$$\varpi = \frac{\overset{(\varpi 1)}{3600'' \zeta a}}{nr^2} \times P - \frac{\overset{(\varpi 2)}{3600'' \zeta a}}{nr^2} \times \frac{\pi Q}{m}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\varpi = \frac{\overset{(\varpi 1)}{3600'' \zeta a}}{nr^2} \times P.$$

(73.) Je ne répéterai point ce que j'ai dit dans mon VIII.^e Année 1770. Mémoire, §. 91, sur la manière d'évaluer dans tous les cas possibles, la quantité d (demi-grand axe terrestre); on peut relire ce paragraphe. Je ne donnerai pas non plus de Type de calcul pour déterminer les valeurs de P & de Q ; je renvoie aux §. 92 & 93 de ce Mémoire; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} 206265'' \frac{\zeta \pi a}{\downarrow r^3} = 1,5115723. \\ \frac{3600'' \zeta a}{nr} = 1,8509781. \end{cases}$$

E X E M P L E.

(74.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé sur la valeur du demi-grand axe terrestre, employé dans le calcul du terme hypothétique; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Observateur, déterminées par le §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{ll}
 P = + 51738. & \\
 Q = + 14945. & \\
 m = \sinus \quad 281^{\circ} 39' 49'' \text{ nég.} & \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} P = 9,7138096. \\ Q = 9,1744959. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{nr}{m} = 9,3147682. \end{array} \right. \\
 n = \cosinus \quad 281. 39. 49 \dots \text{posit.} & \\
 \frac{nr}{m} = \cotang. \quad 281. 39. 49 \dots \text{nég.} &
 \end{array}$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\omega^* = - (\omega^* 1)$$

$$9,1744959 \dots \log. Q.$$

$$\frac{1,5115723.}{0,6860682 \dots \log. 0'',005.}$$

$$\omega^* = - 0'',005.$$

$$d(\text{latitude de la Lune}) = - 0'',005 \quad d(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

$$\omega = + (\omega 1) + (\omega 2).$$

$$(\omega 1) \quad 9,7138096 \dots \log. P.$$

$$\frac{1,8509781.}{1,5647877 \dots \log. 0'',037.}$$

$$(\omega 2) \quad 9,1744959 \dots \log. Q.$$

$$9,3147682 \dots \log. \frac{nr}{m}.$$

$$\frac{1,8509781.}{0,3402422 \dots \log. 0'',002.}$$

$$\omega = + 0'',039.$$

$$dy = 0'',039 \quad d(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

(75.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu,

$$\varpi = 0'',037,$$

& par conséquent

$$dy = 0'',037 \text{ } d(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse;
 $P = + 59353$, $Q = + 17768$, $\varpi^* = - 0'',006$, $\varpi = + 0'',045$,
 ou relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\varpi = + 0'',042.$$

SECTION DIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en Latitude.

(76.) Il est évident que les réflexions que j'ai présentées dans
 Année 1770. mon VIII.^e Mémoire §. 98, relativement à l'erreur qui peut se glisser dans l'évaluation de l'inclinaison de l'orbite corrigée, s'appliquent à la question présente. On peut donc supposer que dans le calcul du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable inclinaison de l'orbite; je me propose dans cette Section de déterminer l'erreur qui en résulte.

(77.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32, & du sinus de la Latitude de la Lune du §. 31, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R , S , θ & ψ ; on a donc (§. 31 & 32),

$$d \sin. (\text{latit. de la } \odot) = \frac{\zeta \pi dR}{\downarrow r} - \frac{d\downarrow}{\downarrow} \times \sin. (\text{latitude de la Lune}),$$

$$d y = \frac{3600'' \zeta}{nr} d \left(\frac{\theta^l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{\pi}{m} d \left(\frac{\psi^l}{\zeta} - R \right).$$

Soit

d (inclinaison de l'orbite corrigée), l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degrés.

Puisque dans le cas dont il s'agit

$$d\left(\frac{\theta^I}{\zeta} - S\right) = dF; \quad d\left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R\right) = dA;$$

que de plus (VIII.^e Mémoire §. 99),

Année 1770.

$$dF = + \frac{d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \times \left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R\right),$$

$$dA = - \frac{d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \times \left(\frac{\theta^I}{\zeta} - S\right),$$

$$206265'' d\psi + \theta d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) = 0,$$

que par conséquent

$$dR = -dA + \frac{\theta}{\zeta} d\psi = -S \times d \frac{(\text{inclin. de l'orbite corr.})}{206265''},$$

& qu'enfin, on peut supposer sans erreur appréciable,

$$\cosinus (\text{latitude de la Lune}) = r;$$

on aura

$$d(\text{latit. de la } \odot) = \frac{\mu''}{r} d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}),$$

$$d\gamma = \frac{\mu}{r} d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}),$$

en supposant d'ailleurs

$$\mu^* = - \frac{\overset{(\mu^* 1)}{\zeta \pi S}}{\underset{\downarrow}{r}} + \frac{\overset{(\mu^* 2)}{\theta}}{\underset{\downarrow}{r}} \sinus (\text{latitude de la Lune}),$$

$$\mu = \overset{(\mu 1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R\right) + \overset{(\mu 2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{\pi}{m} \left(\frac{\theta^I}{\zeta} - S\right).$$

Si l'on vouloir faire usage de l'expression de γ du §. 33, on auroit

$$\mu = \overset{(\mu 1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R\right).$$

(78.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit (§. 101 & suiv. de mon VIII.^e Mémoire), relativement à la détermination de la valeur & du signe de d (inclinaison de l'orbite); on peut relire cette

Année 1770.

partie de mon ouvrage ; je ne donnerai pas non plus de Type de Calcul, pour déterminer les valeurs de $S, \frac{\downarrow l}{\zeta} - R,$ & $\frac{\theta l}{\zeta} - S$: je renvoie au §. 39 du présent Mémoire ; je remarquerai seulement que, lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\frac{\theta}{\downarrow} \sinus (\text{latitude de la Lune}) = 116.$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\zeta \pi}{\downarrow} = 8,1971468. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n} = 8,5365526. \end{array} \right.$$

Dans l'évaluation de la quantité $\frac{\theta}{\downarrow} \sinus (\text{latitude de la Lune})$, il faut avoir soin de donner au sinus de la Latitude de la Lune ; le signe qui lui convient ; c'est-à-dire, de le supposer positif, si la Latitude de la Lune est boréale, & de le supposer négatif, si cette Latitude est australe.

E X E M P L E.

(79.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé sur le rapport des mouvemens horaires ; on demande quelle correction l'on doit faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, déterminées par le §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$\begin{aligned} S &= + 14174. \\ \frac{\downarrow l}{\zeta} - R &= - 2400. \\ \frac{\theta l}{\zeta} - S &= - 6832. \\ m &= \sin. 281^d 39' 49'' \dots \text{nég.} \\ n &= \cos. 281. 39. 49 \dots \text{posit.} \\ \frac{nr}{m} &= \cot. 281. 39. 49 \dots \text{nég.} \end{aligned}$	$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \cdot \\ \end{array} \right.$	$\begin{aligned} S &= 9,1514924. \\ \frac{\downarrow l}{\zeta} - R &= 8,3802112. \\ \frac{\theta l}{\zeta} - S &= 8,8345479. \\ m &= 9,9909385. \\ n &= 9,3057067. \\ \frac{nr}{m} &= 9,2147682. \end{aligned}$
---	--	---

Donc

TYPE du Calcul,

$$\mu^* = - (\mu^* 1) + (\mu^* 2) \dots (\mu^* 2) = 116.$$

$$\begin{array}{r} (\mu^* 1) \\ 9,1514924 \dots \log. S. \\ 8,1971468. \\ \hline 7,3486392 \dots \log. 223. \end{array}$$

$$\mu^* = - 107.$$

d (latitude de la Lune) = $- 0,001$. d (inclin. de l'orbite corrigée).

$$\mu = - (\mu 1) + (\mu 2).$$

$$\begin{array}{r} (\mu 1) \\ 8,3802112 \dots \log. (\frac{\downarrow l}{\zeta} - R). \\ 8,5365526. \\ \hline 6,9167638 \dots \log. 83. \end{array} \quad \begin{array}{r} (\mu 2) \\ 8,8345479 \dots \log. (\frac{\theta l}{\zeta} - S). \\ 9,3147682 \dots \log. \frac{\pi r}{m}. \\ 8,5365526. \\ \hline 6,6858687 \dots \log. 49. \end{array}$$

$$\mu = - 34.$$

$d y = - 0,000$. d (inclinaison de l'orbite).

(80.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du $S. 33$, on auroit eu,

$$\mu = - 83.$$

& par conséquent

$d y = - 0,001$. d (inclinaison de l'orbite).

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$\begin{array}{l} S = + 4212, \\ \frac{\downarrow l}{\zeta} - R = + 3590, \quad \frac{\theta l}{\zeta} - S = + 3130, \end{array}$$

$$\mu^* = + 50, \quad = + 96,$$

ou relativement à l'expression de y du $S. 33$,

$$\mu = + 123.$$

(81.) Si l'on ne vouloit calculer qu'une seule observation, on pourroit substituer à $\frac{\theta'}{\zeta}$, & à $\frac{\psi'}{\zeta}$ les valeurs qui résultent du calcul du §. 39, au lieu d'employer, ainsi que je l'ai fait, les valeurs hypothétiques de ces quantités. Au reste, comme je donnerai dans la Section treizième de cet article, la méthode pour avoir égard à l'erreur de la Latitude de la Lune, & que d'ailleurs la différence entre la Latitude hypothétique, & celle déterminée par le §. 39, est trop petite pour influer d'une manière sensible sur le résultat; il est indifférent d'employer l'une ou l'autre de ces Latitudes.

SECTION ONZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil.

(82.) Quoique les Tables astronomiques paroissent devoir donner avec beaucoup de précision les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, & par conséquent le mouvement horaire de la Lune au Soleil; comme cependant ces Tables ne donnent pas toutes rigoureusement la même quantité, ainsi que je l'ai fait voir dans mon *VIII.^e Mémoire*, §. 106; on peut demander l'erreur du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on croie devoir employer des mouvemens horaires un peu différens de ceux employés dans le premier calcul. J'ai dit l'erreur de la Longitude de l'Observateur, & non pas l'erreur de la Latitude de la Lune; car il est aisé de voir, par la forme des équations, que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, n'influe en aucune façon sur la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction. Je passe à la solution du Problème.

(83.) Puisque dans le cas que nous considérons, n est la seule
inconnue

inconnue du Problème, si l'on différencie l'équation du §. 32, on aura

$$dy = - \frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times \left[\frac{\theta^I}{\zeta} - S - \frac{n}{m} \left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R \right) \right] dn.$$

Soit

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil), l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

Puisque (VIII.^e Mémoire, §. 103),

Année 1770.

$$d n = \frac{r^I}{206265'' n^2 \psi \pi} \times d (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil});$$

on aura

$$d y = \frac{\Xi}{r} d (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}),$$

en supposant d'ailleurs,

$$\Xi = - \frac{3600'' r^I \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times \left(\frac{\theta^I}{\zeta} - S \right) + \frac{3600'' r^I \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times \frac{n}{m} \left(\frac{\psi^I}{\zeta} - R \right). \quad (\Xi 1) \quad (\Xi 2)$$

Si l'on veut faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Xi = - \frac{3600'' r^I \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times \left(\frac{\theta^I}{\zeta} - S \right) + \frac{3600'' r^I \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} \times \frac{\lambda n E}{\zeta \pi}. \quad (\Xi 1) \quad (\Xi 2)$$

(84.) Dans l'usage de ces formules,

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est positif, lorsque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les valeurs de $\frac{\theta^I}{\zeta} - S$, de $\frac{\psi^I}{\zeta} - S$, & de E ; je renvoie au §. 39 de ce Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log. } \frac{3600'' r^I \zeta}{206265'' n^2 \psi \pi} = 0,6384484.$$

$$\text{Compl. arithm. log. } \frac{\zeta \pi}{r} = 1,3050367.$$

E X E M P L E.

(85.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil; on demande quelle correction l'on doit faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{lcl}
 \frac{\theta l}{\zeta} - S = - 6832. & & \frac{\theta l}{\zeta} - S = 8,8345479. \\
 \frac{\psi l}{\zeta} - R = - 2400. & & \frac{\psi l}{\zeta} - R = 8,3802112. \\
 E = + 98980. & \text{Log.} & E = 9,9955474. \\
 m = \sin. 281^{\circ} 39' 49'' \text{.. nég.} & & m = 9,9909385. \\
 n = \cos. 281. 39. 49 \text{... positif.} & & n = 9,3057067. \\
 \frac{nr}{m} = \cot. 281. 39. 49 \text{... nég.} & & \frac{nr}{m} = 9,3147682. \\
 \lambda = \text{tang. } 0. 1. 21,4 \text{.. positif.} & & \lambda = 6,5975000.
 \end{array}$$

donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{rcl}
 \Xi = + (\Xi 1) + (\Xi 2). & & \\
 \begin{array}{l} (\Xi 1) \\ 8,8345479 \dots \log. \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right). \\ 0,6384484. \\ \hline 9,4729963 \dots \log. 29716. \end{array} & \begin{array}{l} (\Xi 2) \\ 8,3802112 \dots \log. \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R \right). \\ 9,3147682 \dots \log. \frac{nr}{m}. \\ 0,6384484. \\ \hline 8,3334278 \dots \log. 2155. \end{array} & \\
 \Xi = + 31871. & &
 \end{array}$$

$$dy = 0,319. d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).}$$

(86.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$\Xi = + 31915,$$

& par conséquent

$$dy = +0,319. d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).}$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$\frac{\theta'}{\zeta} - S = + 3130, \quad \frac{\downarrow \theta'}{\zeta} - R = + 3590, \quad E = + 98857,$$

$$m = \sinus 104^d 5' 22'', \quad n = \cosin. 104^d 5' 22'', \quad \lambda = \text{tang. } 0^d 2' 8'', 8,$$

$$\varepsilon = - 17533,$$

ou relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\varepsilon = - 17786.$$

REMARQUES sur les mouvemens horaires que l'on déduit des Tables de M.^{rs} Clairaut & Mayer.

(87.) Depuis les réflexions que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie (*VIII.^e Mémoire, §. 106 & suiv.*), relativement à la différence qui se trouve entre les mouvemens horaires que l'on déduit des nouvelles Tables de M.^{rs} Mayer & Clairaut, j'ai cru devoir faire de nouvelles recherches à cet égard; voici ce que j'ai tiré de ces recherches. *Année 1770.*

Pour déterminer les mouvemens horaires, on peut calculer deux lieux de la Lune, pour deux instans qui diffèrent d'une heure; c'est le seul moyen que l'on employât avant que M.^{rs} Mayer & Clairaut eussent donné des Tables particulières des mouvemens horaires. On peut aussi calculer directement les mouvemens horaires par ces Tables particulières; l'une & l'autre de ces méthodes doit conduire aux mêmes conclusions, si les Tables des mouvemens horaires sont cohérentes avec celles des lieux de la Lune. J'ai appliqué chacune de ces méthodes à l'Éclipse du 4 Juin 1769. J'ai choisi cette circonstance, parce qu'il m'a paru que c'étoit un des points de l'orbite lunaire dans lequel les Tables des mouvemens horaires de M.^{rs} Mayer & Clairaut, différoient le plus entr'elles. J'ai donc cherché, par chacune de ces Tables, les mouvemens horaires pour le 3 Juin 1769, 20^h 27' 40" temps moyen à Paris; j'ai déterminé ensuite, par les Tables des lieux de la Lune, les positions de cet astre pour le 3 Juin 1769, 20^h 27' 40", & 21^h 27' 40" temps moyen à Paris: voici ce qui résulte de cette recherche.

	MOUVEMENS HORAIRES EN LONGITUDE,		MOUVEMENS HORAIRES EN LATITUDE,	
	Conclus des Tables des mouvemens horaires.	Conclus de la comparaison de deux lieux calculés.	Conclus des Tables des mouvemens horaires.	Conclus de la comparaison de deux lieux calculés.
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
Tables de Mayer.	37. 53,8.	37. 55,0.	3. 27,8.	3. 28,0.
Tables de Clairaut.	37. 58,5.	37. 54,6.	3. 26,5.	3. 27,3.

Ces calculs peuvent donner lieu aux réflexions suivantes.

(88.) Il est évident que la différence qui se trouve entre les mouvemens horaires conclus des Tables de ces mouvemens, & ceux que l'on déduit de la comparaison de deux lieux calculés, est beaucoup plus considérable dans les Tables de M. Clairaut, que dans celles de M. Mayer. Cette seule réflexion suffit pour faire donner la préférence aux mouvemens horaires de Mayer; puisque la première condition que l'on a droit d'exiger des Tables des mouvemens horaires, est de représenter ce que l'on trouveroit exactement par la comparaison de deux lieux calculés. Une seconde réflexion doit encore faire préférer les mouvemens horaires de M. Mayer; la comparaison de deux lieux calculés par les Tables mêmes de M. Clairaut, se rapproche infiniment plus des mouvemens horaires de Mayer, que de ceux que l'on conclut directement des propres Tables de M. Clairaut.

Il me paroît cependant que la justice exige de ne pas passer sous silence, que les Tables des mouvemens horaires de M. Clairaut ne sont que l'accessoire de son ouvrage; qu'elles peuvent être défectueuses à quelques égards, sans que ses Tables des lieux de la Lune, qui constituent véritablement son ouvrage principal, soient inexactes. Ces réflexions sont d'autant plus naturelles, qu'à l'instant même où les Tables des mouvemens horaires de M. Clairaut sont inexactes, la comparaison de deux lieux calculés par ses grandes Tables, donne à très-peu-près, les mouvemens horaires

de M. Mayer. Il seroit à désirer que les Astronomes voulussent prendre la peine de vérifier les Tables de M. Clairaut, comme celles de Mayer l'ont été par les Anglois; on pourroit alors prononcer, avec connoissance de cause, sur des Tables que l'on convient avoir toujours bien donné, dans toutes les circonstances où l'on en a fait usage, & contre lesquelles la seule objection proposée jusqu'ici, est qu'elles n'ont point été vérifiées.

(89.) J'ignore à quoi tient l'inexactitude des mouvemens horaires en Longitude de M. Clairaut. S'il m'étoit permis de hasarder une conjecture à cet égard; je penserois qu'elle peut venir de la forme de ces Tables. M. Clairaut fait dépendre de la parallaxe horizontale, le premier terme de la série qui exprime le mouvement horaire; & la relation entre ce premier terme & la parallaxe n'est elle-même qu'une relation approchée. Peut-être l'approximation employée par M. Clairaut n'est-elle pas assez exacte? Si cela est ainsi, il lui eût été facile de rectifier ses Tables des mouvemens horaires. Malheureusement la mort l'a enlevé avant que l'on en ait fait usage, & qu'il ait pu savoir si elles demandoient à être corrigées.

(90.) La formule suivante m'a toujours réussi pour ramener à très-peu-près les mouvemens horaires en Longitude de M. Clairaut à ceux de M. Mayer. J'en ignore la démonstration; je ne puis par conséquent répondre de son exactitude; j'ose cependant la proposer aux Astronomes. Je désire d'autant plus qu'elle se vérifie, que M. Clairaut a été mon maître & mon ami, & que ses Tables m'ont paru d'un usage plus commode. Elle consiste à ajouter à l'expression du mouvement horaire le terme suivant,

$$+ \frac{3'' (32' 30'' - \text{variation horaire actuelle})}{220}.$$

J'entends, avec M. Clairaut, par la variation horaire actuelle, le mouvement horaire de la Lune dans son orbite, augmenté de 8 secondes, à cause du mouvement rétrograde des nœuds.

(91.) Voici le résultat de cette formule appliquée aux Éclipses des 1.^{er} Avril 1764, 4 Juin 1769, 23 Mars 1773. La Lune étoit apogée lors des Éclipses des 1.^{er} Avril 1764 & 23 Mars 1773; elle étoit périgée lors de l'Éclipse du 4 Juin 1769.

D A T E S D E S É C L I P S E S.	MOUVEMENS HORAIRES E N L O N G I T U D E ;					
	Suivant M. CLAIRAUT		Corrigés par la formule.		Suivant M. MAYER.	
	M. S.		M. S.		M. S.	
1. ^{re} Avril 1764.....	29.	38,8	29.	41,1	29.	41,0
4 Juin 1769.....	37.	58,5	37.	53,8	37.	53,8
23 ^e Mars 1773.....	30.	6,1	30.	7,8	30.	7,8

On voit par-là avec quelle précision les mouvemens horaires en longitude de M. Clairaut, corrigés par la formule du §. 90, se rapprochent de ceux conclus des Tables de M. Mayer.

(92.) Quant aux mouvemens horaires en Latitude; comme les Tables de M.^{rs} Mayer & Clairaut ont la même forme, je crois pouvoir assigner, d'une manière plus certaine, la cause de la différence des résultats. Cette différence vient en premier lieu de ce que le second terme de l'équation qui exprime ces mouvemens dans les Tables de M. Clairaut, a été calculé dans l'hypothèse d'une variation horaire moyenne d'environ 32' 30", au lieu qu'il doit être calculé, ainsi que l'a fait M. Mayer, avec la variation horaire actuelle; il est fort aisé de remédier à cette légère erreur. Soit x le nombre donné par ce second terme; la véritable valeur aura pour expression

$$x \times \frac{\text{variation horaire actuelle}}{32' 30''}.$$

Cette différence vient en second lieu, de ce que le premier terme de l'équation donne toujours un mouvement horaire un peu plus petit dans M. Clairaut que dans M. Mayer. Le *maximum* de différence a lieu dans les nœuds; il est alors de 0",7; la différence diminue à mesure que la Lune s'éloigne de son nœud. Il est assez difficile de se décider sur la préférence des deux hypothèses; il me suffit de faire observer qu'en général vers les nœuds,

les mouvemens horaires en Latitude de M. Mayer sont toujours plus grands que ceux de M. Clairaut d'environ $0^{\prime\prime},7$, & que cette différence diminue en s'éloignant du nœud.

(93.) Voici le résultat de la formule du §. 92, appliquée aux mêmes Éclipses que ci-dessus.

D A T E S D E S É C L I P S E S.	M O U V E M E N T S H O R A I R E S E N L A T I T U D E ,					
	Suivant		Corrigés		Suivant	
	M.		par		M.	
	C L A I R A U T		la formule.		M A Y E R.	
	M.	S.	M.	S.	M.	S.
1. ^{er} Avril 1764. . . .	2.	43,8	2.	43,5	2.	44,1
4 Juin 1769.	3.	26,5	3.	27,1	3.	27,8
23 Mars 1773.	2.	45,9	2.	45,7	2.	46,4

On voit par-là que les mouvemens horaires en latitude de M. Clairaut, corrigés par la formule du §. 92, ont une différence uniforme de $0^{\prime\prime},7$, d'avec ceux conclus des Tables de M. Mayer, ainsi que je l'ai remarqué dans le même paragraphe.

(94.) Dans les exemples du §. 87, on peut remarquer une petite différence entre les mouvemens horaires conclus directement des Tables des mouvemens horaires les plus précises, & ceux conclus de la comparaison de deux lieux calculés avec la plus grande exactitude. J'ai cru d'abord que cela venoit de ce que je n'avois pas mis toute la précision possible dans les calculs. Un examen scrupuleux de ces calculs m'a fait voir que j'avois tort de les suspecter. Cela tient à la forme des Tables. Comme les Tables des lieux de la Lune ne sont calculées qu'à la précision des secondes, & que l'on y a négligé les fractions de seconde ; on a beau mettre de l'exactitude dans le calcul des parties proportionnelles, si les quantités extrêmes dont on part, n'ont pas toute l'exactitude possible, il en résulte facilement une petite fraction de seconde.

d'erreur pour chaque calcul ; & comme l'on a dix-huit de ces calculs pour chaque lieu de la Lune, c'est-à-dire, trente-six, lorsque l'on compare deux lieux de cet astre ; rien de plus simple que de la combinaison de ces trente-six calculs, il puisse résulter une seconde d'erreur dans le résultat total.

(95.) On a sans doute été étonné que l'on ait pu jeter quelque incertitude sur un élément que les Tables sembloient devoir donner avec autant de précision, que les mouvemens horaires ; & cette remarque a dû laisser quelqu'inquiétude dans l'esprit. On verra avec plaisir que la contradiction qui se trouve entre les Tables de M.^{rs} Clairaut & Mayer, n'est qu'apparente ; que ces Tables conduisent véritablement aux mêmes résultats, lorsqu'on emploie celles de M. Clairaut avec circonspection ; c'est-à-dire, lorsqu'en mettant à l'écart ses mouvemens horaires, on les conclut de la comparaison de deux lieux de la Lune calculés avec la dernière précision.

(96.) On doit conclure encore de ces recherches, que la meilleure manière d'avoir avec précision les mouvemens horaires, est de les calculer par les nouvelles Tables horaires de M. Mayer ; & qu'il est probable que les nouvelles Tables horaires de M. Clairaut, donneront toujours, à très-peu-près, les mêmes résultats, lorsqu'on y appliquera les petites corrections que je viens d'indiquer.

SECTION DOUZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur & de la Latitude de la Lune, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

(97.) Quoiqu'au premier coup-d'œil la détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur, & de la Latitude de la Lune, en supposant que l'on se soit trompé de quelques

de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, paroisse devoir faire l'objet de deux Problèmes différens; ces questions ont cependant une si grande analogie entr'elles, qu'on peut les réunir dans une seule formule. Je vais d'abord déterminer ce qui regarde la parallaxe du Soleil.

CALCUL dans lequel on ne suppose variable que la parallaxe horizontale du Soleil.

(98.) Si l'on ne suppose variable que la parallaxe horizontale du Soleil, π' & par conséquent ζ (S. 44), seront les seules inconnues du Problème; on aura donc (S. 31 & 32),

$$d \sinus (\text{latitude de la Lune}) = \frac{\pi R d \zeta}{\downarrow r};$$

$$dy = \frac{3600''}{\pi r} \left(\frac{\pi}{m} R - S \right) d \zeta.$$

On a vu (S. 1.^{re}) que $\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$; donc

$$d \zeta = - \frac{\xi d \pi'}{\pi} = - \frac{r d \pi'}{\pi},$$

attendu l'erreur inappréciable que la supposition de $\xi = r$ introduit dans le calcul.

Soit

d (Parallaxe horizontale du Soleil), l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en secondes de degré.

J'ai fait voir dans mon *VIII^e Mémoire*, S. 109, que Année 1770.

$$d \zeta = - \frac{r''}{206265'' \pi} d (\text{parallaxe horizontale du Soleil}).$$

Donc, puisque l'on peut supposer sans erreur appréciable, $\cosinus (\text{latitude de la Lune}) = r$,

on aura

$$d (\text{latitude de la Lune}) = - \frac{R}{\downarrow} d (\text{parallaxe horizontale du Soleil}),$$

$$dy = \frac{3600'' r}{206265'' \pi} \left(S - \frac{\pi}{m} R \right) d (\text{parallaxe horiz. du } \odot).$$

Mém. 1771.

Y

CALCUL dans lequel on ne suppose variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

(99.) Si l'on ne suppose variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, π & par conséquent n & l seront les inconnues du Problème, on aura donc (§. 31 & 32),

$$d \sinus (\text{latitude de la Lune}) = \frac{\zeta R d\pi}{\downarrow r},$$

$$dy = \left\{ \begin{array}{l} - \frac{3600'' \zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) \frac{dn}{n} + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{n}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right) \frac{dl}{n} \\ + \frac{3600'' \zeta}{nr} \frac{\theta dl}{\zeta} - \frac{3600'' \zeta}{nr} \frac{\pi}{m} \frac{\downarrow dl}{\zeta} \end{array} \right.$$

Année 1770. J'ai fait voir dans mon *VIII.^e Mémoire*, §. 110, que

$$dn = -n \frac{d\pi}{\pi}; \quad dl = -l \frac{d\pi}{\pi}.$$

Soit

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut confondre sans erreur, la différentielle du sinus de la parallaxe de la Lune, avec la différentielle de cette parallaxe, & que par conséquent

$206265'' d\pi - rd$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune) $= 0$; que de plus on peut supposer \cosinus (latitude de la Lune) $= r$; on aura

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\zeta R}{\downarrow r} d(\text{parallaxe horizont. polaire de la } \odot),$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n \pi} \left(\frac{\pi}{m} R - S \right) d(\text{parall. horiz. polaire de la } \odot).$$

RÉUNION des deux calculs des §. 98 & 99.

(100.) Comme l'incertitude sur la parallaxe horizontale du Soleil est une quantité très-petite, il est absolument indifférent que les quantités dy , d (latitude de la Lune) du §. 98, aient pour

coëfficiens $\frac{R}{\downarrow}$ & $\frac{3600''r}{206265''\pi}$, ou $\frac{\zeta R}{\downarrow r}$ & $\frac{3600''\zeta}{206265''\pi}$; on peut par conséquent réunir les deux calculs des §. 98 & 99; on aura alors

$$d(\text{latit. } \odot) = \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. pol. } \odot) - \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. du } \odot),$$

$$dy = \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horizont. pol. de la } \odot) - \frac{\Gamma}{r} d(\text{par. horiz. du } \odot),$$

en supposant d'ailleurs

$$\Gamma^* = \frac{(\Gamma^* 1)}{\downarrow} \frac{\zeta R}{\downarrow};$$

$$\Gamma = - \frac{(\Gamma 1)}{206265''\pi} \times S + \frac{(\Gamma 2)}{206265''\pi} \times \frac{\pi R}{m}.$$

Si l'on vouloir faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Gamma = - \frac{(\Gamma 1)}{206265''\pi} \times S.$$

(101.) Dans l'usage de ces formules,

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est positif, lorsque la véritable parallaxe horizontale polaire de la Lune est plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est négatif dans le cas contraire.

On doit dire la même chose de d (parallaxe horizontale du \odot).

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de R & de S ; je renvoie au §. 39 de ce Mémoire; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\zeta}{\downarrow} = 0,0008438. \\ \frac{3600''\zeta r}{206265''\pi} = 0,3402496. \end{array} \right.$$

E X E M P L E.

(102.) On suppose que dans le calcul du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé les véritables parallaxes horizontales de la Lune & du Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$R = + 75435.$$

$$S = + 14174.$$

$$m = \sinus. 281^d 39' 49'' \dots \text{nég.}$$

$$n = \cosin. 281. 39. 49 \dots \text{posit.}$$

$$\frac{n}{m} = \cotang. 281. 39. 49 \dots \text{nég.}$$

$$\text{Log.} \begin{cases} R = 9,8775729. \\ S = 9,1514924. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{n}{m} = 9,3147682. \end{cases}$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$R^* + (R^*, 1).$$

$$9,8775729 \dots \log. R.$$

$$0,0008438 \dots \log. \frac{\zeta}{\downarrow} :$$

$$9,8784167 \dots \log. 75582.$$

$$R^* = + 75581.$$

$$d(\text{latit. } \odot) = 0,756 d(\text{par. horiz. pol. } \odot) - 0,756 d(\text{parall. horiz. } \odot);$$

$$r = - (r_1) - (r_2).$$

$$(r_1)$$

$$9,1514924 \dots \log. S.$$

$$0,3402496.$$

$$9,4917420 \dots \log. 31027.$$

$$(r_2)$$

$$9,8775729 \dots \log. R.$$

$$9,3147682 \dots \log. \frac{n}{m}.$$

$$0,3402496.$$

$$9,5325907 \dots \log. 34087.$$

$$r = - 65114.$$

$$dy = - 0,651 d(\text{parall. horiz. pol. } \odot) + 0,651 d(\text{parall. horiz. } \odot).$$

(103.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du

§. 33, on auroit eu

$$r = - 31027,$$

& par conséquent

$$dy = - 0,310 d(\text{parall. horiz. pol. } \odot) + 0,310 d(\text{parall. horiz. } \odot).$$

On trouvera pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$R = + 69445, S = + 4212, r^* = + 69580, r = - 47374,$$

ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$$r = - 9220.$$

SECTION TREIZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la Latitude de la Lune employée dans le calcul.

(104.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable Latitude de la Lune, soit qu'ayant fait usage de la Latitude hypothétique, cette Latitude renferme quelqu'inexactitude, soit qu'ayant employé la Latitude déterminée par le §. 39, cette Latitude, quoique déduite de l'observation, soit elle-même inexacte; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

(105.) Puisque dans le cas dont il s'agit, la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction est l'inconnue du Problème, l est la variable; on aura donc (§. 32),

$$dy = \frac{3600''}{nr} \left(\theta - \frac{\pi}{m} \psi \right) dl.$$

Soit

d (latitude de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

J'ai fait voir dans mon (*VIII.^e Mémoire*, §. 115), que Année 1770.

$$dl = \frac{r^2}{206265''\pi} d(\text{latitude de la Lune}).$$

Donc

$$d y = \frac{\Theta}{r} d \text{ (latitude de la Lune),}$$

en supposant d'ailleurs

$$\Theta = \frac{(\Theta 1)}{3600'' \downarrow r^2} - \frac{(\Theta 2)}{3600'' \downarrow r^2} \times \frac{\pi}{m}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Theta = \frac{(\Theta 1)}{3600'' \downarrow r^2}.$$

(106.) Dans l'usage de ces formules,

d (latitude de la Lune) est positif, lorsque la véritable Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le calcul du terme hypothétique.

d (latitude de la Lune) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Eclipsé du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\frac{3600'' \downarrow r^2}{360265'' \pi} = 21963, \quad \text{Log.} \frac{3600'' \downarrow r^2}{360265'' \pi} = 10,3394059.$$

E X E M P L E.

(107.) On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; on demande quelle correction il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Longitude de l'Observateur.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{l} m = \sin. 281^{\circ} 39' 49'' \text{..nég.} \\ n = \cos. 281. 39. 49 \text{..posit.} \\ \frac{nr}{m} = \cot. 281. 39. 49 \text{..nég.} \end{array} \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{nr}{m} = 9,3147682. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Theta = + (\Theta 1) + (\Theta 2) \dots (\Theta 1) = 21963.$$

$$(\Theta 2)$$

$$9,3147682 \dots \log. \frac{\pi r}{m};$$

$$10,3394059.$$

$$9,6541741 \dots \log. 45100.$$

$$\Theta = + 67063.$$

$$dy = 0,671. d \text{ (latitude de la Lune).}$$

(108.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$\Theta = 21963, \quad dy = 0,220 d \text{ (latitude de la Lune).}$$

On trouveroit pareillement pour l'observation de Toulouse;

$$\Theta = + 76798,$$

ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\Theta = 21963.$$

SECTION QUATORZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé sur la valeur de l'angle de comparaison employé dans le calcul.

(109.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable valeur de l'angle de comparaison. On peut voir (§. 21) ce que j'entends par cet angle. Je me propose de déterminer d'abord les corrections qu'il faut faire au résultat du *terme hypothétique*, en supposant connue l'erreur de l'angle. Je détaillerai ensuite les différentes sources des erreurs qui peuvent se glisser dans l'évaluation de cet angle.

(110.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du §. 32, & du sinus de la Latitude de la Lune du §. 31, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont n & m ; on a donc (§. 31 & 32),

$$d \text{ sinus (latitude de la Lune)} = \frac{\lambda E}{\downarrow r} \times d m,$$

$$d y = \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{r^2}{m^2 n} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right) d m.$$

Soit

d (angle de comparaison) l'erreur sur l'angle de comparaison, évaluée en secondes de degré.

Puisque $n d$ (angle de comparaison) $- 206265'' d m = 0$;
& que de plus, on peut supposer, sans erreur appréciable,
 \cosinus (latitude de la Lune) $= r$;

on aura

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = \frac{\Phi^*}{r} d \text{ (angle de comparaison)};$$

$$d y = \frac{\Phi}{r} d \text{ (angle de comparaison)};$$

en supposant d'ailleurs

$$\Phi^* = \frac{(\Phi^*)}{\frac{\lambda E n}{\downarrow r}}$$

$$\Phi = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{(\Phi^*)}{\frac{r^2}{m^2}} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right).$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Phi = \frac{(\Phi^*)}{\frac{3600'' \lambda E m}{206265'' n \pi}}.$$

(111.) Dans l'usage de ces formules,

d (angle de comparaison) est positif lorsque le véritable angle de comparaison est plus grand que l'angle employé dans le calcul du terme hypothétique,

d (angle de comparaison) est négatif dans le cas contraire.

Pour

Pour ne se point tromper dans cette évaluation ; on n'oubliera pas que conformément à la remarque du §. 21, si par le centre du Soleil on mène la droite *ECO* parallèle à l'orbite relative de la Lune, & dont j'ai déterminé la position relativement au *fil équatorial*, l'origine de l'angle de comparaison est au point *E*, intersection du disque du Soleil avec la droite *ECO* ; & que cet angle doit être compté de suite depuis 0^d jusqu'à 360^d , ainsi qu'il est expliqué dans le §. 21.

Fig. 2.

(112.) Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les quantités E & $\frac{\psi}{\zeta} - R$; je renvoie au §. 39 de ce Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

Complément arithmétique $\text{Log. } \psi = 0,0021835$.

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta} = 8,5365526. \\ \frac{3600''r^2}{206265''\eta\pi} = 0,3415893. \end{array} \right.$$

E X E M P L E.

(113.) On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques minutes sur l'angle de comparaison correspondant à l'instant de l'observation, on demande quelle correction il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\frac{\psi}{\zeta} - R = -2400.$$

$$E = +98980.$$

$$m = \sin. 281^d 39' 49'' \dots \text{nég.}$$

$$n = \cos. 281. 39. 49 \dots \text{posit.}$$

$$\lambda = \text{tang. } 0. 1. 21,4 \dots \text{posit.}$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\psi}{\zeta} - R = 8,3802112. \\ E = 9,9955474. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \\ \frac{r^2}{m^2} = 0,0181230. \\ \lambda = 6,5975000. \end{array} \right.$$

Mém. 1771.

Z

Donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{ll}
 \Phi^* = + (\Phi^* 1) & \Phi = - (\Phi 1) \\
 6,5975000 \dots \log. \lambda. & 8,3802112 \dots \log. \left(\frac{\psi^1}{\zeta} - R \right). \\
 9,9955474 \dots \log. E. & \\
 9,3057067 \dots \log. n. & 0,0181230 \dots \log. \frac{r^2}{m^2}. \\
 0,0021835. & 8,5365526. \\
 \hline
 5,9009376 \dots \log. 8. & 6,9348868 \dots \log. 86.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \Phi^* = + 8. & \Phi = - 86. \\
 d(\text{lat. } \odot) = + 0,000 d(\text{ang. comp.}) & dy = - 0,001 d(\text{ang. comp.})
 \end{array}$$

(114.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$\Phi = - 84,$$

& par conséquent

$$dy = - 0,001 d(\text{angle de comparaison}).$$

On trouvera pareillement pour l'observation de Toulouse ;

$$\begin{array}{l}
 \frac{\psi^1}{\zeta} - R = + 3590, E = + 98857, m = \sin. 104^d 5' 22'', \\
 n = \cosin. 104^d 5' 22'', \lambda = \tan g. 2' 8'', 8, \Phi^* = - 15, \Phi = + 131; \\
 \text{ou, relativement à l'expression de } y \text{ du §. 33,}
 \end{array}$$

$$\Phi = + 133.$$

(115.) L'erreur sur l'angle de comparaison peut avoir deux causes différentes ; on peut en effet calculer une distance quelconque des centres dans laquelle on croit connoître par une observation immédiate, l'angle de comparaison ; on peut aussi calculer une distance des centres que l'on regarde comme une plus courte distance, & conclure l'angle de comparaison par la formule du §. 25.

Dans le premier cas, l'erreur de l'angle est due entièrement à l'erreur de l'observation. Comme dans l'état actuel de l'Astronomie, il ne paroît pas que les Astronomes aient dirigé leurs vues vers la détermination exacte de cet angle, que l'on n'a aucune méthode, aucun instrument pour le mesurer généralement,

qu'il n'y a que quelques circonstances particulières, telles que la perpendicularité ou le parallélisme de la ligne des cornes à une droite donnée de position, où cet angle puisse être connu avec une certaine exactitude; on voit qu'il est difficile de se servir avec sécurité des formules précédentes.

Dans le second cas, si l'on étoit sûr de l'identité entre l'instant de l'observation & le véritable instant de la plus grande phase, il n'y auroit point de doute que la formule du §. 25 ne donnât avec beaucoup d'exactitude l'angle de comparaison. J'ai même démontré dans mon *VIII.^e Mémoire*, §. 177, *Année 1770.* que les erreurs sur les élémens de l'Éclipse n'influent pas sensiblement sur la valeur de cet angle (g); de sorte que dans cette dernière hypothèse l'on pourroit répondre de l'angle de comparaison avec une exactitude supérieure à celle que l'on auroit droit d'attendre des meilleures observations. Malheureusement a distance des centres étant sensiblement stationnaire vers le milieu de l'Éclipse, il est difficile d'assigner l'instant précis de la plus grande phase. L'angle que l'on calcule par la formule du §. 25, peut donc ne pas être celui de l'instant de l'observation. Il est vrai que l'on remédie à cet inconvénient par la remarque du §. 63. Mais quoiqu'au moyen de cette remarque l'on puisse dans les instans voisins de la plus grande phase, employer l'angle de comparaison du véritable instant de cette phase, il reste toujours l'incertitude de l'instant de cette plus grande phase; instant qu'il faudroit connoître pour avoir la véritable Longitude de l'Observateur.

(g) Voici l'esprit de la démonstration. Dans l'expression de $d \sin. B$ du §. 178 de mon *VIII.^e Mémoire*, *Année 1770*, on éliminera les quantités

dD , $d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C)$, par le moyen de

leurs valeurs tirées du §. 181, dans lesquelles on aura éliminé 15 $d\zeta$ au moyen de l'équation du §. 164, rendue complète par le terme du §. 180. On aura alors l'expression la plus générale de $d \sin. B$, & par con-

séquent de d (ang. de compar.), puisque

$$d \text{ (angl. de compar.)} = 206265'' \frac{d(\sin. B)}{n}.$$

Cette valeur multipliée par $\frac{\phi^*}{r}$ ou $\frac{\phi}{r}$

ne donnera jamais que des résultats infiniment petits. On n'oubliera pas que toutes les citations de cette note se rapportent aux paragraphes de mon *VIII.^e Mémoire*.

SECTION QUINZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres du Soleil & de la Lune employée dans le calcul de ce terme.

(116.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable distance des centres correspondante à l'instant de la plus grande phase. Cette erreur peut venir de plusieurs causes différentes; 1.^o de l'inexactitude de l'observation; 2.^o de la manière de la réduire; & cette dernière considération renferme les erreurs que l'on peut commettre par les évaluations fautive des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, de l'inflexion des rayons solaires, & autres causes Physiques; 3.^o de ce que la phase, quoiqu'observée & réduite avec la plus grande exactitude, n'est réellement pas une plus grande phase. Quelle que soit la source de l'erreur dont je viens de parler, elle influe sur la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, & sur l'expression de la Longitude de l'Observateur du §. 33, car elle n'influe aucunement sur l'expression de la Longitude du §. 32. Il s'agit donc de déterminer l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur du §. 33.

(117.) Si l'on jette les yeux sur les expressions du sinus de la Latitude de la Lune du §. 31, & de y du §. 33, on verra que relativement au Problème que nous considérons, λ est la seule variable; on a donc

$$d \sin(\text{latitude de la Lune}) = \frac{mEd\lambda}{\downarrow r};$$

$$dy = - \frac{3600'' nEd\lambda}{\pi r}.$$

Soit

d (distance des centres) l'erreur sur la distance des centres, évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut, sans erreur appréciable, supposer
 cosinus (latitude de la Lune) = r , cosinus (distance des centres) = r ;
 on aura

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\Sigma^*}{r} d(\text{distance des centres}),$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r} d(\text{distance des centres});$$

en supposant d'ailleurs

$$\Sigma^* = + \frac{(\Sigma^* 1) m E}{\downarrow},$$

$$\Sigma = - \frac{(\Sigma 1) 3600'' n E r}{206265'' n \pi}.$$

(118.) Dans l'usage de ces formules,

d (distance des centres) est positif, lorsque la véritable distance des centres est plus grande que celle employée dans le calcul du terme hypothétique.

d (distance des centres) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer la valeur de E ; je renvoie au §. 39 de ce Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Compl. arith. log. } \downarrow = 0,0021835. \text{ Log. } \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} = 0,3415893.$$

E X E M P L E.

(119.) On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant de la plus grande phase; on demande quelle correction il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{l} E = + 98980. \\ m = \sin. \quad 281^{\text{d}} \quad 39' \quad 49'' \dots \text{nég.} \\ n = \cos. \quad 281. \quad 39. \quad 49 \dots \text{posit.} \end{array} \quad \text{Log.} \begin{cases} E = 9,9955474. \\ m = 9,9909385. \\ n = 9,3057067. \end{cases}$$

Donc

TYPE de Calcul.

$$\begin{array}{ll} \Sigma^* = - (\Sigma^* 1). & \Sigma = - (\Sigma 1). \\ 9,9909385 \dots \log. m. & 9,3057067 \dots \log. n. \\ 9,9955474 \dots \log. E. & 9,9955474 \dots \log. E. \\ 0,0021835. & 0,3415893. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 9,9886694 \dots \log. 97425. & 9,6428434 \dots \log. 43938. \\ \Sigma^* = - 97425. & \Sigma = - 43938. \end{array}$$

$$d(\text{lat. } \odot) = - 0,974 d(\text{dist. des cent.}) \quad dy = - 0,439 d(\text{dist. des cent.})$$

On trouveroit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$m = \sin. \quad 104^{\text{d}} \quad 5' \quad 22'' \dots \text{posit.} \quad n = \cos. \quad 104^{\text{d}} \quad 5' \quad 22'' \dots \text{nég.}$$

$$E = + 98857. \quad \Sigma^* = + 96367. \quad \Sigma = + 52842.$$

(120.) On pourroit vouloir calculer un contact des limbes au moyen des formules précédentes.

Soit

d (demi-diam. du Soleil) l'erreur sur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diamètre de la Lune) l'erreur sur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (inflexion) l'erreur sur la quantité d'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, évaluée en secondes de degré.

On aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$d(\text{distance des centres}) = \begin{cases} + d(\text{demi-diam. du Soleil}) + d(\text{inflexion}) \\ - d(\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$d(\text{distance des centres}) = \begin{cases} + d(\text{demi-diam. du Soleil}) - d(\text{inflexion}) \\ + d(\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$$

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équations complètes à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Observateur.

(121.) J'ai épuisé, ce me semble, toutes les façons possibles de faire varier les équations des §. 31, 32 & 33; je puis donc déterminer maintenant les équations complètes à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Observateur, en leur donnant les formes les plus générales dont elles soient susceptibles.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en Longitude avec le lieu Z' .

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, jusqu'à l'instant de l'observation; ou calculé par la formule du §. 32.

λ la tangente de la distance observée des centres.

$$R = \frac{qs\phi}{r^2} - \frac{egp\omega}{r^3} - \frac{chpp\phi}{r^4};$$

$$S = \frac{qs\omega}{r^2} + \frac{egp\phi}{r^3} - \frac{chpp\omega}{r^4};$$

$$C = \frac{egpp\omega}{r^4} + \frac{chp\phi}{r^3};$$

$$D = \frac{egpp\phi}{r^4} - \frac{chp\omega}{r^3};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{chpqp\pi}{r^4} - \frac{b'^2\gamma\pi}{3600''^2 r};$$

$$A = \frac{\downarrow l}{\zeta} - R.$$

m le sinus } de l'angle de comparaison. Cet angle est donné par
 n le cosinus } l'observation, s'il s'agit d'une distance quelconque des
centres. Il est donné par la formule du §. 25, s'il
s'agit d'une plus grande phase.

$$M = \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g p p \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\phi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right);$$

$$N = \frac{\psi q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g p p \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi} \right);$$

$$G = \frac{q \omega c}{r^2} - \frac{p \phi g s}{r^3} + \frac{p p \omega h s}{r^4};$$

$$H = \frac{q \phi c}{r^2} + \frac{p \omega g s}{r^3} + \frac{p p \phi h s}{r^4};$$

$$P = \frac{q \omega c^2 s}{r^3 p} - \frac{c g p}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{c h p \omega}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r} \right);$$

$$Q = \frac{q \phi c^2 s}{r^3 p} + \frac{c g \omega}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{c h p \phi}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r} \right);$$

Variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Variat. hor. (décl. ☉) la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (instant de la phase) l'erreur sur l'instant précis de la phase, évaluée en secondes horaires.

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu, évaluée en secondes de degré.

a une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degré.

d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horiz. pol. de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horizontale du Soleil) l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (latit. de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (angle de comparaison) l'erreur sur l'angle de comparaison, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance observée des centres, évaluée en secondes de degré.

Soit

Soit de plus

$$\epsilon^* = \frac{\zeta \pi M}{\downarrow r}, \Delta^* = \frac{15 \zeta \pi D}{\downarrow r}, \beta^* = \frac{\zeta \pi H}{\downarrow r};$$

$$\varpi^* = -206265'' \frac{\zeta \pi a}{\downarrow r^2} \times Q, \mu^* = -\frac{\zeta \pi S}{\downarrow r} + \frac{\theta}{\downarrow} \sin. (\text{lat. } \odot),$$

$$\Gamma^* = \frac{\zeta R}{\downarrow}, \Phi^* = \frac{\lambda E n}{\downarrow r}, \Sigma^* = \frac{m E}{\downarrow},$$

$$\Lambda \text{ un angle dont le sinus égale } \frac{\zeta \pi R}{\downarrow r} + \frac{\lambda m E}{\downarrow r},$$

$$d\Lambda = -\frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda m E}{\downarrow r \pi} \text{ variat. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune.)}$$

$$+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon^*}{r} \text{ variation horaire (déclinaison du Soleil)}$$

$$+ \frac{\epsilon^*}{r} d(\text{déclin. du Soleil}) + \frac{\Delta^*}{r} d(\text{instant de la phase})$$

$$+ \frac{\beta^*}{r} d(\text{latit. de l'observ.}) + \varpi^* d(\text{demi-grand axe terr.})$$

$$+ \frac{\mu^*}{r} d(\text{incl. de l'orb. corr.}) + \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{par. hor. pol. de la } \odot)$$

$$- \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. du } \odot) + \frac{\Phi^*}{r} d(\text{angle de comparaison})$$

$$+ \frac{\Sigma^*}{r} d(\text{distance des centres}).$$

On aura

Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction = $\Lambda + d\Lambda$.

Soit enfin

$$N = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times N + \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{M n}{m}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000'' \zeta}{206265'' n} \times C + \frac{54000'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{n D}{m};$$

$$\beta = -\frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times G + \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{n H}{m}.$$

$$\varpi = \frac{3600'' \zeta a}{n r^2} \times P - \frac{3600'' \zeta a}{n r^2} \times \frac{n Q}{m}.$$

$$\mu = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right) + \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} \times \frac{n}{m} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right).$$

$$\Xi = -\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \downarrow \pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) + \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \downarrow \pi} \times \frac{n}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right).$$

Mém. 1771.

Aa

$$\Gamma = - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times S + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \frac{nR}{m}.$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''\eta\pi} - \frac{3600''\downarrow r^2}{206265''\eta\pi} \times \frac{n}{m}.$$

$$\Phi = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{r^2}{m^2} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right).$$

$$y = \zeta - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{n}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right).$$

$$dy = + \frac{b'}{3600''} \times \frac{n}{r} \text{ var. hor. (déclin. } \odot) + \frac{\varepsilon}{r} d(\text{déclin. } \odot)$$

$$+ \frac{\Delta}{r} d(\text{instant de la phase}) + \frac{\beta}{r} d(\text{latit. de l'observat.})$$

$$+ \varpi d(\text{demi-gr. axe terr.}) + \frac{\mu}{r} d(\text{inclin. de l'orb. corr.})$$

$$+ \frac{\Xi}{r} d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \dots$$

$$+ \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. pol. } \odot) - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. } \odot)$$

$$+ \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la Lune}) + \frac{\Phi}{r} d(\text{angle de compar.})$$

On aura

Longitude du lieu ζ' — Longitude du lieu $Z' = y + dy$.

(122). Ces résultats supposent que l'on fait usage de la valeur de y du §. 32. Si l'on vouloit employer l'expression de y du §. 33;

soit

$$\epsilon = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} N, \Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''\eta} C, \beta = - \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} G,$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{nr^2} P, \mu = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right),$$

$$\Xi = - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2\downarrow\pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2\downarrow\pi} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi},$$

$$\Gamma = - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} S, \Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''\eta\pi}, \Phi = \frac{3600''\lambda E m}{206265''\eta\pi},$$

$$\Sigma = - \frac{3600''nEr}{206265''\eta\pi},$$

$$y = \zeta - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi},$$

$$\begin{aligned}
 dy = & + \frac{b}{206265''} \times \frac{\lambda n E}{n \pi^2} \text{ variat. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\
 & + \frac{b}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ variat. hor. (déclin. } \odot) + \frac{\epsilon}{r} d(\text{décl. } \odot) \\
 & + \frac{\Delta}{r} d(\text{instant de la phase}) + \frac{\beta}{r} d(\text{latit. de l'observat.}) \\
 & + \varpi d(\text{demi-gr. axe terr.}) + \frac{\mu}{r} d(\text{inclin. de l'orb. corr.}) \\
 & + \frac{\Xi}{r} d(\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) + \frac{\Gamma}{r} d(\text{par. hor. pol. } \odot) \\
 & - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. du Soleil}) + \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la } \odot) \\
 & + \frac{\Phi}{r} d(\text{angle de comparaison}) + \frac{\Sigma}{r} d(\text{dist. des centres}).
 \end{aligned}$$

On aura

Longitude du lieu z' — longitude du lieu $Z' = y + dy$.

(123.) Au lieu de déterminer la différence en longitudes des lieux z' & Z' , si l'on veut uniquement connoître l'heure que l'on comptoit dans le lieu z' à l'instant de la conjonction, on aura l'heure que l'on comptoit dans le lieu z' à l'inst. de la conj. $= y + Z + dy$.

(124.) Il est évident que l'on a deux expressions de la Longitude de l'Observateur. Ces expressions identiques, quant au fond, diffèrent cependant quant à la forme. L'une ne contient point en apparence la distance des centres, l'autre au contraire renferme l'expression de cette distance; l'une a un de ses termes multiplié par la cotangente de l'angle de comparaison, dans l'autre ce terme est multiplié par le cosinus de l'angle de comparaison. Ces deux expressions de la Longitude peuvent dans de certains cas présenter des motifs de préférence. Si, par exemple, l'on connoissoit avec la dernière exactitude la distance des centres, & que d'ailleurs l'angle de comparaison fut d'environ 0^d , ou 180^d , certainement on auroit une raison suffisante pour choisir la seconde expression. Ce seroit le contraire si la distance des centres étoit mal déterminée, & que l'on connût d'ailleurs avec exactitude la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, & l'angle de comparaison correspondant à l'instant de la phase. Au reste, théoriquement parlant, ces expressions doivent toujours donner le même résultat. En effet,

A a ij

quoiqu'au premier coup d'œil on ait deux expressions différentes de la Longitude de l'Observateur, on ne doit point perdre de vue que l'ensemble du Problème demande que ces équations soient combinées avec l'expression générale de la Latitude de la Lune du §. 121. La première expression de la Longitude de l'Observateur ne renferme point formellement, à la vérité, la distance des centres, mais elle renferme la quantité l , qui a pour expression (§. 1.^{re}),

$$l = r \frac{\sin. (\text{latitude de la Lune})}{\pi}.$$

Or le sinus de la Latitude de la Lune renferme évidemment (§. 121) la distance des centres. On voit par-là que si l'on fait usage de tout l'ensemble du calcul, les deux expressions de la Longitude de l'Observateur conduisent aux mêmes résultats; & il n'y a de différence entre ces résultats que lorsque l'on fait abstraction de l'équation à la Latitude de la Lune.

(125.) Pour présenter sous un seul point de vue tous les calculs précédens, je vais appliquer dans toute la généralité mon analyse à l'observation faite à Londres à 10^h 30' 44" du matin; je supposerai qu'à cet instant la distance des centres étoit de 1' 21",4, & que le lieu Z' est celui qui comptoit 10^h 21' 28" du matin, à l'instant de la conjonction; on aura dans cette hypothèse.

$$\begin{aligned} Z &= 22^{\text{h}} 21' 28'', & z &= 22^{\text{h}} 30' 44'', & b' &= + 556'', \\ \lambda &= \text{tang. } 1' 21'',4, & R &= + 75435, & S &= + 14174, \\ C &= + 49974, & D &= - 29690, & E &= + 98980, \\ A &= - 2400, & \frac{m^2}{\zeta^2} - C &= + 143827, & m &= \sin. 281^{\text{d}} 39' 49'', \\ n &= \cos. 281^{\text{d}} 39' 49'', & M &= - 53691, & N &= + 45984, \\ G &= + 59005, & H &= + 45581, & P &= + 51738, \\ Q &= + 14945, & e^* &= - 845, & \Delta^* &= - 7012, \\ \beta^* &= + 717, & \omega^* &= - 0'',005, & \mu^* &= - 107, \\ \Gamma^* &= + 75581, & \phi^* &= + 8, & \Sigma^* &= - 97425, \\ \epsilon &= + 1962, & \Delta &= + 77376, & \beta &= - 2354, \\ \omega &= + 0'',039, & \mu &= - 34, & \Sigma &= + 31871, \\ \Gamma &= - 65114, & \Theta &= + 67063, & \Phi &= - 86. \end{aligned}$$

Donc $\Delta = 39' 30'',3.$

$$\begin{aligned}
 d\Delta = & - 0'',002 - 0'',076 - 0,008 \text{ } d \text{ (déc. du Soleil)} \\
 & - 0,070 \text{ } d \text{ (inst. phase)} + 0,007 \text{ } d \text{ (latit. de Londres)} \\
 & - 0'',005 \text{ } d \text{ (demi-grand axe terrestre).} \\
 & - 0,001 \text{ } d \text{ (incl. de l'orb.)} + 0,756 \text{ } d \text{ (par. hor. pol. } \odot \text{)} \\
 & - 0,756 \text{ } d \text{ (parall. hor. } \odot \text{)} + 0,000 \text{ } d \text{ (angl. compar.)} \\
 & - 0,974 \text{ } d \text{ (distance des centres).}
 \end{aligned}$$

$$y = + 22^h 30' 44'' - 22^h 21' 28'' - 8' 5'',1 - 35'',9 = + 35''.$$

$$\begin{aligned}
 dy = & + 0'',176 + 0,020 \text{ } d \text{ (déc. } \odot \text{)} + 0,774 \text{ } d \text{ (inst. ph.)} \\
 & - 0,024 \text{ } d \text{ (lat. Londres)} + 0'',039 \text{ } d \text{ (demi-gr. axe terr.)} \\
 & - 0,000 \text{ } d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée).} \\
 & + 0,319 \text{ } d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil). .} \\
 & - 0,651 \text{ } d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune). . .} \\
 & + 0,651 \text{ } d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil).} \\
 & + 0,671 \text{ } d \text{ (latit. } \odot \text{)} - 0,001 \text{ } d \text{ (angle de compar.)}
 \end{aligned}$$

Dans l'expression de y , si l'on eût voulu faire usage de la Latitude hypothétique de la Lune du $\S. 5$, on auroit eu,

$$y = + 22^h 30' 44'' - 22^h 21' 28'' - 8' 4'',8 - 35'',1 = + 36'',1.$$

(126.) Si l'on vouloit faire l'usage de la valeur de y du $\S. 33$, on auroit

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= + 1581, \Delta = + 74214, \beta = - 2030, \\
 \varpi &= + 0'',037, \mu = - 83, \varepsilon = + 31915, \\
 \Gamma &= - 31027, \Theta = + 21963, \Phi = - 84, \\
 \Sigma &= - 43938.
 \end{aligned}$$

$$y = + 22^h 30' 44'' - 22^h 21' 28'' - 8' 5'',1 - 35'',9 = + 35''.$$

$$\begin{aligned}
 dy = & - 0'',000 + 0'',142 + 0,016 \text{ } d \text{ (déclin. du } \odot \text{).} \\
 & + 0,742 \text{ } d \text{ (instant de la phase).} \\
 & - 0,020 \text{ } d \text{ (latitude de Londres).} \\
 & + 0'',037 \text{ } d \text{ (demi-grand axe terrestre).} \\
 & - 0,001 \text{ } d \text{ (inclinaison de l'orbite).} \\
 & + 0,319 \text{ } d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil). . .} \\
 & - 0,310 \text{ } d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune). .}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 0,310 \, d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil) } \dots\dots\dots \\
 &+ 0,220 \, d \text{ (lat. } \odot) - 0,001 \, d \text{ (angle de comparaison)} \\
 &- 0,439 \, d \text{ (distance des centres).}
 \end{aligned}$$

(127.) On peut facilement vérifier la vérité de la remarque du §. 124, sur l'identité des deux expressions de la Longitude de l'Observateur, lorsqu'on les combine avec l'expression générale de la Latitude de la Lune. Pour fixer les idées, faisons varier un élément quelconque, & examinons ce qui arrive, quoique les coefficients de cette variation soient différens dans les expressions de dy des §. 121 & 122, 125 & 126. Prenons pour exemple d (distance des centres) qui a zéro pour coefficient dans la valeur de dy du §. 125, & $-0,439$ pour coefficient dans la valeur de dy du §. 126. Soit d (distance des centres) $= 10''$; on ne doit pas d'ailleurs oublier que l'on a (§. 125), $d\Lambda = -0,974 \, d$ (distance des centres); donc dans le cas de d (distance des centres) $= 10''$, $d\Lambda = -9",740$; de plus, $d\Lambda = d$ (latit. de la Lune); donc d (latit. de la Lune) $= -9",740$. Substituons cette valeur de d (latitude de la Lune) dans l'expression de dy du §. 125; substituons cette même valeur de d (lat. \odot), & de plus celle de d (distance des centres) $= 10''$, dans l'expression de dy du §. 126.

On aura

Pour la valeur de dy du §. 125,

$$dy = -9",740 \times 0,671 = -6",535.$$

Pour la valeur de dy du §. 126,

$$dy = -9",740 \times 0,220 - 10",000 \times 0,439 = -6",533,$$

expression identique avec la première. J'ai été bien aisé de démontrer ici la vérité de ce que j'avois avancé §. 124, & de donner en même temps la manière dont on doit employer les équations des §. 121 & 122, pour parvenir à des résultats semblables.

(128.) Si l'on applique dans toute sa généralité mon analyse à l'observation faite à Toulouse, à $10^h 24' 0''$ du matin le 1.^{er} Avril 1764, & que l'on suppose la distance des centres à

cet instant de $2^{\text{h}} 8^{\text{m}} 8^{\text{s}}$, on aura

$$\begin{aligned} Z &= 22^{\text{h}} 21' 28'' \quad z = 22^{\text{h}} 24' 0'' \quad b' = - 215'', \\ \lambda &= \text{tang. } 2' 8'' 8, \\ R &= + 69445, \quad S = + 4212, \quad C = + 57293, \\ D &= - 34263, \quad E = + 98857, \quad A = + 3590, \\ \frac{nr^2}{\xi v} - C &= + 136508, \quad m = \sin. 104^{\text{d}} 5' 22'', \quad n = \cos. 104^{\text{d}} 5' 22'', \\ M &= - 62509, \quad N = + 48517, \quad G = + 62002, \\ H &= + 54567, \quad P = + 59353, \quad Q = + 17768, \\ \epsilon^* &= - 984, \quad \Delta^* = - 8092, \quad \beta^* = + 859, \\ \varpi^* &= - 0'',006, \quad \mu^* = + 50, \quad \Gamma^* = + 69580, \\ \Phi^* &= - 15, \quad \Sigma^* = + 96367, \quad \epsilon = + 2209, \\ \Delta &= + 74874, \quad \beta = - 2604, \quad \varpi = + 0'',045, \\ \mu &= + 96, \quad \Xi = - 17533, \quad \Gamma = - 47374, \\ \Theta &= + 76798, \quad \Phi = + 131. \end{aligned}$$

Donc

$$\Lambda = 39' 39'',5.$$

$$\begin{aligned} d\Lambda &= - 0'',001 + 0'',034 - 0,010 \, d(\text{déclin. du } \odot) . . \\ &= 0,081 \, d(\text{inst. de la phase}) + 0,009 \, d(\text{lat. Toulouse}) \\ &= 0'',006 \, d(\text{demi-gr. axe ter.}) + 0,001 \, d(\text{incl. l'orb. cor.}) \\ &+ 0,696 \, d(\text{par. hor. pol. } \odot) - 0,696 \, d(\text{par. hor. } \odot) \\ &= 0,000 \, d(\text{angle compar.}) + 0,964 \, d(\text{dist. des centres}) \end{aligned}$$

$$y = + 22^{\text{h}} 24' 0'' - 22^{\text{h}} 21' 28'' + 3' 42'',1 + 1' 3'',9 = + 7' 18''.$$

$$\begin{aligned} dy &= - 0'',077 + 0,022 \, d(\text{déclinaison du Soleil}) \\ &+ 0,749 \, d(\text{inst. de la phase}) - 0,026 \, d(\text{lat. Toulouse}) \\ &+ 0'',045 \, d(\text{demi-gr. axe ter.}) + 0,001 \, d(\text{incl. l'orb. cor.}) \\ &= 0,175 \, d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \\ &= 0,474 \, d(\text{par. hor. pol. } \odot) + 0,474 \, d(\text{par. hor. } \odot) \\ &+ 0,768 \, d(\text{latit. de } \odot) + 0,001 \, d(\text{angle de compar.}) \end{aligned}$$

Dans l'expression de y & de dy , j'ai fait usage de la Latitude hypothétique de la Lune du §. 5, & des formules du §. 121. Je passe à la formation des équations de condition.

ARTICLE III.

Des Équations de condition relatives au genre particulier d'Observations que l'on a considérées dans ce Mémoire ; & de l'usage de ces Équations.

SECTION PREMIÈRE.

De la formation des Équations de condition.

(129.) Dans les différentes sections de l'article précédent, j'ai donné l'expression générale de la Longitude de l'Observateur & de la Latitude de la Lune, relativement au genre particulier d'observations que j'ai considérées; je vais faire voir maintenant comment on en peut déduire des équations de condition. La route que je suivrai sera semblable à celle que j'ai suivie dans mon *VIII.^e Mémoire*, avec cette différence cependant que dans le cas particulier dont il s'agit, on a une équation de condition de plus que dans les suppositions du *VIII.^e Mémoire*.

Dans la présente recherche, je ferai usage des valeurs de Λ ; $d\Lambda$, y , dy des §. 121 & 122; ces valeurs s'appliqueront à une des observations. Je désignerai pareillement par Λ' , $d\Lambda'$, y' , dy' , les valeurs analogues, relatives à la seconde observation; bien entendu que cette seconde observation peut être celle d'une phase par rapport à laquelle on pourroit ne pas connoître l'angle de comparaison. On n'aura point alors, relativement à cette observation, des valeurs de Λ' & de $d\Lambda'$, & l'on évaluera les quantités y' & dy' par les formules de mon *VIII.^e Mémoire*.

(130.) Si l'on cherche la différence en Longitude entre un lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'instant de la conjonction, & un autre lieu z' , où l'on a observé une distance des centres à une certaine heure, on a vu (§. 121) que

$$\text{Longitude } z' - \text{Longitude } Z' = y + dy.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la différence en Longitude entre le même lieu Z' , & un autre lieu z'' où l'on a observé

observé une autre distance des centres à une autre certaine heure, on a

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

Soit donc

Longitude z'' — longitude z' , la différence en longitude des lieux z'' & z' évaluée en temps; je suppose le lieu z'' plus oriental.

On aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y' - y + dy' - dy.$$

(131.) Au lieu de comparer, comme dans le paragraphe précédent, les Longitudes des deux observatoires, on peut comparer les deux expressions de la Latitude de la Lune que l'on conclut des deux observations. Nous avons vu en effet (§. 121) que si l'on cherche la Latitude de la Lune qui résulte de l'observation faite dans le lieu z' , on a

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction} = \Lambda + d\Lambda.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la Latitude de la Lune qui résulte de l'observation faite dans le lieu z'' , on a

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction} = \Lambda' + d\Lambda'.$$

Donc, puisque la Lune ne peut pas avoir deux Latitudes différentes à l'instant de la conjonction,

$$\Lambda - \Lambda' + d\Lambda - d\Lambda' = 0.$$

Remarquons ici que cette dernière équation est essentiellement une équation de condition entre les élémens de l'Éclipse. Celle du §. 130, au contraire, n'est équation de condition entre ces élémens, que lorsque l'on connoît la Longitude respective des lieux z'' , z' ; autrement l'on n'en peut déduire que l'expression générale de la différence en Longitude de ces lieux.

(132.) Au lieu de comparer deux expressions de la Latitude de la Lune, comme dans le §. 131, ou de chercher l'expression générale de la différence en Longitude des lieux z'' , z' , comme dans le §. 130, on peut vouloir combiner l'expression de la différence en Longitude des lieux z' , Z' que l'on tire du §. 121, avec l'expression de la Latitude de la Lune que l'on déduit du même paragraphe; voici comment on doit procéder dans ce cas. Pour nous fixer, je supposerai que l'on ait déterminé la différence en Longitude des lieux z' , Z' , en employant une

Latitude hypothétique de la Lune différente de celle que l'on concluroit du §. 121. Soit Λ^* cette Latitude hypothétique.

On a vu (§. 121) que

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Dans cette dernière valeur dy renferme un terme multiplié par $d(\text{latitude de la Lune})$. Ce terme (§. 121) a pour expression $+\frac{\odot}{r} d(\text{latitude de la Lune})$; mais $d(\text{latitude de la Lune})$ est l'expression de la différence entre la Latitude vraie & la Latitude hypothétique de la Lune; donc

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \Lambda - \Lambda^* + d\Lambda.$$

C'est la valeur qu'il faudra substituer à $d(\text{latitude de la Lune})$ dans l'équation

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

(133.) Au lieu de combiner l'expression de la Latitude de la Lune que l'on déduit du §. 121, avec l'expression de la différence en Longitude des lieux z' , Z' , on peut aussi vouloir combiner cette même Latitude avec l'expression générale de la différence en Longitude des lieux z'' , Z' . Dans ce cas, on substituera la valeur de $d(\text{latitude de la Lune})$ du paragraphe précédent dans l'équation

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

(134.) On pourroit encore avoir deux autres équations de la forme suivante,

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

Ces équations ne diffèrent de celle des §. 132 & 133, qu'en ce que dans les valeurs de dy & de dy' de ce présent paragraphe, on a éliminé la valeur de $d(\text{latitude de la Lune})$ par le moyen de l'équation

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \Lambda' - \Lambda^* + d\Lambda'.$$

(135.) Dans l'équation du §. 130, j'ai supposé le lieu z'' plus oriental que le lieu z' , dans cette hypothèse la quantité Longitude $z'' - z'$ est positive. Si l'on étoit dans des suppositions

contraires, la quantité Longitude $z'' - z'$ seroit négative. On doit dire la même chose (§. 132, 133 & 134) des quantités Longitude $z' - \text{longitude } Z'$, longitude $z'' - \text{longitude } Z'$.

(136.) Nous remarquerons ici que $dy, dy', d\Lambda, d\Lambda'$ renferment des termes qui ont le même multiplicateur. Par exemple, $dy, dy', d\Lambda, d\Lambda'$, ont chacun un terme multiplié par d (déclinaison du Soleil), d (parallaxe horizontale du Soleil), & ainsi des autres. Lors de la formation des équations de condition, il est superflu d'avertir qu'on ne doit former qu'un seul résultat des deux termes qui ont le même multiplicateur. Nous remarquerons aussi que comme l'angle Z qui entre dans les expressions de y, y' se détruit par la soustraction de ces quantités, on peut d'avance supposer $Z = 0$. On voit enfin que si l'on étoit bien sûr de l'heure précise de la conjonction, & de la Latitude de la Lune correspondante à cet instant, les équations

Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction $= \Lambda + d\Lambda$,
 Heure que l'on compte dans le lieu z' à l'inst. de la conjonct. $= y + Z + dy$,
 des §. 121 & 123, seroient de véritables équations de condition.

EXEMPLE.

(137.) Je suppose que le 1.^{er} Avril 1764. on ait observé à Londres une plus courte distance des centres de $1' 21'', 4$ à $10^h 30' 44''$ du matin; que de plus, on ait pareillement observé à Toulouse une plus courte distance des centres de $2' 8'', 8$ à $10^h 24' 0''$ du matin; on demande les équations qui résultent de la comparaison de ces observations.

SOLUTION. Pour déterminer l'expression générale de la différence en Longitude de Toulouse & de Londres, je me servirai de l'équation du §. 130; Toulouse sera le lieu désigné par z'' , & Londres sera désigné par z' ; y & dy appartiendront à l'observation de Londres; y' & dy' appartiendront à l'observation de Toulouse.

Pour déterminer l'équation de condition qui résulte de la

comparaison des deux valeurs de la Latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction, je ferai usage de l'équation du §. 131; Λ , & $d\Lambda$ appartiendront à l'observation de Londres; Λ' & $d\Lambda'$ appartiendront à l'observation de Toulouse.

Si l'on jette les yeux sur les valeurs de y , dy , Λ , $d\Lambda$; y' , dy' , Λ' , $d\Lambda'$, des §. 125 & 128, il est évident que l'on aura

ÉQUATION de condition entre la plus grande phase observée à Londres & la plus grande phase observée à Toulouse.

$$\begin{aligned}
 & - 9'', 3.11 + 0,002 \, d(\text{déclinaison du Soleil}) \dots\dots \\
 & - 0,070 \, d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) \dots \\
 & + 0,081 \, d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \dots \\
 & + 0,007 \, d(\text{latit. Londres}) - 0,009 \, d(\text{latit. Toulouse}) \\
 & + 0'', 001 \, d(\text{demi-grand axe terrestre}) \dots\dots\dots \\
 & - 0,002 \, d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots\dots\dots \\
 & + 0,060 \, d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots\dots \\
 & - 0,060 \, d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}) \dots\dots\dots \\
 & - 0,974 \, d(\text{distance des centres observée à Londres}) \dots\dots \\
 & - 0,964 \, d(\text{distance des centres observée à Toulouse}) \dots = 0.
 \end{aligned}$$

ÉQUATION à la différence en Longitude entre Toulouse & Londres.

Longitude de Toulouse — Longitude de Londres

$$\begin{aligned}
 & = + 6' 41'', 647 + 0,002 \, d(\text{déclinaison du Soleil}) \dots\dots \\
 & + 0,749 \, d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \dots\dots \\
 & - 0,774 \, d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) \dots\dots \\
 & - 0,026 \, d(\text{latitude de Toulouse}) \dots\dots\dots \\
 & + 0,024 \, d(\text{latitude de Londres}) \dots\dots\dots \\
 & + 0'', 006 \, d(\text{demi-grand axe terrestre}) \dots\dots\dots \\
 & + 0,001 \, d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots\dots\dots \\
 & - 0,494 \, d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \dots\dots \\
 & + 0,177 \, d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

- 0,177 d (parallaxe horizontale du Soleil)
 + 0,097 d (lat. ☾) + 0,001 d (angle compar. à Toulouse)
 + 0,001 d (angle de comparaison à Londres).

(138.) On peut, conformément à ce qui a été dit (§. 132, 133 & 134) vouloir combiner la Latitude de la Lune que l'on déduit de l'observation de Londres, avec l'expression de la différence en Longitude entre Londres & le lieu Z' , entre Toulouse & le lieu Z' . On peut réciproquement combiner ces mêmes différences en Longitude avec la Latitude de la Lune que l'on conclut de l'observation de Toulouse. Ces spéculations donnent lieu aux combinaisons suivantes.

ÉQUATIONS à la différence en Longitude entre Londres & le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

(139.) Si l'on veut faire usage de la Latitude hypothétique de la Lune du §. 5, on a (§. 125) relativement à l'observation de Londres;

$$y = + 36'',100;$$

d'ailleurs

$$dy = \begin{cases} + 0'',176 + 0,020 d (\text{déclinaison du Soleil}) + \dots \&c. \\ + 0,671 d (\text{latitude de la Lune}) - \&c. \end{cases}$$

de plus

$$\Lambda = 39' 30'',300,$$

$$d\Lambda = - 0'',002 - 0'',076 - 0,008 d (\text{déclin. du Soleil}) - \&c.$$

puisque enfin (§. 5)

$$\Lambda^* = 39' 32'',000;$$

on a (§. 132),

$$d(\text{lat. } \odot) \begin{cases} = + 39' 30'',300 - 39' 32'',000 + d\Lambda. \\ = - 1'',700 - 0'',002 - 0'',076 - 0,008 d (\text{déc. } \odot) - \&c. \\ = - 1'',778 - 0,008 d (\text{déclinaison du Soleil}) - \&c. \end{cases}$$

*Longitude de l'observatoire de M. Short moins Longitude du lieu qui
comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction*

$$\begin{aligned}
 &= + 36",100 + 0",176 + 0,020 \text{ d(declinaison du Soleil)} \\
 &\quad + 0,774 \text{ d(instant phase)} - 0,024 \text{ d(latit. de Londres).} \\
 &\quad + 0",039 \text{ d(demi-grand axe terrestre).} \dots \dots \dots \\
 &\quad - 0,000 \text{ d(inclinaison de l'orbite corrigée).} \dots \dots \dots \\
 &\quad + 0,319 \text{ d(mouvement horaire de la Lune au Soleil).} \dots \dots \\
 &\quad - 0,651 \text{ d(parallaxe horizontale polaire de la Lune).} \dots \dots \\
 &\quad + 0,651 \text{ d(paral. hor. du } \odot) - 0,001 \text{ d(angle de comp.).} \\
 &\quad + 671 \left\{ \begin{array}{l} - 1",778 - 0,008 \text{ d(déclin. du Soleil).} \dots \dots \\ - 0,070 \text{ d(instant de la phase).} \dots \dots \dots \\ + 0,007 \text{ d(latit. de Londres).} \dots \dots \dots \\ - 0",005 \text{ d(demi-grand axe terrestre).} \dots \dots \\ - 0,001 \text{ d(inclinaison de l'orbite corrigée).} \\ + 0,756 \text{ d(parallaxe horizontale pol. de la } \odot) \\ - 0,756 \text{ d(parallaxe horizontale du Soleil).} \\ + 0,000 \text{ d(angle de comparaison).} \dots \dots \dots \\ - 0,974 \text{ d(distance des centres).} \dots \dots \dots \end{array} \right. \\
 &= + 35",083 + 0,015 \text{ d(declinaison du Soleil).} \dots \dots \dots \\
 &\quad + 0,727 \text{ d(instant de la plus grande phase à Londres).} \dots \dots \\
 &\quad - 0,019 \text{ d(latit. de Londres).} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 &\quad + 0",036 \text{ d(demi-grand axe terrestre).} \dots \dots \dots \dots \dots \\
 &\quad - 0,001 \text{ d(inclinaison de l'orbite corrigée).} \dots \dots \dots \dots \\
 &\quad + 0,319 \text{ d(mouvement horaire de la Lune au Soleil).} \dots \dots \\
 &\quad - 0,144 \text{ d(parallaxe horizontale polaire de la Lune).} \dots \dots \\
 &\quad + 0,144 \text{ d(parallaxe horizontale du Soleil).} \dots \dots \dots \dots \\
 &\quad - 0,000 \text{ d(angle de comparaison observé à Londres).} \dots \dots \\
 &\quad - 0,653 \text{ d(distance des centres observée à Londres);}
 \end{aligned}$$

en ne formant qu'un seul résultat, des termes qui ont le même multiplicateur.

(140.) Dans l'expression de la Longitude de Londres, si l'on vouloit éliminer la quantité d (latitude de la Lune) par le moyen de l'observation de Toulouse, on auroit ($\S. 128$ & 134).

$$\Lambda' = 39' 39'',500,$$

$$d\Lambda' = -0'',001 + 0'',034 - 0,010 d(\text{déclin. du Soleil}) - \&c.$$

$$\Lambda^* = 39' 32'',000,$$

$$d(\text{latit. } \odot) \left\{ \begin{array}{l} = + 39' 39'',500 - 39' 32'',000 + d\Lambda'. \\ = + 7'',533 - 0,010 d(\text{déclin. du Soleil}) - \&c. \end{array} \right.$$

D'où l'on tireroit par un calcul semblable à celui du paragraphe précédent;

Longitude de l'observatoire de M. Short moins Longitude du lieu qui comptoit 10^b 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction

$$\begin{aligned} &= + 41'',331 + 0,013 d(\text{déclinaison du Soleil}). \dots\dots \\ &+ 0,774 d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}). \\ &- 0,053 d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}). \\ &- 0,024 d(\text{lat. de Londres}) + 0,006 d(\text{lat. de Toulouse}). \\ &+ 0'',035 d(\text{demi-grand axe terrestre}). \dots\dots\dots \\ &+ 0,001 d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}). \dots\dots\dots \\ &+ 0,319 d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}). \\ &- 0,185 d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}). \\ &+ 0,185 d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}). \dots\dots\dots \\ &- 0,001 d(\text{angle de comparaison observé à Londres}). \\ &- 0,000 d(\text{angle de comparaison observé à Toulouse}). \\ &+ 0,647 d(\text{distance des centres observée à Toulouse}). \end{aligned}$$

(141.) Dans l'expression de la Longitude de Toulouse, si l'on élimine successivement la quantité d (latitude de la Lune), au moyen de la Latitude de la Lune déduite des observations de Londres & de Toulouse, on parviendra aux résultats suivans, par une analyse semblable à celle que nous venons de développer.

ÉQUATIONS à la différence en Longitude entre Toulouse & le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

Longitude de Toulouse moins longitude du lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction

$$\begin{aligned}
 &= + 7' 16'', 558 + 0,016 \text{ } d(\text{déclinaison du Soleil}) \dots \\
 &+ 0,749 \text{ } d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \dots \\
 &- 0,054 \text{ } d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) \dots \\
 &- 0,026 \text{ } d(\text{latit. de Toulouse}) + 0,005 \text{ } d(\text{latit. de Londres}) \\
 &+ 0'',041 \text{ } d(\text{demi-grand axe terrestre}) \dots \dots \dots \\
 &+ 0,000 \text{ } d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots \dots \dots \\
 &- 0,175 \text{ } d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \dots \\
 &+ 0,107 \text{ } d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots \\
 &- 0,107 \text{ } d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}) \dots \dots \dots \\
 &+ 0,001 \text{ } d(\text{angle de comparaison observé à Toulouse}) \dots \\
 &+ 0,000 \text{ } d(\text{angle de comparaison observé à Londres}) \dots \\
 &- 0,748 \text{ } d(\text{distance des centres observée à Londres}).
 \end{aligned}$$

Longitude de Toulouse moins longitude du lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction

$$\begin{aligned}
 &= + 7' 23'', 708 + 0,014 \text{ } d(\text{déclinaison du Soleil}) \dots \\
 &+ 0,687 \text{ } d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \dots \\
 &- 0,019 \text{ } d(\text{latitude de Toulouse}) \dots \dots \dots \\
 &+ 0'',040 \text{ } d(\text{demi-grand axe terrestre}) \dots \dots \dots \\
 &+ 0,002 \text{ } d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots \dots \dots \\
 &- 0,175 \text{ } d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \dots \\
 &+ 0,061 \text{ } d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots \\
 &- 0,061 \text{ } d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}) \dots \dots \dots \\
 &+ 0,001 \text{ } d(\text{angle de comparaison observé à Toulouse}) \dots \\
 &+ 0,740 \text{ } d(\text{distance des centres observée à Toulouse}).
 \end{aligned}$$

Après

Après avoir donné la forme des équations de condition, passons à leurs usages.

SECTION SECONDE.

Des usages des Équations de condition.

(142.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit dans l'article III de mon VIII.^e Mémoire, sur l'usage des équations de condition; il est évident que ces remarques s'appliquent aux équations de condition que je viens d'apprendre à former. Je ne répéterai pas non plus ce que j'ai exposé dans le présent Mémoire, sur le choix que l'on doit faire de ces équations, pour déterminer de certains élémens préférablement à d'autres; sur l'incertitude que l'instant précis de la plus grande phase doit jeter nécessairement dans plusieurs de ces équations, sur-tout si l'on vouloit conclure l'instant précis de la conjonction, ou la différence en Longitude des observatoires. Le but principal que je me propose dans cette section est de remédier, s'il est possible, à cet inconvénient, de venir au secours de l'Observateur, de lui donner des méthodes pour rectifier les distances observées des centres & les véritables instans des plus grandes phases. Année 1770.

Pour fixer davantage l'attention, j'appliquerai mes raisonnemens aux observations de Londres & de Toulouse; bien entendu que ces raisonnemens n'étant pas particuliers à ces observations, la méthode est générale.

(143.) On a pu voir (§. 137), que

$$- 9^{\circ} 31' + 0,002 \text{ d(declinaison du Soleil) } - \dots \&c. = 0.$$

Longitude de Toulouse — Longitude de Londres

$$= + 6^{\circ} 41',647 + 0,002 \text{ d(declinaison du Soleil) } + \dots \&c.$$

De plus (§. 139).

Longitude de Londres — Longitude du lieu qui comptoit $10^{\text{h}} 21' 28''$
du matin à l'instant de la conjonction

$$= + 35'',083 + 0,015 \text{ d(declinaison du Soleil) } + \dots \&c.$$

Mém. 1771.

Cc

D'ailleurs on peut conclure des $\S. 125$ & 131 , que

Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction
 $= 39' 30'', 222 - 0,008 d(\text{déclinaison du Soleil}). \dots\dots\dots$
 $- 0,070 d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) + \dots\dots \&c.$

Je remarque d'abord que puisque dans la première équation du présent paragraphe, c'est-à-dire dans la première équation du $\S. 137$, tous les termes ne disparaissent pas par la supposition de

$d(\text{déclinaison du Soleil}), d(\text{instant de la phase}), d(\&c.) = 0$,

& qu'il reste le terme connu $- 9'', 311$; les observations de Londres & de Toulouse ne donnent point à la Lune la même Latitude à l'instant de la conjonction. Ces observations renferment donc quelqu'inexactitude. Je tirerois la même conclusion en considérant que Toulouse étant plus occidental que Paris, d'environ $3' 35''$ de temps, & par conséquent plus oriental que Londres de $6' 12''$, le terme constant de la seconde équation devrait être $+ 6' 12''$, & non pas $+ 6' 41'', 647$. Si j'admettois enfin que Londres est le lieu qui comptoit $10^h 21' 28''$ du matin à l'instant de la conjonction, je serois confirmé de plus en plus dans ces remarques, en voyant que dans la troisième équation le terme constant est $+ 35'', 083$, au lieu d'être $0'', 000$. Je pourrois aller plus loin; comme j'ai quatre équations, je pourrois déterminer les quatre quantités suivantes,

$d(\text{dist. des centres observ. à Toulouse}), d(\text{inst. de la phase à Toulouse}),$
 $d(\text{dist. des centres observ. à Londres}), d(\text{inst. de la phase à Londres}).$

Mais ces déterminations seroient évidemment précaires, puisqu'elles supposeroient connues d'avance la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, l'heure que l'on comptoit à Londres à l'instant de la conjonction, la différence en Longitude de Londres & de Toulouse, & en général les élémens de l'Éclipse : Voyons s'il ne seroit pas possible d'éviter ces inconvéniens.

(144.) Il est évident qu'une plus grande phase, indépendamment de cette qualité qui la distingue des autres phases, &

qui permet de la calculer par des méthodes particulières, ne peut jamais perdre la propriété de pouvoir être calculée par les méthodes générales de mon *VIII.^e Mémoire*. Si l'observation que l'on regarde comme plus grande phase, a véritablement cette propriété, la méthode générale & la méthode particulière conduiront au même résultat; si au contraire l'observation n'a pas cette propriété, la méthode générale & la méthode particulière conduiront à des résultats différens, dont la comparaison déterminera l'erreur de l'observation considérée comme plus grande phase. L'application aux observations de Londres & de Toulouse rendra ces raisonnemens sensibles.

(145.) à Londres la distance des centres du Soleil & de la Lune a été observée de $1^{\circ} 21' 4''$ à $10^h 30' 44''$ du matin, le centre de la Lune étant alors dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil. à Toulouse la distance des centres a été observée de $2^{\circ} 8' 8''$ à $10^h 24' 0''$ du matin, le centre de la Lune étant alors dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil.

Si l'on applique aux observations de Londres & de Toulouse les calculs & les élémens de mon *VIII.^e Mémoire*, on aura

Calcul de l'observation de Londres.

$$\begin{array}{lll} Z = 22^h 21' 28'', & z = 22^h 30' 44'', & b' = + 556'', \\ \lambda = \text{tang. } 1^{\circ} 21' 4'', & A = - 2400, & C = + 49974, \\ D = - 29690, & E = + 98980, & F = - 6832, \\ L = + 2501, & M = - 53691, & N = + 45984, \\ G = + 59005, & H = + 45561, & P = + 51738, \\ Q = + 14245, & \epsilon = - 4719, & \Delta = + 21955, \\ \beta = + 3316, & \varpi = + 0'',001, & \mu = - 885, \\ \pi = + 32776, & \Gamma = + 532262, & \Theta = - 723307, \\ \Sigma = - 772534. \end{array}$$

$$y = + 22^h 30' 44'' - 22^h 21' 28'' - 8' 4'' 760 - 49'',668 = + 21'',572.$$

$$\begin{aligned} dy = & - 0'',015 - 0'',423 - 0,047 \, d(\text{déclin. du } \odot) \\ & + 0,220 \, d(\text{instant de l'observation}) \dots \dots \dots \end{aligned}$$

Cc ij

+	0,033	d (latitude de Londres).....
+	0",001	d (demi-grand axe terrestre).....
—	0,009	d (inclinaison de l'orbite corrigée).....
+	0,328	d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)
+	5,323	d (parallaxe horizontale polaire de la Lune)
—	5,323	d (parallaxe horizontale du Soleil).....
—	7,233	d (latitude de la Lune).....
—	7,725	d (distance des centres).

Calcul de l'observation de Toulouse.

$Z = 22^h 21' 28''$,	$z = 22^h 24' 0''$,	$b' = - 215''$,
$\lambda = \text{tang. } 2' 8'',8$.	$A = + 3590$,	$C = + 57293$,
$D = - 34263$,	$E = + 98857$,	$F = + 3130$,
$L = + 3940$,	$M = - 62509$,	$N = + 48517$,
$G = + 62002$,	$H = + 54567$,	$P = + 59353$,
$Q = + 17768$,	$\epsilon = - 3086$,	$\Delta = + 31341$,
$\beta = + 2018$,	$\varpi = + 0'',014$,	$\mu = + 361$,
$\bar{\alpha} = - 20675$,	$\Gamma = + 327152$,	$\Theta = - 461167$,
$\Sigma = + 526820$.		

$$y = + 22^h 24' 0'' - 22^h 21' 28'' + 3' 42,100 + 1' 55'',190 = + 8' 9'',290.$$

$dy = - 0'',006 + 0'',106 - 0,031$	d (déclin. du Soleil)	
+	0,313 d (instant de l'observation).....	
+	0,020 d (latitude de Toulouse).....	
+	0",014 d (demi-grand axe terrestre).....	
+	0,004 d (inclinaison de l'orbite corrigée).....	
—	0,207 d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)	
+	3,272 d (parallaxe horizontale polaire de la Lune).. <td></td>	
—	3,272 d (parallaxe horizontale du Soleil).....	
—	4,612 d (latitude de la Lune).....	
+	5,268 d (distance des centres.	

Equation de condition entre l'observation de Londres, considérée comme plus grande phase, & la même observation considérée comme phase ordinaire.

- $14^{\circ},042 - 0,067 d$ (déclinaison du Soleil)
- + $0,220 d$ (instant de l'observation de Londres)
- $0,774 d$ (instant de la plus grande phase à Londres) . . .
- + $0,057 d$ (latitude de Londres)
- $0^{\circ},038 d$ (demi-grand axe terrestre)
- $0,009 d$ (inclinaison de l'orbite corrigée)
- + $0,009 d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . .
- + $5,974 d$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)
- $5,974 d$ (parallaxe horizontale du Soleil)
- $7,904 d$ (latitude de la Lune)
- + $0,001 d$ (angle de compar. corresp. à la plus grande phase)
- $7,725 d$ (distance des centres) = 0.

Equation de condition entre l'observation de Toulouse, considérée comme plus grande phase, & la même observation considérée comme phase ordinaire.

- + $51^{\circ},467 - 0,053 d$ (déclinaison du Soleil)
- + $0,313 d$ (instant de l'observation de Toulouse)
- $0,749 d$ (instant de la plus grande phase à Toulouse) . . .
- + $0,046 d$ (latitude de Toulouse)
- $0^{\circ},031 d$ (demi-grand axe terrestre)
- + $0,003 d$ (inclinaison de l'orbite)
- $0,032 d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil)
- + $3,746 d$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)
- $3,746 d$ (parallaxe horizontale du Soleil)
- $5,380 d$ (latitude de la Lune)
- $0,001 d$ (angle de compar. corresp. à la plus grande phase)
- + $5,268 d$ (distance des centres) = 0.

(146.) Puisque les équations de condition du paragraphe précédent, ne deviennent pas nulles par la supposition de d (déclin. du ☉), d (latit. du lieu), d (inst. de la phase), d (&c.) = 0, & qu'il reste un terme tout connu; c'est une preuve que les observations de Londres & de Toulouse ne sont pas véritablement des observations de plus grandes phases, & que peut-être même il y a erreur dans les distances observées des centres. Afin de restreindre le nombre des combinaisons, de ne pas multiplier la difficulté des calculs, & d'éviter les équations identiques, je ne regarderai comme inconnues, que les instans des observations considérées comme plus grandes phases, les distances observées des centres, la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, & la différence en Longitude de Londres & de Toulouse. Comme dans le cas dont il s'agit

a (instant de l'observation) = d (instant de la plus grande phase),
on aura dans cette hypothèse;

(A) *Longitude de Toulouse — Longitude de Londres*

$$\begin{aligned} &= 6' 41'', 647 + 0,749 d(\text{inst. de la plus gr. ph. à Toulouse}) \\ &\quad - 0,774 d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}). \\ &\quad + 0,097 d(\text{latitude de la Lune}). \end{aligned}$$

(B) $9'', 311 + 0,070 d(\text{inst. de la plus gr. ph. à Londres})$

$$\begin{aligned} &- 0,081 d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \\ &+ 0,974 d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ &+ 0,964 d(\text{distance des centres observée à Toulouse}) = 0. \end{aligned}$$

(C) $14'', 042 + 0,554 d(\text{inst. de la plus gr. ph. à Londres})$

$$\begin{aligned} &+ 7,904 d(\text{latitude de la Lune}) \dots \dots \dots \\ &+ 7,725 d(\text{distance des centres observée à Londres}) \dots = 0. \end{aligned}$$

(D) $51'', 467 - 0,436 d(\text{inst. de la plus gr. ph. à Toulouse})$

$$\begin{aligned} &- 5,380 d(\text{latitude de la Lune}) \dots \dots \dots \\ &+ 5,268 d(\text{distance des centres observée à Toulouse}) = 0. \end{aligned}$$

(147.) On seroit tenté de croire, qu'au moyen des équations

précédentes on peut déterminer arbitrairement quatre quelconques des six quantités suivantes, instant vrai de la plus grande phase à Londres, instant vrai de la plus grande phase à Toulouse, distance des centres observée à Londres, distance des centres observée à Toulouse, Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, différence en Longitude de Londres & de Toulouse; pourvu toutefois que l'on suppose connues deux de ces quantités; cette conclusion seroit cependant précipitée.

Soit

$$\text{Longitude de Toulouse} - \text{Longitude de Londres} \\ = + 6' 12'' + 1,000 d(\text{longitude de Toulouse}).$$

On aura dans cette hypothèse

Par l'Équation (D)

$$d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \\ = + 118'',050 - 12,339 d(\text{latitude de la Lune}) \\ + 12,083 d(\text{distance des centres observée à Toulouse});$$

Par l'Équation (A)

$$d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) \\ = + 152'',565 - 11,815 d(\text{lat. } \odot) - 1,292 d(\text{longit. de Toulouse}) \\ + 11,693 d(\text{distance des centres observée à Toulouse});$$

Par l'Équation (C)

$$d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ = - 12'',759 - 0,176 d(\text{lat. } \odot) + 0,091 d(\text{longitude de Toulouse}) \\ - 0,839 d(\text{distance des centres observée à Toulouse}).$$

(148.) Nous n'avons pas encore fait usage de l'équation (B); on pourroit donc croire au premier coup d'œil, qu'au moyen de cette équation, on peut encore déterminer une nouvelle variable. Mais si l'on fait le calcul indiqué, c'est-à-dire, si l'on porte dans cette équation, les valeurs déterminées précédemment, on verra que toutes les variables disparaissent. L'équation (B) n'est donc,

à parler exactement, qu'une équation identique avec les trois autres; ou, si l'on veut, les quatre équations du §. 146 sont telles, que lorsque l'on a satisfait à trois de ces équations, la quatrième se trouve également satisfaite. Il ne faut pas croire cependant que l'indétermination dont j'ai parlé (§. 143) ne soit pas diminuée. Pour me faire entendre je reprends la dernière équation du §. 147, & j'ai

$$\begin{aligned} & d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ = & -12'',759 - 0,176 \, d(\text{lat. } \odot) + 0,091 \, d(\text{longit. de Toulouse}) \\ & - 0,839 \, d(\text{distance des centres observée à Toulouse}). \end{aligned}$$

Je conclus de cette équation que les deux distances des centres observées à Londres & à Toulouse ne sont pas cohérentes entr'elles, & qu'il est difficile de se refuser à l'évidence, qu'il y a erreur dans l'une ou dans l'autre de ces distances observées. En effet, pour que ces distances pussent être cohérentes, on devoit avoir l'équation suivante;

$$12'',759 + 0,176 \, d(\text{lat. } \odot) - 0,091 \, d(\text{longit. de Toulouse}) = 0.$$

Si donc l'on supposoit la Latitude de la Lune bien déterminée, on auroit

$$d(\text{longitude de Toulouse}) = +140'',2.$$

La Longitude de Toulouse seroit alors de $8' 32''$ de Temps; orientale par rapport à Londres; & par conséquent de $1' 14''$ occidentale par rapport à Paris. Cette Longitude est trop différente de celle que l'on connoît, pour pouvoir être admise.

Si l'on supposoit au contraire la Longitude de Toulouse bien déterminée, on auroit

$$d(\text{latitude de la Lune}) = -72'',5.$$

Quand même la Latitude hypothétique de la Lune, dont j'ai fait usage dans mes calculs, ne m'eût pas été donnée par le résultat d'un très-grand nombre d'observations, & que j'eusse employé directement la Latitude des Tables, on admettroit difficilement une pareille erreur dans les nouvelles Tables de M.^{rs} Clairaut & Mayer, & l'on seroit tenté de rejeter l'erreur sur les observations.

(149.) Quoique l'on puisse former différentes hypothèses sur les

les erreurs des distances des centres, observées à Londres & à Toulouse, il est cependant très-probable, d'après la seule inspection de ces observations, que les distances observées à Londres sont infiniment plus exactes que celles observées à Toulouse. On peut donc, dans les équations du §. 147, vouloir éliminer la quantité d (distance des centres observée à Toulouse).

On a vu §. 148, que

$$\begin{aligned} & d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ = & -12^{\circ},759 - 0,839 d(\text{distance des centres observée à Toulouse}) \\ - & 0,176 d(\text{latitude de la Lune}) + 0,091 d(\text{longitude de Toulouse}); \\ \text{donc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & d(\text{distance des centres observée à Toulouse}) \\ = & -15^{\circ},207 - 1,192 d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ - & 0,210 d(\text{latitude de la Lune}) + 0,108 d(\text{longitude de Toulouse}). \end{aligned}$$

Si l'on porte cette valeur dans les équations du §. 147, on aura

$$\begin{aligned} & d(\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) \\ = & -65^{\circ},696 - 14,403 d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ - & 14,876 d(\text{latitude de la Lune}) + 1,305 d(\text{longitude de Toulouse}); \\ & d(\text{instant de la plus grande phase à Londres}) \\ = & -25^{\circ},250 - 13,938 d(\text{distance des centres observée à Londres}) \\ - & 14,271 d(\text{latitude de la Lune}) + 0,029 d(\text{longitude de Toulouse}). \end{aligned}$$

(150.) Les équations du §. 149, font voir qu'il reste encore une grande indétermination dans le Problème. En effet, on peut former différentes hypothèses sur l'erreur de la distance des centres observée à Londres, sur la différence en Longitude de Londres & de Toulouse, & sur la Latitude de la Lune. Pour fixer cette indétermination autant qu'il est possible, on se rappellera les considérations suivantes. Nous avons dit (§. 5), que la conjonction est arrivée, lorsque l'on comptoit à Londres $10^h 21' 28''$ du matin; nous avons supposé de plus, que la différence en Longitude entre Londres & Toulouse est de $+ 6' 12''$. Mais il peut arriver que la conjonction n'ait pas eu lieu lorsque l'on comptoit précisément $10^h 21' 28''$ du matin à Londres, &

que la différence en Longitude entre Toulouse & Londres, ne soit pas précisément de $6' 12''$.

Soit

d (Longitude de Toulouse) l'erreur sur la Longitude de Toulouse ;

d (heure de la conjonction) l'erreur sur l'heure précise que l'on comptoit à Londres à l'instant de la conjonction.

On aura dans cette hypothèse,

Longitude de Toulouse moins Longitude du lieu qui comptoit
 $10^h 21' 28''$ du matin à l'instant de la conjonction

$$= 6' 12'' + 1,000 \, d \text{ (Longitude de Toulouse) }$$

$$+ 1,000 \, d \text{ (heure de la conjonction) } .$$

D'ailleurs, relativement aux suppositions du §. 146, la première des deux équations du §. 141 devient,

Longitude de Toulouse moins Longitude du lieu qui comptoit
 $10^h 21' 28''$ du matin à l'instant de la conjonction

$$= 7' 16'', 558 + 0,749 \, d \text{ (inst. de la plus grande phase à Toulouse) }$$

$$- 0,054 \, d \text{ (instant de la plus grande phase à Londres) }$$

$$- 0,748 \, d \text{ (distance des centres observée à Londres) } .$$

Si l'on compare ces deux expressions, on aura

$$(E) \quad 1' 4'', 558 + 0,749 \, d \text{ (inst. de la plus grande phase à Toulouse) }$$

$$- 0,054 \, d \text{ (instant de la plus grande phase à Londres) }$$

$$- 0,748 \, d \text{ (distance des centres observée à Londres) }$$

$$- 1,000 \, d \text{ (Longitude de Toulouse) }$$

$$- 1,000 \, d \text{ (heure de la conjonction) } = 0.$$

(151.) Dans cette dernière équation, si l'on substitue à d (inst. plus grande phase à Londres), d (inst. plus grande phase à Toulouse), leurs valeurs tirées du §. 149, on aura

$$(F) \quad 16'', 714 - 10,783 \, d \text{ (distance des centres observée à Londres) }$$

$$- 10,371 \, d \text{ (latitude de la Lune) }$$

$$- 0,023 \, d \text{ (Longitude de Toulouse) }$$

$$- 1,000 \, d \text{ (heure de la conjonction) } = 0 ;$$

d'où l'on tire

d (distance des centres observée à Londres)

$$= 1'',550 - 0,962 d (\text{latit. } \odot) - 0,002 d (\text{longit. de Toulouse}) \\ - 0,093 d (\text{heure de la conjonction}).$$

(152.) Dans les équations du §. 149, si l'on substitue à d (dist. des centres observée à Londres), la valeur tirée du paragraphe précédent, ces équations deviendront

d (distance des centres observée à Toulouse)

$$= - 17'',055 + 0,937 d (\text{lat. } \odot) + 0,110 d (\text{longit. Toulouse}) \\ + 0,111 d (\text{heure de la conjonction});$$

d (instant de la plus grande phase à Toulouse)

$$= - 88'',020 - 1,020 d (\text{latit. } \odot) + 1,334 d (\text{longit. Toulouse}) \\ + 1,339 d (\text{heure de la conjonction});$$

d (instant de la plus grande phase à Londres)

$$= - 46'',854 - 0,863 d (\text{latit. } \odot) + 0,057 d (\text{longit. Toulouse}) \\ + 1,296 d (\text{heure de la conjonction}).$$

Soit maintenant

$d (\text{latit. } \odot) = 0$, $d (\text{longit. Toulouse}) = 0$, $d (\text{heure conjonction}) = 0$;
on aura

$$d (\text{distance des centres observée à Londres}) = + 1'',550,$$

$$d (\text{distance des centres observée à Toulouse}) = - 17'',055,$$

$$d (\text{instant de la plus grande phase à Toulouse}) = - 88'',020,$$

$$d (\text{instant de la plus grande phase à Londres}) = - 46'',854.$$

Dans cette hypothèse, la plus grande phase seroit arrivée à Londres à $10^h 29' 57''$, la plus courte distance des centres étant alors de $1' 23'',550$. La plus grande phase seroit arrivée à Toulouse à $10^h 22' 32''$, la plus courte distance des centres étant alors de $1' 51'',7$. De sorte qu'aux instans que les Observateurs de Londres & de Toulouse ont pris pour les véritables instans des plus grandes phases, l'Éclipse étoit réellement déjà décroissante.

(153.) Quoiqu'au moyen de la méthode que je viens de développer, on ne puisse déterminer que quatre des inconnues

du Problème; on doit cependant sentir la généralité & son utilité. Il peut arriver, dans un nombre infini de circonstances, que l'on n'ait pas la totalité de la question à résoudre, parce que l'on a déterminé d'ailleurs quelques-unes des inconnues; comme il arrive, par exemple, lorsque l'on compare des observations faites dans des lieux dont la position respective n'est pas douteuse, & que l'on connoît l'heure de la conjonction. Dans tous ces cas on n'auroit rien à desirer sur la solution. Au reste, on ne doit pas regarder comme indifférent d'avoir une méthode qui apprenne à douter de l'exactitude des observations, & qui fournisse à l'Observateur les moyens de rétablir les véritables instans des plus grandes phases, de la manière la plus probable.

(154.) Il n'est resté d'indétermination dans le Problème dont il s'agit, que parce que l'on a sept inconnues & que l'on n'a employé que quatre équations. Supposons qu'indépendamment de la plus grande phase, on ait observé dans chacun des observatoires, une distance quelconque des centres, par exemple, un commencement ou une fin d'Éclipse; comme alors la comparaison de chacune de ces deux nouvelles phases, soit entr'elles, soit avec celle du milieu de l'Éclipse, fournira une nouvelle équation de condition, le Problème pourra se résoudre d'une manière plus directe. Un exemple va nous éclaircir.

Année 1770. (155.) On a vu dans mon *VIII.^e Mémoire*, que le 1.^{er} Avril 1764, le commencement de l'Éclipse a été observé à Londres à 9^h 4' 33" du matin. Relativement à cette observation on a

$$\begin{array}{lll}
 Z = 22^{\text{h}} 21' 28'', & z = 21^{\text{h}} 4' 33'', & b' = - 4615'', \\
 A = - 12801, & E = + 99176, & F = + 9896, \\
 L = + 56637, & M = - 45812, & N = + 41876, \\
 C = + 37942, & D = - 24974, & G = + 79929, \\
 H = + 32551, & P = + 78519, & Q = - 1706, \\
 \epsilon = + 1867, & \Delta = + 83412, & \beta = - 3010, \\
 \varpi = + 0'',056, & \mu = - 519, & \Xi = - 283016, \\
 \Gamma = - 38006, & \Theta = + 72655, & \Sigma = + 223554, \\
 y = 28^{\text{h}} 4' 33'' - 22^{\text{h}} 21' 28'' + 11' 42'',160 + 1^{\text{h}} 5' 14'',700 = + 1'',860.
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 dy = & -0'',816 - 1'',344 + 0,018 d (\text{déclinaison du Soleil}) \\
 & + 0,834 d (\text{instant du commencement de l'Éclipse}) \dots \\
 & - 0,030 d (\text{latitude de Londres}) \dots \dots \dots \\
 & - 0'',056 d (\text{demi-grand axe terrestre}) \dots \dots \dots \\
 & - 0,005 d (\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots \dots \dots \\
 & - 2,830 d (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \dots \\
 & - 0,380 d (\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots \\
 & + 0,380 d (\text{parallaxe horizontale du Soleil}) \dots \dots \dots \\
 & + 0,727 d (\text{latitude de la Lune}) \dots \dots \dots \\
 & + 2,236 d (\text{demi-diamètre du Soleil}) \dots \dots \dots \\
 & - 2,236 d (\text{inflexion}) \dots \dots \dots \\
 & + 2,236 d (\text{demi-diamètre de la Lune}).
 \end{aligned}$$

Si l'on compare ces valeurs à celles de y & de dy du §. 145, on aura pour équation de condition entre le commencement de l'Éclipse observé à Londres, & la phase observée à $10^h 30' 44''$ regardée comme phase ordinaire,

Équation de condition entre le commencement de l'Éclipse observé à Londres, & la phase observée à $10^h 30' 44''$ considérée comme phase ordinaire.

$$\begin{aligned}
 & + 21'',434 - 0,065 d (\text{déclinaison du Soleil}) \dots \\
 & + 0,220 d (\text{instant de la phase observée à } 10^h 30' 44'') \\
 & - 0,834 d (\text{instant du commencement de l'Éclipse}) \dots \\
 & + 0,063 d (\text{latitude de Londres}) \dots \dots \dots \\
 & - 0'',055 d (\text{demi-grand axe terrestre}) \dots \dots \dots \\
 & - 0,004 d (\text{inclinaison de l'orbite corrigée}) \dots \dots \dots \\
 & + 3,158 d (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}) \\
 & + 5,703 d (\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune}) \dots \\
 & - 5,703 d (\text{parallaxe horizontale du Soleil}) \dots \dots \dots \\
 & - 7,960 d (\text{latitude de la Lune}) \dots \dots \dots \\
 & - 7,725 d (\text{distance des centres observée à } 10^h 30' 44'')
 \end{aligned}$$

— 2,236 d (demi-diamètre de la Lune)

+ 2,236 d (inflexion)

— 2,236 d (demi-diamètre du Soleil) = 0.

Relativement aux suppositions du §. 146, cette équation se réduit à la suivante

(G) 21",434 — 7,960 d (latitude de la Lune) . . .

+ 0,220 d (instant de la plus grande phase à Londres)

— 7,725 d (distance des centres observée à Londres) = 0.

(156.) Par la même raison, la fin de l'Éclipse ayant été observée à Toulouse à 11^h 57' 2" du matin (*h*); relativement à cette observation on a

$Z = 22^h 21' 28''$, $z = 23^h 57' 2''$, $b' = + 5367''$,

$A = + 17881$, $E = + 98752$, $F = - 21828$,

$L = + 56512$, $M = - 63066$, $N = + 48704$,

$C = + 63982$, $D = - 35181$, $G = + 38369$,

$H = + 68099$, $P = + 22802$, $Q = + 38698$,

$\epsilon = + 2400$, $\Delta = + 73041$, $\beta = - 2101$,

$\omega = + 0'',025$, $\mu = + 865$, $\varepsilon = + 328128$,

$\Gamma = - 104125$, $\Theta = + 94835$, $\Sigma = + 228580$,

$y = 23^h 57' 2'' - 22^h 21' 28'' - 25' 48'',900 - 1^h 3' 23'',800 = 6' 21'',300$.

$dy = - 0'',973 + 2'',088 + 0,024 d$ (déclinaison du Soleil)

+ 0,730 d (instant de la fin de l'Éclipse à Toulouse) . . .

— 0,021 d (latitude de Toulouse)

+ 0'',025 d (demi-grand axe terrestre)

+ 0,009 d (inclinaison de l'orbite corrigée)

+ 3,281 d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) .

— 1,041 d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) . .

+ 1,041 d (parallaxe horizontale du Soleil)

(*h*) Je serois tenté de croire qu'il s'est glissé quelque légère inexactitude dans l'heure précisée de cette observation.

- + 0,948 d (latitude de la Lune)
- 2,286 d (demi-diamètre du Soleil)
- + 2,286 d (inflexion)
- 2,286 d (demi-diamètre de la Lune).

Si l'on compare ces valeurs à celles de y & de dy du §. 155; on aura .

Équation de condition entre la fin de l'Éclipse observée à Toulouse, & le commencement de l'Éclipse observé à Londres.

Longitude de Toulouse — longitude de Londres

- = 6' 22",715 + 0,006 d (déclinaison du Soleil) . . .
- + 0,730 d (instant de la fin de l'Éclipse à Toulouse) . . .
- 0,834 d (instant du commenc. de l'Éclipse à Londres) .
- 0,021 d (latitude de Toulouse)
- + 0,030 d (Latitude de Londres)
- 0",031 d (demi-grand axe terrestre)
- + 0,014 d (inclinaison de l'orbite corrigée)
- + 6,111 d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)
- 0,661 d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .
- + 0,661 d (parallaxe horizontale du Soleil)
- + 0,221 d (latitude de la Lune)
- 4,522 d (demi-diamètre du Soleil)
- + 4,522 d (inflexion)
- 4,522 d (demi-diamètre de la Lune)
- = 6' 12" + 1,000 d (longitude de Toulouse).

Relativement aux suppositions du §. 146, cette équation se réduit à la suivante.

- (H) 10",715 + 0,221 d (latitude de la Lune) .
- 1,000 d (longitude de Toulouse)
- + 0,730 d (fin de l'Éclipse à Toulouse) = 0.

(157.) Dans l'Équation (G), si l'on élimine les quantités

d (inst. de la plus grande phase à Londres), d (dist. des cent. obs. à Londres),
 au moyen de leurs valeurs tirées des §. 151 & 152, on aura
 (I) $0",848 + 0,719 d$ (latit. C) $- 0,028 d$ (longit. de Toulouse),
 $- 1,003 d$ (heure de la conjonction) $= 0$.

Cette équation combinée avec l'équation (H) donne

$$\begin{aligned} & d \text{ (longitude de Toulouse)} \\ & = + 10",538 + 0,311 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,736 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse);} \\ & \quad d \text{ (latitude de la Lune)} \\ & = - 0",768 + 1,407 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,029 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse).} \end{aligned}$$

Si l'on substitue ces dernières valeurs dans les équations des §. 151 & 152, on aura

$$\begin{aligned} & d \text{ (distance des centres observée à Londres)} \\ & = + 2",268 - 1,447 d \text{ (heure de la conj.)} - 0,028 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse);} \\ & \quad d \text{ (distance des centres observée à Toulouse)} \\ & = - 16",615 + 1,463 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,108 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse);} \\ & \quad d \text{ (instant de la plus grande phase à Toulouse)} \\ & = - 73",179 + 0,319 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,952 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse);} \\ & \quad d \text{ (instant de la plus grande phase à Londres)} \\ & = - 45",591 + 0,100 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,017 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse);} \\ & \quad \text{Longitude de Toulouse} - \text{Longitude de Londres} \\ & = 6' 22",538 + 0,311 d \text{ (heure de la conj.)} + 0,736 d \text{ (fin de l'Écl. à Toulouse).} \end{aligned}$$

(158.) Je ne m'étendrai pas sur les différentes réflexions que peuvent faire naître ces calculs; on voit cependant qu'en général, si d (heure de la conjonction) étoit positif, l'erreur des distances des centres observées à Londres & à Toulouse seroit moindre. Si l'on supposoit, par exemple, d (heure de la conj.) $= + 2''$; on auroit

$$d \text{ (distance des centres observée à Londres)} = - 0",626;$$

$$d \text{ (distance des centres observée à Toulouse)} = - 13",689.$$

J'ai négligé les termes multipliés par d (fin de l'Écl. à Toulouse), à cause de la petitesse de leurs coefficients.

Cette hypothèse peut paroître d'autant plus plausible, que si à l'instant de l'observation de Londres, l'Éclipse étoit déjà décroissante, la distance correspondante à l'instant de la plus grande phase, a dû être un peu plus petite que la distance observée.

Quant à l'heure de la fin de l'Éclipse à Toulouse, je serois fort tenté de croire que l'Observateur l'a fixée quelques secondes plus

plus tard qu'elle n'est réellement arrivée dans ce lieu. C'est au moins ce que l'on conclut de la dernière équation du §. 157, si l'on suppose à Toulouse une longitude orientale moindre que $6' 22''$, relativement à Londres.

(159.) D'après les calculs des §. 151 & 157, il est difficile de se refuser à l'évidence, que les Observateurs de Londres & de Toulouse ont regardé comme instans des plus grandes phases, des instans réellement postérieurs de plusieurs secondes aux véritables plus grandes phases. On pourroit dire qu'en général cela doit être ainsi, puisque l'Observateur n'étant averti de l'instant où l'Éclipse cesse de croître, que par la première diminution dont il commence à s'apercevoir, il est probable d'imaginer qu'il doit déterminer toujours un peu trop tard le moment de la plus grande phase. Mais sans chercher aucune explication de cette singularité, peut-être dûe au hasard, voyons si l'inspection seule des observations de Londres & de Toulouse ne conduiroit pas aux mêmes conclusions.

(160.) M. d'Arquier n'ayant publié qu'une seule observation faite dans le voisinage de la plus grande phase, nous n'avons aucune prise pour discuter astronomiquement la question relativement à Toulouse. Il n'en est pas de même de l'Observateur de Londres. M. Short est entré dans quelque détail sur les observations voisines de la plus courte distance des centres; voici ce qu'on lit dans les Transactions philosophiques, année 1764.

<i>Heures vraies.</i>	<i>Distances observées des limbes.</i>	<i>Distances des centres conclues des observations, en employant les diamètres du Soleil & de la Lune, déterminés immédiatement par observation.</i>
9 ^h 4' 33" comm. de l'Éclipse		
10. 26. 10.....	.. 2' 58", 7.. 1' 53", 9.
10. 28. 28.....	.. 2. 31, 3.. 1. 26, 5.
10. 30. 44.....	.. 2. 26, 2.. 1. 21, 4.

Pour conclure les distances des centres, des distances observées des limbes, on a fait usage des diamètres du Soleil & de la Lune mesurés par M. Short, aux instans mêmes des observations, ainsi qu'on peut le voir §. 17 & 18. Ces déterminations sont donc indépendantes de toute hypothèse. Passons aux conséquences.

(161.) On peut conclure de l'équation de condition du §. 155, entre le commencement de l'Eclipse observé à Londres, & la phase observée à 10^h 30' 44" considérée comme phase ordinaire, que les élémens hypothétiques du §. 5, ne satisfont pas complètement à ces deux observations. Si l'on veut chercher, par exemple, quelle seroit la Latitude de la Lune qui satisferoit à ces deux observations, rien de plus simple que le procédé. Par l'équation du §. 155, on auroit

$$+ 21",434 - 7,960 d(\text{latitude de la Lune}) = 0.$$

$$\text{D'où l'on tire } d(\text{latitude de la Lune}) = + 2",693.$$

Si l'on porte l'expression précédente de d (latitude de la Lune) Année 1770. dans l'équation du §. 126 de mon VIII.^e Mémoire, on aura pour expression de la différence en Longitude entre l'observatoire de M. Short & le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

$$\begin{aligned} &\text{Longitude de l'Observatoire de M. Short moins longitude du lieu} \\ &\text{qui comptoit } 10^{\text{h}} 21' 28'' \text{ à l'instant de la conjonction} \\ &= - 0^{\text{h}} 0' 0",160 + 0,727 \times 2",693 = + 1",798. \end{aligned}$$

Dans la nouvelle hypothèse, la conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit 10^h 21' 30" dans l'observatoire de M. Short, la Latitude de la Lune étant alors de 39' 34",693.

(162.) Si l'on calcule avec ces nouveaux élémens, les distances des centres correspondantes à 10^h 26' 10", 10^h 28' 28" & 10^h 30' 44", on aura les résultats suivans.

Heures vraies.	Distances calculées des centres.	Distances observées.	Différences.
10 ^h 26' 10"	1' 53",3	1' 53",9	+ 0",6.
10. 28. 28.	1. 26,3	1. 26,5	+ 0,2.
10. 30. 44.	1. 21,4	1. 21,4	+ 0,0.

Ces mêmes élémens représentent avec la dernière exactitude le commencement de l'Éclipse; ils assignent pour l'heure de la plus grande phase à Londres $10^h 29' 59''$; instant qui ne diffère que de deux secondes, de l'instant conclu des calculs des paragraphes précédens. Est-il probable que des élémens qui représentent avec autant d'exactitude les distances des centres observées au commencement & vers le milieu de l'Éclipse, puissent induire dans une aussi grande erreur que celle qu'il faudroit supposer sur l'instant de la plus grande phase? Seroit-il probable, si l'on n'admettoit pas une plus grande phase intermédiaire entre l'observation de $10^h 28' 28''$ & celle de $10^h 30' 44''$, que la distance des centres n'eût varié que de $5''$, 1 de degré dans un espace de temps de $2' 16''$, après avoir varié de $27''$, 4 de degré dans un espace de tems immédiatement précédent, de $2' 18''$? D'ailleurs ne faudroit-il pas examiner avant tout si les élémens que l'on concluroit de l'observation de $10^h 30' 44''$ regardée comme plus grande phase, peuvent satisfaire aux autres observations faites à Londres? Tout me paroît donc démontrer que la distance des centres que M. Short a marquée comme la plus courte distance des centres, est en effet la plus courte distance qu'il ait observée, mais non pas la plus courte distance absolue; & l'inspection seule des observations me paroît conduire aux mêmes conclusions que les calculs des paragraphes précédens. On ne doit point oublier que l'erreur de l'observation de Toulouse est une conséquence nécessaire de celle de Londres.

(163.) De même que nous avons comparé deux observations des plus grandes phases, & que nous avons appris à en déduire les véritables élémens de l'Éclipse, en ne supposant pas même ces observations exemptes de toute erreur; il est sensible que l'on peut comparer trois de ces observations, & alors on pourra déterminer un nouvel élément. Ces combinaisons peuvent se multiplier à l'infini; mais on ne doit point oublier que l'on doit toujours faire entrer dans le calcul, les erreurs des observations. Comme ces erreurs ont un très-grand rapport, ainsi que je l'ai remarqué dans mon *VIII.^e Mémoire*, avec les erreurs des élémens que l'on veut déterminer, on ne peut imaginer combien on s'écarteroit de la vérité si on ne les faisoit pas entrer

Année 1770.

dans le calcul, puisque l'on attribuerait aux élémens, les erreurs des observations. Il est vrai que par là, à mesure que l'on multiplie les observations, on multiplie également les inconnues du Problème; mais outre que dans beaucoup de circonstances on n'introduit pas toujours autant de nouvelles variables que de nouvelles équations, il est sans doute préférable de connoître moins d'éléments, pourvu que ceux que l'on connoît, soient déterminés avec plus de certitude. On doit sur-tout ne pas perdre de vue que dans toutes ces questions, lorsqu'un certain nombre d'équations sont satisfaites par de certaines conditions, les autres le sont également.

Remarques sur l'expression de la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.

(164.) On a pu voir (§. 31) que la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, est donnée par la formule suivante

$$\sinus (\text{Latitude de la Lune}) = \frac{\zeta \pi R}{\psi r} + \frac{\lambda m E}{\psi r}.$$

Cette expression est indépendante de l'heure de la conjonction & de la Longitude de l'Observateur. Cette singularité qu'indique la formule, mérite d'être remarquée: voici comment on démontre, indépendamment de tout calcul, que cela doit être ainsi.

(165.) Quelle que soit l'heure absolue de la conjonction, & la position particulière de l'Observateur dans son parallèle à cet instant; dès que la Latitude de la Lune, son orbite apparente, & sa distance à la Terre sont données, toutes les positions possibles de la Lune sont implicitement déterminées, relativement aux différens parallèles terrestres. L'heure de la conjonction, c'est-à-dire l'heure à laquelle la Lune passe par le cercle de Latitude, ne fait qu'appliquer à un point particulier du parallèle terrestre, un certain phénomène qui auroit convenu à un autre point du même parallèle, dans une autre hypothèse. On voit donc pourquoi la détermination de la Latitude de la Lune est indépendante de l'instant absolu de la conjonction, & de la position

particulière de l'Observateur dans son parallèle, correspondante à cet instant, c'est-à-dire, de sa Longitude.

SECTION TROISIÈME.

De quelques Problèmes relatifs aux questions précédentes, & qui pourroient également servir à former des équations de condition.

(166.) Au lieu de supposer connue la parallaxe de la Lune, & de déterminer, comme dans le §. 31, la Latitude de cet astre correspondante à l'instant de la conjonction, on peut supposer connue la Latitude de l'astre & demander sa parallaxe. Rien de plus simple que la solution du Problème; en effet, il est évident que si l'on conserve les définitions de ζ , ψ , r , π , λ , m , R , E , du §. 31, on aura dans ce cas

$$\pi = -\frac{\lambda m E}{\zeta R} + \frac{\psi r}{\zeta R} \times \sin. (\text{latitude de la Lune}).$$

Soit maintenant

$$T = \frac{(T_1)}{p^s} + \frac{(T_2)}{c p q h} + \frac{(T_3)}{3600''^2};$$

puisque $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$; si l'on suppose d'ailleurs,

$$F' = \frac{(F'_1)}{\zeta R} - \frac{(F'_2)}{\lambda m T}, \text{ on aura}$$

$$\pi = \frac{\psi \times \sin. (\pi_1) (\text{latit. de la Lune})}{F'} - \frac{(\pi_2)}{F' r}.$$

(167.) Je ne parlerai point du signe des valeurs qui entrent dans l'expression des quantités T , R ; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire: je me contenterai de détailler ce qui est particulier à λ , m , F' $\sin. (\text{lat. de la } \odot)$. λ est toujours positif. m doit avoir le signe déterminé par les remarques du §. 26. $\sin. (\text{latitude de la Lune})$ est positif lorsque la Latitude de la Lune est boréale; il est négatif lorsque la Latitude de la Lune est australe. F' a le signe déterminé par l'Équation qui donne sa valeur.

π est positif lorsque la Lune est située du même côté, par rapport au centre de la Terre, que l'astre qu'elle éclipsé. Ce cas a toujours lieu pour les éclipses de Soleil; c'est celui de la conjonction. π négatif, s'il étoit donné par le calcul, indiqueroit que la Terre est située entre la Lune & le Soleil.

(168.) Je ne donnerai point de Table des quantités constantes de l'Éclipse, relatives à la recherche de R ; on peut se servir de celle du §. 38. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \overline{T.} \\ p = 8,9238624. \\ \frac{pq}{r^2} = 0,0009120. \\ \frac{2r}{3600''} = 4,1882915. \end{array} \right. \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \psi = 9,9978165. \\ \xi = 9,9999711. \\ \zeta = 9,9986603. \end{array} \right.$$

E X E M P L E.

(169.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres de $1' 21'',4$, à $10^h 30' 44''$ du matin; que de plus la Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, ait été de $39' 30'',3$; on demande la valeur de la parallaxe horizontale polaire correspondante à l'instant de la conjonction.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{l} R = + 75435. \\ s = \sin. \quad 51^d 21' 33'' \dots \text{posit.} \\ c = \cos. \quad 51. 21. 33 \dots \text{posit.} \\ h = \cos. \quad 337. 41. 00 \dots \text{posit.} \\ m = \sin. \quad 281. 39. 49 \dots \text{nég.} \\ \lambda = \text{tang. } 1' 21'',4 \dots \text{posit.} \\ \sin. (\text{lat. } \odot) = \sin. 39' 30'',3 \dots \text{posit.} \\ b' = + 556''. \end{array} \quad \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} R = 9,8775729. \\ s = 9,8926912. \\ c = 9,7954889. \\ h = 9,9661884. \\ ch = 19,7616773. \\ b'^2 = 11,4901496. \\ m = 9,9909385. \\ \lambda = 6,5975000. \\ \sin. (\text{lat. } \odot) = 8,0603578. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$T = + (T_1) + (T_2) + (T_3).$$

(T ₁)	(T ₂)	(T ₃)
9,8926912...log. s.	19,7616773...log. ch.	11,4901496...log. V ³ .
<u>8,9238624.</u>	<u>0,0009120.</u>	<u>4,1882915.</u>
8,8165536...log. 6555.	9,7625893...log. 57888.	5,6784411...log. 5.

$$T = + 64448...log. T = 9,8092094.$$

$$F' = + (F'_1) + (F'_2)$$

(F' ₁)	(F' ₂)
9,8775729...log. R.	6,5975000...log. λ.
<u>9,9986603...log. ζ.</u>	<u>9,9909385...log. m.</u>
9,8762332...log. 75203.	9,8092094...log. T.
	<u>6,3976479...log. 25.</u>

$$F' = + 75228...Compl. arith. log. F' = 0,1236205.$$

$$\pi = + (\pi_1) + (\pi_2).$$

(π ₁)	(π ₂)
9,9978165...log. ↓.	6,5975000...log. λ.
8,0603578...log. sin. (latit. C).	9,9909385...log. m.
<u>0,1236205...compl. log. F'.</u>	<u>9,9999711...log. ζ.</u>
8,1817948...log. 1519,8.	0,1236205...compl. log. F'.
	<u>6,7120301...log. 51,5.</u>

$$\pi = + 1519,8 + 51,5 = + 1571,3.$$

$$\text{Parallaxe horizontale polaire de la Lune} = 54' 1'', 3.$$

(170.) L'expression de π du paragraphe précédent n'est qu'une expression hypothétique puisqu'elle suppose de certains élémens. Il est évident que de même que dans les différentes sections du second Article de ce Mémoire, nous avons déterminé l'expression générale de la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, nous pourrions déterminer pareillement l'expression générale de la parallaxe polaire. Cette nouvelle valeur pourroit servir à former de nouvelles équations de condition; mais comme

ces équations ne seroient évidemment que celles que nous avons déjà données, mises sous une forme différente, il est superflu d'entreprendre ce nouveau travail. Cette remarque s'applique également aux questions que nous allons résoudre. Par leur moyen on pourroit aussi former de nouvelles équations de condition, mais elles seroient identiques avec celles que l'on a déjà.

Dans la question précédente, & dans celles des questions suivantes où la Latitude de la Lune, & π sont les inconnues du Problème, j'ai regardé ζ & ξ comme connus, quoiqu'ils paroissent dépendre de la parallaxe & de la Latitude de la Lune; on en peut voir la raison dans mon *VIII.^e Mémoire*, §. 52 & 53.

(171.) L'équation du §. 32 peut conduire à la solution de plusieurs questions.

Soit

z' le lieu où l'on a observé.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation. Je suppose connu cet élément.

Conservons d'ailleurs les autres définitions du §. 31.

Puisque (§. 32)

$$\frac{3600'' \zeta}{nr} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S \right) - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{\pi}{m} \left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R \right) + b = 0;$$

que de plus (§. 1.^{re})

$$l = r \times \frac{\sin. (\text{latit. } \mathbf{C})}{\pi}; \quad \eta = \frac{r\xi}{\downarrow \pi} \times \sin. (\text{mouv. hor. de la } \mathbf{C} \text{ au } \odot).$$

Si l'on suppose

$$G' = \theta - \frac{(G' 1) \quad (G' 2)}{m \downarrow}, \quad H' = \frac{(H' 1) \quad \zeta S}{r} - \frac{(H' 2) \quad \zeta n R}{mr};$$

on aura

$$\sin. (\text{latit. } \mathbf{C}) = \frac{\sin. (\text{latit. } \mathbf{C} 1) \quad \pi H'}{G'} - \frac{b}{3600''} \times \frac{\sin. (\text{latit. } \mathbf{C} 2) \quad r\xi \times \sin. (\text{mouv. hor. } \mathbf{C} \text{ au } \odot)}{\downarrow G'};$$

$$\pi = \frac{(\pi 1) \quad G' \sin. (\text{latit. } \mathbf{C})}{H'} + \frac{b}{3600''} \times \frac{(\pi 2) \quad r\xi \times \sin. (\text{mouv. hor. de la } \mathbf{C} \text{ au } \odot)}{\downarrow H'};$$

fin.

$$\sin. (\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) = \frac{\sin. (\text{mouv. hor. } 1)}{b} \times \frac{\psi \pi 11'}{r \xi} - \frac{3600''}{b} \times \frac{\sin. (\text{mouv. hor. } 2)}{r \xi} \times \frac{\psi G' \sin. (\text{latit. } \odot)}{r \xi}.$$

Au moyen de ces dernières formules, connoissant deux des trois quantités suivantes, la Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, la parallaxe horizontale polaire, son mouvement horaire relatif, on peut toujours déterminer la troisième.

(172.) Je ne parlerai point ici du signe des valeurs qui entrent dans les expressions de R , S , ni de celui de ξ , ψ , θ , ζ ; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire. Je me contenterai de détailler ce qui est particulier à b , m , n , π , $\sin. (\text{latit. } \odot)$, $\sin. (\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot)$, G' & H' . b est positif lorsque l'instant de la conjonction précède l'instant de l'observation; il est négatif dans le cas contraire. m & n ont le signe déterminé par les remarques du §. 26. $\sin. (\text{latit. de la } \odot)$ est positif, lorsque la Latitude de la Lune est boréale; $\sin. (\text{lat. } \odot)$ est négatif dans le cas contraire. G' & H' ont le signe déterminé par l'équation qui donne leurs valeurs.

π est positif lorsque la Lune est située du même côté par rapport au centre de la Terre, que l'astre qu'elle éclipse; π négatif indiquerait que la Terre est située entre la Lune & le Soleil.

$\sin. (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})$ positif, indique que le mouvement horaire de la Lune au Soleil est dans le sens que l'on a supposé; $\sin. (\text{mouv. horaire de la Lune au Soleil})$ négatif, indique que le mouvement horaire de la Lune au Soleil surpasse 180° , ou que ce mouvement est dans le sens opposé à la supposition primitive.

Ces remarques s'appliquent également aux autres solutions qui vont suivre.

(173.) Je ne donnerai point de Table des quantités constantes de l'Eclipse relatives à cette recherche; on peut se servir de celles du §. 38.

EXEMPLE.

(174.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres, à $10^h 30' 44''$ du matin,
Mém. 1771. Ff

Et que la conjonction soit d'ailleurs arrivée lorsque l'on comptoit $10^h 21' 28''$ dans ce lieu; on demande quelle a dû être la Latitude de la Lune, si l'on suppose la parallaxe horizontale polaire de $54' 1'',5$ & le mouvement horaire relatif de $27' 11'',3$; quelle a dû être la parallaxe, si l'on suppose la Latitude de la Lune de $39' 32''$, & le mouvement horaire relatif de $27' 11'',3$; quel a dû être le mouvement horaire relatif, si l'on suppose la Latitude de la Lune de $39' 32''$, & sa parallaxe horizontale polaire de $54' 1'',5$.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{ll}
 b = + 556'' & S = + 14174. \\
 m = \sin. 281^d 39' 49'' \dots \text{nég.} & G' = + 30541. \\
 n = \cos. 281. 39. 49 \dots \text{posit.} & H' = + 29654. \\
 R = + 75435. & \\
 \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \xi = 9,9999711. \\ \downarrow = 9,9978165. \\ G' = 9,4848833. \\ H' = 9,4720833. \\ \frac{3600''}{b} = 0,8112277. \end{array} \right. \text{Compl. arit. log.} \left\{ \begin{array}{l} \xi = 0,0000289. \\ G' = 0,5151167. \\ \downarrow G' = 0,5173002. \\ H' = 0,5279167. \\ \downarrow H' = 0,5301002. \\ \frac{b}{3600''} = 9,1887723. \end{array} \right.
 \end{array}$$

Donc

TYPE du Calcul.

Détermination de la Latitude de la Lune.

$$\sin. (\text{latitude de la Lune}) = + \sin. (\text{latit. } 1) - \sin. (\text{latit. } 2).$$

$$\begin{array}{ll}
 \sinus (\text{latitude } 1) & \sinus (\text{latitude } 2) \\
 8,1963030 \dots \log. \pi. & 9,9999711 \dots \log. \xi. \\
 9,4720833 \dots \log. H'. & 7,8981000 \dots \log. \sin. (\text{mouv. hor.}) \\
 0,5151167 \dots \text{comp. log. } G'. & 0,5173002 \dots \text{Compl. log. } \downarrow G'. \\
 \hline
 8,1835030 \dots \log. 1526. & 9,1887723 \dots \text{comp. log. } \frac{b}{3600''}. \\
 & \hline
 & 7,6041436 \dots \log. 402.
 \end{array}$$

$$\sinus (\text{latitude de la Lune}) = + 1526 - 402 = + 1124.$$

$$\text{Latitude de la Lune} = 38' 38'',5.$$

Détermination de la parallaxe de la Lune.

$$\pi = + (\pi 1) + (\pi 2).$$

($\pi 1$)	($\pi 2$)
9,4848833...log. G' .	9,9999711...log. ξ .
3,0606800...log. sin. (lat. \odot)	7,8981000...log. sin. (mouv. hor.)
0,5279167...compl. log. H' .	0,5301002...comp. log. $\psi H'$.
8,0734800...log. 1184,3.	9,1887723...comp. log. $\frac{b}{3600''}$.
	7,6169436...log. 413,9.

$$\pi = + 1184,3 + 413,9 = 1598,2.$$

$$\text{Parallaxe horizontale polaire de la Lune} = 54' 56'',7.$$

Détermination du mouvement horaire.

fin. (mouv. hor. \odot au \odot) = + fin. (mouv. hor. 1) — fin. (mouv. hor. 2).	
fin. (mouv. hor. 1)	fin. (mouv. hor. 2)
9,9978165...log. ψ .	9,9978165...log. ψ .
8,1963030...log. π .	8,0606800...log. sin. (latit. \odot)
9,4720833...log. H' .	9,4848833...log. G' .
0,8112277...log. $\frac{3600''}{b}$.	0,8112277...log. $\frac{3600''}{b}$.
0,0000289...comp. log. ξ .	0,0000289...compl. log. ξ .
8,4774594...log. 3002,4.	8,3546364...log. 2262,7.

$$\text{fin. (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) = + 3002,4 - 2262,7 = + 739,7.$$

$$\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil} + = 25' 25'',7.$$

Le peu de rapport des solutions précédentes avec les suppositions primitives, l'incohérence qui règne entr'elles, confirme de plus en plus que la phase observée à 10^h 30' 44" à Londres, n'étoit pas véritablement une plus grande phase.

(175.) On pourroit vouloir aussi déterminer la parallaxe du Soleil, en regardant comme connus, la parallaxe de la Lune, sa Latitude, son mouvement horaire. Les remarques du §. 178 de mon *VIII. Mémoire* doivent faire sentir combien de pareilles méthodes pourroient induire en erreur. J'ai donc cru inutile de donner la solution du Problème. Année 1770.

(176.) Dans les équations du §. 171, nous avons fait voir comment, connoissant la distance de l'instant de la conjonction à l'instant de l'observation, on pouvoit déterminer arbitrairement l'une des trois quantités suivantes, la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, la Latitude, son mouvement horaire relatif; en supposant toutefois connues les deux autres quantités. Nous sommes parvenus à des équations du premier degré, parce que nous avons regardé d'ailleurs comme donné l'angle de comparaison. Si l'on ne regardoit pas cet angle comme connu, on résoudroit également les questions, mais on parviendrait à des équations du second degré.

(177.) Soit

λ la tangente de la distance observée des centres;

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation. Je suppose connu cet élément.

Conservons d'ailleurs les autres définitions du §. 31.

Puisqu'en général

$$\lambda = \frac{\zeta \pi}{Er} \sqrt{\left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R\right)^2 + \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S + \frac{b}{3600''} \times \frac{\eta r}{\zeta}\right)^2},$$

Et que de plus

$$l = r \times \frac{\sin. (\text{latit. } \odot)}{\pi}; \quad \eta = \frac{r \xi}{\pi \downarrow} \sin. (\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot).$$

Si l'on suppose

$$M' = \frac{b}{3600''} \times \frac{\overset{(M' 1)}{\xi \sin. (\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot)}}{\downarrow} - \frac{\overset{(M' 2)}{\zeta \pi S}}{r^2};$$

$$K = \frac{\overset{(K 1)}{\theta M'}}{r} - \frac{\overset{(K 2)}{\zeta \pi \downarrow R}}{r^3},$$

$$I = \frac{\overset{(I 1)}{M'^2}}{r} + \frac{\overset{(I 2)}{\zeta^2 \pi^2 R^2}}{r^3} - \frac{\overset{(I 3)}{\lambda^2 E^2}}{r^3}.$$

on aura

$$\sin.^2 (\text{latit. de la Lune}) + 2 K \sin. (\text{latit. de la Lune}) + I r = 0.$$

(178.) Si la parallaxe horizontale de la Lune étoit l'inconnue

du Problème, soit

$$T = \frac{(T_1)}{r} + \frac{(T_2)}{r^2} + \frac{(T_3)}{3600''^2},$$

& par conséquent $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$.

Soit de plus

$$N' = \frac{(N'_1)}{r^3} + \frac{(N'_2)}{r^3} = \frac{(N'_3)}{r^3},$$

$$P' = \frac{\theta \sin. (\text{latit. de la Lune})}{r} + \frac{\theta}{3600''} \times \frac{\xi \sin. (\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot)}{\downarrow}$$

$$K' = \frac{\downarrow \zeta R \sin. (\text{lat. de la Lune})}{N' r^2} + \frac{(K'_2)}{N' r} - \frac{(K'_3)}{N' r^2},$$

$$I' = \frac{\downarrow^2 \sin.^2 (\text{latit. de la Lune})}{N' r^2} + \frac{(I'_2)}{N'} - \frac{(I'_3)}{N' r^2}.$$

On aura

$$\pi^2 - 2 K' \pi + I' r = 0.$$

(179.) Si c'étoit le mouvement horaire que l'on voulût connoître, on le détermineroit par le moyen de l'équation du §. 171, après avoir préalablement déterminé l'angle de comparaison (§. 31) par l'équation

$$m = \frac{\downarrow r \sin. (\text{latit. de la Lune})}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E}.$$

(180.) Je ne parlerai point ici du signe des valeurs qui entrent dans les expressions de R, S, E, T ; ni de celui de $\xi, \downarrow, \theta, \zeta$; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire. On doit également relire ce que j'ai dit (§. 172) sur le signe des quantités $b, n, m, \pi, \sin. (\text{lat. de la } \odot)$; $\sin. (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})$. Je remarquerai aussi que pour déterminer les quantités R, S, T , on peut se servir des §. 38 & 169.

(181.) Quoique l'équation du §. 171, qui détermine le mouvement horaire, soit du premier degré, la solution n'en est pas moins du second degré. En effet, la valeur de m convient également à deux angles qui diffèrent entr'eux de 180° . Il faut donc pour avoir la solution complète, substituer deux angles différens dans l'équation du §. 171; on a donc réellement deux solutions sous une forme du premier degré. De ces deux solutions, une seule appartient au cas particulier que l'on considère; c'est à l'observation à faire connoître celle que l'on doit choisir. La règle est fort simple. Supposons, par exemple, m positive & égale à la moitié du rayon; m sera également le sinus de 30° & de 150° . On choisira l'angle de 30° , si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'est trouvé dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil; on choisira l'angle de 150° si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'est trouvé dans l'hémisphère précédent du disque de cet astre.

(182.) Ces dernières réflexions s'appliquent également aux équations qui déterminent la Latitude de la Lune & sa parallaxe. Des deux valeurs que donnent les équations, une seule convient au cas particulier que l'on considère. Lors donc que l'on aura trouvé les deux valeurs, on les portera successivement dans l'équation

$$m = \frac{\downarrow r \sin. (\text{latit. de la Lune})}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E};$$

celle qui donnera l'angle de l'espèce observée, sera celle qu'il faudra choisir. Un exemple va nous éclaircir.

E X E M P L E.

(183.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres une distance des centres de $30' 44''{,}3$, à $9^h 4' 33''$ du matin, dans l'angle austral précédant du disque du Soleil (i);

(i) J'ai eu soin de corriger la véritable distance observée des centres, relativement à la variation de la parallaxe de la Lune, & de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle écoulé entre l'instant

de la conjonction & l'instant de l'observation, conformément à ce qui est prescrit dans la Section IV.^e de l'article I.^{er} de mon VIII.^e Mémoire.

que de plus la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit 10^h 21' 28" du matin dans ce lieu; on demande quelle a dû être la Latitude de la Lune, si l'on suppose la parallaxe horizontale polaire de 54' 1", 5, & le mouvement horaire composé de 27' 11", 3! qu'elle a dû être la parallaxe, si l'on suppose la Latitude de la Lune de 39' 32", & le mouvement horaire de 27' 11", 3!

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$\begin{array}{ll}
 b = -4615. & K = -1435,9. \\
 R = +85836. & I = +19,80. \\
 S = -2554. & N' = +73287. \\
 T = +52000. & P' = -903,9. \\
 E = +99176. & K' = +1367,3. \\
 \lambda = \text{Tangente } 30' 44", 3. & I' = +18,28. \\
 M' = -978,9.
 \end{array}$$

On a donc les deux équations suivantes,

$$\begin{aligned}
 \sin.^2 (\text{latit. } \odot) - 2 \times 1435,9 \times \sin. (\text{latit. } \odot) + r \times 19,80 &= 0; \\
 \pi^2 - 2 \times 1367,3 \times \pi + r \times 18,28 &= 0.
 \end{aligned}$$

Si l'on applique à ces équations, les méthodes détaillées dans mon *IV.^e Mémoire*, §. 40 & suivans, on trouvera pour leurs Année 1766, racines,

$$\begin{aligned}
 \sin. (\text{latit. } \odot) &= \sin. 0^d 39' 32". & \sin. (\text{latit. } \odot) &= \sin. 0^d 59' 12". \\
 \pi &= \sin. 0 54' 1". & \pi &= \sin. 0 40' 0".
 \end{aligned}$$

Chacune de ces équations donne deux valeurs; laquelle doit-on choisir?

(184.) Pour nous éclaircir, ne prenons que la première équation, celle d'où l'on conclut la Latitude de la Lune, & supposons que nous ignorons que c'est la Latitude de 39' 32", & non pas celle de 59' 12", qui satisfait au Problème. Je porte les deux valeurs de $\sin. (\text{latitude de la Lune})$ dans l'équation

$$m = \frac{\downarrow r \sin. (\text{latit. de la Lune})}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E}.$$

je vois que si je suppose la Latitude de la Lune de 39' 32", la valeur de m est négative, parce qu'alors R surpasse $\frac{\downarrow r \sin. (\text{latit. } \odot)}{\zeta \pi}$;

je vois par la raison contraire, que si je suppose la Latitude de la Lune de $59^{\circ} 12''$, m est positive. Mais par la supposition le centre de la Lune étoit dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; c'est donc la valeur de m négative qui satisfait au problème, & conséquemment la latitude de $39^{\circ} 32''$ qu'il faut choisir.

On trouveroit pareillement que la parallaxe de $40' 0''$ rend m positive, que celle de $54' 1''$ rend au contraire m négative, & que par conséquent cette dernière parallaxe satisfait au Problème.

(185.) On voit par ces recherches, que si dans le premier cas, la Latitude de la Lune eût été de $59^{\circ} 12''$, & que si dans le second cas, la parallaxe eût été de $40' 0''$; on auroit également observé une distance des centres de $30^{\circ} 44''{,}3$, à $9^h 4' 33''$ du matin, sous le parallèle boréal de $51^{\circ} 31' 0''$, $4615''$ de temps avant la conjonction. Mais alors le centre de la Lune se seroit trouvé dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, à l'instant de l'observation.

Année 1770. (186.) Lorsqu'il a été question dans mon *VIII.^e Mémoire*, de déterminer laquelle des deux valeurs de y du §. 65 de ce Mémoire, devoit être employée dans le calcul; on a vu que le symptôme consistoit à constater si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'étoit trouvé dans l'hémisphère précédent, ou dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil. On peut aussi se rappeler (§. 21) que la perpendiculaire à l'orbite relative menée par le centre du Soleil, fait la séparation de ces deux hémisphères. Il en est de même de l'Équation du §. 179 du présent Mémoire, ainsi qu'il a été détaillé §. 181. On voit enfin comment le même symptôme sert à distinguer laquelle des deux valeurs de la Latitude de la Lune, ou de sa parallaxe, des §. 177 & 178, satisfait à l'observation particulière que l'on calcule.

(187.) Dans les circonstances particulières de l'exemple du §. 183, si l'on demandoit quel mouvement horaire composé, satisfaisoit à l'observation, en supposant d'ailleurs la Latitude de la Lune de $39^{\circ} 32''$, & la parallaxe horizontale polaire de

54' 1", 5; rien de plus simple que le calcul. On auroit dans ce cas

$$R = + 85836, E = + 99176, \lambda = \text{tang. } 30' 44", 3,$$

$$\frac{\psi \sin. (\text{latit. } \odot)}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E} = - 22615,$$

$$m = \sinus \begin{cases} 193^d & 4' & 14". \\ 346 & 55 & 46. \end{cases}$$

Ou plutôt $m = \sinus \ 193^d \ 4' \ 14"$, $n = \cosin. \ 193^d \ 4' \ 14"$,

puisque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, à l'instant de l'observation.

D'ailleurs on auroit

$$b = - 4615", \quad S = - 2554.$$

$$G' = - 418565, \quad H' = - 371126.$$

$$\frac{3600''}{b} \times \frac{\psi \pi H'}{r \xi} = 4526,87,$$

$$\frac{3600''}{b} \times \frac{\psi G' \sin. (\text{latit. de la Lune})}{r \xi} = 3736,09.$$

$$\sin. (\text{mouv. hor.}) = + 4526,87 - 3736,09 = + 790,78,$$

$$\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil} = 27' 11", 3.$$

(188.) Si l'on avoit fait usage de l'angle de $346^d \ 55' \ 46"$, on auroit eu $G' = + 438571$, $H' = + 366034$,

$$\sin. (\text{mouvem. hor.}) = - 4464,78 + 3917,94 = - 546,84.$$

$$\text{Mouvement horaire de la Lune au Soleil} = - 18' 48".$$

On voit donc, que si le mouvement horaire relatif eût été de $18' 48"$, mais dans le sens opposé à la supposition primitive, on auroit également observé une distance des centres de $30' 44", 3$, à $9^h \ 4' \ 33"$ du matin, sous le parallèle boréal de $51^d \ 31' \ 0"$, $4615"$ de temps avant la conjonction. Dans ce cas, le centre de la Lune se seroit trouvé dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, à l'instant de l'observation.

(189.) La longueur de ce Mémoire m'oblige de remettre à une autre année, les applications des méthodes précédentes, aux observations des Éclipses des 1.^{er} Avril 1764 & 4 Juin 1769, quoique ce travail soit entièrement fini, & qu'une partie ait déjà été lûe depuis long-temps. J'ai pensé qu'en attendant la publication de cette partie de mon Ouvrage, il me seroit permis de mettre sous

Mém. 1771.

G g

les yeux de l'Académie, les résultats de mes *termes hypothétiques*. Malgré les raisons qui me portent à croire que les élémens que j'ai employés, ne s'écartent pas de la vérité, on ne doit regarder ces résultats que comme probables. J'ai marqué d'une étoile, les observations sur lesquelles on pourroit élever quelques doutes, & celles que les Observateurs ont données comme incertaines. Au reste, je ne réponds que de mes calculs. J'ai réservé le détail & la discussion de ces Observations, pour le corps même de l'Ouvrage qui, par sa généralité, pourra mériter l'attention des Astronomes.

(190.) Dans la Table suivante, les Longitudes sont rapportées à l'Observatoire Royal de Paris, quoique dans l'ouvrage dont cette Table est extraite, une partie de ces Longitudes, celles déterminées par l'Éclipse de 1764, aient été calculées par rapport à Greenwich. La raison en est simple; l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, n'a pas été vue à Paris; elle a été observée à Greenwich, ainsi que celle du 4 Juin 1769. Mais comme d'ailleurs la comparaison des observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769, faites à Greenwich & à Paris, m'a donné pour différence en Longitude entre ces deux lieux, 9' 20" de temps, il m'a été facile de réduire au méridien de Paris, d'après mes seuls calculs, les Longitudes évaluées par rapport à Greenwich. Au reste, si l'on doutoit que la différence en Longitude entre Paris & Greenwich fut de 9' 20" de temps, on n'auroit qu'à ajouter 9' 20" à toutes les Longitudes orientales, & soustraire 9' 20" de toutes les Longitudes occidentales, déterminées par l'Éclipse de 1764, & l'on aura les Longitudes évaluées par rapport à Greenwich, telles qu'elles m'ont été données immédiatement par le calcul.

(191.) J'ai donné à Cadix une Longitude un peu différente de celle que M. de la Lande a insérée dans la Connoissance des Temps, d'après mes calculs. J'ignorois alors que les instans des phases de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, qui m'ont été communiquées par M. Cassini, fussent inexacts. Je dois à M. le Gentil d'avoir pu restituer les véritables instans de ces observations.

Lorsqu'on ne trouve point pour le même lieu, de commencement & de fin d'Éclipse calculés, c'est qu'alors la phase correspondante n'a point été observée dans ce lieu.

*LONGITUDES des différentes Villes où l'on a observé
les Éclipses des 1.^{re} Avril 1764 & 4 Juin 1769.*

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIEENS,	
		Par l'ÉCLIPSE du 1. ^{re} Avril 1764.	Par l'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Paris.....	{ Commencem ^t	0. 0. 0.
	{ Fin.....	0. 0. 0.
Greenwich.....	{ Commencem ^t .	0. 9. 20. <i>oc.</i>	0. 9. 20. <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 9. 20. <i>oc.</i>
Rouen.....	{ Commencem ^t	0. 4. 53* <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 5. 6. <i>oc.</i>
Saron.....	{ Commencem ^t	0. 5. 39. <i>or.</i>
	{ Fin.....	0. 5. 39* <i>or.</i>
Passi.....	{ Commencem ^t	0. 0. 14. <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 0. 14. <i>oc.</i>
École Militaire....	{ Commencem ^t	0. 0. 9. <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 0. 11. <i>oc.</i>
Saint-Hubert.....	{ Fin.....	0. 2. 9. <i>oc.</i>
Bordeaux.....	{ Commencem ^t	0. 11. 36. <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 11. 38. <i>oc.</i>
Toulouse.....	{ Commencem ^t	0. 3. 36. <i>oc.</i>
	{ Fin.....	0. 3. 29* <i>oc.</i>	0. 3. 35* <i>oc.</i>
Brest.....	{ Fin.....	0. 27. 13. <i>oc.</i>	0. 27. 13. <i>oc.</i>
Kergars.....	{ Fin.....	0. 21. 46* <i>oc.</i>	0. 22. 16. <i>oc.</i>
Pont-à-Mousson....	{ Commencem ^t .	0. 14. 41. <i>or.</i>	
	{ Fin.....	0. 14. 41. <i>or.</i>	
Nanci.....	{ Commencem ^t .	0. 15. 16. <i>or.</i>	
Metz.....	{ Fin.....	0. 15. 15. <i>or.</i>	

N O M S D E S L I E U X.	P H A S E S d e L'ÉCLIPSE.	D I F F É R E N C E S d e s M É R I D I E N S ,	
		Par L'ÉCLIPSE du 1. ^{er} Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Toul.....	Fin.....	0. 13. 54. <i>or.</i>	
Châlons.....	Fin.....	0. 7. 48. <i>or.</i>	
Rennes.....	Form. de l'ann.	0. 16. 8* <i>oc.</i>	
	Rupt. de l'ann.	0. 16. 8* <i>oc.</i>	
Calais.....	Rupt. de l'ann.	0. 1. 53* <i>oc.</i>	
Avignon.....	Commencem ^t .	0. 9. 54. <i>or.</i>	
	Fin.....	0. 9. 35* <i>or.</i>	
Montpellier.....	Fin.....	0. 6. 7. <i>or.</i>	
Londres furry street..	Commencem ^t .	0. 9. 49. <i>oc.</i>	
Londres spital square.	Commencem ^t	0. 9. 27* <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 9. 37. <i>oc.</i>
Clerken well-clofe..	Commencem ^t .	0. 9. 35* <i>oc.</i>	
Brompton-park....	Commencem ^t .	0. 10. 4. <i>oc.</i>	
Thorley Hall.....	Fin.....	0. 8. 47. <i>oc.</i>	
Kew.....	Fin.....	0. 10. 14* <i>oc.</i>
Liverpool.....	Commencem ^t .	0. 21. 5. <i>oc.</i>	
	Fin.....	0. 21. 8. <i>oc.</i>	
Oxford.....	Commencem ^t .	0. 14. 25* <i>oc.</i>	0. 14. 16. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 14. 13* <i>oc.</i>	0. 14. 18. <i>oc.</i>
Glasgow.....	Commencem ^t .	0. 26. 28. <i>oc.</i>	0. 26. 27. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 26. 17* <i>oc.</i>	
Shirburn-castle....	Commencem ^t .	0. 13. 11. <i>oc.</i>	0. 13. 5. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 13. 10. <i>oc.</i>
Lézard-Point.....	Commencem ^t	0. 30. 0. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 30. 9. <i>oc.</i>
Austorpe près de Leeds	Commencem ^t	0. 15. 3. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 15. 3. <i>oc.</i>

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIEHS,	
		Par L'ÉCLIPSE du 1. ^{er} Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Kirk Newton.....	Fin.....	0. 23. 1. <i>oc.</i>
Leicester.....	Commencem ^t	0. 13. 39* <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 13. 59. <i>oc.</i>
Hawkhill.....	Fin.....	0. 21. 54. <i>oc.</i>
Cavan.....	Commencem ^t	0. 39. 2. <i>oc.</i>
Est-Déréham.....	Commencem ^t	0. 5. 38. <i>oc.</i>
	Fin.....	0. 5. 45. <i>oc.</i>
Stokholm.....	Commencem ^t	1. 2. 52. <i>or.</i>
	Fin.....	1. 2. 52. <i>or.</i>	1. 2. 49. <i>or.</i>
Upfal.....	Fin.....	1. 1. 12. <i>or.</i>	1. 1. 10. <i>or.</i>
Pello.....	Form. de l'ann.	1. 26. 48. <i>or.</i>
	Rupt. de l'ann.	1. 26. 48. <i>or.</i>
	Fin.....	1. 26. 47. <i>or.</i>
Hernofand.....	Form. de l'ann.	1. 1. 48* <i>or.</i>
	Rupt. de l'ann.	1. 1. 48* <i>or.</i>
	Fin.....	1. 1. 48* <i>or.</i>
Abo.....	Commencem ^t	1. 19. 51. <i>or.</i>
	Fin.....	1. 19. 51. <i>or.</i>
Mont Wanhalinna, o ^b o' 22" à l'Est d'Abo.	Fin.....	1. 20. 8. <i>or.</i>
Landskroon.....	Fin.....	0. 41. 42. <i>or.</i>
Carlsroon.....	Commencem ^t	0. 52. 54. <i>or.</i>
	Fin.....	0. 52. 54. <i>or.</i>
Lund.....	Fin.....	0. 43. 26. <i>or.</i>	0. 43. 22. <i>or.</i>
Uranibourg.....	Fin.....	0. 41. 23. <i>or.</i>
Copenhague.....	Commencem ^t	0. 41. 1. <i>or.</i>
	Fin.....	0. 41. 1. <i>or.</i>	0. 41. 0. <i>or.</i>

N O M S D E S L I E U X.	P H A S E S d e L'ÉCLIPSE.	D I F F É R E N C E S d e s M É R I D I E N S ,					
		P a r L'ÉCLIPSE d u 1. ^{er} A v r i l 1764.			P a r L'ÉCLIPSE d u 4 J u i n 1769.		
		H.	M.	S.	H.	M.	S.
Gripvald.	Commencem ^t			0. 44.	4.	or.
	Fin.			0. 44.	5.	or.
Péterfbourg.	Commencem ^t			1. 52.	6.	or.
	Fin.			1. 51.	49.	or.
Cajanebourg.	Commencem ^t			1. 41.	43.	or.
	Fin.			1. 41.	35.	or.
Kola.	Fin.			2.	2.	34. or.
Umba.	Fin.			2.	7.	40. or.
Wardhus.	Commencem ^t			1. 55.	33*	or.
	Fin.			1. 55.	2.	or.
Ponoi.	Fin.			2. 35.	12.	or.
Cap Nord.	Fin.			1. 34.	29.	or.
Hammerfoft.	Fin.			1. 25.	29.	or.
Jakutskoi.	Commencem ^t			8. 29.	21.	or.
	Fin.			8. 29.	25.	or.
Orenbourg.	Commencem ^t			3. 30.	54.	or.
	Fin.			3. 30.	54.	or.
Gurief.	Commencem ^t			3. 18.	42*	or.
	Fin.			3. 18.	20.	or.
Orsk.	Commencem ^t			3. 44.	44.	or.
Vienne.	Commencem ^t .	0. 56.	0.	or.	0. 56.	5.	or.
	Fin.	0. 56.	0.	or.	0. 56.	2.	or.
Tyrnaw.	Commencem ^t .	1. 1.	0.	or.	1. 1.	2.	or.
	Fin.	1. 0.	50.	or.	1. 0.	59.	or.
Ingolflat.	Commencem ^t .	0. 36.	24.	or.	0. 36.	32.	or.
	Fin.	0. 36.	12.	or.	0. 36.	17.	or.
Cremsmunster.	Fin.	0. 47.	6.	or.	0. 47.	10.	or.

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS,	
		Par L'ÉCLIPSE du 1. ^{er} Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Breslaw	Commencem ^t	1. 1. 20* or.
	Fin.	1. 1. 2. or.
Wurtzbourg.	Fin.	0. 30. 21. or.
Sagan	Fin.	0. 51. 4. or.
Gratz	Fin.	0. 52. 19. or.
Berlin	Commencem ^t .	0. 44. 11. or.	
	Fin.	0. 43. 57. or.	
Léipsick	Commencem ^t .	0. 40. 6. or.	
	Fin.	0. 40. 6. or.	
Pollingen.	Fin.	0. 35. 5. or.	
Schwezingen.	Fin.	0. 24. 15. or.	
Hambourg	Commencem ^t .	0. 30. 22. or.	
	Fin.	0. 30. 0. or.	
Varfovie	Commencem ^t .	1. 14. 40. or.	
	Fin.	1. 14. 27. or.	
Pofnanie	Commencem ^t .	0. 59. 50* or.	
	Fin.	1. 0. 9* or.	
Lemberg	1. 29. 29* or.	
Bologne	Commencem ^t	0. 36. 16. or.
	Fin.	0. 35. 58. or.	0. 36. 10. or.
Milan	Fin.	0. 27. 25. or.	0. 27. 25. or.
Murano	Commencem ^t .	0. 39. 7. or.	
	Fin.	0. 38. 59. or.	
Collège Romain	Commencem ^t .	0. 40. 46. or.	
	Fin.	0. 40. 31. or.	
Naples	Commencem ^t .	0. 47. 47. or.	

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIDIENS,	
		Par L'ÉCLIPSE du 1. ^{er} Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Cadiz	Rupt. de l'ann.	0. 34. 24. <i>oc.</i>	
	Fin	0. 34. 24. <i>oc.</i>	0. 34. 25* <i>oc.</i>
Gibraltar	Commencem ^t	0. 29. 26. <i>oc.</i>
	Fin	0. 29. 51. <i>oc.</i>
Madrid	Form. de l'ann.	0. 23. 28* <i>oc.</i>	
	Rupt. de l'ann.	0. 23. 28* <i>oc.</i>	
	Fin	0. 23. 28* <i>oc.</i>	
<i>Éclipse du 1.^{er} Avril 1764.</i>			
Longitude du lieu situé sur la limite orientale de l'Éclipse annulaire, sous le parallèle de Nolon		0. 4. 16. <i>or.</i>	
Longitude du lieu situé sur la limite occidentale de l'Éclipse annulaire, sous le parallèle de Rochester . . .		0. 7. 1. <i>oc.</i>	



M É M O I R E

SUR LA LONGITUDE DE PONOÏ,

*Ville de Lapponie située sous le $67^{\text{d}} 4' 30''$ de Latitude,
& où l'on a observé le dernier passage
de Vénus.*

Par M. LE MONNIER.

J'AI déterminé cette Longitude par les observations de la fin 13 Décemb.
1769.
de l'Éclipse du Soleil, que j'ai vue le 4 Juin 1769 à Saint-Hubert; savoir à $8^{\text{h}} 24' 44'' \frac{1}{2}$ du matin: elle a été observée à Ponoï à $12^{\text{h}} 7' 55''$; ce qui donne pour différence en Longitude $2^{\text{h}} 35' 08''$. M. Mallet la suppose de $2^{\text{h}} 30'$, ce qu'il dit avoir conclu de quelques hauteurs de la Lune; mais il convient qu'on aura mieux cette Longitude par la fin observée de l'Éclipse du Soleil. Voici les élémens du calcul que j'en ai fait avec le plus grand soin.

A Paris, à $8^{\text{h}} 26' 41''$ ou $24' 31''$ de temps moyen, Longitude de la Lune, suivant les Tables des Institutions, $2^{\text{h}} 13^{\text{d}} 46' 24'' \frac{2}{3}$, avec une Latitude boréale de $56' 06'' \frac{3}{4}$, j'ai trouvé l'erreur des Tables en défaut de $2' 31''$; & par conséquent l'on doit augmenter la Latitude jusqu'à $56' 21'' \frac{3}{4}$; j'ai pris pour parallaxe horizontale $61' 20''$, & le demi-diamètre apparent à l'instant de la fin de l'Éclipse, $16' 59''$, celui du Soleil est $15' 47''$; c'est-à-dire la somme des demi-diamètres sera $32' 46''$. La distance vraie de la Lune au zénith étoit alors $48^{\text{d}} 53'$, & l'angle parallactique dans la sphère $37^{\text{d}} 54' 05'' \frac{1}{2}$. Pour réduire le lieu vrai de la Lune en apparent, soit selon les formules de M. Euler, l'angle sera $\phi 89^{\text{d}} 43'$, la parallaxe de l'azimuth $21'' 55'''$, celle de hauteur $46' 45'' 4''' - 4'' 40''' = 46' 40'' 24'''$; l'on aura la parallaxe de Longitude $28' 53''$ additive, celle de Latitude $36' 39'' \frac{1}{3}$; ainsi la Latitude apparente de la Lune a

Mém. 1771.

H h

dû être $19^{\circ} 42' \frac{2}{3}$, ou bien à l'égard du Soleil qui avoit $4' \frac{1}{2}$ de parallaxe en Latitude, (à raison de 7 à 8" pour la parallaxe horizontale) la distance en Latitude sera $19^{\circ} 47'$. Les Tables de Flamsteed, corrigées sur les observations, ont donné pour lors le lieu du Soleil H $13^{\text{d}} 51' 38''$, & son lieu apparent sera H $13^{\text{d}} 51' 41'' \frac{1}{2}$; ainsi la différence apparente, selon les Tables, seroit $23' 36''$. Mais si l'on résout le triangle rectangle & rectiligne formé à la fin de l'Éclipse, & dont on vient de donner la valeur de l'hypothénuse; savoir, $32' 46''$, avec l'un des côtés $19^{\circ} 47'$, la base sera la différence en Longitude apparente entre le Soleil & la Lune, déduite de l'observation faite à la fin de l'Éclipse; savoir, $26' 07''$ qui excèdent, comme je l'ai dit, les $23' 36''$, trouvées ci-dessus, de $2' 37''$, & nous indique que c'est l'erreur en défaut des Tables.

A Ponoï, dont j'avois supposé d'abord la Longitude de $2^{\text{h}} 35' 00''$, à l'orient de Paris, je trouve la Longitude de la Lune, selon les Tables, $2^{\text{h}} 14^{\text{d}} 28' 24''$, avec une Latitude boréale de $52' 17'' \frac{1}{2}$; ayant égard à l'erreur des Tables $2' 37''$, j'ai corrigé la Longitude & augmenté la Latitude qui devient ainsi de $0^{\text{d}} 52' 35''$ boréale. Soit le demi-diamètre de la Lune apparent, de $17' 01''$; la distance vraie de la Lune au zénith $43^{\text{d}} 53'$, l'angle parallaxique $7^{\text{d}} 30' 5''$ dans la sphère. Pour réduire le lieu vrai de la Lune en apparent, soit l'angle ϕ de $85^{\text{d}} 47' 40''$, la parallaxe de la Lune à l'horizon $61' 13'' 23'''$, avec une diminution de $6'' 37'''$ pour $18^{\text{d}} \frac{1}{3}$ de différence dans la hauteur du Pôle; l'on aura la parallaxe de Longitude $5' 36''$, la Lune étant à l'occident, ce qui la rend soustraictive, & celle de hauteur $42' 29''$; ainsi la Longitude & la Latitude apparente de la Lune, selon les Tables corrigées, sera H $14^{\text{d}} 25' 25''$, & $0^{\text{d}} 10' 6''$ boréale: celle du Soleil étant australe de $5' \frac{1}{4}$, on aura leur distance en Latitude de $10' 11'' \frac{1}{4}$; ainsi la différence en Longitude déduite de l'observation de l'Éclipse faite à Ponoï sera $0^{\text{d}} 31' 11''$; au lieu que si l'on compare le lieu du Soleil corrigé H $13^{\text{d}} 54' 19''$ avec la Longitude des Tables corrigée H $14^{\text{d}} 25' 25''$, la différence sera $0^{\text{d}} 31' 06''$, plus petite de $5''$ ou $4'' \frac{3}{4}$ que selon l'observation, ce qui répond à $8''$ de temps dont

il faut augmenter la différence en Longitude Géographique que l'on n'a supposée dans le calcul que de $2^h 35' 00''$.

CALCUL du Temps vrai de l'entrée du centre de Vénus sur le disque du Soleil pour l'observation du contact interne, vu à Ponoï.

J'ai fait le calcul dans l'hypothèse de la parallaxe horizontale & moyenne du Soleil de $7'' \frac{1}{2}$. M. Mallet donne à Ponoï le contact interne à $10^h 15' 3''$; ainsi je trouve que le demi-diamètre de Vénus, supposé de $29''$, a dû employer $9' 20'' \frac{3}{4}$ à traverser la circonférence du disque du Soleil, & que l'effet de la parallaxe a dû précipiter l'entrée de Vénus de $5' 27''$, on aura donc la vraie entrée du centre à $10^h 11' 09'' \frac{1}{4}$ à Ponoï; c'est-à-dire à $7^h 36' 01'' \frac{1}{4}$, en réduisant au Méridien de Paris: c'est 13 à 11" de temps plus tard que selon les observations faites à Stockholm & à Caïannebourg, dont j'ai rendu compte à l'Académie le mois dernier.



M É M O I R E

SUR LA

LONGITUDE DU PORT DE BREST,

*Déduite des Observations de la dernière Éclipse
de Soleil.*

Par M. LE MONNIER.

21 Mars
1770.

LA Longitude d'un lieu n'est exactement connue en Géographie que lorsqu'on y a employé des observations répétées. C'est dans cette vue que j'ai recherché, au mois de Juin dernier, celle du Port de Brest, parce que M. de Verdun me fit part de son observation de la fin de l'Éclipse du Soleil & de l'entrée de Vénus, par une lettre écrite du 5 Juin que je communiquai aussi-tôt à l'Académie.

J'ai différé jusqu'à ce jour de donner le résultat des comparaisons de cette fin d'Éclipse avec les nôtres, parce que j'ai voulu considérer mûrement ce que la multitude d'observations faites à Paris & aux environs a pu indiquer pour l'erreur des Tables astronomiques en Longitude. Il a fallu pour cet effet entrer dans une critique singulière, tant de la durée que de la grandeur de l'Éclipse que nous avons vue ici. En effet, lorsqu'aux Éclipses du Soleil, la Latitude de la Lune est très-grande, il est difficile de saisir l'erreur des Tables astronomiques en Latitude, & celle-ci influe nécessairement sur la Longitude de la Lune qu'on veut en déduire. J'ai donc examiné très-scrupuleusement, & ayant égard aux Formules d'*Euler* pour le sphéroïde aplati, les positions de la Lune, tant en Latitude qu'en Longitude, & je n'ai rien omis des élémens qui conduisent à un résultat décisif. D'ailleurs, n'ayant pu me servir que du quart-de-cercle, & M. de Chabert ayant observé la grandeur de l'Éclipse à Saint-Hubert avec son Micromètre objectif, cela m'a été d'un grand secours, pour y

comparer mes phases verticales & pour corriger la Latitude apparente: voici nos deux observations de Brest & de S.^t Hubert.

A Brest, à $7^h 56' 41''\frac{1}{2}$ fin de l'Éclipse avec une lunette achromatique de cinq pieds & demi, par M. de Verdun. J'ai vu cette fin à Saint-Hubert avec ma lunette pareillement achromatique de dix pieds & demi à $8^h 24' 44''\frac{1}{2}$. Les Tables des Institutions, & celles de M. Clairaut donnent, à deux secondes près, le même mouvement horaire de la Lune, & je l'ai supposé dans le calcul de $38' 00''$, & en Latitude de $3' 28''\frac{1}{2}$. Ces élémens étant donnés de même que l'erreur des Tables constante pour l'apparition de chaque fin de l'Éclipse, je trouve Brest $0^h 27' 52''\frac{1}{2}$ à l'occident du Méridien de Paris. Soit pour $8^h 26' 41''$ de temps vrai à Paris, la Longitude de la Lune suivant les Tables des Institutions $H 13^d 46' 24''\frac{2}{3}$, on aura, en y ajoutant l'erreur des Tables $2' 40''\frac{1}{3}$ additive, la Longitude corrigée $H 13^d 49' 05''$, la Latitude vraie tirée des mêmes Tables $56' 06''\frac{2}{3}$: soit aussi le lieu du Soleil corrigé pour le même instant $H 13^d 51' 38''$.

L'observation de la fin de l'Éclipse vue à Brest à $7^h 56' 41''\frac{1}{2}$, & réduite au Méridien de Paris, d'après les observations de Mercure en 1753 par M. Borry, & celles des Satellites par M. Picard, peut être d'abord supposée à $8^h 24' 07''\frac{1}{2}$ au Méridien de Paris; ainsi la Longitude de la Lune corrigée sera $H 13^d 47' 26''$, & l'ascension droite du milieu du Ciel $11^d 40' 30''$.

Soit donc l'angle parallaxique calculé dans la sphère $39^d 09' 40''$, & parce que la vraie distance de la Lune au zénith étoit alors sous la Latitude de $48^d 23'$, de $53^d 24' 23''$, on aura par une règle de fausse position, en supposant la parallaxe horizontale de $61' 20''$, la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde $49' 44''\frac{2}{3}$, & l'angle parallaxique corrigé $39^d 37' 05''$; ce qui se déduit de la parallaxe d'azimuth $29'' 18'''$, selon les formules de M. Euler; on aura donc $31' 43''\frac{1}{3}$ pour la parallaxe de Longitude, & $39' 18''\frac{1}{2}$ pour celle de la Latitude. Si l'on suppose la parallaxe horizontale du Soleil de sept à huit secondes, son lieu apparent a dû être $H 13^d 51' 36''\frac{1}{2}$, & puisque la Latitude apparente de la Lune, relativement au Soleil, a dû être $0^d 18' 02''$, ôtant cette valeur ou côté d'un triangle rectiligne

de 1964", somme des demi-diamètres de la Lune & du Soleil, & qui représente l'hypothénuse, on aura $0^d 27' 19''$ dont la base ou la Longitude apparente de la Lune étoit plus à l'Orient que celle du Soleil, d'où l'on déduit la Longitude de la Lune observée $H 13^d 47' 12''$; c'est-à-dire 14 secondes plus petite qu'on ne l'a supposée en corrigeant l'erreur des Tables par les observations faites à Saint-Hubert & à Paris, de la même fin de l'Éclipse du Soleil. On aura donc la Longitude de Brest $0^h 0' 27''$ plus grande, & par conséquent de $0^h 27' 53''$ à l'ouest du Méridien de Paris.



*EXTRAIT**
DU JOURNAL D'UN VOYAGE
FAIT PAR ORDRE DU ROI,
DANS LES MERS DE L'INDE.

Par M. LE GENTIL.

LE Journal du Voyage que j'entreprends de donner au Public, & dont je présente aujourd'hui l'extrait, renferme un espace de onze années, depuis 1760 jusqu'en 1771. 29 Avril 1772.

J'avois entrepris ce voyage à l'occasion du passage de Vénus devant le Soleil; passage célèbre & rare, qui devoit arriver le 6 Juin 1761.

Les bornes qui me sont prescrites ne me permettant de donner qu'une idée très-légère de mon journal, je vais principalement rendre compte du sort de mon opération en 1761, ainsi que de celle de 1769, pour laquelle je me suis exilé si long-temps; je finirai par exposer en peu de mots les différens obstacles qui sont cause que je n'ai été de retour en France que près de deux ans & demi après l'observation de 1769.

Lorsque M. le Duc de la Vrillière m'eut fait passer les ordres du Roi, je me rendis à l'Orient où je trouvai deux vaisseaux de la Compagnie des Indes, prêts à mettre à la voile pour l'Isle-de-France. M. le Duc de la Vrillière ayant donné à cette Compagnie des ordres très-précis au sujet de mon passage dans l'Inde, je m'embarquai le 26 Mars 1760, sur le *Berryer*, un des deux vaisseaux dont je viens de parler, & j'arrivai à l'Isle-de-France le 10 Juillet.

Je fis pendant le voyage un très-grand nombre d'observations sur la détermination des Longitudes par l'angle horaire de la Lune. J'eus la satisfaction, à l'attérage de Rodrigue, que l'on trouve

* Une partie de ce Discours a été lûe dans l'Assemblée publique d'après Pâques, le 29 Avril 1772.

cent lieues au vent de l'Isle-de-France, de voir que cette méthode, la plus simple & la plus aisée à pratiquer de toutes celles qu'on emploie sur mer, assure le point d'un vaisseau avec une exactitude suffisante; puisque mon point se trouva d'accord, à cinq ou six lieues près, avec la Longitude de l'île Rodrigue; précision bien suffisante sur mer.

J'observai aussi, avec le plus d'exactitude possible, la variation de la boussole par les azimuths, & par le moyen de hauteurs correspondantes. Ces méthodes ont cet avantage sur celle des amplitudes, qu'on peut les multiplier, & s'en servir à une heure quelconque de la journée; en sorte qu'il est rare qu'il se passe un jour sans pouvoir les employer; au lieu qu'il arrive très-fréquemment, même dans la Zone torride, qu'on ne peut voir le Soleil à son lever ni à son coucher; ce qui est encore plus fréquent aux approches des mers du cap de Bonne-Espérance, & du canal de Mozambique, parages où les variations sont cependant de la plus grande importance pour les Longitudes; & où l'on peut les employer avec assez de succès, jusqu'aux approches de la nouvelle Hollande. Alors les lignes de variations s'inclinent si fort sur l'Équateur, qu'elles lui deviennent presque parallèles, & qu'elles sont par conséquent les mêmes pour un espace de cinquante lieues & plus, en longitude: on ne peut donc employer ces variations qu'avec la plus grande réserve pour la recherche de la Longitude; il y auroit de la témérité à s'y fier.

J'appris en arrivant à l'Isle-de-France, que la guerre étoit plus vive que jamais dans l'Inde, & que je n'aurois pas peu de peine à y pénétrer; avec cela il n'y avoit pas alors d'occasions, & l'hiver étant venu, on n'entreprend guère le trajet de l'Isle-de-France dans l'Inde, parce que la mousson étant reversee au Nord-est, les voyages sont trop longs & trop fatigans. Je me vis donc fort embarrassé sur le parti que j'avois à prendre; le projet que forma M. le Gouverneur de l'Isle-de-France, d'envoyer un vaisseau à Batavia, n'eut lieu qu'un moment: je fus donc obligé de renoncer à sortir de l'Isle-de-France.

Ces contre-temps me donnèrent beaucoup d'inquiétude & ne contribuèrent pas à me rétablir d'un flux dysentérique, que je
gardai

gardai pendant le mois d'Octobre & une partie de Novembre; je craignois que cette cruelle maladie ne me mît enfin dans un état à ne pouvoir m'embarquer, s'il s'offroit quelque occasion pour l'Inde.

Ce fut alors que je pensai que la seule ressource qui me restoit étoit d'aller à Rodrigue, à cent lieues au vent (à l'Est) de l'Isle-de-France; m'étant amusé pendant ma maladie à calculer, d'après les meilleures hypothèses, le passage de Vénus sur le Soleil; le résultat fut, qu'il étoit très-douteux qu'on pût voir à Rodrigue l'entrée de Vénus sur le Soleil. Cependant je m'étois déterminé à aller à Rodrigue à tout événement; lorsque ma maladie m'eut permis d'aller voir M. le Gouverneur, je lui parlai de mon projet: il l'approuva, me promit de seconder mon zèle; il m'assura que je pourrois partir dès la fin de Mars, & qu'il m'en fourniroit l'occasion.

Je commençois à faire les préparatifs de mon voyage, lorsqu'il nous vint une frégate de France; ce fut le 11 Février. Cette frégate apportoit des nouvelles de la dernière importance; elles obligèrent le Gouverneur de l'Isle-de-France & le Chef-d'escadre, commandant la Marine, de faire partir promptement une autre frégate pour la côte de Coromandel. Cette expédition exigeant la plus prompte exécution, on prit à l'Isle-de-France toutes les mesures nécessaires pour faire parvenir les nouvelles à la Côte dans le moins de temps possible.

Séduit par ces préparatifs, tous les Marins m'ayant assuré que pour une frégate, telle que la *Sylphide* (c'est le nom du bâtiment qu'on expédia) deux mois au plus suffisoient, même dans la saison où nous étions, pour se rendre de l'Isle-de-France à la côte de Coromandel; je me déterminai à profiter de l'occasion qui se présentoit de passer à cette côte, parce que je ne comptois pas qu'on pût voir à Rodrigue l'entrée de Vénus sur le Soleil; sachant encore que tout ce qui s'observe proche de l'horizon, ne peut jamais être d'un grand secours pour l'Astronomie. J'eus cependant lieu dans la suite de me repentir d'avoir embrassé ce parti, lorsque je me trouvai engagé dans une route incertaine, & qui m'ôtoit toute espérance d'arriver à temps à la côte de Coromandel.

Je partis donc de l'Isle-de-France le 11 Mars, & de l'Isle de Bourbon le 23 du même mois. Tant que nous fumes dans la lisière des vents de Sud-est, qui sont les vents généraux de ces mers, nos journées ne furent pas mauvaises; mais lorsque nous quittâmes cette lisière pour entrer dans celle des moussons, par 7 degrés de Latitude méridionale, le vent alisé nous abandonna & nous livra aux calmes & aux folles ventes de la mousson du Nord-est qui, toute expirante qu'elle étoit, dominoit encore & étoit contraire à la route qu'il nous falloit tenir.

De cette façon, nous errâmes pendant six semaines dans les mers d'Afrique; le long de la côte d'Ajan, dans les mers d'Arabie; nous traversâmes l'Archipel de Soccotora à l'entrée du golfe Arabique. Nous parûmes devant Mahé, côte de Malabar, le 24 Mai; nous apprîmes par des bateaux du pays, que cette place étoit au pouvoir des Anglois, & que Pondichéri n'existoit plus pour nous. Sans nous arrêter davantage, nous forçâmes de voiles; il n'y avoit rien de désespéré pour moi, si nous eussions suivi notre premier objet d'aller à la côte de Coromandel; mais on prit, à mon grand regret, la résolution de s'en retourner à l'Isle-de-France. Cependant nous nous arrêtâmes environ 24 heures à la pointe de Gales, Isle de Ceylan, où les Hollandois nous confirmèrent ce que nous avions appris à Mahé.

L'hiver y étoit déjà dans sa force; nous quittâmes cette côte le 30 Mai, & le grand frais que nous eumes, nous rendit à l'Isle-de-France le 23 Juin.

Je n'entrerai pas dans une plus grande discussion au sujet de cette expédition, de la route que nous devons suivre, & de celle que nous avons tenue: j'en parle amplement dans un Mémoire que j'ai envoyé dans son temps, cacheté, à M. de Fouchy; & qui est resté dans la même forme, en dépôt au Secrétariat. Je fais voir dans ce Mémoire, qui est un extrait de mon Journal, que je me suis véritablement occupé de mon observation; que mon but a toujours été de me rendre à la côte de Coromandel; & que ce n'est pas ma faute si je n'y ai pas paru. C'est une justice que je prie les Astronomes de me rendre, & que j'attends de leur part, quand ils auront vu & lû mon Mémoire: il est

certain que Vénus a été visible, & observée à la côte de Coromandel, & que l'hiver de la côte de Malabar a empêché que cette Planète n'y ait été visible.

Le 6 Juin, j'étois à $5^d 45'$ de Latitude méridionale, & à peu près à $87^d \frac{1}{4}$ de Longitude à l'Est de Paris. J'observai, le moins mal qu'il me fut possible, le passage de Vénus, entrée & sortie. Cette observation que je n'ai ni publiée, ni calculée, est demeurée, telle qu'elle a été faite, avec des remarques, dans le Mémoire cacheté dont j'ai parlé plus haut.

C'est à l'occasion de cette observation, que j'ai trouvé un moyen d'avoir l'heure sur mer à l'instant d'un phénomène quelconque, avec la plus grande précision; & de vérifier, avec la même précision, la demi-minute de sable dont on se sert pour estimer le chemin du vaisseau; ce qui peut être de la plus grande utilité dans le cas où l'on n'auroit point de montre. Je réserve ce détail pour nos Assemblées particulières.

Si le voyage que je venois de faire n'avoit pas répondu à mes espérances, il m'avoit au moins donné des connoissances que je n'avois pas auparavant sur les moussons; je fis aussi un grand nombre d'observations sur la Longitude, par le moyen de la Lune.

Les essais que j'en avois faits en venant de France, m'avoient appris jusqu'à quel point d'exactitude on pouvoit espérer de fixer de dessus un vaisseau la position d'une côte, ou d'un lieu quelconque; j'observai donc à la côte d'Ajan, à l'île de Soccotora & à l'île de Rodrigue, des angles horaires de la Lune. Je vis aussi à peu de distance de la côte de Malabar, une Éclipse totale de Lune le 18 Mai. Cette Éclipse nous fit voir que nous étions encore à 66 lieues de la côte de Malabar, pendant que nous ne nous en faisons qu'à 5 ou 6 lieues. Ces observations m'ont servi à rectifier la position de la côte de Malabar, de la côte d'Ajan en Afrique, du cap de Gardafuy, & sur-tout de l'île de Soccotora, qui est un point essentiel pour l'entrée de la mer Rouge, duquel s'assurent tous les vaisseaux qui vont de l'Inde à Moka, à Gedda, &c. dans la mer Rouge. On y relâche même assez souvent.

Avant que de repasser en Europe, j'aurois bien voulu aller visiter l'Archipel, qui est au Nord de l'Isle-de-France, & en déterminer la position, ainsi que de la côte de l'Est de Madagascar que nous fréquentons tant, & que nous connoissons si peu. Cet Ouvrage, qui étoit de plusieurs années, me dédommageoit en quelque sorte, & me donnoit le temps d'attendre le passage, en 1769, de Vénus sur le Soleil. Je résolus dès-lors de ne point sortir des mers de l'Inde, que cette époque ne fût arrivée, de faire toutes les observations qui se présenteroient sur la Géographie, l'Histoire Naturelle, la Physique, l'Astronomie, la Navigation, les Vents & les Marées. Je fis pour cet effet plusieurs voyages à Madagascar, je commençai par le Fort-Dauphin, où nous avons eu, du temps de M. de Flacourt, un établissement dont on voyoit encore des restes en 1761. Je fus frappé, pour le dire ici en passant, de la beauté de cette Isle, & de la fertilité dont elle me paroissoit être, en comparaison de l'Isle-de-France.

Je déterminai la Longitude du Fort-Dauphin par le moyen de la Lune. Je levai géométriquement le plan de la Baie & des environs; je fis différentes recherches sur la nature & la composition du terrain; sur les différentes espèces de coquilles, tant de mer que de terre qui habitent aux environs du Fort-Dauphin, & généralement sur tout ce qui pouvoit intéresser l'Histoire Naturelle de cette partie de Madagascar.

Je n'eus garde de négliger les Marées, dont la connoissance, dans la Zone torride, tient au système physique de la Théorie de la Terre; mais quoique je puisse assurer que la mer ne monte pas plus de trois pieds au Fort-Dauphin, dans les grandes Marées, j'ai trouvé tant d'irrégularité & de bizarreries dans l'heure de la pleine & de la basse mer, que je serois téméraire de vouloir fixer quelque chose à cet égard.

Le Fort-Dauphin est apparemment trop voisin du canal de Mozambique, & la position de ce Cap, par rapport à ce canal, fait sans doute sortir la mer des règles auxquelles elle semble être assujettie en général.

C'est peut-être par la même raison, jointe à la hauteur & à la disposition des montagnes de la partie du sud de Madagascar,

que l'on sent au Fort-Dauphin un vent presque toujours forcé de Nord-est pendant toute l'année.

Les vivres sont excellens au Fort-Dauphin, & ne pèchent que parce qu'ils sont trop nourrissans; ils causent à plusieurs Européens une maladie fort dangereuse, dont parle M. de Flacourt, qui enseigne les moyens de s'en préserver; ce fut de cette maladie que je fus attaqué trois à quatre jours après mon retour à l'Isle-de-France, pour n'avoir pas usé des précautions enseignées par M. de Flacourt. Cette maladie fut un coup de sang violent, dont plusieurs saignées très-copieuses, faites sur le champ au bras & au pied, & l'émétique administré douze heures après, me délivrèrent bien vite : mais il me resta pendant sept à huit jours une impression singulière dans le nerf optique; ce fut de voir deux objets, au lieu d'un; illusion qui disparut peu-à-peu, à mesure que je repris des forces.

Je continuai les années suivantes mes observations le long de la même côte de Madagascar. Je visitai Foulpointe, Sainte-Marie & la baie d'Antongil.

La position géographique de cette côte n'avoit encore été fixée, que je sache, par aucune observation astronomique, & tous nos vaisseaux qui fréquentent Madagascar, desiroient qu'on pût y faire une observation décisive, parce qu'ils croyoient s'être aperçus que cette côte étoit beaucoup plus Ouest qu'elle n'est marquée sur les cartes; quelques-uns attribuoient cette différence aux courans.

Indépendamment d'un grand nombre d'observations par la Lune, j'eus le bonheur d'observer à Foulpointe une immersion & émerision d'*Antares*, éclipsé par la Lune trois jours après sa conjonction avec le Soleil; cette observation aussi exacte qu'elle puisse l'être, calculée par M. de la Lande, donne la Longitude de cette partie de Madagascar, de 46^d 56' 30". (*Mém. de l'Académie, année 1767*).

Je levai, comme je l'avois fait au Fort-Dauphin, un plan de la côte de Foulpointe, de son Barachoua (espèce de petit Port), & fis toutes les autres observations que j'avois faites au Fort-Dauphin.

Quant aux Marées, Foulpointe est le seul endroit de la Zone torride où j'ai eu le plaisir de voir la mer assujettie à des loix

fixes, j'ai trouvé que l'heure de la plus haute mer arrive à Foulpointe un jour & demi ou deux jours après la nouvelle Lune, 1^h 20' après le passage de la Lune au méridien; j'ai la quantité dont la mer monte, à peu-près la même dans toutes les nouvelles Lunes, c'est-à-dire depuis 35 pouces & demi, jusqu'à 38 pouces: les marées des pleines Lunes m'ont toujours paru plus petites que celles des nouvelles Lunes; je les ai trouvées de 24 à 30 pouces; mais il faut remarquer que la Lune, dans le premier cas, étoit ou périgée, ou peu éloignée de l'être.

A Foulpointe je fis aussi quantité d'observations sur la longueur du pendule qui marque les secondes.

De Foulpointe en allant à la baie d'Antongil, par l'Isle de Sainte-Marie, & le canal du même nom, j'ai relevé toute la côte, & j'ai trouvé nos meilleures Cartes en défaut. Enfin je ne répéterai pas que j'ai fait à la baie d'Antongil le même genre d'observations que j'avois faites au Fort-Dauphin & à Foulpointe.

De cette façon, je me suis trouvé en état de composer une carte de la côte de l'Est de Madagascar, beaucoup plus sûre pour la Navigation, que tout ce qui avoit paru auparavant. Je l'ai accompagnée d'un Discours sur les différentes routes que l'on doit tenir dans les voyages de l'Isle-de-France à Madagascar, & à l'Isle-de-Bourbon, pour l'aller & le retour, pendant les différentes saisons de l'année; ces mers étant sujettes à une espèce de vents périodiques ou de mousson qui soufflent pendant six mois du Sud-est, & très-souvent du Nord-est pendant les autres six mois de l'année; de façon que les variétés qu'on y remarque viennent plutôt du Nord-est au Sud-ouest par l'Ouest, que du Nord-est au Sud-est par l'Est, le contraire précisément de ce qui arrive dans la saison des vents de Sud-est.

Le même Discours traite des mœurs, usages & coutumes des différens peuples de Madagascar qui habitent la côte de l'Est de cette Isle, à 8 à 10 lieues dans les terres; car je ne prétends pas donner la description des mœurs de tous les différens peuples qui habitent cette grande Isle. En général les peuples qui habitent les bords de la mer ne donnent qu'une idée imparfaite de ceux du milieu des terres. Ces habitans du bord de la mer à Madagascar

sont, comme en Europe, des espèces de Colonies très-différentes des autres peuples de la même Isle.

Les peuples de la côte de l'Ouest de Madagascar, selon les relations que j'en ai eues, sont encore très-différens de ceux de la côte de l'Est; mais nous fréquentons très-peu la côte de l'Ouest, & notre commerce à Madagascar se borne presque entièrement à la côte de l'Est.

A l'Isle-de-France, j'ai observé sur-tout les réfractions Astronomiques à l'horizon jusqu'à 10 degrés de hauteur.

J'ai aussi travaillé à l'Histoire Naturelle de l'Isle-de-France, & j'ai fait une description historique de cette Isle. Je détruis un préjugé universellement répandu dans cette Isle, & dans lequel j'ai moi-même été dans les commencemens; c'est que l'on croit que l'Isle n'a été qu'un volcan, & a été culbutée de fond-en-comble. Je prouve qu'il n'y a jamais eu de volcan; qu'il n'y a de traces ni de l'un ni de l'autre fait; qu'au contraire on y retrouve par-tout, à différentes profondeurs, souvent à peu de pieds au-dessous du sol, les bancs de pierre, soit horizontaux, soit inclinés; selon que le terrain est en pente ou horizontal.

Je ne parle pas ici de l'île de Bourbon, où j'ai fait aussi différens voyages & différens observations. M. de Lozier-Bouvet étoit alors Gouverneur de cette Isle; je fus parfaitement bien reçu de ce Gouverneur, & je ne puis assez publier les bontés qu'il a eues pour moi.

J'ai vu très-fréquemment à l'île de Bourbon M. de la Nux, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, chez lequel j'ai logé pendant quelque temps. Il voulut bien partager avec moi la peine de mes différentes observations: j'eus avec lui bien des entretiens sur tout ce qui pouvoit avoir rapport à l'Histoire des deux Isles, à celle des vents, des moussons, &c. Il m'a même communiqué un Mémoire fort intéressant, sur les Trombes, dont je parlerai dans mon Voyage.

Ces différentes occupations m'avoient conduit jusqu'à l'année 1765; il étoit temps de penser au second passage de Vénus.

Après avoir calculé ce passage pour l'Inde, pour Manille, les Isles Mariannes, le Mexique, l'Europe enfin, je vis évidemment

que les Isles Mariannes & Manille étoient les seuls endroits à l'orient de Paris, les plus avantageusement placés ; non pas qu'on pût observer à Manille ni aux Mariannes une plus grande différence en parallaxe, qu'à la côte de Coromandel ; mais parce que l'élévation du Soleil sur l'horizon, au moment de la sortie de Vénus, devoit être fort grande, & donnoit par ce moyen plus d'espérance de réussir que par-tout ailleurs, la côte de Malabar étant alors plongée dans l'hiver le plus hideux, il étoit inutile d'y penser. Je ne balançai donc pas à prendre mon parti, & à chercher les moyens de passer à Manille. L'exécution de ce projet n'étoit pas difficile en prenant la voie de Chine ; car les vaisseaux de la Compagnie des Indes qui passoient par l'Isle-de-France pour aller en Chine, m'auroient porté jusque-là ; & de Quanton à Manille, on trouve tous les ans des occasions : tout cela faisoit cependant encore un peu d'embarras, dont je fus tiré par l'événement le plus heureux, ce fut le vaisseau de guerre *le Bon-Conseil*, de Sa Majesté Catholique, de 64 canons, qui étoit parti de Cadix pour Manille, & que différentes circonstances forcèrent de venir relâcher à l'Isle-de-France.

Je fis bientôt connoissance avec le Capitaine Don Juan de Cafeins, par le moyen de Don Juan de Langara que j'avois vu à Paris ; Don Juan de Cafeins m'offrit fort obligeamment passage sur son vaisseau. Cette occasion étoit si favorable, que je ne balançai pas à l'accepter : M. Desforges à qui j'en parlai, ne contribua pas peu à lever les obstacles des formalités qui parurent indispensables à Don Juan de Cafeins, & à Don Juan de Langara.

J'écrivis en même temps en France à M. le Duc de Chaulnes ; & lui annonçai mon nouveau voyage, en le priant de m'obtenir de la Cour d'Espagne des Lettres de recommandation pour le Gouverneur des Philippines. J'écrivis par la même occasion à M. Clairaut & à M. de la Lande. Je partis après cela de l'Isle-de-France le 1.^{er} Mai 1766, bien résolu de lui dire adieu pour toujours ; & en effet, j'avois conçu le projet de m'en revenir par Acapulco, & d'achever ainsi le tour du globe, nous arrivâmes à Manille le 10 Août, voyage un peu long, qui eut ses peines & ses travaux.

Sans

Sans parler ici des différens genres d'observations que je fis pendant le voyage, comme j'avois fait dans les précédens, je ne ferai mention que d'un Problème que l'on trouve dans les *Mémoires de l'Académie pour l'année 1735*. Il consiste à trouver la Latitude en mer, par le moyen de trois hauteurs du Soleil, prises le matin ou le soir à trois heures différentes les unes des autres. M. Pitot qui l'a résolu ne l'applique qu'à un seul cas, à celui où le vaisseau se trouveroit à 45 degrés de Latitude: dans ce cas le Problème peut servir. La position de la sphère, & celle du Soleil qui se trouve toujours assez loin du zénith, dans quelque saison que ce soit de l'année, donnent à la méthode une sûreté suffisante pour l'usage de la Navigation; mais dans la Zone torride, cette méthode est insuffisante; elle n'est plus praticable si-tôt que le Soleil se rapproche du zénith; & je me suis bien convaincu que, quoiqu'on emploie le plus grand soin & le plus grand scrupule à rechercher la Latitude par cette voie, on ne peut y parvenir qu'à un tiers de degré près. Quelquefois on s'écarte davantage; & je n'ai pas trouvé que cette même méthode que j'ai depuis pratiquée à terre, donnât une précision suffisante pour déterminer la Latitude lorsque le Soleil est trop voisin du zénith.

Don Juan de Casteins m'annonça au Gouverneur de Manille dans la lettre où il lui faisoit part de notre arrivée; le 13 Août, quatre jours après, je descendis avec M. de Casteins, & j'allai voir le Gouverneur, auquel je remis une lettre de recommandation que m'avoit donnée M. Desforges, Gouverneur de l'Isle-de-France.

A Cavité où nous étions, port de Manille, nous trouvâmes un petit vaisseau à trois mâts qui devoit mettre à la voile sous peu de jours pour les Isles Mariannes; Don Juan de Casteins qui avoit envie que je déterminasse, avant son départ de Manille, la Longitude de cette ville, fut cause que je ne fis aucune démarche pour m'embarquer. Ce fut un bonheur pour moi; car le vaisseau & tout ce qui étoit dedans périt en sortant du détroit des Philippines: à la vérité, il ne se noya que trois à quatre personnes, celles qui furent les plus empressées à se sauver, comme il arrive presque toujours dans les naufrages; je ne peux

pas répondre que je n'eusse pas été de ceux-là, ou au moins j'aurois perdu tous mes journaux, papiers & instrumens d'Astronomie, perte irréparable pour moi.

Après nous être acquittés d'un vœu que Don Juan de Cafeins avoit fait aux approches des Philippines, au milieu du mauvais temps dont nous fumes tourmentés pendant sept jours; mon premier soin fut de fixer la Longitude & la Latitude de Manille. Don Manuel-Galban, Oidor de l'audience Royale, me prêta pour cet effet un donjon (*Mirador* dans le pays), fort propre pour y faire ces sortes d'observations.

Les mauvais temps me dérobèrent beaucoup des ces observations; & le départ de M. de Cafeins fixé au 12 Février de l'année suivante 1767, ne me permit pas d'avoir autant de vérifications à lui donner, que je l'aurois désiré; le petit nombre que je pus obtenir du Ciel, s'accordant parfaitement; je fis un Mémoire sur la Longitude de Manille: je le remis à M. de Cafeins. J'établissois la Longitude de cette ville de $7^h 54' 8'' \frac{1}{2}$, qui valent $118^d 32' 4'' \frac{1}{2}$.

Cette détermination n'étoit, il est vrai, qu'une approximation, à un quart de degré près, comme je le disois à M. de Cafeins dans ma Lettre; mais j'ajoutois que l'on pouvoit bien s'en contenter pour l'usage de la Navigation aux Philippines, jusqu'à ce que je pusse tirer d'Europe des observations correspondantes aux miennes.

J'envoyai, d'après le conseil que me donna M. de Cafeins, une copie de mon Mémoire au Ministre & Secrétaire d'État de la Marine & des Indes (M. le Bailli de Arriaga); & j'accompagnai ce Mémoire d'une Lettre dans laquelle j'informois son Excellence pour quelle raison, & par quelle voie j'avois entrepris le voyage des Isles Philippines.

M. de la Lande à qui j'ai envoyé le même Mémoire, & qui a fait imprimer mes observations dans les Mémoires de l'Académie, année 1767, ayant comparé les Tables à des observations faites à Stockholm & à Paris, dans le même temps, conclut la Longitude de Manille de $7^h 54' 4'' \frac{1}{2}$, ce qui diffère peu du premier résultat. Après le départ de M. de Cafeins, je continuai

mes observations sur la Longitude & sur la Latitude de Manille, tant par les observations du premier Satellite de Jupiter, que par celles de la Lune : je fis aussi un très-grand nombre d'expériences sur la longueur du pendule qui bat les secondes en cette ville.

Je fis connoissance avec Don Estevan Roxas-y-Melo, natif de Lima, Chanoine de la Cathédrale de Manille, homme curieux, instruit, qui a un riche Cabinet en Livres & en machines de Mathématiques; nous fumes bientôt liés de la plus grande intimité. Les Péruviens ont les qualités du cœur excellentes, & sont très-bons amis; Don Estevan Melo m'a rendu les plus grands services pendant mon séjour à Manille.

Il travailloit pour lors à une Carte des Isles Philippines. Cette Carte faite d'après tout ce qu'il put tirer des Journaux & des connoissances que lui avoient données différens Pilotes, sur-tout un Pilote François qui avoit resté long-temps à Manille, qui y étoit mort fort regretté, un an avant mon arrivée, est beaucoup plus exacte que celle que nous a donnée le Père Murillo, & qui a servi de base pour toutes celles qu'on a publiées en France depuis ce Père. Nous achevâmes ensemble, Don Estevan & moi, l'ouvrage de cette Carte, & nous assujettîmes la Longitude & la Latitude de Manille aux observations Astronomiques que j'avois faites, après les avoir réduites au pied du maître-autel de la Cathédrale, peu distante du lieu où j'avois observé; j'emportai avec moi une copie très-bien exécutée de cette Carte.

Je m'occupai ensuite à faire une Description des Isles Philippines, de leurs productions, de leur état actuel, du commerce des Espagnols à Manille, & de celui qu'on y pourroit faire. Je parle aussi des Moluques. Ce que j'ai sur ces Isles, & sur les Philippines est presque tout tiré des Mémoires que me donnèrent Don Estevan Melo, & Don André Roxo. Celui-ci, que je fréquentois beaucoup, avoit été Secrétaire de l'Archevêque Roxo son oncle, qui commandoit à Manille lorsque les Anglois s'en rendirent les maîtres en 1762. Don André Roxo me donna de plus différens Mémoires concernant cette expédition : une copie du journal du siège de cette Place, écrit de la propre main du

Gouverneur son oncle; & il me conta touchant cette guerre plusieurs faits & anecdotes, dont je vis entre les mains les pièces justificatives.

J'appris aussi à Manille quelques anecdotes au sujet de la prise du Galion, par M. Anson en 1743, anecdotes un peu différentes de ce qui est rapporté dans son Voyage autour du Monde. Je remarquerai ici à cette occasion, que l'Auteur de ce Voyage paroît avoir été très-mal informé dans ce qu'il dit des Philippines, principalement du commerce de Manille à Acapulco; & le long chapitre qu'il a mis dans son Ouvrage sur ce commerce, a besoin de beaucoup de corrections.

Après l'Inde, Manille est le plus beau pays que j'aie vu pendant mes voyages. Le climat y est excellent, la terre y est de la plus grande fertilité. Les Espagnols n'occupent peut-être pas la vingtième partie de ces Isles, encore ne tirent-ils aucun parti de cette petite portion. Les Philippines ont quinze à seize beaux ports, & elles sont couvertes des plus beaux bois de construction. J'ai vu de ces bois d'une grosseur démesurée; & une table dans la Sacristie des Jésuites à Manille, qui avoit 11 pieds de diamètre, d'une seule pièce, tirée d'un tronc de ces arbres; cette table est actuellement en Espagne: on m'a assuré que ces arbres ont jusqu'à 150 pieds de hauteur.

Les Philippines sont à charge au Roi d'Espagne, malgré tout ce qu'il tire tous les ans de ses Sujets de ces Isles, il est encore obligé de faire passer tous les ans du Mexique à Manille 110 mille piastras (527 mille 500 liv.) pour subvenir aux frais que lui occasionnent ces Isles. Cette dépense monte à 620 mille piastras, (3 millions 255 mille livres), l'État ecclésiastique, y compris l'entretien des différens Ordres de Religieux qui desservent les Cures des Philippines, absorbe une partie de cette dépense, puisqu'il leur en passe plus de 525 mille livres. Les Espagnols disent à cela, qu'il y a en Espagne une Bulle du Pape qui donne au Roi la concession des Philippines, à condition qu'il entretiendrait à ses frais la Religion dans ces Isles.

Le 10 Juillet je reçus réponse aux Lettres que j'avois écrites en France, le 11 Mars de l'année précédente 1766. Ces nouvelles m'arrivèrent par le Mexique, & par Acapulco. On m'annonçoit des Lettres de recommandation de la Cour d'Espagne.

M. le Duc de Chaulnes fit, du consentement de M. le Duc de la Vrilliere, toutes les démarches nécessaires pour que la chose ne languît pas. Ma Lettre avoit trouvé l'illustre M. Clairaut mort ; mais M. de la Lande ne négligea pas de s'intéresser à cette nouvelle entreprise.

Cependant M. de la Lande me fit observer à la fin de sa lettre, qu'il avoit été lû à l'Académie un Mémoire, par M. Pingré, dans lequel il se plaignoit que j'allois trop loin ; il auroit voulu que je fusse revenu à Pondichéri. Au reste, selon M. de la Lande, il étoit assez égal que je restasse à Manille, ou que je revinsse à Pondichéri, & il finissoit en me disant de me décider par mon avantage & par mon goût.

J'avois beaucoup de temps devant moi pour prendre un dernier parti, & pour me rendre à la côte de Coromandel.

Après avoir bien réfléchi à la démarche que j'allois faire, bien calculé les inconvéniens des deux parts, je me décidai à partir pour Pondichéri. Les voyages par mer ne me coûtoient plus rien. J'écrivis à M. le Duc de Chaulnes, & je répondis à M. de la Lande que je serois à Pondichéri à temps pour le passage de Vénus sur le Soleil ; que puisqu'on vouloit que je me rapprochasse, j'allois le faire ; que je croyois en cela travailler au progrès de l'Astronomie ; que ma démarche n'avoit eu d'autres vues, en allant aux Philippines, que d'être utile aux Astronomes ; je déduisis ensuite fort en détail les raisons qui m'avoient fait préférer Manille, ou les Isles Mariannes à Pondichéri ; je finissois en disant que j'allois malgré cela prendre mes mesures pour me rendre dans l'Inde par la voie la plus courte ; & qu'enfin j'espérois que je n'aurois nul reproche à effuyer, si l'observation ne réussissoit pas dans l'Inde, & qu'elle réussît à Manille.

Ce ne fut qu'avec la plus grande peine que Don Estevan Melo consentit à mon départ ; son amitié pour moi lui fit faire l'impossible pour m'empêcher de partir, & pour me retenir à Manille. Il avoit chez lui un Pere Théatin, Mathématicien, Missionnaire, & suffisamment instruit. Je leur laissai à l'un & à l'autre une petite instruction pour observer la sortie de Vénus de dessus le disque du Soleil, & pour régler leur pendule avec le plus

d'exactitude possible. Je rétablis une méridienne horizontale qui étoit dans la maison. Elle marquoit sur un plan de cuivre ; je fis mettre un plan de marbre à la place de celui de cuivre. Outre cette méridienne, Don Estevan avoit une bonne pendule à secondes, & deux télescopes d'environ deux pieds de longueur, dont un sur-tout étoit très-bon.

Ces préparatifs finis, je saisis l'occasion d'un vaisseau Portugais de Macao qui alloit à Madras. Nous mîmes à la voile le 2 Février 1768, à 6 heures du soir, par un petit frais de Sud-Sud-est. Mais notre vaisseau mal chargé ne put faire deux lieues sans plier ; il se coucha même assez considérablement, n'ayant cependant que ses quatre basses voiles ; & quoiqu'il ne fit qu'un joli frais fort égal. Nous fumes obligés de virer de bord, & de revenir mouiller à la barre de Manille.

Le lendemain, de grand matin, je reçus une lettre de Don Estevan Melo, qui m'exhortoit très-fort de rester à Manille ; il me disoit que ce que je venois d'essuyer étoit bien suffisant pour me décider ; que j'en avois assez fait pour prouver mon zèle ; que Dieu me défendoit de m'exposer à un danger évident. La lettre de mon ami fut bientôt suivie du Pere Théatin, qui vint, au nom de cet ami, pour m'amener avec tous mes effets. Je fis réponse à Don Estevan que j'allois rester à bord pour assister au déchargement, & au changement d'arrimage que l'on vouloit faire au vaisseau ; que je verrois le tout de mes propres yeux ; qu'ensuite je lui marquerois mon avis, selon ce que je remarquerois de bon ou de mauvais dans le nouveau chargement ; que si j'y voyois quelque défaut ; je le lui marquerois, en le priant en même temps de m'envoyer une Pangue (bateau du pays) pour débarquer moi & mes effets.

Le 5 Février, nous fumes en état de mettre à la voile. J'écrivis à Don Estevan Melo, que je poursuivois mon voyage ; que le vaisseau me paroissoit en état de nous mener au moins jusqu'à Malacca, d'autant plus que nous devons avoir vent arrière jusqu'au détroit de Malacca ; que les mers sont très-belles dans ce détroit ; & que je savois que je trouverois à Malacca un Brigantin de Pondichéri, prêt à retourner à la côte de l'Inde.

Nous arrivâmes à Malacca le 18 Février, je continuai mon

voyagé sur le même vaisseau, & le 27 Mars j'arrivai à Pondichéri, quatorze mois avant l'observation. Mon voyage ne fut que de trente-deux jours; belle traversée, peu ordinaire.

Le détroit de Malacca est celui des trois détroits que nous pratiquons le moins, parce que nos vaisseaux destinés pour Chine vont presque toujours par les détroits de la Sonde & de Banca; aussi le détroit de Malacca nous est-il moins connu que les deux autres. J'ai eu l'avantage de les voir tous les trois; ce qui m'a fourni les moyens de faire, sur celui de Malacca, bien des remarques qui m'ont paru intéressantes pour la sûreté & la promptitude de la Navigation dans ce détroit. De plus, ces Pilotes de Macao auxquels je me donnois bien de garde de confier un vaisseau pour l'amener en Europe, ont une si grande pratique du détroit de Malacca, qu'ils y naviguent la nuit comme le jour. S'ils mouillent, c'est que le vent leur manque. Ils m'ont fourni quelques remarques intéressantes touchant cette navigation.

A Pondichéri, je trouvai M. Law, Gouverneur général pour le Roi de tous les établissemens François dans l'Inde: il me reçut parfaitement bien, & il se prêta avec le plus grand zèle à faire réussir ma mission.

Je ne dois pas oublier de faire également mention du Conseil Supérieur de Pondichéri, & en particulier de M. de la Grenée, premier Conseiller, Commandant en second; de M. le Febvre, Procureur général du Roi; & de M. de Tremollières, Secrétaire du Conseil, dont je reçus beaucoup de marques de bienveillance. Tout sembloit concourir à m'assurer le succès de mon observation.

En moins de deux mois j'eus un observatoire bâti sur les ruines de l'ancien Fort, & sur une très-bonne voûte: cet observatoire étoit très-commode pour y faire toute espèce d'observation astronomique; j'y allai loger pour être plus à portée de mon travail.

Je commençai par vérifier la Longitude & la Latitude de Pondichéri; j'observai les réfractions à l'horizon, jusqu'à 10 degrés de hauteur; je les observai encore à 45 degrés.

Le 23 Décembre, j'observai avec M. Law, une Éclipse totale de Lune, je ne négligeai pas les hauteurs solsticiales; j'observai également l'étoile polaire, tant dans la partie supérieure, que dans

la partie inférieure du méridien, différentes autres étoiles, & enfin les satellites de Jupiter.

Les nuits à Pondichéri font de la plus grande beauté en Janvier & Février. On ne peut avoir d'idée du beau Ciel qu'offrent ces nuits, que lorsqu'on les a vues; je n'avois nulle part si bien vu Jupiter avec ma Lunette de 15 pieds, que je le vis alors; les étoiles n'ont aucune scintillation. J'ai très-souvent laissé ma lunette de 15 pieds exposée à l'air de la nuit, pendant plusieurs heures dans une position verticale, sans que l'objectif en ait reçu la plus légère humidité. Le mois de Mars n'est plus si beau; Avril commence à se ternir; Mai, Juin, Juillet, Août & Septembre, sont peu propres aux observations astronomiques; dans ces mois on n'a guère que les matinées de belles. En Octobre, Novembre & Décembre est la saison pluvieuse.

Préparé pour le passage de Vénus du 3 Juin, & les Anglois à Madras m'ayant envoyé un excellent télescope achromatique de 3 pieds de longueur; j'attendois le moment de l'observation avec la plus grande impatience. Pendant tout le mois de Mai, jusqu'au 3 de Juin, les matins furent très-beaux. Le temps fut encore de la même beauté la veille à neuf heures du soir. J'avois observé avec M. Law une émerison du premier Satellite de Jupiter, que nous avions très-bien vue. On s'empressoit déjà à me faire des complimens, lorsque le lendemain de très-grand matin, il s'éleva une espèce de coup de vent, qui ne dura précisément que le temps de l'observation; car Vénus devoit sortir à 7 heures du matin; & à $7^h\frac{1}{2}$ le Soleil commença à percer, le reste du jour & les suivans furent très-beaux; ce fut la même chose à Madras; où M. Call, Ingénieur en chef de cette place, avoit été chargé par M. Maskeline, de faire l'observation. Ce tourbillon s'étoit fait sentir sur toute la côte de Coromandel, à plus de 30 lieues dans les terres.

J'avois donc fait près de dix mille lieues inutilement. Je n'avois donc parcouru un si grand espace de mers, & je ne m'étois exilé de ma patrie, que pour aller jouir de la vue d'un nuage fatal qui m'attendoit au moment que je desirois tant, pour me faire perdre tout le fruit de mes peines & de mes fatigues.

Pendant

Pendant que le Ciel étoit couvert à Pondichéri, il offroit l'aspect le plus serein à Manille, comme je l'ai appris depuis par les lettres que j'ai reçues, & par Don Eslevan Melo lui-même, qui m'a envoyé l'observation qu'il avoit faite de concert avec le Père Théatin.

Lorsque les grandes chaleurs d'été furent venues, je répétois mes observations sur les réfractions astronomiques, afin de les comparer à celles que j'avois faites pendant l'hiver.

Nous avons déjà une Table des réfractions astronomiques dans la Zone torride, par M. Bouguer; mais la température dans laquelle il a observé, est bien différente de celle de l'Inde. À Pondichéri, qui n'est pas l'endroit le plus chaud de l'Inde, le thermomètre de M. de Reaumur exposé en plein air, à l'ombre, à 30 pieds environ au-dessus du sol, monte tous les jours à 36, & quelquefois à 37 degrés pendant une grande partie des mois de Mai, Juin, Juillet & Août. Cette chaleur est le plus souvent accompagnée d'un vent d'Ouest, violent & enflammé, qui élève des nuages & des tourbillons d'un sable brûlant pour le porter à la mer.

Les nuits sont fraîches & tempérées, en comparaison du jour, car cette température est encore de 21 à 23 degrés.

Dans les appartemens un peu clos, le thermomètre ne monte qu'à 26 degrés dans les grandes chaleurs; & c'est à ce point, à quelque petite chose près, qu'il se soutint dans mon observatoire pendant les expériences très-souvent répétées, que je fis en Juillet sur la longueur du pendule qui bat les secondes à Pondichéri.

Dans le courant du mois d'Août, il parut une Comète que j'observai, autant que put me le permettre le temps & la fièvre dont je fus attaqué, pour la première fois, dans le mois de Septembre. On revit cette Comète trois à quatre fois après sa conjonction avec le Soleil, à la fin d'Octobre; c'étoit alors le temps des pluies, ce qui fut cause que je ne pus suivre la Comète. Je n'en eus même qu'une seule observation, le 2 de Novembre; la Comète étoit alors fort diminuée, & sa queue qui, avant sa conjonction s'étendoit à plus de 40 degrés, occupoit alors à peine 5 degrés.

Mém. 1771.

LI

Je ne dis rien de la Carte des environs de Pondichéri, dont je déterminai les points principaux dans mes momens perdus, & que j'assujettis aux observations astronomiques. Je savois que la Carte qu'on a, ne pouvoit manquer d'être très-défectueuse, parce qu'on n'y avoit employé, ni les instrumens convenables, ni les soins nécessaires.

Un autre genre de travail me parut fort intéressant. Je l'avois commencé à l'Isle-de-France, je l'achevai à Pondichéri en 1768. C'est une Histoire des Vents, & un examen des différentes routes, que l'on doit suivre pour aller de l'Isle-de-France dans l'Inde.

Les Marins distinguent ces routes, en grande & petite route. On est forcé de prendre la grande route depuis le commencement de Septembre jusqu'à la mi-Mai. On emploie dans cette saison deux mois & demi ou trois mois à se rendre de l'Isle-de-France à Pondichéri. La petite route peut se tenter depuis les premiers jours de Mai jusqu'à la fin d'Août. On met dans cette saison environ trente-cinq jours pour aller à Pondichéri.

Les moussons règlent ces variétés; on va par la grande route pendant la mousson du Nord-est, & par la petite route pendant la mousson du Sud-ouest; mais cette mousson ne permet la petite route que pendant environ cinq mois. Cela vient de ce que les moussons au nord de la Ligne ne soufflent réellement pas six mois du Nord, & six mois du Sud, comme on l'a cru jusqu'ici. Je prouve que la mousson du Sud-ouest est plus courte d'environ vingt-trois jours que la mousson du Nord-est.

Plusieurs habiles Navigateurs rebutés de la longueur & des fatigues de la grande route, ont cherché, dans ces derniers temps, les moyens de l'abrégier. De ce nombre sont M. Daprès de Manneville & M. de Joannis; mais ces deux Marins ne s'accordent nullement entr'eux sur la route qu'il convient de prendre de préférence à la grande.

On a pareillement essayé d'abrégier la petite route, en allant par l'Archipel, qui est au Nord de l'Isle-de-France, au lieu d'aller prendre connoissance, comme l'on fait, du cap d'Ambre au Nord de l'île de Madagascar.

Cette route a été pratiquée anciennement par les Portugais; ils l'ont abandonnée sans que j'aie pu savoir pourquoi. Peut-être la trouvoient-ils trop pleine d'Îles; mais quoiqu'elle paroisse en effet fort embarrassée sur les cartes, cette route n'effraya pas l'Amiral Boscawen, quand il fut en 1748, de l'Île-de-France à Pondichéri. Cependant cet Amiral menoit avec lui une Escadre de douze ou quinze vaisseaux.

En 1754, M. Daprès, alla de l'Île-de-France à Pondichéri, par la route de l'Amiral Boscawen (c'est ainsi qu'on la nomme dans l'Inde).

M. de la Carrière, excellent Marin, vint par la même route à Pondichéri en 1768, lorsque j'étois en cette ville; j'y vis aussi arriver en 1769, M. le Chevalier Grenier, Lieutenant de vaisseau de Roi, & M. l'Abbé Rochon.

Malgré ces tentatives, il m'a paru fort difficile de décider laquelle est la meilleure, & sur-tout la plus courte, ou de cette nouvelle route, ou de l'ancienne. M. de la Carrière qui me donna une copie de son Journal, m'assura en même temps que cette nouvelle route doit avoir la préférence sur l'ancienne; qu'il n'en suivroit jamais d'autres, & qu'il y avoit environ un cinquième de temps à gagner, ou sept jours sur trente-cinq.

D'un autre côté, il est très-certain que M. Daprès y a trouvé des calmes considérables; & que M. Godeheu parti de l'Île-de-France huit à dix jours après lui, & qui étoit allé par le cap d'Ambre, attérit en même temps que lui à l'Île-de-Ceylan, où ils se rencontrèrent & se parlèrent, fort étonnés l'un & l'autre de se trouver au même point.

Je m'amusai aussi pendant mon séjour dans l'Inde, à prendre quelque connoissance de l'Astronomie, de la Religion, des mœurs & des coutumes des Indiens Tamouls, que fort improprement nous appelons Malabars. Ce que j'avois entendu dire de leur Astronomie avoit piqué ma curiosité; mais ce qui acheva de l'aiguillonner, fut la facilité avec laquelle je vis calculer devant moi, à un de ces Indiens, une Éclipse de Lune que je lui proposai, la première qui me vint en idée; cette Éclipse, avec tous les élémens préliminaires, ne lui coûta pas trois quarts-d'heure de travail. Je

lui proposai de me mettre en état d'en faire autant, & de me donner tous les jours une heure de son temps; & lui ayant demandé en combien de temps je pouvois espérer d'être au fait de calculer une Éclipse de Lune selon la méthode, il me répondit avec un air qui respiroit un peu l'amour-propre, qu'avec de la disposition j'en pourrois faire autant que lui au bout de six semaines ou deux mois de travail.

Cette réponse ne merebuta pas, elle ne fit que me rendre plus curieux encore. Je m'assujettis à prendre tous les jours, pendant une heure environ, ma leçon d'Astronomie Indienne. Soit qu'il y eût de la faute de mon maître, ou que ce fût la mienne; soit que ce fût celle des interprètes (j'en changeai jusqu'à trois fois), j'eus besoin de près d'un mois de travail pour être en état de calculer une Éclipse de Lune, quoique la méthode m'ait paru depuis très-simple & très-facile. Les Éclipses de Soleil me donnèrent bien plus de peine, parce que le calcul en est beaucoup plus compliqué.

Quant à l'exactitude de cette méthode, l'accord m'a paru assez singulier dans les Éclipses de Lune; l'erreur, dans plusieurs que j'ai calculées, ne monte pas à plus de 25 minutes d'heure. Dans les Éclipses de Soleil, le calcul s'écarte davantage, ce qui ne provient pas tant de l'heure de la conjonction vraie, que de la méthode de calculer la conjonction apparente & les autres phases de l'Éclipse.

Je me suis procuré différentes copies de leurs Tables Astronomiques. Ces copies sont exactement conformes; je me propose de les publier avec mon Voyage.

Le peu de connoissances que j'ai acquises de la Religion des Indiens Tamouls, m'a fait lire le sixième volume des Cérémonies religieuses des différens peuples de la Terre, par M.^{rs} l'Abbé Banier & le Mascrier. J'ai fait sur ce volume quelques remarques d'après les connoissances que j'ai eues sur les lieux.

On croit assez généralement que les Brames, Bramins ou Bramines, descendent des anciens Bracmanes. Si ce fait étoit bien prouvé, & si les connoissances que possèdent ces Brames, étoient des restes de celles des Bracmanes, ces restes seroient

très-précieux. Il n'y auroit aucun lieu de douter que les Bracmanes ne fussent très-versés dans l'Astronomie, & qu'ils n'y eussent fait des découvertes très-intéressantes, & peut-être ignorées des autres peuples qui se vantent cependant, avec beaucoup d'emphase, d'avoir cultivé l'Astronomie de temps immémorial; tels que les Chaldéens & les Égyptiens. Nous ne voyons rien dans l'antiquité qui nous prouve que les Chaldéens & les Égyptiens aient jamais connu la précession des Équinoxes; mais on la trouve connue chez les Brames. Ils supposent que les étoiles avancent annuellement de 54 secondes d'occident en orient; c'est-là, non-seulement la base ou le fondement de leurs calculs Astronomiques, mais encore de leur croyance sur la Création. Par le moyen de ce mouvement annuel des étoiles de 54 secondes, ils ont formé des périodes de plusieurs millions d'années qu'ils ont fait entrer dans la Religion, comme indiquant l'âge du monde, ce qu'il doit durer encore; & ils ont grand soin d'enseigner ces rêveries aux enfans dans les écoles.

Il ne me paroît pas aisé de savoir d'où les Brames ont tiré cette quantité de 54 secondes, d'autant mieux qu'ils ne connoissent pas l'Astronomie pratique. Si on leur voit observer les Éclipses de Soleil & de Lune, c'est uniquement par un motif de religion; mais en supposant que cette précession de 54 secondes leur vienne des anciens Bracmanes, & que ceux-ci l'aient reconnue par une longue suite d'observations, le mouvement annuel des étoiles seroit plus lent aujourd'hui qu'il n'auroit été alors; mais on ne peut rien hasarder sur une matière aussi obscure que me paroît être celle-là; cependant les réflexions que j'ai faites sur cette précession de 54 secondes, depuis que j'ai écrit cet Extrait, m'ont fait naître l'idée suivante.

Les principales périodes dont usent les Brames, & dont leurs autres périodes m'ont paru dériver, sont de 60 ans, & de 3600 ans; & je trouve dans Berosé, auteur Chaldéen, deux périodes semblables; le Néros de 60 ans, & le Saros de 3600 ans. Or les deux périodes Indiennes de 60 ans & de 3600 ans, sont renfermées dans celle de 24000 ans, provenant du mouvement annuel des étoiles de 54 secondes. Ne me seroit-il pas permis

de conjecturer que le Neros & le Saros de-Berofé, ont le même mouvement pour principe, & que les anciens Chaldéens ont connu la précession des Équinoxes ? Je détaillerai cette idée dans mon Voyage, en traitant de l'Astronomie des Indiens.

Les Brame sont les dépositaires de la Religion & de l'Astronomie ; c'est un secret qui ne passe pas dans d'autres Castes. Je reçus à Pondichery la visite de quelques-uns de ces Savans, dont un vint de Carical, à 30 lieues dans le Sud de Pondicheri, exprès pour me voir, du moins à ce qu'il me dit ; croyant sans doute que je devois être un Brame de ma nation.

Ces Astronomes ne savent rien touchant les Comètes : ils croient que ce sont des espèces de signes de la colère du Ciel. Ils furent étonnés de me voir passer les nuits à observer la Comète du mois d'Août 1769, & me firent beaucoup de questions sur la cause de ce phénomène. Ce qui acheva de les surprendre, fut de revoir cette Comète le soir à la fin d'Octobre, & dans les premiers jours de Novembre, comme je leur avois prédit, ainsi qu'à tout Pondicheri.

Quoique les Brame n'observent point, ils savent tracer la ligne Méridienne par le moyen du Gnomon. Ils s'en servent toutes les fois qu'ils font bâtir une Pagode, parce que leur religion exige que les Temples soient orientés selon les quatre points cardinaux ; en sorte que les quatre faces de ces belles pyramides qui servent d'entrée & de portail aux Temples, sont exactement *Nord & Sud, Est & Ouest*. Les Égyptiens ne sont donc pas les seuls qu'on doive admirer en cela ; peut-être même ne sont-ils pas les premiers qui aient pratiqué cette méthode.

Je trouve sur-tout les Indiens admirables, en ce que ces Peuples n'ont presque pas d'outils. C'est avec le secours seul d'un petit ciseau, & d'un petit marteau, qu'ils sont venus à bout de tirer de la carrière, & de tailler les pierres dont les Pagodes & leurs pyramides sont bâties ; de former ces belles colonnes qui sont employées à soutenir une partie de l'édifice. J'ai mesuré une de ces colonnes ; elle a 30 pieds de hauteur, y compris le piédestal ; il est carré, & a 3 à 4 pieds de base & 6 de hauteur. A la côte de Coromandel, ces colonnes d'une seule pièce sont d'un très-beau granite,

le premier étage de la pyramide est de la même pierre : cette espèce de granite est de la plus grande dureté. Quel travail, & quelle peine cela n'a-t-il pas coûté, dans un pays où il faut aller chercher la pierre quelquefois à plus de quinze lieues !

Les Indiens sont des miracles de patience en tout genre, voilà tout leur secret. Je ne crois pas qu'ils en aient jamais eu d'autre quand ils ont fait ces grosses chaînes de pierre, qu'on admire dans une de leurs principales Pagodes de la côte de Coromandel, & qui semblent n'avoir fait, avec la grosse pierre où elles sont attachées, qu'un seul & même bloc dans la carrière.

J'ai de la peine à laisser cet article. Je voudrois que le temps me permit d'entrer dans un plus grand détail sur l'Inde & les Indiens. Je dirai encore ici que les Brame calculent d'une manière fort ingénieuse (en supposant la longueur de l'ombre du Gnomon le jour de l'Équinoxe) l'heure du lever & du coucher du Soleil pour un jour donné. Ce calcul, qui leur est indispensable pour celui des Éclipses de Soleil & de Lune, suppose l'obliquité de l'écliptique, de plus de 24 degrés. L'usage du Gnomon chez eux remonte à une grande antiquité s'ils s'en sont toujours servis, comme il y a lieu de le penser, pour orienter leurs Pagodes.

Le Conseil Supérieur de Pondichéri m'ayant fait l'honneur de me nommer, avec le Chirurgien-major de l'Hôpital, pour faire l'épreuve des eaux que le Gouverneur vouloit faire venir dans la ville, où il n'y a que de très-mauvais puits ; je fis l'examen de toutes les eaux des environs de Pondichéri, de la même manière que j'avois fait celles de l'Île-de-France, en me servant des moyens que M. Hellot m'avoit indiqués avant mon départ.

Je soumis au même examen les eaux de Madras, les résultats furent les mêmes ; je vis par-là que l'on pouvoit exécuter à Pondichéri, en toiles peintes, tout ce que l'on fait à Madras. Il n'est question que d'avoir de bons Tisserands, & sur-tout de bons Peintres, & de tâcher que leurs ouvrages prennent de la célébrité, comme ceux que l'on fait à Madras en ont acquis, non par la qualité des eaux, qui sont les mêmes qu'à Pondichéri, mais par l'adresse & par la supériorité des Peintres.

Il se formoit à Pondichéri, quand j'en suis sorti, des *aldées*

de Tisserands, que M. Law Gouverneur, & M. de Larche ancien Conseiller, y avoient attirés, persuadés qu'ils étoient l'un & l'autre, que nous pouvions, sinon surpasser, au moins égaler la main-d'œuvre de Madras. Il y avoit déjà des Peintres fort adroits; & j'ai fait exécuter devant moi, d'après des dessins de France, des mouchoirs qui sont très-bien peints.

Voici encore un fait; les mouchoirs de Masulipatam ont toujours passé pour les plus beaux de l'Inde; il est cependant certain que ces mouchoirs avoient beaucoup perdu de leur valeur & de leur prix en 1768, & qu'il s'étoit formé à Tranguebar, chez les *Danois*, à 30 lieues au Sud de Pondichéri, une Manufacture où l'on faisoit des mouchoirs d'un beaucoup plus beau *chaille*, & bien plus estimés que ne l'étoient alors nos mouchoirs de Masulipatam. C'est qu'on s'est sans doute relâché à Masulipatam, & qu'on a compris à Tranguebar qu'on y pouvoit imiter, & même égaler ce qu'on faisoit à Masulipatam. Si quelque chose soutient encore dans l'Inde nos mouchoirs de Masulipatam; c'est que la toile est bien supérieure en qualité, & par conséquent en durée à celle de Tranguebar. Les toiles du Nord de la presqu'île de l'Inde sont bien meilleures que celles du Sud; & dans l'Inde on donne toujours la préférence à celles-là.

Au commencement de 1769, je reçus la lettre de recommandation de la Cour d'Espagne pour le Gouverneur des Philippines. Ce fut Don Estevan Melo qui me renvoya cette lettre de Manille. Dans le même temps, je reçus par la voie de Quanton, une cassette que m'envoyoit M. de la Lande; elle renfermoit des *Éphémérides*, une Connoissance des Temps, des thermomètres, & une lettre du Ministre de la Marine d'Espagne. C'étoit une réponse très-obligeante au sujet des observations astronomiques que je lui avois envoyées de Manille.

Pendant que j'observois la Comète en Septembre, je fus attaqué d'une fièvre quotidienne, que je ménageai peu dans son principe, & qui me força enfin à garder la chambre pendant quelques jours. Mon dessein avoit été de repasser en France sur le vaisseau *le Vilvaux*, qui devoit partir en Octobre, & passer par l'Isle-de-France. J'y avois plusieurs caisses d'Histoire Naturelle à prendre. Ainsi cet arrangement

arrangement me convenoit fort. Des raisons qui regardoient la Colonie de Pondichéri, ayant décidé le Conseil Supérieur & le Gouverneur à faire partir promptement ce vaisseau, sans lui permettre la relâche de l'Isle-de-France, je résolus de retarder mon départ de deux à trois mois ; & quand je n'aurois pas pris d'abord ce parti, ma maladie m'y auroit forcé dans la suite ; elle me retenoit au lit dans le temps que le vaisseau partoit. Je ne me rétablis qu'en apparence ; vers la fin de Décembre, je tombai très-sérieusement malade de la même fièvre, qui fut accompagnée d'un flux dyssentérique, & de douleurs très-aiguës dans l'estomac. Cette fois-ci je ne m'en tirai qu'avec bien de la peine.

J'avois un si grand desir de repasser en Europe, que je m'embarquai le 1.^{er} Mars 1770, à peine convalescent, sur le vaisseau *le Dauphin* ; ce vaisseau devoit passer par l'Isle-de-France, y rester quelques jours, & suivre sa route ; nous mouillames à l'Isle-de-France le 16 Avril au soir,

L'état où j'étois ne me permettoit pas de suivre le vaisseau, & de doubler le cap de Bonne-espérance dans la mauvaise saison. M. Law m'avoit assuré, avant que je partisse, que l'*Indien*, qui étoit pour lors à la côte de Malabar, passeroit à l'Isle-de-France, en Mai ou Juin. Je pris donc le parti de m'arrêter à cette Isle, & de m'y rétablir parfaitement en attendant le vaisseau l'*Indien*. Je retrouvai à l'Isle-de-France mes connoissances & mes amis, chez lesquels je me remis des fatigues du voyage, & rétablis ma santé. Je fus singulièrement bien accueilli de M. Estenaur, Brigadier des armées du Roi, Commandant en second à l'Isle-de-France.

J'avois vu dans l'Inde M. Véron, qui venoit de faire le voyage de la Mer du Sud, avec M. de Bougainville. Cet Astronome étoit sur le *Vigilant*, vaisseau de Roi, & alloit aux Moluques. Il relâcha à Pondichéri au mois de Juin 1769. Je lui donnai une lettre de recommandation pour Don Estevan Melo, à Manille, par où il devoit passer ; & où il se proposoit d'observer le passage de Mercure sur le Soleil, le 9 Novembre de la même année 1769. À son retour des Moluques, il arriva à l'Isle-de-France, étant à l'extrémité, & mourut trois à quatre jours après être descendu de bord, le 1.^{er} Juin 1770.

Mém. 1771.

M m

Je demandai à M. Poivre, Commissaire-ordonnateur, faisant fonction d'Intendant, les papiers, cartes & journaux de cet Astrolome : on me les remit cotés & paraphés, sous récépissé ; j'en tirai une copie que j'emportai avec moi.

Je trouvai dans les papiers de M. Véron, l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, faite à Manille, par Don Eslevan Melo, que cet ami m'envoyoit ; & des hauteurs correspondantes du Soleil, par M. Véron, qui constatent l'état de la méridienne qui a servi à régler la pendule à secondes ; je trouvai aussi le passage de Mercure, que M. Véron avoit observé.

Vers la fin du mois de Juin de la même année 1770, nous aperçûmes à l'Isle-de-France une Comète qui devint en peu de jours fort sensible. Elle disparut le 1.^{er} Juillet, à notre grand étonnement. Un mouvement fort rapide, de 40 degrés au moins, en 24 heures, l'avoit transportée vers le pôle boréal, que l'on ne voit point à l'Isle-de-France.

M. le Commissaire-ordonnateur me proposa par deux fois, sous l'appât de faire des découvertes, d'entreprendre le voyage de l'Isle de Taiti, avec le Nègre qu'il vouloit y renvoyer ; c'étoit un motif bien puissant pour me décider à faire ce voyage ; des raisons plus puissantes encore m'obligèrent à le refuser.

Le vaisseau l'*Indien* étoit arrivé le 26 Juillet. N'ayant rien plus à cœur que de repasser en Europe, je demandai mon passage à M.^{rs} les Administrateurs de la Compagnie des Indes, ils me procurèrent toutes les facilités dont j'avois besoin. J'embarquai avec moi toutes mes caisses d'Histoire Naturelle, au nombre de huit, que j'avois laissées, à mon départ pour Manille, en main sûres. Nous devions relâcher à l'Isle-de-Bourbon, au cap de Bonne-espérance & à l'Isle-de-l'Ascension.

J'étois impatient de partir. Nous approchions de la saison des ouragans, fléaux qui affligent si souvent les Isles de France & de Bourbon ; & je savais que les vaisseaux qui rencontrent de ces ouragans, s'en trouvoient assez mal.

Nous sortîmes du port de l'Isle-de-France le 19 Novembre 1770, & le 20 après-midi, nous mouillâmes à l'Isle-de-Bourbon, dans la rade de Saint-Denys ; le trop long & inutile séjour

que nous y fîmes nous fut fatal. Le 3 Décembre nous fûmes assaillis par un ouragan, qui nous força d'appareiller sur une embossure, & de gagner le large : il étoit alors midi. Pendant la nuit la violence du vent & de la mer fut si forte, que notre barre de gouvernail cassa dans la mortaise; notre mât de beaupré en fit bientôt autant au ras des liures. De ce coup notre-mât de misaine, le grand mât de hune, & le mât de perroquet de fougue vinrent à bas; notre grande vergue fut fort endommagée; & je regarde comme une espèce de miracle que notre grand mât ne soit pas tombé; car nos grands haubans avoient alors plus de six pouces de mou; avec cela nous faisions eau de toutes parts. Nous employâmes six à sept jours à nous mettre en état de regagner l'Isle-de-France : nous y arrivâmes le 1.^{er} Janvier 1771, au grand étonnement de tout le monde, qui ne s'attendoit à rien moins qu'à nous revoir.

Je m'étois proposé de me rembarquer sur un des vaisseaux de Chine, qui arrivent pour l'ordinaire à l'Isle-de-France en Mars, & repartent dans le même mois pour France. J'en avois la parole de M. le Commissaire-ordonnateur, & j'étois bien éloigné de penser que la chose pût souffrir la moindre difficulté; cependant lorsque ce vint au fait, je ne pus trouver de place sur ces vaisseaux, sous prétexte qu'ils n'étoient plus à la Compagnie des Indes; enfin, le refus & les difficultés que j'essuyai de la part du Gouverneur, me firent avoir recours à un vaisseau étranger.

Je sentoie que j'avois assez séjourné dans l'Inde; le dégoût commençoit à me prendre, & j'étois dans la plus grande impatience de revoir ma patrie.

Il y avoit, fort heureusement pour moi, à l'Isle-de-France; l'*Astrée* frégate de Sa Majesté Catholique. Cette frégate revenoit de Manille, elle étoit commandée par Don Joseph de Cordoua, que j'avois connu dans mon voyage, sur le *Bon Conseil*. Je ne balançai pas à demander à Don Joseph de Cordoua mon passage sur sa frégate; il me reçut avec les démonstrations de la plus grande bienveillance, & j'en ai reçu toutes sortes de bons traitemens.

Au reste, je dois dire ici que cette contradiction, que j'essuyai en dernier lieu à l'Isle-de-France, est la seule que j'aie éprouvée dans nos Colonies, pendant près de sept ans de voyages.

Nous mîmes à la voile le 30 Mars 1771, c'est-à-dire, trois mois après mon retour sur l'*Indien*: nous nous trouvâmes à la fin du mois d'Avril sous le cap de Bonne-espérance, ou de nouveaux travaux m'attendoient.

Nous restâmes près de quinze jours à batailler avant que de pouvoir doubler ce cap : nous essuyâmes pendant tout ce temps, tempêtes sur tempêtes, dont quelques-unes ne le cédoient guère à celle que j'avois éprouvée sur l'*Indien*. Ma seule inquiétude, au milieu de ces tempêtes, étoit la crainte d'être forcé d'arriver, & de revoir encore une fois l'Isle-de-France, Isle que j'avois cependant tant aimée ; mais dont la vue m'étoit devenue insupportable, depuis les désagrémens qu'on m'y avoit donnés en dernier lieu. Je fis l'épreuve de ce que peut en mer un bon vaisseau bien commandé ; & je vis faire plus de manœuvres pendant quinze jours sous le cap de Bonne-espérance, que je n'en avois vu pendant dix ans de voyages.

Le 29 Avril au matin, j'observai une Éclipse de Lune ; il faisoit fort beau temps. Nous sortions d'une très-rude tempête, & la mer qui s'en ressentoit encore, étoit très-mâle ; ces tempêtes nous permettoient de respirer pendant deux à trois jours, après lesquels leur fureur recommençoit. Ce fut dans l'intervalle d'une de ces tempêtes que j'observai l'Éclipse de Lune.

Nous touchions au banc des Aiguilles. La sonde de ce banc est un point dont ne manquent jamais de s'assurer les vaisseaux qui reviennent en Europe, sur-tout quand ils ne touchent pas au cap de Bonne-espérance. Mais quoique la Longitude du cap de Bonne-espérance soit fixée par les observations de M. l'Abbé de la Caille, il n'en est pas de même du banc des Aiguilles, dont l'étendue & la figure différent beaucoup sur nos meilleures cartes.

En comparant mon observation de l'Éclipse de Lune à celle faite à Rouen par M. Dulague, je trouve que par le parallèle de 36 degrés 10 minutes, la sonde du banc des Aiguilles s'étend à l'Est jusqu'à 21 degrés de Longitude à l'Orient de Paris ; l'on trouve alors de cent quinze à cent vingt brasses.

A 11 degrés de Latitude boréale, nous rencontrâmes les vaisseaux de Chine, sur lesquels je n'avois pu m'embarquer à l'Isle-de-France ;

ils étoient sortis quelques jours après nous. Nous avions quitté cette Isle avec des nouvelles de préparatifs de guerre entre l'Espagne, l'Angleterre & la France. Les vaisseaux de Chine nous demandèrent escorte jusqu'aux environs du Tropique, espérant trouver dans ces parages des vaisseaux qui nous donneroient des nouvelles d'Europe; & en effet, le 24 Juin, deux jours après avoir passé le Tropique, nous arrêtames un vaisseau à trois mâts, Anglois; on envoya chercher le Capitaine & l'Écrivain; lorsqu'ils eurent satisfait aux éclaircissmens que nous exigeames, on permit au vaisseau de continuer sa route. Les vaisseaux de Chine nous quittèrent alors; le Capitaine d'un de ces vaisseaux m'écrivit pour m'engager de passer à son bord. Il étoit trop tard pour profiter de son offre. Il m'avoit refusé à l'Isle-de-France; Don Joseph de Cordoua m'avoit au contraire reçu avec toute sorte de bienveillance & d'égards. M'étoit-il possible de ne pas reconnoître un tel service, & d'abandonner mon bienfaiteur au moment où nous touchions Cadiz?

Je rapporterai en son lieu la lettre que ce Capitaine m'écrivit, & la réponse que je lui fis.

Nous fumes encore contrariés par les vents, pendant huit à dix jours après avoir passé les Açores. Enfin, j'arrivai à Cadiz le 1.^{er} Août, quatre mois deux jours après être parti de l'Isle-de-France.

J'ai observé, avec le plus grand soin, plusieurs fois par jour; tant sur mer que sur terre, depuis mon départ de l'Orient, jusqu'à mon retour à Cadiz, le thermomètre placé dans la meilleure exposition possible.

Quelques personnes croient que l'hémisphère austral est plus froid que le boréal. J'ignore si le fait est vrai; il m'a paru que depuis la Ligne jusqu'au 37° & 40° degré de Latitude australe & boréale, la température est absolument la même dans les deux hémisphères. Je ne peux pas répondre des Latitudes plus Sud. Il se peut que des causes locales dans quelques parages au-delà des 40° & 50° degrés, aient fait éprouver un plus grand froid que par une semblable Latitude du côté du pôle boréal. Mais je croirois assez que cela doit être attribué à quelques circonstances particulières.

A Madagascar dans le fond de la baie d'Antongil, bordée de

hautes montagnes, environnée de bois, de marais, de lacs & de rivières, je n'ai pas trouvé le degré de chaleur moindre qu'à Pondichéri, terrain de plaines & de sables. Le fond de la baie d'Antongil & Pondichéri, sont à peu de chose près, sous le parallèle de 12 degrés, l'un boréal, l'autre austral.

Une des causes qui peuvent cependant rendre, en général; l'hémisphère austral un peu plus froid que le boréal; c'est la force du vent certainement plus grande dans cette partie que dans notre hémisphère. Or, j'ai remarqué qu'à mesure que les vents, soit alisés, soit de mousson fraîchissent, le thermomètre descend continuellement jusqu'à ce que le vent soit parvenu à son plus grand degré de force.

Mes observations du thermomètre m'ont fait voir que dans la Zone torride, l'instant de la plus grande chaleur arrive, toutes choses d'ailleurs égales, à une heure après midi, ou fort près d'une heure.

J'ai observé dans toutes les mers de l'Inde, dans les détroits & dans l'océan atlantique, l'inclinaison de l'aimant, avec la même boussole dont s'est servi M. l'Abbé de la Caille dans ses voyages. J'ai trouvé, à peu de chose près, comme lui, après un intervalle de dix-huit à vingt ans, l'inclinaison de l'aiguille nulle vers le 10.^e degré de Latitude australe dans notre océan. J'ai vu tout le contraire dans l'océan Indien; l'aiguille n'est devenue horizontale que vers le 8.^e ou 9.^e degré de Latitude boréale.

A Cadiz, je fus parfaitement bien reçu de M. de Puy-Abry, Consul de France, & des Notables de la Nation Françoisé établie en cette ville.

Je fis connoissance avec Don Vincente Tosiño, Directeur des Gardes-marines. Nous observâmes ensemble, à l'observatoire de Cadiz, des hauteurs correspondantes du Soleil, & deux émersions du 1.^{er} satellite de Jupiter, la première le 17 Août, & la seconde le 24 du même mois. La première ne nous réussit qu'imparfaitement. Un nuage, chose assez rare à Cadiz, en fut cause. Nous observâmes la seconde fort exactement.

Je place ici un fait que les Naturalistes & les Physiciens ne seront peut-être pas fâchés d'y voir. Je le tiens d'une personne

digne de foi, de Don Antonio de Ulloa, Correspondant de cette Académie.

J'allai le voir à l'Isle de Léon, dans son département. Entr'autres morceaux d'Histoire Naturelle qu'il me montra ; il me fit voir des coquilles pétrifiées qu'il avoit trouvées au haut de la Cordelière des andes, dans le gouvernement de Wanca-Velica par 13 à 14 degrés de Latitude méridionale.

A l'endroit d'où ces coquilles ont été tirées, le mercure se soutient à 17 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$, ce qui répond à deux mille deux cents toises un tiers au-dessus du niveau de la mer.

Au plus haut de la montagne, qui n'est pas à beaucoup près la plus élevée de ce canton, le mercure se soutient à 16 pouces 6 lignes, qui répondent à deux mille trois cents trente-sept toises deux tiers.

A la ville de Wanca-Velica, le mercure se soutient à 18 pouces une ligne & demie, qui répondent à dix-neuf cents quarante-neuf toises.

Ces coquilles sont de la classe des peignes ou grandes pélerines. Don Antonio me dit qu'il les a détachées d'un banc fort épais, dont il ignore l'étendue.

Je restai près d'un mois à Cadix pour laisser passer les grandes chaleurs avant que de me mettre en route pour Paris ; car je ne voulois plus me rembarquer : j'avois d'ailleurs reçu trop de faveurs de M. d'Arriaga, Ministre de la Marine, pour ne pas saisir l'occasion de lui faire mes remerciemens. Je devois même faire le voyage de Madrid avec M. de Cordoua, qui m'avoit amené de l'Isle-de-France à Cadix. Quelques circonstances ne lui ayant pas permis de s'absenter sitôt de son département, je me préparai à partir.

Je m'étois embarqué à l'Isle-de-France si précipitamment, que je n'avois pu prendre aucunes précautions pour avoir des piastres, qui d'ailleurs valaient 7 livres 10 sous argent de France, & j'arrivai en Espagne sans argent. M. de Cordoua m'offrit fort obligeamment sa bourse ; & j'aurois profité de sa bonne volonté, si M. de Puy-Abry, Consul de France, ne m'eût donné tout l'argent dont j'avois besoin pour me rendre à Paris. Depuis mon retour, M. le Duc de la Vrillière m'a obtenu du Roi le rem-

boursement de tous les frais que m'avoit occasionnés mon passage forcé par l'Espagne; je fis embarquer, sur un navire qui alloit partir pour le Havre-de-Grace, mes caisses d'instrumens d'Astronomie & mes livres, à l'adresse de M. le Duc de la Vrillière; pour moi je pris la route de terre avec mes papiers, cartes & journaux, mes caisses d'Histoire Naturelle étoient restées à l'Isle-de-France. Je quittai Cadix le 31 Août, j'étois avec M. Buffon; Pilote françois, qui ayant conduit à Manille la frégate l'*Astrée*, & l'ayant ramenée à Cadix, repassoit en France.

J'arrivai à Madrid le 13 Septembre, la Cour étoit à l'Escorial; j'y allai, & je fus voir M. le Marquis d'Offun, Ambassadeur de France. Son Excellence me présenta à M. le Bailli d'Arriaga, qui me reçut très-bien; M. l'Ambassadeur se donna de plus la peine d'aller chez le Ministre des Finances, pour obtenir une permission que je demandois, d'emporter avec moi 200 piastras (1050 livres) pour les frais de mon voyage jusqu'à Paris.

Je revins à Madrid, d'où je partis le 25 Septembre; j'arrivai à Pampelune le 2 Octobre, j'en sortis le 6. Au lever du Soleil je passai les Pyrénées, & je mis enfin les pieds en France à 9 heures du matin, après 11 ans 6 mois & 13 jours environ d'absence.

Depuis Cadix jusqu'en France, en traversant l'Espagne, j'ai continué mon journal avec la même assiduité que je l'avois fait pendant mes autres voyages. Quoique l'Espagne soit à notre porte, & nous soit par cette raison même très-connue, j'ai encore trouvé à profiter dans ce voyage.

L'aventure qui nous arriva dans les Pyrénées avec les Commis de la Douane de Pampelune, où nous fumes soupçonnés d'emporter un grand sac de piastras pour les passer en fraude, n'est point dû ressort de cet Extrait,



R É F L E X I O N S

SUR LES MÉTHODES D'APPROXIMATION

Connues jusqu'ici pour les Équations différentielles.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

C'EST sur-tout de l'existence des Équations séculaires, que je compte m'occuper dans ce Mémoire, & je suppose que l'on connoisse les différentes méthodes qui ont été proposées pour le Problème des trois Corps. 18 Août 1773.

Elles se réduisent à trois classes; les unes, telles que celles qui ont été données les premières, consistent à supposer la quantité cherchée égale à une valeur approchée, plus une petite quantité dont on néglige le carré; à intégrer l'équation sous cette forme, pour avoir la valeur de cette petite quantité, qu'il faut ajouter à la valeur moyenne de l'inconnue; à substituer dans la proposée cette nouvelle valeur de l'inconnue, plus une nouvelle petite quantité qu'on déterminera de même, & ainsi de suite. Cette méthode, que la nécessité de ces substitutions successives rend d'un usage fatigant lorsqu'on veut parvenir à une grande exactitude, a été très-simplifiée par M. d'Alembert, dans les Mémoires de Turin & dans ses Opuscules; ainsi que par M. Euler dans la pièce sur le mouvement de la Lune qui a remporté le Prix en 1770, & sur-tout dans l'addition qu'il a jointe à cette pièce pour le Prix de 1772. Mais la nature de cette méthode est toujours restée la même, & c'est de la nature de ces méthodes, & non du plus ou moins de facilité qu'on peut avoir à les employer, que je dois traiter ici.

La seconde classe de méthodes renferme celles où une très-petite quantité étant donnée par une équation différentielle, on prépare cette équation, de manière qu'en n'y négligeant que les puissances qu'on voudra de cette petite quantité, on en ait par la méthode qui sert à intégrer les équations linéaires, une valeur

Mém. 1771.

N n

linéaire, où le nombre & la nature des termes dépendent du degré où l'on aura poussé l'approximation. Telle est, 1.^o la méthode donnée par M. de la Grange dans les Mémoires de Turin, *tome III*; 2.^o la méthode donnée par M. d'Alembert, dans le *Tome V* de ses Opuscules; & 3.^o celle que j'ai proposée dans les Mémoires de l'Académie, *années 1769 & 1770*. Enfin la troisième classe renferme les méthodes où une petite quantité étant donnée par une équation différentielle, on prépare l'équation de manière que l'on a une valeur de cette quantité, par une équation, non-linéaire à la vérité, mais dont les termes sont composés de quantités dépendantes seulement de l'ordre de l'équation & non du degré d'approximation.

Les trois méthodes que je viens de citer, peuvent également conduire à des méthodes de cette troisième classe.

Ce Mémoire sera divisé en trois articles, relativement à chacune de ces méthodes.

Mais je crois devoir faire précéder l'examen que je me propose, par quelques Observations préliminaires.

Quoique je n'aie appliqué les réflexions suivantes qu'à des équations à deux variables, & presque toujours du second ordre, il est aisé de voir qu'elles s'appliquent & à un ordre quelconque, & à un système quelconque de m équations entre $m + 1$ variables.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

I. Toutes les méthodes connues jusqu'ici pour avoir une valeur approchée de la quantité y donnée en x par une équation différentielle, donnent

$$\begin{aligned} y &= A + Bx + Cx^2 + Dx^3, \&c. \\ &+ e^{\pi x} A' + B'x + C'x^2, \&c. \\ &+ e^{\pi' x} A'' + B''x + C''x^2, \&c. \\ &+ \dots \end{aligned}$$

où les $A, B, C, \&c. A', B', C', \&c. \&c.$ sont des fonctions rationnelles & entières de sinus & de cosinus réels de multiples de x ,

II. Cette forme de y donne lieu de distinguer trois cas.

III. Le premier où toute la série se réduit à

$$y = A + e^{nx} A' + e^{2x} A'', \&c.$$

n étant négatif. Dans ce cas, si on considère toutes les valeurs de x depuis 0 jusqu'à l'infini, on verra que tous les termes de la valeur de y seront toujours finis, que les termes de $A, A', A'', \&c.$ reviendront sensiblement les mêmes au bout d'un certain espace, & qu'enfin les termes e^{nx}, e^{2nx} diminueront continuellement; ainsi selon la valeur des coëfficiens dans $A, A', A'', \&c.$ y pourra rester toujours très-petit, & la série qui en exprime la valeur toujours convergente depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$.

IV. Le second cas est celui où le nombre des $B, C, \&c.$

$B', C', \&c.$ & des $e^{nx}, \&c.$ n étant positif, demeure fini à quelque degré que l'on pousse l'approximation. Dans ce cas, si les termes qui contiennent, soit des x , soit des e^{nx} , soit des produits des deux, ne sont multipliés que par des séries finies de sinus & cosinus; alors il est clair que la valeur de y est partagée en deux parties, l'une qui augmente continuellement en même temps que x , mais qui est donnée en termes finis; & l'autre qui retombe dans le cas précédent. C'est alors que la valeur de y donne une équation séculaire d'une forme connue & déterminée.

V. Si dans ce même cas, les séries qui multiplient les termes $x^m, e^{nx}, e^{2nx} x^m$, sont des séries infinies, mais très-convergentes; il pourra encore arriver que cette valeur de y donne une valeur très-approchée de la vraie valeur, depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$; en prenant, à mesure que x augmente, plus de termes des séries convergentes qui multiplient les $x^m, e^{nx}, x^m e^{2nx}, \&c.$ & alors on pourra regarder ces termes, comme donnant encore une espèce d'équations séculaires qui ne seront pas les mêmes pour toutes les valeurs de x , comme celles de l'article ci-dessus, mais auxquelles il en faudra ajouter de nouvelles, à mesure que x augmentera.

VI. Le troisième cas est celui où le nombre des $B, C, \&c.$

$B', C',$ &c. ou des $e^{n'x}$, n étant positif, est infini. Dans ce cas; la valeur de y ne peut être approchée que pour un certain espace des valeurs de x .

VII. Selon la différente manière dont la valeur de y en série a été formée, il peut arriver qu'en la formant on n'ait fait qu'y ajouter de nouveaux termes à chaque approximation nouvelle, & que les nouveaux termes soient tous donnés par un nombre fini de ceux qui ont été déterminés d'abord, ou que ces nouveaux termes soient donnés immédiatement par chaque approximation; ou enfin que la forme de chaque terme varie à chaque approximation.

VIII. De ces trois manières dont la valeur en série a pu être formée, il n'y a que la première où l'on puisse être absolument sûr auquel des trois cas, distingués ci-dessus, doit appartenir la valeur cherchée de y .

IX. Si les coefficients de l'équation en x & y , contiennent des quantités données par l'observation, il est clair qu'on peut supposer que ces quantités soient augmentées ou diminuées de l'erreur des observations, & que l'équation qui en résulte alors doit également donner une valeur approchée de y .

X. D'ailleurs il est aisé de voir encore, que si au lieu de y ; on met une quantité $z - a$, l'équation qui en résulte, doit, si a est fort petit, donner pour z une valeur approchée en x .

XI. Donc si ces changemens permis peuvent faire passer la valeur de y d'un cas dans un autre, il restera équivoque auquel de ces cas elle doit appartenir.

XII. Nous avons donc à examiner pour chaque espèce de méthode:

1.^o Si elle conduit à reconnoître d'une manière certaine à quel cas doit appartenir la valeur de y , pour un degré d'approximation quelconque.

2.^o Si un changement permis ne peut pas faire tomber cette forme d'un cas dans un autre.

3.^o Si lorsqu'elle semble devoir appartenir à plusieurs cas, il n'y en a pas un auquel, à cause de la convergence des coefficients, elle doive être réellement rapportée.

ARTICLE PREMIER.

Des premières Méthodes d'approximation, connues pour le Problème des trois corps.

I. Soit une équation

$$\frac{d^2y^2}{dx^2} + A'dx + B'y'dx + C'y^2dx \dots \&c. = 0;$$

où A' , B' , C' , &c. sont des fonctions en séries de sinus & de cosinus de multiples de x . Je fais dans cette équation $y' = A + y$, où A est une première valeur de y' en sinus & cosinus de x , & où y est ce qu'il faut y ajouter; je néglige après la substitution les termes multipliés par y^2 , y^3 , &c. & même les termes en sinus ou cosinus qui multiplient y , & j'ai $\frac{d^2y}{dx^2} + mydx + Bdx$, m étant un nombre constant, & B une fonction de sinus & de cosinus; & intégrant, j'aurai une première valeur de y .

II. Si m est positif, & que B ne contienne ni sin. \sqrt{mx} , ni cos. \sqrt{mx} , cette première valeur ne contiendra ni e^{nx} , ni x . Mais si m est négative, elle contiendra $e^{\sqrt{-mx}}$; & si m est positif, & que B contienne sin. \sqrt{mx} ou cos. \sqrt{mx} , y contiendra x .

III. Si la valeur de y est dans le premier cas, je substitue dans la proposée au lieu de y , cette valeur que j'appelle A_1 plus z , & j'ai en z une équation

$$\frac{ddz}{dx} + m'zdx + C = 0.$$

IV. Il peut arriver ici que quelque loin que l'approximation soit poussée, la valeur de m reste la même; alors puisque m est positif, la valeur de y ne contiendra jamais de e^{nx} , mais pour qu'elle ne contienne pas de x , il faudra que jamais $a\sqrt{m}$ ne puisse devenir égal à $bp + eq + er$ &c. a, b, c, e &c. étant des nombres entiers positifs ou négatifs p, q, r &c. les nombres qui se trouvent multiplier x dans les cosinus ou sinus contenus dans A', B', C' , &c. & A .

V. Dans le cas où m' , m'' ne sont pas égaux à m , il faut voir si les valeurs de m' , m'' sont toujours positives, & si B' , B'' &c. ne contiennent pas $\sin. \sqrt{(m')}x$, $\sin. \sqrt{(m'')}x$, &c.

VI. Lorsque m est négatif ou que B contient $\sin. \sqrt{(m)}x$ ou $\cos. \sqrt{(m)}x$, il est aisé de voir que la valeur de y contiendra e^{px} ou x , que par conséquent B' contiendra e^{npx} , ou x^p , p étant le degré où montent les y dans l'équation en y ; donc z contiendra x^p ou e^{npx} , & en continuant, B'' contiendra e^{2npx} ou x^{2p} , & ainsi de suite, donc la valeur en série de x sera dans le 1.^{er} cas ci-dessus ou dans le troisième.

VII. Il est aisé de voir qu'en continuant les substitutions; on introduit à chacune deux arbitraires dans la valeur de y ; donc ces arbitraires n'étant données qu'à peu-près, & par les observations, il faudra, pour s'assurer auquel des deux cas appartient la valeur de y , savoir, si en supposant dans la valeur de ces arbitraires une latitude de l'erreur des observations, elle ne peut pas se rapporter aux deux formules ci-dessus.

VIII. Indépendamment de cela, on voit encore que si m , quoique négatif est très-petit, on pourra prendre au lieu de

$$\frac{ddy}{dx} - mydx + Bdx = 0;$$

$$\frac{ddy}{dx} + Bdx = 0 \text{ ou } \frac{ddy}{dx} + m'ydx + Bdx = 0;$$

m' étant très-petit; & qu'ainsi la valeur de y pourra être supposée à volonté de l'une des deux formes, & que si l'on a $\sin. \sqrt{(m)}x$ dans B ; on peut, au lieu de ce terme en supposer un.... $\sin. [\sqrt{(m)} + q]x$, q étant très-petit & réciproquement, en sorte que l'on aura également des termes proportionnels à x & à $\cos. 2\sqrt{(m)}x$ ou à $\cos. 2\sqrt{(m)}x$ & $\sin. 2qx$.

IX. Il suit de-là, 1.^o que par cette méthode on pourra être sûr, dans certaines équations seulement, que la valeur de y sera dans le premier cas, & voir alors si la série est toujours convergente.

2.^o Que l'on saura aussi dans le cas où m est grand & négatif, que cette valeur est dans le troisième cas.

3.^o Qu'autrement on ne saura auquel des cas elle appartient, du premier ou du troisième.

X. Alors il faudra la regarder comme appartenant au premier, & la série qu'elle donne ne sera point convergente pour toutes ces valeurs de x , mais pour un certain espace seulement, au-delà duquel il faudra faire une nouvelle approximation. Or, l'on auroit pu avoir ce résultat sans que l'on eût eu dans B , B' , &c. de termes $\sin. [\sqrt{(m)} x + q x]$, & il suffit pour cela que le coefficient d'un des sinus, coefficient déterminé par l'observation, se trouve être fort grand.

XI. Si la valeur de y est dans le troisième cas, on ne peut non plus la regarder comme exacte que pour un certain espace de valeurs de x ; d'où il suit en général que cette méthode peut conduire dans quelques circonstances à une valeur de y , continuellement approchée, mais sans équation croissante; & que dans le cas d'une équation croissante, cette équation ne peut être regardée comme légitime, que pour un certain espace de valeurs de x . Ainsi, dans aucun cas, cette méthode ne donne une équation séculaire; c'est-à-dire une quantité toujours croissante qui entre dans la valeur de y , & qui soit telle que cette valeur puisse être regardée comme approchée, depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$.

XII. Au reste on voit que dans cette méthode, il y a de nouvelles équations qui dépendent de chaque approximation nouvelle, & que ce n'est que par plusieurs approximations successives qu'on peut juger de la convergence de la série qui donne y en x .

ARTICLE SECOND.

*DES Méthodes d'approximation de M. de la Grange,
de M. d'Alembert, & des Mémoires de l'Académie,
année 1769.*

I. Soit une équation $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{N dy}{dx} + My + L + Ay^2$ Méthode
de M.
de la Grange.
 $+ B \frac{y dy}{dx} + C \frac{dy^2}{dx^2} + A' y^3 + B' y^2 \frac{dy}{dx}$
 $+ C' y \frac{dy^2}{dx} + D' \frac{dy^3}{dx^3} + \dots = 0$, où

toutes les lettres capitales désignent des coefficients constants. Soit

fait $y^2 = u$, $\frac{y dy}{dx} = u'$, $\frac{dy^2}{dx^2} = u''$, $y^3 = z$, $y^3 \frac{dy}{dx} = z'$,
 $y \frac{dy^2}{dx^2} = z''$, $\frac{dy^3}{dx^3} = z'''$, & ainsi de suite, la proposée
 deviendra $\frac{d^2 dy}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My + L + Au + Bu^2$
 $+ Cu'' + A' z + B' z' + C' z'' + D' z'''$, &c.
 $= 0$; & l'on aura de plus $du = 2u'$, $\frac{du^2}{dx} = y \frac{d^2 dy}{dx^2}$
 $+ \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{dy^2}{dx^2} - Ny \frac{dy}{dx} - My^2 - Ly - Ay^2$
 $- By^2 dy - Cy dy^2$, &c. $= -Ly - Mu - Nu' - u''$
 $- Az - Bz' - Cz''$, &c. $\frac{du^3}{dx} = \frac{2 dy^2 dy}{dx^2} =$
 $= 2 N \frac{dy^2}{dx^2} - 2 My \frac{dy}{dx} - 2 L \frac{dy}{dx} - 2 Ay^2 \frac{dy}{dx}$
 $= 2 B y \frac{dy^2}{dx^2} - 2 C \frac{dy^3}{dx^3}$, &c. $= -2 L \frac{dy}{dx}$
 $= 2 Mu' - 2 Nu'' - 2 Az' - 2 Bz'' - 2 Cz'''$, &c.
 & ainsi de suite.

II. Si donc il y a un degré de puissances de y , & de ces différences que l'on puisse négliger, ces valeurs de u , u' , u'' , z , z' , z'' , z''' , &c. deviendront finies, l'on aura autant d'équations linéaires, que de y , u , u' , &c. & l'on pourra y appliquer les méthodes connues.

III. Soit la même proposée que ci-dessus, on la différenciera un certain nombre de fois, & l'on aura ces équations.

$$(1) \frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{N d^2 y}{dx^2} + \frac{M dy}{dx} + Z = 0,$$

$$(2) \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{N d^3 y}{dx^3} + \frac{M d^2 y}{dx^2} + Z_1 = 0,$$

& ainsi de suite, Z & Z_1 représentant la somme de tous les termes supérieurs au premier degré.

IV. Substituant dans Z au lieu de $\frac{dy}{dx}$ la valeur tirée de la proposée, on aura une équation,

$$(3) \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Nd^2y}{dx^2} + \frac{M^2dy}{dx} + L'y + Z_1 = 0,$$

où Z_1 est une fonction semblable à Z.

V. Substituant ensuite pour l'équation (2), dans le terme Z_1 , au lieu de $\frac{dy}{dx}$ la valeur tirée de l'équation (3), & au lieu de $\frac{d^2y}{dx^2}$ la valeur tirée de la proposée, j'aurai l'équation,

$$(4) \frac{d^4y}{dx^4} + \frac{Nd^3y}{dx^3} + \frac{N^2d^2y}{dx^2} + \frac{M^2dy}{dx} + L''y + Z_{11} = 0,$$

Z_{11} étant une fonction semblable à Z.

VI. Différentiant ainsi un nombre m de fois, on aura $m + 1$, équations qui contiendront $m + 1$, fonctions Z, Z_1, Z_{11} , &c. de la même forme; donc si on peut négliger une certaine puissance de y & de $\frac{dy}{dx}$, & que m soit égal au nombre de termes de Z inférieurs à ce degré, on pourra éliminer tous ces termes, & l'on aura une équation,

$$a + by + \frac{cdy}{dx} + \frac{cd^2y}{dx^2} \dots \dots \dots + \frac{d^{m+2}y}{dx^{m+2}} + Z_{III}m + 1 = 0;$$

& $Z_{III}m + 1$ ne contenant que des termes du degré qu'on peut négliger, on n'aura donc au lieu de la proposée, qu'une équation linéaire du $m + 2$ ordre à résoudre.

VII. Si l'on prend encore la même proposée, & qu'on la multiplie par un facteur, $a' + b'y + c'dy + e'y^2$, &c. & qu'on suppose que chaque rang devienne une différentielle exacte; on aura les a', b', c' , &c. par des équations différentielles linéaires, telles que si on néglige un degré quelconque de la proposée, & le degré immédiatement inférieur dans le facteur, le nombre de ces équations sera égal à celui des coefficients

Mém. 1771.

O o

Méthodes
des Mémoires
de 1769;
& 1770.

indéterminés, & la somme des ordres de toutes ces équations, au nombre de tous les termes inférieurs à ceux qu'on néglige. (Voyez les *Mémoires de l'Académie*, année 1769, page 215; & 1770, page 208).

VIII. Il suit de-là que le nombre des u , z , &c. étant dans la méthode de M. de la Grange, égal à celui des termes supérieurs aux $1.^{ers}$ degrés, & inférieurs au degré négligé, la somme des ordres de différence, & par conséquent le nombre des solutions que donne la méthode pour les équations linéaires, sera plus grand de deux unités; ce nombre sera égal à celui des solutions dans la méthode de M. d'Alembert; égal encore à celui des solutions dans ma méthode; & dans toutes égal aux nombres des termes en y , & $\frac{dy}{dx}$ qui se trouvent dans les intégrales;

d'où il suit que dans toutes trois également, on pourra avoir une valeur de y linéaire, & contenant un pareil nombre de termes de la forme ef^x , $ef^x x$, &c. fin. fx , $cof. fx$, &c.

IX. Si dans la méthode de M. de la Grange on multiplie la proposée par ef^x , & chacune des m , autres équations, par qef^x , $q'ef^x$, &c. on aura f par une équation du degré $m + 2$. Si dans la méthode de M. d'Alembert on multiplie l'équation de l'ordre $m + 2$ par ef^x , on aura f aussi par une équation du degré $m + 2$; & de même si on suppose que l'équation proposée est multipliée par un facteur ef^x ($1 + a''y + b''dy$, &c.) on aura encore f par une équation du degré $m + 2$.

X. Cela posé, pour que la valeur de y soit dans le premier cas, il faut que l'équation en f ne puisse, quel que soit m , avoir ni de racines égales entr'elles, ni de racines réelles négatives, ni de racines imaginaires avec une partie réelle négative; il y a encore une circonstance où la valeur de y peut être rapportée à ce cas, c'est celui d'un nombre fini de racines égales positives; en effet, alors les termes de la proposée répondant à cette hypothèse, sont $x^m e^{-''x}$, quantité qui devient infiniment petite lorsque x est infini.

XI. Pour que la valeur de y soit dans le second cas, il faut que le nombre des racines égales ou des racines réelles négatives,

ou des imaginaires avec la partie réelle négative, soit fini : ou bien que parmi un nombre, quel qu'il soit de racines qui en ont d'autres égales, il n'y en ait qu'un nombre fini d'égales à chacune, (comme, par exemple, un nombre infini de racines égales deux à deux), & que dans les racines en partie réelles & en partie imaginaires, & où la partie réelle est négative, dont le nombre seroit infini, la partie réelle n'ait qu'un nombre fini de valeurs. Ces différentes conditions répondent aux deux divisions de ce cas général. (*Observations préliminaires, n.^{os} IV & V*).

XII. Maintenant il reste donc à distinguer dans ces méthodes ces différentes conditions pour les valeurs de f : ce qui oblige d'abord de diviser les équations en deux classes ; celles où $L = 0$, & celles où L se trouve.

XIII. Si $L = 0$ dans la méthode de M. de la Grange, la proposée seule contiendra des y ; donc

Méthode
de M.
de la Grange

$e^{f^*} \frac{ddy}{dx} + Ne^{f^*} dy + Me^{f^*} y dx$ sera une différentielle exacte ; donc quelque loin que l'on pousse l'approximation, on aura toujours l'équation $M - Nf + f^2 = 0$.

XIV. Dans la même hypothèse, les u n'entreront pas dans les valeurs de $d\zeta, d\zeta',$ &c. donc si on multiplie les trois équations en $du, du', du'',$ par $e^{f^*}, qe^{f^*}, q'e^{f^*},$ les termes en u doivent donner une différentielle exacte, & l'on aura une équation

$$f^3 + af^2 + bf + c = 0,$$

indépendante de la première ; il en sera de même des quatre ζ ; & ils donneront une équation

$$f^4 + a_1 f^3 + b_1 f^2 + c_1 f + e = 0,$$

indépendante des deux premières, & ainsi de suite.

XV. La manière dont on parvient ici à avoir les équations en f qui doivent conduire à une valeur linéaire de y , paroît s'écarter de la méthode générale ; en effet, en multipliant la proposée par e^{f^*} , & les autres par $qe^{f^*}, q'e^{f^*},$ &c. on ne trouve d'abord que deux valeurs de f ; il faut ensuite, pour en avoir

d'autres, négliger la proposée, & multiplier les équations en u , & les autres par e^{f^*} , $q e^{f^*}$, $q' e^{f^*}$, &c. ce qui ne donne encore que trois nouvelles valeurs de f , & ainsi de suite. Mais on verra aisément que ce cas rentre dans la méthode générale en observant que lorsqu'on multiplie la proposée par e^{f^*} , en supposant que le coefficient de l'exponentielle soit l'unité, on suppose tacitement que ce coefficient n'est pas zéro; or ce même coefficient, lorsque $L = 0$, devient zéro pour toutes les valeurs de f hors deux; donc, &c.

Méthode
de M.
d'Alembert.

XVI. Dans la méthode de M. d'Alembert, lorsque $L = 0$, on a une série d'équations

$$\frac{ddy}{dx^2} + \frac{Ndy}{dx} + My + Q = 0,$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{Nd^2y}{dx^2} + \frac{Mdy}{dx} + Q' = 0,$$

.....

$$\frac{d^m + 2y}{dx^{m+2}} + \frac{Nd^{m+1}y}{dx^{m+1}} + \frac{Md^m y}{dx^m} + Q_1.$$

XVII. D'où il est aisé de voir que si on élimine les termes au-dessus du premier degré que renferment les $Q, Q' \dots Q_1$, qu'après l'élimination on multiplie l'équation linéaire par e^{f^*} , & qu'on suppose qu'elle soit une différentielle exacte, on aura, quel que soit m , la fonction

$$e^{f^*} \left(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx} + p d \frac{(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx})}{dx} + p' d^2 \frac{(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx})}{dx^2} \right. \\ \left. + \dots \right) \text{ qui doit être une différentielle exacte.}$$

XVIII. Or, il suffit pour cela que

$e^{f^*} (Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx})$ en soit une; donc quel que soit m , on aura toujours $M - Nf + f^2 = 0$; comme ci-dessus, & ces deux valeurs de f resteront les mêmes pour toutes les approximations.

XIX. Supposons maintenant qu'à l'aide des différentiations, jusqu'à $d^5 y$ inclusivement, on ait éliminé les termes du second degré; on aura par des procédés semblables à ceux ci-dessus,

$$\frac{d^5 y}{dx^5} + N' \frac{d^4 y}{dx^4} + M' \frac{d^3 y}{dx^3} + P' \frac{d^2 y}{dx^2} + R' \frac{dy}{dx} + S'y + T' = 0,$$

$$d. \left(\frac{d^5 y}{dx^5} + N' \frac{d^4 y}{dx^4} + M' \frac{d^3 y}{dx^3} + P' \frac{d^2 y}{dx^2} + R' \frac{dy}{dx} + S'y \right) + T'' = 0,$$

& ainsi de suite, les T' , T'' , &c. étant des fonctions du troisième degré & des degrés supérieurs; donc si on élimine, on aura

$$e^{fx} \left[\frac{d^5 y}{dx^5} + \dots + S'y dx \right] + p d. \frac{\left(\frac{d^5 y}{dx^5} + \dots + S'y dx \right)}{dx} + p' d^2 \frac{\left(\frac{d^5 y}{dx^5} + \dots + S'y dx \right)}{dx^2}] + \&c.$$

qui devra être une différentielle exacte; donc

$$e^{fx} \left(\frac{d^5 y}{dx^5} + \dots + S'y dx \right) \text{ en fera une également;}$$

donc on aura,

$$f^5 - N' f^4 + M' f^3 - P' f^2 + R' f - S' = 0;$$

équation qui aura lieu quel que soit m .

$$\text{XX. Mais } \frac{d^5 y}{dx^5} + \dots + S'y =$$

$$d^3 \frac{\left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My \right)}{dx^3} + p d^2 \frac{\left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My \right)}{dx^2}$$

$$+ p' d \frac{\left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My \right)}{dx} + p'' \left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My \right);$$

donc étant multipliée par $e^{fx} dx$, elle deviendra une différentielle exacte, 1.^o lorsque

$$e^{fx} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N y + My dx \right) \text{ en fera une, ce qui donne}$$

encore $f^2 - Nf + M = 0$; 2.^o lorsque appelant $V =$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My, \text{ la fonction } \dots \dots \dots$$

$$\frac{d^3 V}{dx^3} + p \frac{d^2 V}{dx^2} + p' dV + p'' V dx \text{ étant multipliée}$$

par e^{f^*} deviendra une différentielle exacte; donc on aura...
 $f^3 - pf^2 + p'f - p'' = 0$, & l'équation en f du cinquième degré sera composée de ces deux équations, l'une du deux, l'autre du trois.

XXI. Or, comme on peut continuer ces mêmes opérations à l'infini, on voit la parfaite conformité qui existe ici entre les résultats des deux méthodes.

Méthode
des Mémoires
de 1769.

XXII. Dans cette méthode lorsque $L = 0$, on voit d'abord que si le facteur est

$$a + by + \frac{c dy}{dx} + ey^2 + gy \frac{dy}{dx} + h \frac{dy^2}{dx^2} \text{ \&c.}$$

il faut que, ou $a = 0$, ou que $a \frac{d^2y}{dx^2} + Nady + Maydx$ soit une différentielle exacte; donc à cause de $a = e^{f^*}$, cette dernière hypothèse donnera encore $f^2 - Nf + M = 0$, comme ci-dessus.

XXIII. On verra ensuite que la proposée multipliée par

$$by + \frac{c dy}{dx} + ey^2 + gy \frac{dy}{dx} + h \frac{dy^2}{dx^2}$$

pourra devenir une différentielle exacte, & qu'alors il faudra que

$$(by + \frac{c dy}{dx}) \cdot (\frac{ddy}{dx} + Ndy + Mydx)$$

soit une différentielle exacte; ce qui, faisant $b = e^{f^*}$, & $c = qe^{f^*}$, donne f par une équation du troisième degré.

XXIV. Et en général, on remarquera dans cette méthode; que commençant la série qui représente le facteur au degré m , on aura, lorsque

$$L = 0, (a'y^m + b'y^{m-1} \frac{dy}{dx} + c'y^{m-2} \frac{dy^2}{dx^2} + e'y^{m-3} \frac{dy^3}{dx^3} + \frac{f'y^{m-4} dy^4}{dx^4} \text{ \&c.}) \times (\frac{d^2y}{dx^2} + Ndy + Mydx),$$

qui sera une différentielle exacte quel que soit m .

XXV. Ainsi, pour savoir si la valeur de y que donne une équation proposée, est, quelque loin que l'approximation soit poussée,

dans le premier des trois cas des observations préliminaires, il faut voir, si quel que soit m , l'équation en f qui résulte de la supposition de l'article précédent, ne peut avoir ni racines égales entr'elles, ni réelles négatives, ni imaginaires avec la partie réelle négative.

XXVI. Il importeroit peu que l'équation eût des racines égales pour des valeurs différentes de m ; en effet, dans ce cas il arrive que deux valeurs des coefficients du facteur se trouvent répondre à la même valeur de f ; & qu'ainsi, pour avoir le nombre d'intégrales nécessaires, on n'a pas besoin de recourir au facteur $x e^{f^*}$ qui d'ailleurs ne rendroit pas ici la proposée une différentielle exacte.

XXVII. On verra de même que pour que f soit dans le second cas, il faut, ou que quel que soit m , il n'y ait qu'un nombre fini de racines de f , qui n'aient pas les conditions exigées ci-dessus, ou un nombre infini pour toutes les valeurs de m prises ensemble, mais fini pour chacune; autrement elle sera dans le troisième cas.

XXVIII. On pourra donc former facilement, d'après le numéro XXIV, une série d'équations, dont le nombre dépendra du degré m , & qui donneront l'équation en f relative à ce degré; & on examinera, si l'on peut, de la forme de cette série, déduire quelque chose de général pour la forme des racines de l'équation en f . Sinon on examinera successivement plusieurs de ces équations en f répondantes à $m = 1, 2, 3, 4, \&c.$

XXIX. Le très-petit changement permis dans les coefficients de la proposée, peut faire passer la valeur de y du second cas & du troisième cas dans le premier, lorsque l'égalité des racines dans ces équations en f a introduit ces termes en x dans la valeur de y . Ainsi, lorsque l'équation est telle que les coefficients en sont donnés par des observations, ou que la supposition de $z \rightarrow a$, au lieu de y , a étant très-petit, ne fait pas reparoître de termes L ; on pourra regarder le troisième cas comme confondu avec le premier, & il suffira d'examiner si les valeurs de y , que l'on a alors, sont ou ne sont pas convergentes pour toutes les

valeurs de x . Dans le dernier cas, la méthode ne peut pas donner pour toute l'étendue des valeurs de x , une même valeur approchée de y .

XXX. Lorsque la valeur de y sera dans le second cas, & contiendra des x dûes à l'égalité des racines, il faudra, par la même raison, voir si la valeur de y que donne la méthode, est convergente pour toutes les valeurs de x , depuis 0 jusqu'à infini; sinon on regardera cette valeur comme tombant dans le premier cas, & on examinera alors si la valeur de y peut être approchée pour toutes les valeurs de x , ou pour un seul espace seulement. Le premier cas de ce paragraphe est le seul où il y ait une véritable équation séculaire.

XXXI. Si même malgré le changement permis, la valeur de x reste constamment dans le cas des observations préliminaires où on l'a rapportée, alors il n'y aura d'équation séculaire, que lorsqu'elle est dans le second, & que de plus, les coefficients sont tels que la série est convergente pour toutes les valeurs de x , depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \infty$.

XXXII. On voit donc que la réalité de l'équation séculaire; dépend ici de la connoissance de la forme des racines de l'équation indéterminée en f , m étant quelconque, connoissance que l'on n'a point jusqu'ici, & ensuite de la convergence des coefficients. (Sur-quoi voyez ci-dessous, *Article troisième, n.º IX & suiv.*)

XXXIII. Si L n'est pas zéro, l'équation qui donnera f , variera à chaque approximation successive. Ainsi, l'on ne pourra s'assurer en général de la forme des racines de l'équation en f , ni par conséquent déterminer à quel cas peut être rapportée la valeur de y . En effet, on ne peut, après plusieurs approximations successives, conclure de la forme qu'elles ont alors, celles qu'elles peuvent avoir, si l'on pousse les approximations plus avant.

XXXIV. Il pourroit arriver seulement que les nouvelles racines que donnent les approximations successives, fussent toutes égales à peu-près aux racines des premières approximations, alors le cas des racines égales ou de fonctions contenant x , est le seul qui puisse être l'effet de ces nouvelles approximations, & il resteroit équivoque,

équivoque, soit à cause du changement permis, soit à cause de l'égalité entre les racines qui peut naître des approximations successives, si la valeur de y doit appartenir aux deux premiers cas ou au dernier, & la distinction entre ces différens cas dépendra de la détermination des coefficients.

ARTICLE TROISIÈME.

DES MÉTHODES de la troisième espèce, qui peuvent être déduites des trois méthodes de l'article précédent.

I. Si dans les méthodes ci-dessus, $L = 0$, ou que L n'étant pas zéro, on sache que l'on ait toujours deux valeurs de f , si la proposée est du second ordre, & n , si elle est du n^e , qui restent toujours les mêmes, quel que soit le degré d'approximation, il est clair que si on emploie la méthode de M. de la Grange, on aura, à cause de deux valeurs de f , deux intégrales de la forme

$$A' \frac{dy}{dx} + B'y + C'u + C''u' + C'''u'' + D'z, \&c. \\ = Ne^{-fx}, N \text{ étant arbitraire; \& par conséquent mettant au lieu des } u \& \text{ des } z, \text{ leurs valeurs en } y, \text{ on aura deux équations en } y \& dy; \text{ d'où il faudra tirer } y \text{ en } x.$$

II. Si on emploie la méthode de M. d'Alembert, on aura $\int (e^{fx} \frac{d^2y}{dx^2} + Ndy + Mydx) + AQ + BQ' + CQ'', \&c.$ où Q est le terme, où les y sont au-dessus du 1.^{er} degré, Q' ce que devient $\frac{dQ}{dx}$ en y mettant pour d^2y , la valeur tirée de la proposée, Q'' est ce que devient $\frac{dQ'}{dx}$ après la même substitution, & ainsi de suite, & par conséquent deux intégrales qui ne contiendront que y & dy , & d'où il faudra tirer la valeur de y .

III. Si on prend la méthode des Mémoires de 1769, on aura ici immédiatement deux intégrales en y & $\frac{dy}{dx}$, & l'on

Mém. 1771.

P p

voit en général qu'alors, quel que soit l'ordre de la proposée, on aura, si cet ordre est n , également par les trois méthodes n intégrales en y , $\frac{dy}{dx}$ $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$; d'où il faudra tirer y .

IV. C'est en général des équations de l'ordre n que je parlerai dans la suite, après avoir observé que chaque intégrale est une fonction de y , $\frac{dy}{dx}$ $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ rationnelle & entière égale à Ne^{-fx} ou $Nx^m e^{-fx}$, N étant une quantité arbitraire, & les coefficients de la fonction en y étant successivement déterminés, si $L = 0$ par des équations finies, & restant les mêmes pour tous les degrés d'approximation auxquels on s'arrêtera; au lieu que si L n'est pas zéro, ils varient à chaque approximation, & ne peuvent être donnés, en général, que par une série plus ou moins convergente.

V. Si l'équation en f du degré n n'a que des racines inégales entr'elles, positives, réelles ou imaginaires, avec une partie réelle, positive ou zéro, on pourra avoir n intégrales qui seront une fonction de y & de ses différences égale à $N \sin. px$, ou $N^i \cos. px$, ou $N^{ii} e^{-fx} \sin. px$, où f est une quantité négative.

VI. S'il y a deux racines égales, alors il y aura nécessairement une intégrale donnée par une fonction de y , & ses différences égale à $x e^{fx}$, ou $x e^{-fx}$, ou $x \sin. px$, &c. & ainsi de suite pour un nombre plus grand de racines égales. (*Voyez art. 2, n.° X*).

VII. S'il y a des racines négatives, réelles ou imaginaires, avec une partie réelle négative, on aura dans les intégrales des fonctions de y & de ses différences égales à e^{fx} , ou $e^{fx} \sin. px$, &c.

VIII. Supposons d'abord que toutes les intégrales ne contiennent que des sinus ou des cosinus, ou, ce qui revient au même, des exponentielles toujours décroissantes, ou même des $x^m e^{-fx}$ qui retombent dans les mêmes cas, lorsque x est fort grand, que l'on connoisse les coefficients des différens rangs de

la série en y , ordonnée par rapport à $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & que l'on cherche, par la méthode de M. de la Grange, à tirer de chaque équation une valeur en série de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$.

IX. Soit donc mise une des intégrales données sous la forme $Y - \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + N \cos. px = 0$, nous aurons par ce théorème en appelant Y' , ce que devient Y après y avoir mis $N \cos. px$, au lieu de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = N \cos. px + Y' + \frac{dY'^2}{2d(N \cos. px)} + \frac{d^2 Y'^3}{2 \cdot 3 d(N \cos. px)^2} + \dots$ ainsi chaque terme de la fonction en y , $\frac{dy}{dx} \dots \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$ sera multiplié par une série de $\cos. px$, & de ses puissances; puis par une pareille série où chaque puissance de $\cos. px$ sera multipliée par son exposant; puis par une série où chaque puissance de $\cos. px$ sera multipliée par le carré de son exposant, & ainsi de suite; en sorte que les séries en x qui multiplieront les termes en y dans les valeurs de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, ne seront convergentes que lorsque les séries en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ le seront aussi; & même il faudra que la série en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ purs, soit telle que le coefficient de x^p dans sa n^e puissance, soit plus petit que le coefficient de x^{p-1} dans la $n - 1^e$, ce dernier étant divisé par n , & que cette même condition ait lieu pour les produits d'un nombre n des séries en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ qui multiplient les autres termes.

X. Cela bien entendu, si on égale ensemble deux valeurs de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on aura une nouvelle équation qui aura un terme sans y donné en série, on tirera de cette équation $\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$

en différences inférieures, & on aura cette quantité égale à une série en y , dont les coefficients seront des séries de sinus & cosinus multiples de x qui devront être convergentes, & en continuant cette opération, on aura y en x .

XI. On voit donc qu'en général la légitimité de cette méthode dépend de la convergence des séries en $\sin. p x$, &c. & que la convergence de ces séries dépend de celle des séries ordonnées par rapport aux y , $\frac{dy}{dx}$, &c. ou, ce qui revient au même, de la convergence des approximations faites en négligeant successivement les rangs de la proposée.

XII. Au reste, il faut observer ici que les arbitraires N entrent dans les coefficients des séries en x , on ne peut donc juger de la convergence de ces séries que N ne soit connu, & qu'en général N ne soit très-petit; ayant donc la valeur de y en série, on prendra n valeurs particulières de x pour lesquelles on connoît y , & il faudra que les séries en nombres qui multiplient N , soient convergentes, ce qui retombe dans la même conclusion que les numéros IX, X & XI. Ensuite les séries étant convergentes, on examinera si les valeurs qu'elles donnent des différens N peuvent être regardées comme très-petites.

XIII. Si au lieu d'avoir toutes les intégrales dans le premier cas des observations préliminaires, on en avoit eu d'égales à e^{fx} , f étant positif ou $e^{fx} \sin. p x$; il seroit aisé de voir que toutes les méthodes connues jusqu'ici, conduiroient à avoir pour y une valeur du 1.^{er} ou du 3.^e cas, ainsi la méthode ne conduit pas en général au second cas.

XIV. Lorsque la valeur de y est dans le troisième cas, on peut; si par le petit changement permis, elle se rappelle au premier, la traiter comme appartenante à ce cas, & on verra si elle donne des valeurs de y en séries convergentes pour toutes les valeurs de x ou pour un certain espace seulement. Si on ne peut la rappeler au premier cas, alors elle est nécessairement dans le troisième, & l'on ne peut avoir y en x que pour un certain espace de valeurs de x , & si on vouloit l'avoir pour la suite, il faudroit une approximation nouvelle.

XV. Je me bornerai à une remarque sur ces approximations successives. Supposons que nous ayons une valeur de y , qui soit approchée tant que $x < a$, il ne sera pas légitime de faire x étant voisin de a , par exemple, la quantité y égale à ce qu'elle est alors plus z , & de chercher une valeur de z ; mais si l'on fait, par exemple, que pour un certain espace de x , la valeur de y peut toujours, quel que soit le lieu où l'on commence les x , être donnée par une équation d'une même forme, on pourra employer la valeur approchée de y , trouvée par la méthode ci-dessus, pour déterminer les nouveaux coefficients de cette forme, ou les nouvelles arbitraires, & ainsi, sans avoir besoin de nouvelles données, continuer l'approximation. Par exemple, si l'on fait que la valeur du rayon vecteur d'une orbite, sera pendant un certain espace toujours très-approchant de celui d'une ellipse, & que l'on ait y égal à ce qu'il faut ajouter à chaque point au rayon vecteur de l'ellipse, pour avoir le vrai rayon, & y donné par une équation différentielle: il est aisé de voir que si c'est le cas des approximations successives, il faudra examiner 1.^o si les élémens de l'ellipse se trouvent dans l'équation en y ; s'ils s'y trouvent, il faudra les déterminer par les valeurs de y que donne la première approximation, & on voit qu'on peut les déterminer à une différence près, plus petite que l'erreur des observations, ainsi l'on pourra procéder à une approximation nouvelle, aussi-bien que si on avoit déterminé les élémens par de nouvelles observations. 2.^o si les élémens de l'ellipse n'entrent point dans l'équation en y , on mettra dans l'intégrale au lieu des arbitraires N, N' observées, de nouvelles arbitraires données par les valeurs que la première approximation fournit lorsque $x < a$, & plus grand que $\frac{5}{6}a$, $\frac{6}{7}a$, &c. par exemple, & par-là on aura une nouvelle approximation pour y , à commencer au point où $x = \frac{5}{6}a, \frac{6}{7}a$, &c.

XVI. Dans le second article, & même dans celui-ci, j'ai toujours procédé indépendamment de l'hypothèse de $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c. très-petits en même-temps que x . Cette hypothèse n'est pas vraie en général, mais il est certain que si y est très-petit, les différences finies de y , que j'appelle $\Delta y, \Delta^2 y$, &c. le sont aussi, & il est

toujours possible d'avoir au lieu des n intégrales que contiennent

$y, \frac{dy}{dx}$ & $\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}$ n autres intégrales en $y, \Delta y \dots \Delta^{n-1} y$.

(Je n'entrerai point ici dans le détail des procédés qu'il faut suivre pour cela, il m'écarteroit trop de mon objet principal).

Je suppose donc que j'aie n équations entre $n y$ successif, que j'appelle $y, y', y'',$ &c. tous très-petits, & que je veuille en tirer une valeur de y .

XVII. Au lieu de y , je prends $dy + d^2 y + d^3 y + d^4 y$, &c. & de même pour les autres variables, & j'égale à zéro dans chaque équation, chaque degré de différences. Il est aisé de voir 1.^o que les premières n équations, pour déterminer $dy, dy',$ &c. auront pour terme connu, le terme en x de chaque intégrale. 2.^o Que les secondes équations pour déterminer les $d^2 y, d^2 y' \dots$ auront pour ces différences secondes les mêmes coefficients que les premières équations avoient pour les dy , & pour les termes connus, les termes du second degré en dy . 3.^o Que dans les troisièmes équations les coefficients des $dddy$, seront les mêmes constantes, & le terme connu les termes du troisième degré en dy , plus ceux du second degré en dy & $d^2 y$, & ainsi de suite.

XVIII. Les valeurs de tous les dy , de tous les $d^2 y$, de tous les $d^3 y$, &c. auront donc un dénominateur commun; donc, si ce dénominateur est tel que les valeurs des dy , soient très-petites, & que les séries en y soient convergentes, les $dy + d^2 y + d^3 y$, &c. formeront aussi des séries convergentes. Il suit de-là que la convergence de ces séries une fois connue, ce sera par la connoissance des valeurs de dy , qu'on jugera si la valeur de y , donnée par une seule approximation, pourra convenir à toutes les x ou à un certain espace seulement.

XIX. Mais avant cela il auroit fallu déterminer les constantes arbitraires. Pour cela, dans la valeur de $dy + d^2 y + d^3 y$, &c. nous mettrons au lieu de la constante $C, C + dC + d^2 C$, &c. Au lieu de la constante $C', C' + dC' + d^2 C'$, &c. ensuite nous supposerons que pour n valeurs de x , nous ayons y ou $dy + d^2 y + d^3 y$, &c. & ordonnant ensuite par rapport aux

différences de C comme ci-dessus, par rapport à celles de y , nous aurons les C , les dC , les d^2C , & par conséquent les $C + dC + d^2C$, &c. & l'on fera sur la convergence de ces valeurs en séries, les mêmes réflexions que dans l'article précédent.

XX. Dans le cas où, soit naturellement, soit par le petit changement permis, on auroit une valeur de y en cosinus ou sinus; il est clair que cette valeur, si elle est convergente depuis $x = 0$, jusqu'à $x = a$, le sera aussi depuis $x = m\Pi$ jusqu'à $x = m\Pi + a$; m étant un multiple de Π , tel que pour tous les cos. px ou sin. px de la proposée cos. $px = \cos. pm\Pi + px$ & sin. $px = \sin. pm\Pi + px$; mais cette conclusion n'est vraie qu'autant que les constantes arbitraires sont les mêmes pour $x = 0$ que pour $x = m\Pi$; or c'est ce qui ne peut avoir lieu, lorsque l'intégrale proposée doit contenir x . Si donc on connoît des observations répondantes à $x = m\Pi$, & qu'elles donnent pour les arbitraires des valeurs sensiblement égales, on en pourra conclure que la valeur de y ne renferme aucun terme dépendant immédiatement de x , & on conclura le contraire si ces valeurs des arbitraires diffèrent beaucoup, & plus m sera grand, ainsi que cette différence, plus la conclusion sera légitime.

XXI. Dans le premier cas, on voit qu'avec plusieurs approximations répétées, on pourroit diviser l'espace depuis $x = 0$ jusqu'à $x = m\Pi$, en plusieurs parties pour lesquelles on auroit des valeurs de y , en sorte qu'elles serviroient ensuite pour la révolution depuis $x = m\Pi$, jusqu'à $x = 2m\Pi$, & ainsi de suite. Au lieu qu'autrement cela n'est pas possible, & il y a alors une équation séculaire, mais dont on n'a point la forme en général, & que les formes finies, que donnent pour ces équations les méthodes connues, ne sauroient représenter.

CONSEQUENCES qui résultent des Remarques précédentes.

I. On voit par tout ce qui a été dit ci-dessus, qu'il n'y a que deux cas où on puisse être assuré de l'existence d'une équation séculaire : le premier, lorsqu'il faut de nouvelles déterminations d'arbitraires,

& que ces arbitraires sont différentes, *art. troisième, n.º XXI*, ou bien que les équations en f dans les méthodes de l'*article troisième*, contiennent des racines réelles négatives, ou des imaginaires avec une partie réelle négative, ou enfin que dans celles de l'*article second* L étant zéro, elles contiennent un nombre infini de pareilles racines. Alors on peut être sûr de l'existence de l'équation séculaire; mais la forme reste inconnue, & on ne peut employer la même valeur de y pour toute l'étendue des x .

II. On sera encore assuré de l'existence d'une équation séculaire; & on en connoîtra même la forme, si dans les méthodes du second article, L étant égal à zéro, on peut s'assurer que dans l'équation en f des *n.ºs XXIV & XXV, article second*, il n'aura qu'un nombre fini de racines ou égales ou réelles négatives, ou imaginaires avec une partie réelle négative.

III. On voit donc qu'il y aura souvent de l'avantage à faire $L = 0$, ce qui sera toujours possible, au moins en différentiant. Il semble qu'alors le petit changement qui rend équivoque le cas des racines égales, ne pourroit pas toujours produire cet effet, sans faire reparoître L , & cela seroit vrai si l'équation en y & x étoit une équation absolue & abstraite, mais la même chose n'a plus lieu dans un cas physique comme celui du Problème des trois corps; en effet, les équations de ce Problème sont données par des loix que l'expérience & l'observation ont fait découvrir, & dont l'exactitude ne peut être regardée comme rigoureuse; ou si on regarde ces loix comme fondées sur une propriété absolue de la matière, telle que l'attraction, en raison inverse du quarré des distances, on voit qu'alors les équations du Problème ne sont pas les véritables équations, mais des équations où l'on a négligé plusieurs circonstances regardées comme inappréciables. Ainsi, l'on doit en général regarder le petit changement toujours comme permis.

IV. Mais s'il ne se présente point de cas général, où l'on puisse facilement s'assurer de l'existence d'une équation séculaire, & en connoître la forme en même-temps, il y a une infinité de cas particuliers où cela sera possible par les méthodes de l'*Article troisième*; en effet, toutes les fois que l'on pourra avoir une fonction finie en y & en x , ou ef^x , mais infinie en sinus & cosinus de multiples

multiples de x , & en e^{-x} , on pourra pour chaque valeur de x avoir la valeur approchée de y .

V. Les réflexions précédentes s'appliquent, comme je l'ai dit, aux systèmes d'équations non séparées, où l'on a m entre $m-1$ variables. Supposons donc que nous ayons douze équations pour déterminer le mouvement de deux corps autour d'un troisième regardé comme fixe, en supposant qu'ils s'attirent tous trois réciproquement, on trouvera que prenant la méthode des *articles second* & *troisième*, on aura pour ces deux corps les mêmes valeurs de f , en sorte que la différence de forme entre les valeurs de leurs coordonnées, ne peut venir que des coefficients dépendans des masses ou de la première orbite approchée de chacun & des constantes arbitraires, ou seulement des constantes arbitraires lorsque ces autres coefficients ne se trouvent pas dans l'équation.

VI. Dans les deux cas, désignant par des lettres semblables, soit les coefficients, soit les constantes, on aura pour les coordonnées des valeurs absolument semblables, & dont l'une deviendra l'autre en alternant les coefficients & les arbitraires; ainsi d'abord s'il y a des coefficients des valeurs de y qui deviennent grands de petits qu'ils étoient, en alternant ces valeurs il y aura des équations très-sensibles pour un corps & insensibles pour l'autre, ce qui fera que la série qui pour l'un seroit convergente pour toutes les valeurs de x , ne le seroit plus pour l'autre. Il se pourroit faire que cette même alternation produisît dans l'examen proposé, *art. troisième, n.º XXVIII*, un résultat différent pour les deux corps, & qu'ainsi l'on dût tirer, soit pour la possibilité de représenter y en x , pour toutes les valeurs de x , soit pour l'existence de l'équation séculaire, des conclusions contraires pour un corps & pour l'autre.

VII. Si la série qui exprime les coordonnées conduisoit à un terme $\sin. px$, p étant très-petit, on voit que à cause de $\sin. p$

$$x = px - \frac{1}{6} p^3 x^3 + \&c.$$

Si le coefficient q de $\sin. px$ est très-petit, on pourra supposer dans la valeur de la coordonnée, un terme proportionnel à px , puisque par l'hypothèse, qpx est très-petit pendant un long espace de valeurs de x , & que $\frac{1}{6} qp^3 x^3$

est incomparablement plus petit; mais si q est grand, alors $\frac{1}{6} q p^3 x^3$ ne peut plus être regardé comme une quantité à négliger, & au lieu du terme proportionnel à x , il ne faut admettre dans la solution qu'un terme proportionnel à $\sin. p x$. C'est ainsi que l'on pourra expliquer comment dans le système de deux corps, dont le mouvement est donné par des équations semblables, il peut arriver que le mouvement de l'un offre une équation séculaire apparente, & que l'autre n'en offre point.

VIII. Il est inutile d'avertir que le cas où la proposée conduit à une équation séculaire, parce qu'elle ne contient que dy , &c. sans y , est renfermé dans le n^o X, *art. troisième*.

IX. J'observerai encore ici que, quoique L , *art. troisième* ne soit pas zéro, si y manque dans les rangs supérieurs de la proposée, on aura encore f par une équation du degré n quel que loin que l'on pousse l'approximation; & qu'ainsi ce cas retombe dans celui où $L = 0$, & même on aura toujours f par une équation déterminée; d'un degré inférieur ou égal au nombre des termes de la proposée. Pour y parvenir, il n'y a qu'à supposer

$y = Aef^* + Bf' + \&c.... * A'e^2f + B'ef^+ * \&c....$
& chercher à déterminer f & les coefficients.

Les réflexions ci-dessus s'appliquent aisément à cette méthode qui est générale pour les équations linéaires de toutes les espèces.



OBSERVATIONS

FAITES

PAR ORDRE DU ROI,

SUR LES

CÔTES DE NORMANDIE,

*Au sujet des effets pernicieux qui sont attribués, dans le pays de Caux, à la fumée du Varech, lorsqu'on brûle cette plante pour la réduire en Soude *.*

SI des établissemens utiles, des branches de commerce avantageuses à l'État en général, & favorables sur-tout au Peuple par l'occupation constante qu'ils lui procurent; si ces établissemens trouvent quelquefois des obstacles, tombent même insensiblement à cause de quelques abus qu'il seroit facile d'arrêter, ou parce que des craintes mal fondées y ont supposé des inconvéniens plus considérables que les avantages qui en résultent; il arrive aussi quelquefois que les obstacles, les fausses craintes, tout ce qui tend, en un mot, à retrancher ces branches utiles de commerce, ne servent qu'à y rendre les hommes plus attentifs, & à leur en faire mieux sentir le prix par l'examen où ils entrent des fruits que l'État en recueille: alors la consistance de ces établissemens, & une consistance durable, naît du choc même qu'ils ont éprouvé; ils s'étendent parce qu'ils sont mieux connus; les inconvéniens qu'on y attachoit par un défaut d'examen disparaissent bientôt; & la concurrence, en y mettant une activité nouvelle, contribue nécessairement à les perfectionner.

Cette réflexion, qui nous a paru vraie en elle-même, deviendra

* Ces Observations ont été lûes à l'Assemblée publique du 13 Novembre 1771, par M. Tillet, tant au nom de M. Fougeroux que du sien, Membres l'un & l'autre de cette Académie.

tout autrement frappante, en recevant une application naturelle dans l'exposé que nous allons faire d'un travail important qui est établi sur les côtes de la haute & basse Normandie, contre lequel il s'est élevé des plaintes capables d'alarmer, & qui fixe aujourd'hui l'attention du Gouvernement.

Personne n'ignore que les bords de la mer où il se trouve des rochers, sont couverts de plusieurs espèces de plantes qu'on nomme *varech*, *fart*, ou *goémon*; qu'on les recueille sans choix, soit pour en former des engrais, soit pour les brûler & les réduire en soude. L'abondance de ces plantes est si prodigieuse, non-seulement sur la partie des bords de la mer qui n'est jamais à découvert, ou qui ne l'est que dans certaines circonstances, mais encore sur celle qui, par les alternatives de la haute ou basse mer, est baignée régulièrement ou laissée à découvert; cette abondance est telle que le varech d'échouage, c'est-à-dire celui que les flots violemment agités arrachent & jettent au pied des falaises, suffit quelquefois aux Laboureurs riverains pour l'engrais de leurs terres, & sans qu'ils aient besoin d'en faire eux-mêmes la récolte sur les rochers. Nous avons été témoins, à deux lieues au-dessus de Cherbourg, de la profusion étonnante avec laquelle la mer, après une tempête & dans l'espace de vingt-quatre heures, jeta le varech sur ses bords: les habitans des villages voisins de cette côte ne suffisoient pas pour le transporter au-delà du terme où la marée dans son retour devoit s'arrêter; & l'un d'entr'eux nous dit qu'il comptoit que ce mouvement inopiné de la mer avoit fourni en varech à deux villages seulement, la quantité de quatre à cinq mille charges de chevaux. Cette profusion de plantes utiles semble ne rien prendre, dans ces circonstances, sur celles dont les rochers apparens sont garnis: elle est l'effet de l'agitation violente des flots qui détachent le varech des fonds où il reste toujours à couvert & sur lequel ils ont beaucoup de prise, parce qu'il est plus long & plus chargé de feuillages que celui qui reste à découvert par intervalles & dont la récolte est régulière.

L'emploi du varech, comme engrais des terres, a eu toujours la préférence sur tout autre usage auquel il étoit propre: les

ordonnances, les réglemens, les ordres particuliers ont toujours maintenu l'Agriculture dans le privilège de profiter du varech aussi abondamment qu'elle pouvoit l'exiger, & la réduction de cette plante en soude n'a eu lieu, à juste titre, qu'autant qu'on a cru qu'elle étoit en assez grande quantité pour suffire à l'un & à l'autre emploi.

Mais les difficultés qu'éprouvent les Laboureurs placés au-dessus des hautes falaises pour recueillir & enlever le varech; les machines destinées à cet effet qu'ils sont obligés d'établir; les frais, les risques même qui en sont les suites, tout a détourné les Fermiers de plusieurs cantons d'employer le varech comme engrais, ou du moins ils n'en ont fait que peu d'usage : cette plante y seroit devenue inutile, auroit pu même y tomber dans une sorte de dépérissement, si, en la convertissant en soude, on n'eût pas tourné du côté du commerce un avantage dont l'Agriculture ne profitoit pas, ou ne tiroit qu'un foible parti.

Les falaises qui règnent le long du pays de Caux sont assez élevées en général; elles sont très-hautes auprès de Fécamp; celle qui est au côté droit du port, a trois cents cinquante pieds ou environ d'élévation : il y a peu de vallons entre ces falaises dont on puisse profiter pour descendre sur le galet : cet obstacle a fait négliger aux fermiers des environs l'utilité du varech comme engrais; & sur une étendue de cinq à six lieues, tant à droite qu'à gauche du port de Fécamp, peu de Laboureurs font usage de cette plante; ils ne l'emploient même que pour les terres destinées aux orges ou aux avoines. Les difficultés pour tirer parti du varech, dans le pays de Caux, en réduisant cette plante en soude, n'étant pas à beaucoup près les mêmes que pour l'enlever au-dessus des falaises & en former des engrais, parce que tout le travail relatif à la soude se fait sur le bord même de la mer, on y a porté ses vues du côté de cette branche de commerce, & on y a considéré sur-tout la subsistance assurée qu'une multitude de familles indigentes y trouveroit. La permission de brûler le varech fut donc sollicitée par les riverains du pays de Caux. M. de Maurepas fit faire des informations en 1739, sur les suites que pouvoit avoir un pareil établissement : les informations

tendirent à le favoriser ; & le Roi permit de brûler le varech sur les côtes du pays de Caux.

Quelqu'utile que dût devenir ce travail, il fallut néanmoins, dans les commencemens, exciter une partie des riverains à l'entreprendre : les peines qu'il exige, les risques qui y sont attachés, lorsqu'il se fait aux pieds des falaises fort élevées, le défaut d'habitude, & des préjugés dont nous parlerons, éloignèrent ces riverains d'une occupation dont ils ignoroient tout le prix ; mais ils ne tardèrent pas à le reconnoître : l'émulation succéda bientôt à l'hésitation qu'ils avoient d'abord témoignée ; & les bénéfices qu'ils virent dans les mains de ceux qui avoient été actifs, leur ouvrirent mieux les yeux que tous les raisonnemens dont on s'étoit servi pour les porter au travail.

Depuis le moment où le Roi avoit accordé aux riverains du pays de Caux la permission de brûler le varech, cette manufacture avoit pris des accroissemens ; les parties des bords de la mer où cette plante croît, & sur lesquelles les villages voisins avoient un droit respectif, ne suffisoient pas pour fournir de l'occupation aux familles attachées à chacun de ces villages ; & la soude, en augmentant en quantité comme de prix, trouvoit toujours un débouché certain.

Mais il s'éleva des plaintes, il y a quelques années, sur l'emploi du varech pour le réduire en soude : on lui attribua les suites les plus dangereuses, telles que d'occasionner des maladies épidémiques, par la fumée qui sort des fourneaux où l'on brûle la plante, & qui se répand au loin dans les campagnes ; de nuire à toutes les espèces de grains qui sont encore en fleur, & de porter un égal dommage aux arbres fruitiers : on prétendit encore que la grande consommation de varech qu'exigeoit la soude, privoit les Laboureurs de la ressource que cette plante leur fournissoit pour les engrais ; & on ajouta qu'à tous ces effets funestes que produisoit le travail de la soude, il falloit en joindre un autre bien digne d'attention, c'est que la récolte du varech privoit le poisson d'un abri pour y déposer son frai, & le poisson du premier âge d'un asile nécessaire contre la voracité du plus fort.

Ces plaintes, devenues plus sérieuses à mesure que les fourneaux

se multiplioient, furent exposées dans des Mémoires que signèrent des Gentilshommes, des Seigneurs riverains, & un grand nombre de personnes de tout état. Les ouvriers qui subsistoient du travail de la soude, furent alarmés de ces plaintes & les regardèrent comme formées sans fondement; au moins pouvoient-ils être certains que la fumée du varech n'altéroit point leur santé : les maîtres des verreries, qui consomment presque toute la soude du varech, sentirent que ces plaintes tendoient à ruiner leur commerce; enfin un grand nombre de citoyens, par des vues simples d'humanité & du bien public, s'intéressèrent aux uns & aux autres, & cherchèrent, de concert avec eux, à faire évanouir les allégations portées dans ces Mémoires. On y opposa d'autres Mémoires chargés de signatures & capables de balancer les premiers; on les appuya de faits notoires, de certificats de Curés, de pièces légales. L'affaire, dans un état de contradiction aussi marqué, fut d'abord présentée à la Société d'Agriculture de Rouen; & sur sa délibération elle fut remise ensuite entre les mains de M. le Procureur général du Parlement de cette ville. Les plaintes graves que contenoient les Mémoires des personnes opposées au travail de la soude, firent impression sur ce Magistrat : il considéra la fumée du varech comme *pestilentielle*, comme une vapeur *qui désoloit depuis quelques années les bords maritimes de la province*. D'après son réquisitoire il intervint un arrêt du Parlement de Rouen, le 10 Mars 1769, qui, en vertu d'une Déclaration du Roi, donnée en 1731, ne permit de couper le varech pour le réduire en soude, que dans la seule Amirauté de Cherbourg, & qui ne laissa par conséquent aux habitans de toutes les autres côtes de la haute & basse Normandie d'autre avantage à tirer de la quantité immense de varech dont elles sont garnies, que celui de l'employer comme engrais.

Une défense aussi positive, qui supprimoit tout d'un coup une partie considérable d'une branche de commerce précieuse à l'État, & qui en arrêtant le travail d'un grand nombre de verreries, enlevait à une multitude de familles le fonds de leur subsistance; un arrêt dont les suites étoient aussi sérieuses, ne pouvoit pas manquer de donner lieu aux plus vives instances, pour que l'exécution en fût arrêtée. Les propriétaires des douze verreries situées en

Normandie représentèrent au Conseil tout ce qui étoit capable de le déterminer à maintenir le travail de la soude sur les côtes de cette province; & les motifs sur lesquels ils se fondèrent dans leur Mémoire, tenoient si étroitement à l'intérêt public, que leur avantage particulier y dispa-roissoit.

M. le Contrôleur général frappé de leurs représentations, mais touché en même temps des plaintes graves qui avoient donné lieu à l'arrêt du Parlement de Rouen, consulta l'Académie sur un objet aussi important : il lui fit remettre un Mémoire où l'affaire étoit présentée avec autant de lumière que d'impartialité, & il y joignit les pièces qui, produites de part & d'autre, pouvoient la mettre à portée de donner son avis. L'Académie, sur le rapport des Commissaires qu'elle nomma pour lui en rendre compte, jugea qu'un examen approfondi sur les côtes mêmes de Normandie, étoit le moyen le plus certain de démêler la vérité dans les faits contradictoires que contenoient les Mémoires qu'elle avoit sous les yeux. Elle sentit bien dès-lors que la fumée du varech n'étoit pas de nature à occasionner les accidens qu'on lui attribuoit, & que la diminution sur les pêches pouvoit avoir toute autre cause que celle de la consommation de cette plante pour la manufacture des soudes ; mais il étoit de sa sagesse d'appuyer son avis par des observations qui écartassent les raisonnemens vagues, qui détruisissent les préjugés & fissent sortir peut-être de nouvelles lumières, dans l'ordre physique, d'une discussion à laquelle l'économie politique paroît seule devoir s'intéresser. L'Académie invita donc M. le Contrôleur général à prendre les ordres du Roi pour envoyer sur les côtes, dans différentes provinces du royaume, quelques Naturalistes & Physiciens chargés d'examiner tout ce qui avoit trait au fond des plaintes qui s'étoient élevées dans le pays de Caux, & sur le rapport desquels l'Académie donnât un avis qui pût servir de base à un règlement fixe pour la branche essentielle de commerce dont il s'agit.

M. le Contrôleur général adopta les vues de l'Académie, & l'autorisa de la part du Roi à nommer quelques-uns de ses Membres, pour faire, sur les côtes de France, les observations qu'elle avoit jugé convenables. La Compagnie jeta les yeux sur M. Guettard.

M.

M. Fougeroux & sur moi , en nous laissant la liberté de porter d'abord nos recherches dans les endroits où nous jugerions qu'il seroit plus avantageux de les commencer.

M. Guettard partit au mois d'Avril dernier , pour se rendre sur les bords de la Méditerranée : nous nous réunîmes M. Fougeroux & moi pour parcourir les côtes de la haute & basse Normandie : la discussion qui occasionnoit notre voyage y avoit pris naissance ; nous les regardâmes comme propres en particulier à nous procurer des éclaircissémens sur l'origine des plaintes qu'on y avoit formées : dès-lors en effet nous crûmes entrevoir que cette origine pouvoit ne pas tenir absolument à des recherches physiques ; & nous sentîmes d'ailleurs que ces côtes fort étendues nous fourniroient une vaste matière pour les observations réelles que l'objet de notre commission exigeoit.

L'Académie peut donc considérer le travail que nous lui présenterons , M. Fougeroux & moi , comme nous étant commun , & offrant un résultat qui , précédé par la discussion , a été établi de concert. Si nous nous sommes séparés quelquefois , ce n'a été que dans la vue de faire un double examen des mêmes objets , de rapprocher ensuite nos idées , & d'attacher quelque certitude aux faits principaux , par l'égalité d'impression que nous aurions reçue.

Nous partîmes vers le milieu du mois d'Avril pour nous rendre dans le pays de Caux : M. Fougeroux prit sa route par la Picardie & commença ses observations dès la côte voisine de la ville d'Eu ; il eut l'avantage , lorsqu'il y arriva , d'examiner le varech sur pied , en même temps qu'il vit les premiers fourneaux qu'on y alluma pour réduire cette plante en soude. Il étoit essentiel que nous prissions à Rouen des instructions sur le travail dont nous étions chargés : je m'y rendis d'abord ; les plaintes sur les suites funestes de la fumée du varech y furent vives ; je n'y opposai que le silence ; des raisonnemens simples eussent été sans fruit ; il falloit des faits , & j'étois impatient de les recueillir. J'allai donc directement à Fécamp , qui est le centre du travail de la soude dans le pays de Caux , & où d'ailleurs les sentimens sont partagés sur les effets de la fumée du varech : on ne s'y dispoit point encore à brûler cette plante lorsque j'y arrivai : je portai donc uniquement mon

attention sur le varech attaché aux rochers , & je l'observai dans tous les instans où la mer le laissoit à découvert. Je suivois les flots à mesure qu'ils se retiroient , & je considérois scrupuleusement les plantes , pour découvrir quelque frai de poisson , si réellement il y en avoit qui y eût été déposé ; après des visites multipliées & faites dans des circonstances différentes , je n'ai pas remarqué la plus légère trace de frai de poisson sur le grand nombre d'espèces de varech que j'ai eues sous les yeux.

M. Fougereux , qui de son côté donnoit aussi une attention particulière au même objet , à la distance de quinze ou dix-huit lieues de l'endroit où j'observois , & qui ignoroit ce que j'avois pu découvrir , puisque nous n'avions eu entre nous aucune communication depuis notre départ de Paris ; M. Fougereux , dis-je , m'écrivit le 3 de Mai , qu'il se dispoisoit à me joindre incessamment à Fécamp , afin que nous pussions y conférer de vive voix sur nos premières recherches : qu'il en avoit fait d'inutiles sur le varech comme asyle du poisson du premier âge ; qu'il n'y avoit remarqué aucune espèce de frai , quoiqu'il eût examiné la plante dans des endroits différens ; & il m'annonçoit d'ailleurs , que si l'odeur de la fumée du varech étoit désagréable , elle ne lui paroissoit pas entraîner après elle les dangers qu'on y attachoit.

Cette uniformité dans des observations faites séparément , dans des cantons assez éloignés l'un de l'autre , sans un concert préliminaire , qui auroit pu nous conduire au même coup d'œil , & gêner , peut-être , la manière dont chacun considère les objets ; cette uniformité commençoit déjà à nous donner quelque espèce de certitude sur un des points les plus intéressans qui nous occupoient. Réunis à Fécamp , nous examinâmes conjointement le varech sur pied ; nous le vîmes à différentes reprises , & jamais nous n'y aperçûmes de frai , ou nous n'y trouvâmes de poissons du premier âge , qui ayant pu s'y mettre à l'abri y fussent restés à sec entre les plantes , par la retraite subite du flot qui auroit laissé le varech à découvert. Toutes les fois , que pour d'autres points d'observation , nous avons examiné cette plante , tant dans la haute que dans la basse Normandie , nous avons été attentifs à celui-ci , & le varech considéré soit à la vue simple , soit à la loupe , ne nous a offert

ni la plus légère trace de frai, ni le moindre poisson du premier âge.

L'idée assez générale où l'on est que cette plante chargée de feuillage & fort abondante sur certaines côtes, paroît destinée dans l'ordre naturel à favoriser le dépôt du frai & la retraite d'un animal foible & délicat ; cette idée a quelque chose de spécieux lorsqu'on la conçoit sans avoir jeté un coup d'œil sur les bords de la mer, pour y juger des secousses violentes que le varech y reçoit ; mais pour peu que la mer soit agitée , & que rencontrant les rochers où est toujours attaché le varech, elle y brise ses vagues, on sent qu'une plante flexible en tout sens & flottante par sa nature, y éprouve des mouvemens aussi variés & aussi impétueux que le choc des flots ; que le frai du poisson déposé sur le varech, le poisson du premier âge qui s'y seroit réfugié, essuieroient l'un & l'autre toute la force de ces secousses, & y périroient nécessairement par le retour périodique d'une aussi violente agitation. Nous voulons bien supposer que ce dernier y résiste ; mais si le jeune poisson trouve un abri dans le varech, les crustacées y séjournent ; il en deviendra la proie ; & sa destruction, pour avoir une autre cause, n'en sera pas moins réelle. Dans la supposition où les plantes marines procurent au poisson tout l'avantage qu'on y attache, il faut aussi, par une suite de cette idée, lui supposer un instinct qui le guide pour sa conservation. Le varech que la mer laisse à découvert deux fois par jour, n'est qu'une foible partie, une lisière (qu'on me permette l'expression) de celui qui est toujours sous les eaux, & il n'a ni la force ni la grandeur de ce dernier. Si le poisson cherche un abri dans le varech, il est plus sûr entre des plantes vigoureuses & toujours couvertes par la mer, que sur celles qui restent à sec par intervalles, où la chaleur du soleil, mille accidens peuvent faire périr le frai du poisson, & où celui du premier âge ne pourroit résider qu'autant qu'on avanceroit, contre une loi écrite dans toute la Nature, qu'un animal abandonne constamment un lieu de sûreté, & s'expose à périr par une habitude régulière, qu'on voudroit faire considérer cependant comme l'effet d'un ordre naturel.

Ce n'est donc pas sur le varech qu'il faut chercher le frai du poisson, mais sur les fonds sablonneux toujours dépourvus de

cette plante, & si favorables sur-tout au poisson plat, qu'il s'y ensévelit quelquefois sous les sables, & s'y dérobe à la vue des pêcheurs, lorsque la mer en baissant laisse à sec les rivages sablonneux.

Si la diminution du poisson dans les mers qui bordent les côtes de France, est aussi réelle qu'on l'annonce, au lieu de ne tourner uniquement ses regards que sur la consommation du varech qu'exige la soude, pour y appliquer sans aucune preuve positive, la cause de cette diminution, il paroîtroit plus naturel de l'attribuer aux abus multipliés qu'il y a dans les pêches, à des réglemens qui ont éloigné de cette occupation une partie de ceux qui s'y étoient livrés, & peut-être encore, aux ravages que font les poissons voraces, tels que les marfouins : nous avons été frappés en effet de leur multitude, pendant que nous parcourions les côtes du pays de Caux; & un Auteur judicieux, auquel nous sommes redevables d'un *Essai sur l'histoire économique des mers occidentales de France*, en examinant les causes de la diminution du produit de nos pêches, observe (*pages 156 & suiv.*) qu'une des principales est le ravage que font les marfouins : il ne s'est pas occupé à détruire l'opinion qui attachoit cette perte à la récolte du varech.

Le point particulier sur lequel nous venons de nous étendre, exigeoit la plus scrupuleuse attention : les autres sujets de plaintes la demandoient aussi ; il étoit question en effet de reconnoître si la réduction du varech en soude occasionnoit la désolation dans le pays de Caux, & si la fumée qui résultoit nécessairement de ce travail étoit aussi funeste aux hommes que préjudiciable aux grains & aux fruits. Avant que d'éprouver par nous-mêmes tout l'effet de cette vapeur, & afin de ne rien négliger de tout ce qui pouvoit conduire au dernier degré de conviction, nous écoutames également, & ceux qui assuroient que cette fumée étoit dangereuse, & ceux qui protestoient qu'elle ne l'étoit point : nous consultames plusieurs Seigneurs riverains ; nous primes les témoignages des Curés dont les paroisses bordent les salais ; nous interrogeames des Fermiers auxquels nous étions souvent inconnus, & dont l'aveu par-là n'en étoit que plus naïf : nos courses fréquentes sur les côtes & dans la campagne, nous donnoient lieu sans cesse de

revenir sur le même sujet; on ne voyoit pas toujours l'intérêt que nous y prenions; & sous les apparences d'une conversation simple, nous obtenions sans déguisement les témoignages que nous désirions. Nous sentimes dès-lors qu'ils tournoient en général à favoriser le travail de la soude: on nous disoit bien d'un autre côté, & c'étoit le petit nombre, que la fumée du varech produisoit des maux réels; mais les faits sur cela manquoient d'une certaine évidence: on ne nous mettoit point à portée de les vérifier; & le point sur lequel on insistoit le plus vivement, étoit l'odeur désagréable que cette fumée répandoit: nous y fîmes attention; peut-être sans cet inconvénient auroit-on vu, sur les côtes du pays de Caux, cette fumée se répandre sans risques, & le travail de la soude auroit-il subsisté sans obstacles.

Après les informations que nous avions prises avec les précautions que l'amour de la vérité nous avoit suggérées, il ne nous restoit plus qu'à être témoins de la récolte du varech & de la réduction de cette plante en soude: le travail commença à Fécamp dans les premiers jours de Juin; les villages voisins s'y livrèrent bientôt, & tout concourut à la facilité de nos observations.

Les villages situés au bord de la mer ont un droit sur le canton de ces bords qui répond à leur étendue, pour y recueillir le varech: l'usage dans l'Amirauté de Fécamp, & usage autorisé par le Gouvernement, est de conserver à chaque particulier, pendant sa vie, la jouissance de la partie de ce canton qui lui a été une fois accordée: un rocher un peu saillant, quelque chose de distinctif sur la falaise sert de limite à chaque partie; un des habitans dont on connoît l'équité, veille à un partage aussi simple; les bornes déterminées dans le canton sont immuables, & les discussions y sont rares. La crainte qu'une *place* de varech (c'est ainsi qu'on nomme chacune des parties qui composent le canton) ne fût regardée insensiblement comme un Effet de succession, détermina sagement M. de Maurepas, sous le ministère duquel cet ordre fut établi, à ne la point laisser aux enfans après la mort de leur père, & à l'accorder à celui des habitans qui auroit été le premier inscrit pour en jouir. Mais cette règle sage souffre quelquefois des exceptions qui la font heureusement négliger sans l'affoiblir, & honorent

l'humanité. Une de ces exceptions, bien digne d'être remarquée, & dont nous fumes témoins, eut lieu à Senneville, village peu éloigné de Fécamp. Lorsque M. de Rouffeville, Lieutenant de l'Amirauté, fit assembler les habitans de ce village pour régler tout ce qui étoit relatif à la récolte du varech & aux changemens dans la distribution des *places* que les circonstances pouvoient occasionner, une veuve chargée de six enfans, le pria de lui accorder la *place* de varech qu'occupoit son mari, & la lui demanda comme l'unique ressource qu'elle auroit pour subsister: M. de Rouffeville, touché de son état, lui dit que quoiqu'il respectât un usage établi depuis long-temps, il y dérogeroit néanmoins si tous les habitans & celui sur-tout que regardoit cette *place*, vouloient bien y consentir: il n'y eut qu'une voix en faveur de la veuve, de la part de tous les habitans; ils observèrent même que la *place* qu'elle avoit demandée ne lui procureroit qu'un bénéfice médiocre, & ils représentèrent qu'il conviendrait de lui en accorder une autre plus avantageuse, dès qu'elle viendrait à vquer: celui (a) d'entr'eux, qui par l'abandon de la *place* dont il s'agissoit dans le moment, devoit mettre le comble à cet acte d'humanité, avoit déjà, nous en sommes certains, disposé les habitans, avant l'assemblée, au consentement qu'ils donnèrent, & doublement bienfaiteur envers la veuve, il lui sacrifia tous ses droits (b).

Nous avons dit au commencement de ce Mémoire, que les falaises auprès de Fécamp sont fort élevées, & que les habitans des villages qui en sont voisins, trouvent dans les vallons ou gorges plus ou moins profondes qui sont entre ces falaises, une première facilité pour descendre sur le galet: mais de l'endroit le plus bas

(a) Pierre Malet.

(b) Nous fumes encore témoins à Saint Pierre-en-Port, village situé près de Fécamp, d'un sacrifice pareil & qui mérite également d'être connu. George Lapert s'y désista du droit qu'il avoit à une *place* de varech très-avantageuse; & il la céda volontiers pour la subsistance de la famille nombreuse de celui qui, par sa mort, avoit rendu cette place vacante. Ces traits d'hu-

manité ne sont pas rares parmi les ouvriers qui s'occupent de la fabrique de la soude: un objet d'utilité passe tout d'un coup dans leurs mains, en sortant souvent de celles de quelques infortunés: les besoins de ceux-ci sont évidens, & réveillent, même dans des hommes peu aisés, un sentiment de commisération plus fort que l'esprit d'intérêt.

du vallon au pied de la falaise, il y a toujours une hauteur assez considérable; alors on est contraint de pratiquer un sentier sur le côté à pic de la falaise, lequel fait face à la mer & a souvent à son sommet des masses énormes qui sont saillies. Ce sentier étroit & que la chute des rochers dégrade de temps en temps, est cependant la seule voie de communication qu'ils puissent établir pour descendre journellement sur les bords de la mer, & y conduire les chevaux que leur travail exige.

Lorsqu'ils ont arraché le varech, ils le transportent sur la partie élevée du galet où la marée ne doit pas monter; ils l'y étendent, l'y font sécher & l'amassent ensuite en monceaux aux pieds de la falaise où il doit être brûlé. Les fourneaux destinés à cette opération sont fort simples: une cavité de cinq à six pieds d'ouverture, pratiquée dans le galet même ou dans un terrain marneux, formée en cul-de-lampe, & dont la plus grande profondeur a dix-huit ou vingt pouces, devient bientôt un fourneau: un peu de paille qu'on y allume au fond, communique le feu au varech desséché dont on la recouvre légèrement; d'autre varech s'enflamme à l'aide de celui-ci; la combustion devient générale dans toute l'étendue du fourneau; la soude s'y forme à mesure que le varech se consume, & précipitée au fond, lorsque les plantes ont été totalement brûlées, elle y devient fluide, s'y condense en se refroidissant, & y acquiert toute la dureté de la pierre. Ce n'est pas ici le moment de donner le détail de cette opération, & de proposer les moyens de la perfectionner; nous passons à l'expérience qui fait évanouir tous les effets pernicioeux qu'on assuroit en résulter.

Le grand nombre de fourneaux auprès desquels nous nous sommes trouvés pendant qu'on y brûloit le varech, nous a mis à portée de juger de l'effet de la fumée qui s'en exhale & d'en ressentir toute la force: nous nous sommes tenus quelquefois pendant quatre ou cinq heures à l'embouchure des fourneaux; nous y avons répandu souvent nous-mêmes le varech; nous nous sommes exposés à dessein au courant de la fumée que le vent chassoit sur nous, & laquelle, par son épaisseur, nous déroboit à la vue de ceux qui étoient au bord du fourneau opposé à celui

où nous étions placés; nous avons répété cent fois ces épreuves; sans en avoir jamais ressenti la plus légère incommodité ni la moindre nausée*, soit que nous respirassions à jeun cette fumée, ou après le repas: elle ne produit pas même sur les yeux le picotement que celle du bois y occasionne quelquefois; & si son odeur nous a été désagréable, elle ne nous a pas paru absolument difficile à supporter: elle l'est moins sans doute, malgré l'opinion contraire, quand elle s'est étendue au loin dans les campagnes, & qu'elle frappe ceux qui la croient funeste: d'ailleurs, nous avons suivi plusieurs fois la fumée du varech, à mesure qu'en s'élevant au-dessus des falaises, elle se répandoit sur les blés & sur les pommiers en fleurs; son odeur régnoit toujours, mais elle étoit tout autre à l'embouchure des fourneaux; & il faut que nous ayons un préjugé à combattre sérieusement, pour insister ici sur une vérité dont il n'étoit pas à présumer qu'on doutât.

Les ouvriers de tout âge, de tout sexe, qui brûlent le varech; ne sont pas plus sujets que d'autres à des infirmités; leur travail, si l'on adopte la gaieté de leurs propos, contribue même à leur santé; quelques-uns d'entr'eux ont atteint l'âge de quatre-vingts & quatre-vingt-dix ans: le nombre des personnes qui depuis 1727 jusqu'en 1740, sont mortes dans huit paroisses situées sur le bord de la mer, avant qu'on y brûlât le varech, est égal au nombre de celles qui sont mortes dans ces mêmes paroisses depuis 1755 jusqu'en 1768, années où le travail de la soude y a été vif & sans interruption: il est assez ordinaire dans quelques villages situés au bord de la mer, d'employer cette plante sèche pour faire cuire les alimens dans l'intérieur des maisons, & pour y chauffer le four, sans qu'il résulte aucun accident de la fumée qui doit s'y répandre quelquefois abondamment, & qui y deviendroit bien plus nuisible qu'en plein air, si elle avoit quelque chose de

* On prétend que la fumée du varech, en se répandant dans la campagne, y a quelquefois affecté vivement des hommes qui conduisoient la charrue, & a excité en eux de violens vomissemens. Si ce fait est certain; si ces vomissemens n'ont pas eu une cause

étrangère à cette fumée, nous demandons pourquoi à l'embouchure même des fourneaux nous n'avons rien éprouvé qui tînt d'un accident aussi grave; pourquoi ne l'éprouvent jamais tous ceux qui brûlent le varech?

dangereux;

dangereux : nous passons nous-mêmes tout d'un coup de l'air qu'on respire à Paris, à celui qui est chargé de la fumée du varech ; nous nous exposons, à des reprises différentes & longtemps quelquefois, à toute l'épaisseur de cette fumée, comme les ouvriers ; nous la respirons plus développée en rase campagne, comme ceux qui s'en plaignent ; il n'en résulte pour nous, dans l'un & l'autre cas, ni le moindre accident, ni même une impression difficile à soutenir ; & l'on supposeroit encore que cette vapeur est pestilentielle, qu'elle ravage les bords maritimes de la province de Normandie ! Ne le dissimulons point ; une odeur désagréable produite par une cause très en grand & à laquelle on est tous les ans exposé, a fait naître des inquiétudes, bientôt de vives alarmes ; & l'on a cru enfin veiller au bien de l'humanité, en s'opposant à un travail, pour le maintien duquel l'humanité même, considérée du véritable côté, réclame par autant de voix qu'il y a de familles que ce travail fait subsister.

Nous ne nous arrêterons pas à prouver que les grains & les fruits de toute espèce ne reçoivent aucune altération qu'on puisse attribuer avec quelque fondement à la fumée de varech : une foule de témoignages authentiques, un point d'évidence où conduisent des faits recueillis en mille endroits, notre examen particulier dans les cantons où les accidens, s'ils étoient réels, auroient été les plus frappans, tout écarte l'idée de l'effet pernicieux dont il s'agit ; ou s'il existe en quelque degré, il échappe à l'attention de l'observateur & au coup-d'œil encore plus juste du fermier.

Nous n'ignorons pas que les terres qui bordent les falaises, donnent quelquefois peu de produit, quoique bonnes en elles-mêmes & cultivées avec soin ; mais combien ne sont-elles pas exposées à l'impétuosité des vents, aux pluies chassées avec violence & à la rigueur du froid ? En parcourant au mois de Mai dernier les côtes voisines de Fécamp, nous portames notre attention sur les blés qui se trouvèrent au bord des falaises ; ils avoient manqué par intervalles dans plusieurs pièces ; ils y étoient foibles & beaucoup moins fournis que ceux de l'intérieur des terres : on n'avoit alors ni brûlé ni même recueilli le varech : combien par conséquent, au moment de la récolte, n'eût-on pas été dans l'erreur, si, d'après

le préjugé ordinaire , on eût attribué aux suites du travail de la foudre le mauvais état des blés de ce canton ? A peine eumes-nous constaté ce fait , qu'on sema de l'orge dans quelques-uns des endroits où le blé avoit péri ; bientôt on alluma au pied des falaises un grand nombre de fourneaux ; & c'est au milieu des vapeurs presque continuelles qu'ils ont produites , que l'orge dont il s'agit a végété avec force , fleuri sans accidens & a dédommagé en quelque manière par son abondance , de la perte du froment qu'elle avoit remplacé. Desire t-on cependant une preuve précise & soutenue pendant une longue suite d'années , que cette fumée n'a rien de dangereux ni pour les hommes ni pour les grains & les fruits de toute espèce ? la voici & nous nous y bornerons. La ferme assez étendue de Reneville est située en grande partie sur la lisière d'une des falaises , entre lesquelles est le port de Fécamp , & s'y trouve exposée par-là à toute la fumée que donnent plusieurs fourneaux établis de distance en distance au pied de cette falaise. Les terres dépendantes de cette ferme ont été plusieurs fois la matière de nos observations : le beau coup-d'œil dont on y jouit parut d'abord au fermier qui les exploite , le seul motif qui nous y attiroit : au milieu de quelques détails relatifs à son état dans lesquels nous entrâmes , la première fois que nous nous entretenîmes avec lui , nous glissâmes un mot sur l'article du varech ; il nous répondit naïvement , que depuis un grand nombre d'années qu'il occupoit cette ferme , il n'avoit éprouvé aucun dommage dont la fumée du varech fût la cause : mieux instruit ensuite des raisons que nous avions pour connoître à cet égard l'exakte vérité , il n'en insista que davantage sur son premier aveu , & nous engagea même à parler en faveur d'un travail qui faisoit , disoit-il , la ressource des villages voisins. Voilà sans doute un témoignage non suspect , & donné dans une circonstance où le sentiment intime du vrai se développe sans déguisement.

Il semblera peut-être que les observations dont nous venons de rendre compte & les réflexions qu'elles ont fait naître , conduisent à une sorte de conviction au-delà de laquelle il seroit difficile d'aller dans une discussion de la nature de celle-ci ; on va voir cependant qu'elle peut être portée plus loin. Ces observations ont

été faites sur les côtes de la haute Normandie ; nous les avons répétées sur celles de la partie basse de cette province : disons plutôt que les choses s'y étant présentées à nous sous toute une autre face, à quelques égards, que dans le pays de Caux, notre attention s'y est presque bornée à la recherche de ceux qui pouvoient réclamer contre le travail de la soude & nous instruire des motifs de leur opposition ; cette recherche a été inutile. On brûle beaucoup plus d. varech dans les Amirautés de Cherbourg & de Barfleur, que sur toute la côte du pays de Caux : les falaises y ayant moins d'élévation que dans la haute Normandie, la fumée s'y répand plus facilement dans les campagnes ; les fourneaux y étant à peu de distance les uns des autres, cette fumée s'y soutient plus long-temps dans une certaine épaisseur ; & cependant la ville de Cherbourg, les Gentilshommes, les Seigneurs riverains, les Curés, tous les villages maritimes, demandent avec instance la conservation du travail de la soude : s'il ne se fût pas élevé à ce sujet des plaintes réitérées dans le pays de Caux, on n'auroit pas pensé, selon toute apparence, en basse Normandie, à la cause qui les a excitées.

On craignoit, lorsque nous y arrivâmes, que ces plaintes n'eussent fait sur nous quelque impression, sur-tout au sortir de l'endroit où elles avoient été les plus vives, & l'on s'y étoit disposé, par la réunion des faits les plus convaincans, à dissiper les fausses craintes qui auroient pu nous avoir été inspirées. Nous ne dîmes qu'un mot ; les inquiétudes qu'on avoit eues sur notre compte s'évanouirent ; les nouvelles preuves que nous demandions furent accumulées ; l'empressement qu'on avoit à nous les fournir annonçoit combien elles étoient constantes ; nous les recueillîmes dans des endroits éloignés de plusieurs lieues les uns des autres : l'accord de ces preuves, la manière simple dont elles étoient données, l'ensemble de nos observations, dont le détail fatiguerait, nous convainquit plus que jamais & de l'erreur où l'on étoit ailleurs sur les effets de la fumée du varech, & de l'avantage réel au contraire que tiroit le Commerce du travail dont il s'agit.

Qu'il nous soit permis d'ajouter ici un fait qui est d'une notoriété publique à Cherbourg, & qui porte l'évidence avec soi. D'ailleurs

M. de la Ville, Médecin de l'hôpital royal militaire & maritime de cette ville, & M. Fleuri, Chirurgien-major, sont garans de ce fait par un certificat authentique & bien détaillé que nous mettrons sous les yeux de l'Académie; en voici la substance. « Le 28 » Octobre 1770, le sieur Chisholm, Capitaine Anglois, se présenta, » en revenant de Gottembourg, au port de l'île de Guernesey; on lui » en refusa l'entrée sur le soupçon que la peste régnoit dans son vais- » seau; après avoir essuyé le même refus à l'île d'Aurigny, il vint » mouiller à la rade de Cherbourg; le port de cette ville lui fut aussi » interdit, jusqu'à ce qu'on fut certain qu'il n'y avoit aucun danger » à lui en permettre l'entrée. Le pilote Lamaneur alla au-devant de » lui, suivant l'usage, & sous prétexte que la marée étoit trop basse » pour qu'il fit entrer ce vaisseau dans le port, il le quitta & vint faire » son rapport tant à l'Hôtel-de-ville qu'au bureau de la Marine: mais » ce pilote Lamaneur ayant reconnu de trop près ce vaisseau qu'on » soupçonnoit d'être attaqué de la peste, & ayant eu même l'impru- » dence, à ce qu'on assure, de monter à bord du vaisseau, on chargea » M. de la Ville de prendre à l'égard de ce pilote & de ses quatre » hommes d'équipage, les précautions qu'il jugeroit convenables pour » écarter toute crainte qu'ils n'eussent gagné la peste par communica- » tion. Ce Médecin eut recours aux fumigations; il fit transporter » en conséquence une grande quantité de varech desséché, dans un » Fort isolé dont les murs sont baignés par la mer, & qui est situé à » une demi-lieue de Cherbourg: il obligea ce pilote Lamaneur & son » équipage de s'y renfermer, & leur recommanda de s'y exposer » pendant huit jours à de fortes fumigations, en brûlant les plantes » qu'on y avoit portées. M. de la Ville, accompagné du Chirurgien- » major, alla les voir, après cette épreuve: ils étoient tellement en- » fumés que ce Médecin jugea bien que les fumigations n'avoient pas » été ménagées; mais il les trouva très-sains, pleins de gaieté, ayant un » appétit qu'il étoit difficile de satisfaire; & sur son rapport ils furent » mis en liberté. »

Peut-être, sur l'exposé de ce fait, présumera-t-on que le vaisseau Anglois n'étoit pas véritablement attaqué de la peste, ou qu'au moins le pilote Lamaneur & son équipage n'avoient pas eu le temps de la gagner par une communication de quelques instans, & en

conclura-t-on que le remède étoit superflu ; mais il en faudra tirer une autre conséquence plus sûre que la première, c'est que la fumée du varech respirée long-temps & à un point qui auroit sans doute effrayé ceux qui s'en plaignent, n'a certainement rien de pestilentiel ; & c'est dans ce moment-ci l'unique vérité qui nous intéresse.

Nous prions l'Académie de négliger ici notre examen particulier, & de considérer simplement que ce qui alarme, dans le pays de Caux, un certain nombre de personnes, comme pestilentiel, ne paroît digne d'aucune attention sérieuse dans la basse Normandie, où la matière de ces inquiétudes est plus abondante que dans la partie haute de cette province : alors la Compagnie sentira que si les observations physiques ne sont pas absolument superflues pour connoître sur ce point la vérité, il y a au moins, sans leur secours, une conséquence bien naturelle à tirer d'un contraste aussi frappant.

Quoique le varech soit abondant en général sur les côtes de la basse Normandie, il ne l'est que dans certains cantons, & l'emploi qu'on y en fait n'est pas le même par-tout. Depuis Honfleur jusqu'à Armanche, village peu éloigné de Bayeux, les bords de la mer sont couverts de sable ou de galet ; on n'y voit des rochers que par intervalles, & conséquemment peu de varech ; il est en grande quantité au contraire dans l'étendue des sept lieues qu'il y a depuis Armanche jusqu'à Mezy ; l'Agriculture seule en profite ; & le varech d'échouage y fut si abondant l'année dernière, que les Laboureurs de dix-neuf villages voisins de cette partie des côtes n'en coupèrent point sur les rochers. On ne trouve plus cette plante que par intervalles depuis Mezy jusqu'à la Hougue ; la quantité même qu'on en découvre, à mesure qu'on s'approche de Barfleur, n'est pas considérable. Au-delà de cette ville les rochers sont couverts de varech : quoique d'un accès difficile, les Laboureurs y vont prendre la matière de leurs engrais ; ce qu'ils laissent, ainsi que ceux qui cultivent les terres entre Armanche & Mezy est abandonné, quelque-utile & considérable qu'en fût l'emploi. Mais lorsqu'on est une fois parvenu à Coqueville, village situé à deux lieues au-dessous de Barfleur, on voit que le travail de la soude marche de concert avec l'emploi du varech, comme engrais. La même intelligence règne dans tous les villages qu'on rencontre depuis ce dernier

jusqu'à Cherbourg, quoiqu'ils soient de l'Amirauté de Barfleur, où les Fermiers sont maintenus seuls, par l'Arrêt du Parlement de Rouen, dans la coupe annuelle du varech, & où ils pourroient écarter ceux qui le brûlent : mais ils ont sans cesse sous leurs yeux le bien que ce travail produit sans danger, & ne voient plus la loi qui en fait craindre les suites.

L'activité de ce travail, son étendue est sur-tout remarquable dans l'Amirauté de Cherbourg. On se rappelle sans doute, qu'en parlant de l'usage établi dans le pays de Caux, pour la récolte du varech, nous avons dit que les bords de la mer y étoient partagés en cantons annexés chacun aux villages voisins; & que ces cantons subdivisés eux-mêmes en autant de parties qu'il y a d'habitans occupés à faire de la soude, fournissoient à chacun d'eux la matière de leur travail, dans un espace limité. Les choses ne sont pas les mêmes à cet égard dans la basse Normandie; chaque village y jouit, à la vérité, d'une certaine étendue de terrain, à laquelle il a un droit exclusif, mais chacun des habitans n'y possède rien qui lui soit particulier. Le varech d'échouage appartient en effet au premier qui le recueille; & lorsque le temps fixé pour la coupe du varech, appelle sur les bords de la mer les habitans d'un village; ils se répandent sans distinction sur le terrain auquel ils ont droit. C'est, pour ainsi dire, une même famille que conduit un intérêt commun; ils coupent le varech dans l'endroit où ils se trouvent, l'y font sécher, l'amaissent en monceaux, & l'y réduisent en soude; alors le travail de chacun d'eux est distinct, mais il ne l'est qu'à leurs yeux; le varech nouvellement arraché & épars, celui qui est sec & en monceaux, les pains de soude, tout reste sur le rivage & y est en sûreté: lorsque la mer y occasionne quelque confusion, en allant au-delà de ses bornes ordinaires, l'équité naturelle remédie à cet accident imprévu, & procure à celui qui en a le plus souffert un dédommagement, auquel les autres habitans contribuent. Si un ordre bien observé, qui n'a rien cependant de la rigueur des loix, règne, comme on a vu, dans le pays de Caux, & fait l'éloge du Ministre qui l'a établi, l'accord qui subsiste en basse Normandie, dans l'exploitation d'un fonds commun, & où il n'y a point de propriété limitée, fait honneur à l'humanité.

Le fond de la Hague où nous avons pénétré, est une des parties de l'Amirauté de Cherbourg, où l'on fabrique le plus de soude, & où il y a le plus de facilités pour recueillir le varech. La pointe de la Hague seroit plus exposée qu'aucun autre endroit aux mauvais effets de la fumée du varech, s'ils étoient réels; la côte y est plate, le pays découvert, & un grand nombre de fourneaux bordent cette pointe: cependant le peuple y est vigoureux; les récoltes y sont bonnes suivant les saisons; le produit des prairies y est avantageux; quelques-unes y sont louées sur le pied de cent cinquante livres l'acre; enfin il ne s'y élève aucune plainte contre le travail de la soude; & jamais peut-être n'y eut-il aucun endroit qui, par sa position, fournit plus de prétextes à celles qu'une fausse crainte exciteroit. On a porté quelquefois le préjugé (car nous ne saurions trop faire sentir jusqu'où il s'est étendu), on l'a porté au point de prétendre que la fumée du varech influoit même sur les animaux, les écartoit des pâturages, les rendoit sujets à des accidens: combien dans ce cas-là ne se ressentiroient-ils point des effets de cette vapeur à l'extrémité de la Hague, que nous considérons en ce moment! On y élève des chevaux, on y engraisse des bœufs dans des prairies encloses à hauteur d'appui, de murs de pierre à sec; ces animaux y restent sans interruption pendant six mois, & y passent toutes les nuits: les moutons broutent quelquefois le varech desséché à côté des fourneaux où on le brûle; & aucune voix n'avertit des accidens que ces animaux y éprouvent. Il faut en convenir; ou il y a sur cela un préjugé étonnant, comme il règne à d'autres égards; ou tous ceux qui, dans l'Amirauté de Cherbourg, sont intéressés à la conservation des bestiaux, ont de concert, les yeux fermés sur ce qui peut y nuire.

Le village de Saint-Germain-des-Vaux, est situé à la pointe même de la Hague, & vis-à-vis l'île d'Aurigny: c'est le canton de la basse Normandie où la fabrique de la soude est le plus en vigueur. Ce genre de travail attire fréquemment sur les bords de la mer les habitans de ce village, & il est heureux qu'ils y soient souvent appelés. Il y a un écueil redoutable à un quart de lieue en mer de la pointe de la Hague: les habitans de Saint-Germain-des-Vaux sont connus par leur zèle pour secourir l'équipage des vaisseaux

qui se brisent contre cet écueil. On est saisi d'admiration & d'effroi en pensant à l'intrépidité de six de ces habitans, lesquels, avec le secours d'un très-petit canot & malgré une tempête furieuse, sauvèrent le 10 Février 1768, neuf hommes de l'équipage d'un Vaisseau qui avoit péri sur cet écueil : le temps ne nous permet pas de rapporter les détails surprenans de cette belle action ; le Roi qui en fut instruit par M. de Fontette, Intendant de Caen, accorda quinze cents livres de gratification à ces six habitans. Nous vîmes à la Hague le petit canot auquel ils avoient eu le courage de se confier, avec trois rames seulement ; nous fûmes étonnés qu'il eût pu contenir quinze hommes & résister pendant sept à huit heures à la violence des vagues, qui le transportèrent enfin à huit lieues de l'endroit où ces six habitans s'étoient embarqués. Nous sentîmes, en le considérant, que s'il est de la gloire des armes de suspendre dans nos temples les trophées d'une victoire qui est toujours achetée par le sang des citoyens, il seroit peut-être de l'honneur de la vertu d'y déposer un monument qui ayant servi à conserver la vie à des hommes, au péril de celle de leurs libérateurs, réveilleroit sans cesse dans les âmes le plus noble des sentimens, & deviendroît un témoignage public de l'intrépidité que ce sentiment inspire *.

Le

* Voici les détails de cette action qui méritent d'être conservés ; ils sont tirés de Mémoires fidèles qui ont été rédigés tant à la Hague qu'à Cherbourg, & dont l'exactitude nous y a été encore garantie de vive voix : nous ayons, il est vrai, inséré dans ces détails une circonstance intéressante que ces Mémoires ne portent pas ; mais nous l'avons recueillie nous-mêmes à la Hague, dans l'entretien que nous y avons eu avec quelques-uns de ceux qui ont mis tant d'activité pour entreprendre cette action, & de fermeté d'âme pour la consommer. Le 10 Février 1768, Jacques Revers, de la paroisse de Saint-Germain-des-Vaux, au cap de la Hague, Gardépêche en l'Amirauté de Cherbourg & Fabriquant de soude, se trouvant sur

le bord de la mer, vers les sept à huit heures du matin, aperçut un vaisseau renversé que l'impétuosité du vent & une forte marée entraînoient avec autant de rapidité que si le bâtiment eût été dans sa position naturelle. Ému de compassion pour l'équipage de ce vaisseau qui devoit être dans le plus grand danger, si même il n'avoit pas péri, cet homme courageux se détermine sur le champ à porter, s'il est possible, du secours à ces infortunés : il cherche parmi les habitans du même village des hommes qui veuillent l'aider dans son entreprise : il en trouve cinq, qui sont Jacques Digard, fils de Louis Digard ; Jacques Digard, fils de Pierre ; Aubin Digard, Pierre Digard & Denys Martin, tous fabriquans de soude. Ces six hommes, sans perdre

un

Le précis purement hiflorique que nous venons de donner, fuffira fans doute pour faire connoître que les alarmes qu'on a eues dans le pays de Caux n'ont aucun fondement réel; qu'elles euſſent été diſſipées par un examen où la mauvaïſe odeur de la fumée du varech ne fût entrée que pour ce qu'elle eſt, & ſurtout par la comparaïſon des deux parties de la province de Normandie où la même cauſe ayant lieu, un effet égal doit y être remarqué. Il étoit eſſentiel d'abord que nous nous bornaſſions à expoſer ce qui intéreſſe le plus le Gouvernement & ce qui a été le motif principal de nos recherches. Nous réfervons pour un Mémoire particulier le détail des obſervations que nous avons faites

un inſtant, & la plupart en ſabots, s'embarquent dans un petit canot qui étoit à ſec ſur le bord de la mer; ils oublient qu'ils n'ont qu'une foible connoiſſance de la Marine, que trois rames ſeulement ſont leur reſſource, & ils ne penſent pas même malheureuſement à emporter avec eux la moindre nourriture. Ils firent les plus grands efforts pour joindre le bâtiment renverſé; malgré l'agitation violente de la mer & la force du vent, ils l'atteignirent enfin vers les neuf heures du matin; ils virent qu'il y avoit encore neuf hommes en état d'être ſecourus; ils craignoient cependant que leur bateau ne fût trop petit pour contenir quinze perſonnes, & ils ſe diſpoſoient à retourner en chercher un ſecond, lorſque les cris & les ſuppliations des matelots qui étoient dans le navire les arrêrèrent & les déterminèrent à riſquer leur propre vie pour les ſauver. Ils ne vinrent à bout de les recevoir dans le petit bateau qu'après une patience & un travail de près de deux heures, parce que tous ceux qu'ils vouloient ſecourir étoient diſperſés dans les manœuvres du vaiſſeau, dont la ſituation empêchoit le bateau d'approcher: enfin au moyen d'un crochet & de quelques cordes, tous étant embarqués, leurs

généreux libérateurs les firent coucher dans le fond du petit bateau, & animés de nouveau par la préſence de ces neuf hommes qui leur devenoient ſi chers, ils forcèrent de rames pour gagner la côte: malgré le vent furieux qui les en éloignoit & la force des vagues qui les inondoient par intervalles, ils ne perdirent point courage & abordèrent enfin, à cinq heures du ſoir, après ſix heures de travail, percés d'eau, épuisés de faim, de ſoiſ & de fatigues, à huit lieues de l'endroit d'où ils étoient partis. Un de ceux qu'ils avoient ſauvés expira une heure après qu'ils l'eurent recueilli; un autre mourut le lendemain; de ſorte que des neuf hommes qu'ils avoient tirés d'un auſſi grand péril, il n'y en eut que ſept qui échappèrent à la mort, c'eſt-à-dire, le ſecond Capitaine, le ſecond Lieutenant & cinq Matelots: peut-être auroit-on pu conſerver la vie aux deux autres qui moururent, après avoir été ſauvés du naufrage, ſi, dans l'exténuation où ils ſe trouvoient, on les avoit ſoutenus par un peu de nourriture, ou au moins par quelque liqueur; car ce fut le premier ſecours que ces neuf hommes demandèrent dès qu'ils eurent été reçus dans le bateau; mais comme on a vu plus haut, l'emprefſement de ceux qui les ſecoururent leur

Mém. 1771.

Tt

sur les différentes espèces de varech que nous avons vues le long des côtes de Normandie, sur leur accroissement successif, leur reproduction, & nous en donnerons le dessin dans tous les âges où nous avons considéré ces plantes. Nous rapporterons les expériences qui ont été faites & que nous avons répétées, dans la vue de prouver qu'il y a plus d'avantage, pour la reproduction abondante du varech, d'arracher cette plante que de la couper, quoique cette dernière manière d'en faire la récolte, soit prescrite par les Ordonnances : nous y ajouterons les réflexions qui peuvent porter le Conseil à un changement aussi digne d'attention ; & auxquelles nous avons été conduits, par un examen scrupuleux des

fit oublier tout autre soin, & les exposa eux-mêmes, à l'épuisement total de forces, auquel, selon toute apparence, ces deux Matelots succombèrent.

Par le rapport que firent à l'Amirauté de Barfleur les sept hommes dont la vie fut conservée, on apprit qu'il montoient le navire le *Joseph-Marie*, de Saint-Malo, du port de deux cents trentetonneaux & de vingt-sept hommes d'équipage, commandés par le Capitaine le Cestre ; que ce vaisseau étoit parti de Marseille pour le Havre, & que sa cargaison en savon, en huile & en coton étoit estimée soixante mille livres. Suivant ce même rapport, le 10 Février, à quatre heures du matin, le bâtiment toucha un rocher sous l'eau, dans le *Raz-Blanchard*, écueil depuis long-temps funeste, qui est à la pointe de la Hague en basse Normandie. Le Capitaine perdant toute espérance de conserver le Navire, tant il étoit battu par la force des vagues & la violence du vent de Sud, fit jeter les chaloupes en mer, afin de sauver au moins l'équipage ; mais à peine s'y furent-ils tous embarqués que le Bâtiment se renversa sur le côté, tomba sur les chaloupes & les fit couler à fond ; plusieurs de ceux qui y étoient se sauvèrent à la

nage, saisirent les manœuvres du vaisseau & s'y tinrent le mieux qu'ils purent, soit en se liant avec des cordes, soit en s'y accrochant seulement avec les mains : ils se voyoient périr les uns après les autres, & il n'en restoit plus que neuf lorsqu'ils furent secourus par les six hommes intrépides dont le nom ne doit jamais être oublié. On a remarqué sans doute que quatre d'entr'eux sont de la même famille ; un cinquième, bien digne de lui appartenir, nommé François Digard, voyant le péril où étoient, & ceux qu'il s'agissoit de secourir, & ceux qui dans ce dessein alloient exposer leur vie, monte à cheval, demande du secours le long de la côte ; parvient bientôt au village d'Omonville & fait à l'équipage d'un petit vaisseau les plus vives instances pour obtenir ce secours ; mais ses instances sont inutiles ; la tempête intimide cet équipage, & ne rend que plus digne d'admiration le courage des six habitans du village de Saint-Germain-des-Vaux, qu'un temps effrayant, même pour des Marins, n'avoit pas été capable d'arrêter.

Qu'il nous soit permis de faire ici une réflexion sur l'influence avantageuse qu'une simple manufacture & les liaisons inséparables du commerce ont eue sur les mœurs, dans un pays

endroits du rocher où chacune des plantes arrachées avoit pris sa naissance, & des endroits où il restoit encore une partie des tiges du varech qu'on avoit coupé.

Quoique la méthode de faire la soude soit fort simple au premier coup-d'œil, cependant tous les ouvriers n'y réussissent pas également: il y a dans la construction des fourneaux, dans la manière d'y entretenir un feu vif & égal & d'y terminer l'opération, des précautions à prendre, un certain art dont on ne juge bien qu'en le suivant sans interruption & en comparant la méthode d'un ouvrier avec celle d'un autre. Nous entrerons dans tous les détails qui concernent la fabrique de la soude, en y joignant de courtes observations: peut-être contribueront-elles à perfectionner ce travail; mais nous ne dissimulerons point que l'intelligence de quelques

où aucun motif dominant ne servoit à rapprocher les hommes entr'eux, avant qu'un établissement utile les eût appelés à un travail en société, à des vues communes d'intérêt & à des bénéfices légitimes. La Hague a été considérée long-temps comme un canton de la basse Normandie où le peuple étoit d'un naturel féroce, capable dans certaines circonstances des plus grands excès, & dont l'extérieur seul annonçoit le caractère barbare. C'est apparemment de l'impression générale qu'avoit fait sur les esprits l'opinion où l'on étoit à l'égard de la dureté du peuple de ce canton, que le terme de *Hagard* a pris son origine, pour exprimer d'une façon énergique, soit l'indocilité & la rudesse de l'esprit, soit ce qu'il y a de plus farouche dans le coup d'œil.

Cette opinion n'étoit point sans fondement. Plusieurs procès-verbaux dressés dans ce canton par les Officiers de l'Amirauté de Cherbourg, font voir que le brigandage régnoit il y a soixante à quatre-vingts ans dans ces confins de la basse Normandie, que le peuple n'y étoit attentif qu'à profiter des suites malheureuses des naufrages, lesquels y étoient assez fréquens, & qu'il y a

commis quelquefois des crimes atroces pour satisfaire son avidité. La misère sans doute le portoit plus à ces excès que la férocity du naturel; il avoit peu de ressources pour subsister; & dans un instant, un Vaisseau brisé sur la côte fournissoit des vivres à ce peuple, ou des marchandises dont le débit lui en procuroit bientôt.

Mais les choses ont totalement changé de face dans le canton de la Hague, depuis que le travail de la soude s'y est établi & y est devenu pour les habitans une voie honnête, un moyen constant de subsister. Attentifs à tirer parti de toute l'abondance du varech qui croît sur les bords de la mer, où ils se trouvent placés, ils se sont accoutumés insensiblement à ne connoître d'autres profits que ceux de leur travail: cette heureuse habitude en a écarté le crime; elle a peu à peu adouci leurs mœurs; ils n'ont plus vu dans les désastres d'un naufrage que des hommes à secourir & des marchandises à conserver pour les propriétaires; enfin quelques-uns d'entr'eux sont devenus capables, comme on vient d'en juger, d'une action vraiment héroïque, & telle qu'on l'espéreroit à peine du peuple le plus policé.

ouvriers nous a mis sur la voie pour le bien connoître ; & il ne nous restera guère que le soin de former un ensemble de ce qui nous a paru le meilleur dans la pratique que chacun d'eux a adoptée.

On regardera peut-être comme superflue l'analyse des cendres de varech que nous nous proposons encore de donner comme une suite naturelle de nos recherches , après le Mémoire que M. Cadet, Membre de cette Académie, a publié dans le Recueil de 1767, & où cette analyse est faite avec toute la précision quelle exigeoit ; mais M. Cadet n'étoit pas bien certain que la soude qu'il avoit employée fût le produit du varech pur ; & il ignoroit absolument quelles étoient les espèces de cette plante qui avoient été réduites dans la soude dont il avoit fait usage. Nous aurons au contraire sur cela une certitude qu'il n'avoit pas pu acquérir : l'analyse que nous donnerons sera, sans aucun doute, celle de la soude de varech pur qui aura été brûlée sous nos yeux , ou que nous aurons brûlée nous-mêmes ; & peut-être y remarquera-t-on quelques différences relatives aux espèces de cette plante dont les cendres auront fait la matière de notre examen.

Tel sera le résultat du travail dont nous avons été chargés. Si la réflexion que nous faisons au commencement de ce Mémoire, sur la consistance plus assurée que prend quelquefois un établissement par les obstacles même qu'il a éprouvés, peut recevoir ici une application ; si l'Académie daigne avouer ce travail, qui est soumis à ses lumières, elle contribuera, par l'avis qu'elle proposera au Conseil, à maintenir une des branches importantes du commerce ; à la porter, peut-être utilement, au-delà des bornes qu'elle a aujourd'hui, à la perfectionner dans son principe, & à conserver à une multitude de familles indigentes un moyen certain de subsister.

ON a vu, au commencement de ce Mémoire, que M. Guettard, chargé comme nous de faire des recherches sur le sujet que nous venons de traiter, tourna ses vues du côté de la Méditerranée pour s'y livrer à des Observations correspondantes & recueillir sur les bords de cette mer tous les faits relatifs à l'objet commun de notre travail.

Quoique son dessein principal fût d'examiner le varech sur les côtes de la Méditerranée, il a néanmoins dirigé sa marche, de

manière qu'il a pu considérer encore cette plante sur les bords de l'Océan, & comparer par-là les observations qu'il a été à portée de faire dans des pays différens.

La longueur du voyage qu'il avoit entrepris, ne lui a permis d'instruire l'Académie du résultat de ses recherches qu'au commencement de Novembre 1771, & quelques jours avant que ce Mémoire fût lu en public. La substance de la lettre que M. Guettard a écrite à l'Académie, quadre avec les observations détaillées que nous venons de présenter. En vain cet Académicien dont on connoît le zèle & les lumières, a-t-il cherché sur le varech quelque dépôt de frai de poisson, soit à l'étang de la Teste près de Bordeaux, à Bayonne, à Biarritz, à Bidar, à Saint-Jean-de-Luz, &c. soit à Aiguemortes, à Cette, à Marseille, à Saint-Tropez, à Antibes, &c. M. Guettard n'a aperçu sur le varech aucun vestige de frai de poisson. Les pêcheurs qu'il a interrogés à ce sujet, l'ont tous assuré que les poissons ne déposent point, comme nous l'avons dit nous-mêmes, dans des endroits fortement battus par les flots, & tels que les rochers sur lesquels croît le varech; qu'ils cherchent des lieux calmes, profonds & très-éloignés des bords de la mer; qu'un grand nombre d'entr'eux déposent leur frai à la surface ou dans l'intérieur des sables; & que si certains poissons approchent quelquefois du rivage pour y mettre au jour leurs petits, ces poissons qui appartiennent à la classe des vivipares, ne sont pas certainement ceux dont on s'occupe lorsqu'on se plaint du foible produit de nos pêches: d'ailleurs quand on s'en occuperoit sous ce point de vue, croit-on que le jeune poisson de cette espèce, encore foible & délicat, pût trouver un asyle sûr entre des rochers où les vagues se brisent sans cesse avec violence, & qu'il y fût à l'abri des accidens dont nous avons parlé?

Les observations que des personnes instruites ont communiquées à M. Guettard, pendant le cours de son voyage, & les siennes propres, le portent à regarder les abus qu'il y a dans les pêches & sur-tout certains filets destructeurs, tels que la *Traine*, dont on fait usage dans quelques endroits, comme une des causes principales de la diminution qu'on remarque aujourd'hui sur ces pêches.

On ne réduit point le varech en soude sur les côtes de la Méditerranée, mais on y brûle le *salicor*, plante maritime que l'on

cultive dans la partie des marais que la mer abandonne pendant l'été, & qu'elle abreuve tant en hiver que dans les gros temps. Plusieurs Médecins que M. Guettard a consultés sur les effets de la fumée du *salicor*, l'ont tous assuré qu'il n'en résulloit rien de dangereux; il a reçu une réponse pareille des habitans du pays qu'il a interrogés sur cet article; & ceux-mêmes d'entr'eux qui sont le plus attentifs à leur santé, ne le sont point à cette fumée comme capable de l'altérer.

Un des points les plus essentiels du Mémoire qu'on vient de lire, est la discussion dans laquelle nous y sommes entrés sur les endroits où il paroît assez constant que les poissons déposent leur frai, à l'exclusion d'un endroit particulier où l'on a prétendu, d'après une opinion peu fondée, que le frai du poisson se trouve, tandis qu'il ne seroit pas même naturel (admit-on dans cet endroit le dépôt du frai contre tout ce qui résulte d'un examen suivi) que ce dépôt pût y subsister.

Qu'on veuille bien se rappeler actuellement que M. Fongeroux & moi, dans la circonstance où nous étions séparés, & où nos observations n'étoient pas concertées, nous n'avons trouvé sur le varech aucune trace de frai de poisson, & que dans le temps où nous nous sommes réunis, les recherches que nous avons faites de concert ont été tout aussi inutiles sur cet article important: que l'on considère sur-tout qu'au moment où nous allions rendre compte au public de nos observations, M. Guettard, avec lequel nous n'avions eu aucune communication depuis son départ de Paris, a confirmé par sa lettre ces observations, dans tous les points où il lui a été possible d'en faire de correspondantes: enfin qu'on se rende attentif à un résultat aussi uniforme, que des recherches sur les côtes de l'Océan & sur celles de la Méditerranée ont fait établir nettement, & l'on sentira que si ce résultat ne devient pas encore une conclusion certaine pour l'objet particulier dont il s'agit dans ce moment-ci, au moins conduit-il à une vraisemblance à laquelle on se prêtera sans doute, jusqu'à ce que la vérité, si nous ne l'avons pas découverte, soit dévoilée par des hommes plus éclairés que nous.



PREMIER MÉMOIRE

SUR LES

PRINCIPALES MANIPULATIONS

*Qui sont en usage dans les Papeteries de Hollande,
avec l'Explication physique des résultats
de ces manipulations.*

Par M. DESMARETS.

DEPUIS que j'ai eu des occasions fréquentes d'étudier les différentes manipulations en usage dans les Papeteries de France, & de faire une comparaison suivie des papiers qu'on y fabrique avec ceux qu'on tire de Hollande, j'ai été convaincu que les Hollandois employoient à la préparation de leurs papiers des procédés qui nous étoient totalement inconnus, & à l'aide desquels ils leur communiquoient certaines qualités que nous avons tenté depuis long-temps de donner aux nôtres. On sait que les papiers de Hollande, destinés la plupart à l'écriture & au dessin, ont une surface très-douce & très-unie : que le fond de l'étoffe a une souplesse qui ne nuit point à la force : qu'ils ont une teinte légère de bleu qui éclairecît avantageusement le blanc de la pâte, & qu'enfin ils sont bien collés & également collés dans toute leur surface. On leur reproche, il est vrai, avec quelque fondement ; 1.^o de se couper dans les plis lorsqu'ils sont exposés à un certain frottement ; 2.^o d'empâter le bec de la plume, lorsqu'on écrit long-temps avec la même plume ; 3.^o de n'être pas propres comme ceux de France à l'impression des livres, & sur-tout à celle des cartes & des estampes, parce qu'ils résistent à la presse du taille-doucier.

D'un autre côté, les papiers fabriqués dans les moulins de France & destinés à l'écriture, même ceux d'une qualité supérieure, les pâtes super fines de l'Auvergne, de l'Angoumois & du Vivarais,

20 Février
1771.

ont communément à leur surface une infinité d'aspérités, & présentent un grain peu adouci qui s'oppose à chaque mouvement de la plume : le fond de l'étoffe a une roideur assez peu traitable, même après qu'ils ont passé sous la lisse ou sous le marteau : enfin ils sont collés si foiblement & si inégalement qu'à peine peut-on en trouver qui soient propres au dessin & aux enluminures.

D'après une différence aussi marquée dans des parties essentielles, observées constamment entre les papiers fabriqués en Hollande, & ceux qui sortent de nos meilleures manufactures, je soupçonnai que l'art de la papeterie en Hollande étoit en possession de certaines manipulations totalement inconnues en France ; & je fus confirmé encore davantage dans cette présomption, en n'observant par rapport à ces points essentiels qui sont la douceur de la surface & la souplesse de l'étoffe, aucune amélioration bien sensible dans les papiers qui portoient l'attache des fabriques où l'on avoit introduit les cylindres Hollandois. Je puis citer ici les papiers ordinaires de Montargis, de Montbron en Angoumois, & de Voujeaud en Bourgogne. J'attribuois ces qualités inestimables du papier de Hollande, à certaines manipulations délicates, que n'avoient pas saisies ceux qui s'étoient occupés de l'introduction des cylindres en France. Je n'étois pas ébranlé par les discours vagues de quelques-uns des fabricans François, qui ayant visité des moulins Hollandois, m'assuroient n'y avoir vu que ce qui se pratique journellement dans les nôtres, & qui attribuoient aux fortes presses que les Hollandois ont dans leurs salles, la douceur & la souplesse de leurs papiers. Pour convaincre ces fabricans du peu de fondement de leurs prétentions, je fis mettre à différentes fois, sous une presse d'apprêteur, des papiers fabriqués dans nos moulins, & sur-tout du *pro Patria* fabriqué à Montbron, dont la pâte, triturée avec les cylindres, étoit aussi fine & aussi blanche que celle des papiers semblables, faits en Hollande. Les papiers François, soumis à cette épreuve quatre à cinq jours de suite, pendant lesquels je fis toujours augmenter la compression, en sortirent avec un grain très-peu adouci, avec des aspérités très-multipliées à la surface, & avec la même roideur dans le fond de l'étoffe : on verra par la suite les raisons du peu de succès de la presse sur ce papier.

En

En conséquence de tous ces motifs, je sentis la nécessité de voir en détail tous les procédés des Hollandois, & de les voir, relativement aux résultats dont j'ai parlé, pour les introduire, s'il étoit possible, dans nos fabriques. Comme j'avois étudié l'art de la Papeterie en France, j'étois en état de distinguer, parmi les procédés Hollandois, ceux qui méritoient une attention particulière, quoique simples en apparence, d'avec ceux qui n'avoient rien de plus avantageux que les manipulations en usage dans nos moulins. Je communiquai mes vues à M. Trudaine, dont on connoît le zèle pour la perfection des Arts; il crut mes raisons assez fondées, & l'objet assez important pour mériter un voyage en Hollande: c'est la suite raisonnée des principales observations que j'ai faites dans les moulins de Hollande & de Flandre, que je vais avoir l'honneur de présenter à l'Académie; je m'attacherai à donner d'abord la description des procédés particuliers aux Hollandois, & j'aurai soin de les comparer avec les parties de notre travail qui y correspondent; ensuite j'indiquerai la différence des résultats & je ferai envisager les raisons physiques de cette différence.

Je ne crois pas devoir m'attacher ici à décrire toutes les petites manœuvres que j'ai eu occasion de remarquer, & qui, quoique très-avantageuses, n'entrent pas dans le fond du travail des Pape-teries Hollandoises, auquel je me borne dans ce Mémoire. Je veux, par cette suppression, mettre plus de suite dans les procédés principaux, & par ce rapprochement, établir, d'une manière plus frappante, la différence des procédés de France & des procédés Hollandois; afin de démontrer, avec plus de précision, les avantages qui nous manquent, & les moyens simples & sûrs de les obtenir.

Comme toutes les opérations dont je vais m'occuper, ont principalement pour but de donner une sorte d'apprêt à l'étoffe du papier, j'ai cru devoir mettre sous les yeux de l'Académie, l'ébauche grossière de cette étoffe, & insister sur le premier état où elle se trouve, avant que de subir ses différens apprêts. Ces détails qui doivent naturellement précéder ceux des apprêts, serviront à faire saisir plus facilement les raisons de ces apprêts & les nuances de leurs effets.

La pâte qui sert à former une feuille de papier, est reçue, comme tout le monde sait, sur une grille de fil de laiton, plus ou moins fin, dont les brins sont placés parallèlement, & maintenus dans cette disposition par un tissu du même fil. La suite des fils de laiton parallèles se nomme *verjure*, & le tissu *menu-cordion*; cette espèce de toile est non-seulement tendue & assujettie par les extrémités à un cadre de bois, mais encore soutenue dans le milieu par plusieurs traverses, aussi de bois, qu'on nomme *pontuseaux*. En conséquence de cette construction, il est aisé de sentir que l'étoffe du papier, formée sur cette toile, doit prendre & conserver les impressions de toutes les pièces qui composent son tissu & des vides qui se trouvent entre ces pièces.

Dans le dessein de faire voir toutes ces impressions bien conservées sur une feuille de papier, je fis fabriquer, avec les formes du carré ordinaire quelques feuilles, que j'y laissai sécher : après quoi, j'essayai de les enlever doucement ; à mesure que je les détachais, je suivais le détail des impressions que la toile y avoit produites. J'aperçus d'abord que les traces des fils de laiton, tant de la *verjure* que du *menu-cordion*, étoient sillonnées en creux du côté adhérent à la forme, & que chacune des impressions en creux, étoit séparée par une forte saillie qu'avoit produit la pâte, en s'insinuant dans les intervalles des fils de laiton : en sorte que la feuille de papier, de ce côté, présentait l'aspect d'une étoffe cannelée. Sur la face opposée, la trace de la *verjure* étoit relevée en bosse, & ce détail formoit des éminences arrondies & parallèles qui couvroient toute la surface de la feuille : il en étoit de même de la trace en relief du *menu-cordion*, des lettres & de la marque du papier, excepté qu'elle étoit plus prononcée que les premières.

Voilà donc la première ébauche de l'étoffe qui sert de base au papier, & qui se trouve soumise à toutes les opérations subséquentes de la papeterie : c'est de cette base que j'ai cru devoir partir, pour rendre compte plus exactement de l'esprit des manipulations & de leur influence dans la préparation du papier. Cependant comme dans le papier qui a reçu ses derniers apprêts, on reconnoît encore toute la régularité de ces premières impressions,

il est visible que ces apprêts ont pour but d'adoucir ces impressions, sans les faire disparaître entièrement : j'indiquerai donc ici les principales nuances par lesquelles tout ce travail s'exécute.

Le coucheur, en renversant sur le feutre la forme chargée d'une feuille de papier, aplatit un peu les éminences arrondies qui sont tracées sur l'une de ses surfaces, & fait qu'une partie des creux produits par la verjure sur l'autre se remplisse en même temps. Cependant l'effort qu'il fait pour détacher les parties de la feuille engagées entre les fils de laiton, produit une infinité de petits poils qui paroissent le long des parties saillantes.

Sous la presse, avec les feutres d'abord, ensuite en porfes blanches sans les feutres, ce travail se continue ; les vestiges des baguettes arrondies qui sont le relief des verjures s'aplatissent totalement, mais les traces des parties saillantes formées dans l'intervalle des fils de laiton deviennent saillantes des deux côtés en conséquence de leur épaisseur, & s'arrondissent par la presse : on trouve toujours sur les deux faces des feuilles de papier, deux systèmes de baguettes proéminentes, dont on voit aisément la cause si l'on a suivi, comme je l'ai fait, le progrès de tout ce travail ; mais après que les porfes blanches ont passé sous la presse de la cuve, il s'en faut bien que toutes les aspérités & tous les petits filamens occasionnés par la forme aient disparu ; c'est pourtant à ces seules opérations que se bornent en France tous les apprêts qui ont pour but d'adoucir la surface du papier. Les Hollandois ne laissent pas le leur dans cet état d'imperfection, comme je le ferai voir par la suite de ce Mémoire.

Les baguettes aplaties formées par l'intervalle des fils de laiton des deux côtés, & qu'on peut suivre à l'œil sur la surface du papier apprêté, forment ce qu'on appelle *le grain du papier* ; grain que les manipulations doivent adoucir, comme je l'ai déjà observé, sans le faire disparaître ; grain qui se détruit presque entièrement sous la lisse ou sous le marteau. C'est ce grain toujours reconnoissable dans les papiers de Hollande les plus doux, qui a servi à me prouver que les Hollandois n'adoucissoient pas le papier par le lissage & par le battage, mais par des manœuvres totalement inconnues dans nos fabriques.

Le grain du papier est souvent défiguré par les feutres lorsque ces étoffes, n'étant point garnies à leur surface d'un lainage abondant qui en doit couvrir exactement le tissu intérieur, le laissent à découvert. Si l'on couche les feuilles de papier dessus ces sortes d'étoffes peu garnies de laines, où qu'on les soumette à la presse au milieu de ces étoffes, elles prennent la trace de leur tissu dans les endroits mal couverts; & ces nouvelles empreintes réunies à celles du grain composent une espèce de surface chagrinée irrégulièrement. Pour prévenir ces inconvéniens les Hollandois apportent à la fabrication de leurs feutres la plus grande attention; ils composent la trame de ces étoffes avec des laines longues de Frise & de Northollande, & ils ont soin d'ailleurs de les teindre dans une forte décoction d'écorce de chêne & d'aulne, qui contribue par sa stipticité à coucher le lainage sur le tissu, à le feutrer & à rendre ces étoffes beaucoup plus durables que les nôtres qui n'ont pas reçu ces préparations.

Le grain du papier sert à des yeux exercés à reconnoître la finesse & l'égalité de la pâte comme le tissu dans les étoffes indique les qualités de la chaîne & de la trame. Tous ceux qui font usage du papier ont pu apprécier les avantages de celui qui a son grain adouci, sur un papier qui, l'ayant presque perdu totalement sous la lisse ou sous le marteau, ne présente qu'une surface unie sur laquelle les mouvemens de la plume sont incertains; d'un autre côté ils ont senti les obstacles qu'un grain trop gros, inégal, rempli de filamens mal couchés, oppose à ces mouvemens. Pour montrer maintenant comment les Hollandois sont parvenus par leurs procédés à communiquer au papier le degré d'apprêt le plus favorable à ses usages sans détruire son grain, je crois devoir m'attacher à décrire trois points principaux de leur travail, parce que la discussion de ces trois points suffira pour donner une idée complète de leur méthode. Je parlerai donc 1.^o de l'échange en porfes blanches; 2.^o de la construction & de l'avantage de leurs étendoirs; 3.^o de leur collage & de l'échange après le collage. J'indiquerai rapidement à chacun de ces articles tout ce qui concerne la pratique françoise, afin qu'on puisse en faire la comparaison.

ARTICLE PREMIER.

De l'échange en porfes blanches.

EN général les pâtes des plus beaux papiers de Hollande ne font pas supérieures à celles qu'on emploie en France pour les papiers de la plus belle qualité ; ainsi je n'ai pas trouvé une différence notable par rapport à la finesse & à la blancheur entre les pâtes avec lesquelles les Hollandois fabriquent le *Pro patria*, le *grand* & le *petit Cornet*, la *Tellière*, le *papier aux Armes*, la *Couronne*, le *petit Lys* & le *Griffon*, & celles dont nous composons les sortes correspondantes en France. Comme la réputation bien méritée des premiers ne me paroît pas pouvoir être rapportée à cet article, ainsi qu'on l'avoit assuré sans aucune preuve, je ne crois pas devoir m'arrêter à discuter ce qui concerne les matières premières du papier. Je suppose donc que le papier est fabriqué ; qu'il est sorti des mains des premiers ouvriers de la cuve, qu'il a passé sous la presse avec les feutres, & sans les feutres en porfes blanches : toute la suite de ces manipulations est assez la même en France comme en Hollande. Voici le point où j'ai commencé à trouver une différence remarquable dans la fabrication. Suivant la pratique constante des fabriques françoises, on transporte à l'étendoir le papier dès qu'il a passé rapidement sous la presse de la cuve. Dans cet état il conserve, comme je l'ai fait observer, beaucoup d'inégalités & d'aspérités à sa surface ; & enfin il est encore pénétré d'une très-grande quantité d'eau surabondante. Tous nos étendoirs en France sont fort élevés & règnent ordinairement sur les autres bâtimens de la papeterie ; outre cela ils sont ouverts de tous côtés ; on les ferme avec des planches mobiles qui laissent beaucoup d'ouvertures par lesquelles l'air extérieur peut pénétrer très-aisément ; & en assez grande quantité pour y porter une température presque égale à celle qui règne au dehors ; en sorte que le papier étendu sur des cordes s'y trouve exposé à la chaleur ou au froid sans qu'on ait pensé à en ménager les effets. Quoique les particules de la pâte ne soient ni fortement adhérentes ensemble ni couchées exactement à la surface, ni rapprochées dans l'intérieur de l'étoffe du papier ;

cependant cette étoffe en séchant par l'action d'une chaleur vive, acquiert une roideur & une dureté presque inflexibles. Il résulte de-là que dès le commencement des apprêts, la dessiccation prompte & complète qu'éprouve le papier, donne aux aspérités & aux inégalités de la surface une consistance qui fait qu'elles résistent à toutes les manipulations qui les détruiroient par la suite, en adoucissant cette surface & en assouplissant l'intérieur de l'étoffe.

On sentira bien plus encore la conséquence de ces inconvéniens lorsqu'on aura suivi le travail des Hollandois, & qu'on aura vu avec quelle adresse & quelle attention ils ont su éviter les défauts de notre pratique : voici quelle est leur méthode. Un ouvrier, (c'est ordinairement celui qui a l'inspection de tous les travaux de la papeterie) prend le papier après qu'il a passé deux fois sous la presse de la cuve comme en France, le transporte dans une salle particulière qui est séparée de la chambre de la cuve ; cette salle est garnie de plusieurs presses & d'une table peu large & fort longue, au milieu de laquelle est une espèce de pupitre incliné vers la fenêtre qui reçoit le jour. L'ouvrier arrange le papier nouvellement fabriqué, par piles qui contiennent huit ou dix porfes : chaque porfe est distinguée par un feutre. Il établit deux piles sous chacune des presses ; lorsqu'une presse est garnie il la fait jouer sur les deux piles en ménageant d'abord la compression ; il revient à la presse plusieurs fois pendant trois heures, & il exprime par cette action successive l'eau surabondante qui sort des porfes blanches. Après que le papier a séjourné environ trois heures sous la presse, le même ouvrier le retire par parties en distribuant chacune des porfes le long de la table à la droite du pupitre ; ensuite il s'attache à la porfe la plus avancée, & la prenant par un des coins il soulève & baisse successivement la partie de la porfe qu'il peut saisir, & par ce mouvement il produit contre la surface de chacune des feuilles de papier un frottement réitéré qui, dans l'état de mollesse où elles se trouvent, en adoucit aisément le grain & couche exactement tous les filamens & toutes les aspérités qui peuvent être détachées à leur surface. On conçoit aisément qu'il fait la même opération sur les autres coins, afin de produire le même frottement dans toute l'étendue des feuilles de la porfe. Ce travail fini, il place

la porse sur le pupitre, & levant feuille-à-feuille il forme à côté un nouveau paquet, qui ne diffère de la première porse qu'en ce que les surfaces des feuilles qui se touchoient, & qui ont été frottées les unes contre les autres, correspondent à d'autres surfaces; en entre-mêlant ainsi les feuilles par une distribution différente, les surfaces d'une feuille sont exposées à d'autres surfaces, ce qui complète l'adoucissement de tout le grain: c'est cette opération, totalement inconnue dans nos fabriques, & que je rappellerai par la suite de ce Mémoire, sous le nom d'*échange*, qui constitue proprement le fond de la méthode Hollandoise, pour les apprêts de leurs papiers.

Après que l'ouvrier a fait passer ainsi à l'*échange* toutes les porses d'une pile, il soumet les autres piles à la suite des mêmes manipulations, & les arrange de nouveau sous les presses: à cette seconde pressée il ménage moins la compression, mais il a soin de l'augmenter par des progrès presque insensibles: au travail de la presse succède celui de l'*échange*, & l'une & l'autre opération se réitère jusqu'à trois ou quatre fois, suivant la sorte du papier & la qualité de la pâte; plus la pâte est fine, moins il est besoin d'échanger & de presser. Pour les grandes sortes, telles que le *Chapelet*, l'*Imperial*, le *grand Aigle*, il est important de soigner beaucoup l'*échange*, parce que le grain de la pâte est plus gros, & que d'ailleurs pour l'usage du dessin, la surface de ces papiers doit être adoucie avec la plus grande attention.

J'observerai ici, 1.^o que l'ouvrier en remplaçant les porses sous la presse, a soin de mettre à la partie supérieure de la pile, les porses qui étoient au milieu & de varier, autant qu'il est possible, d'une pressée à l'autre, la disposition des porses, afin que les effets soient uniformes dans toutes les parties des piles.

2.^o Que cet ouvrier garnit avec attention les bordures des porses avec des bandes de feutre pour que la compression soit égale sur toute la masse des piles, car le milieu d'une pile de porses blanches étant toujours plus élevé que les bords, il est nécessaire pour mettre toutes les parties de la pile de niveau, d'avoir recours à des bandes de feutre qui suppléent à la moindre épaisseur des bordures; sans cette précaution la compression n'agissant que

sur le milieu, les feuilles de toute une pile encore humides, se casseroient dans cette partie & se partageroient par le milieu. Un seul homme avec quatre à cinq presses, peut *échanger* tout le papier fabriqué dans deux cuves : le travail de l'échange dure ordinairement deux jours entiers sur une quantité donnée de papier; bien entendu qu'on soumet chaque jour à cette opération les porles qui s'y fabriquent, en distinguant seulement les parties de papier suivant les différens degrés d'appréts qu'elles ont reçu & le temps qu'on a commencé à les leur donner.

Lorsque le papier a subi tous ces frottemens, toutes ces manipulations, toutes ces pressées, il est fort adouci à la surface, bien *feutré* & assoupli dans l'intérieur de l'étoffe; enfin il a perdu une très-grande quantité de l'eau surabondante dont il étoit pénétré en sortant des opérations de la cuve.

J'entends par le *feutrage* du papier que produit l'échange, le rapprochement des fibres de la pâte dans le sens de l'épaisseur des feuilles & leur adhérence entre elles : le papier ne se feutre qu'à mesure que l'eau s'écoule; tant qu'elle est interposée entre les filamens, ils restent écartés : ainsi le progrès du feutrage s'exécute en même raison que l'écoulement de l'eau, & ces deux effets sont produits par l'action de la presse; les molécules d'eau abandonnant les particules de la pâte, celles-ci se rapprochent & s'affaissent l'une contre l'autre par la compression; maintenant on conçoit pourquoi le papier qui a passé par les épreuves de l'échange est *feutré*. Par une raison contraire, le papier de France séché rapidement dans l'état d'humidité surabondante, ne doit pas être *feutré*; cependant ce papier change de dimensions par l'évaporation telle qu'elle a lieu dans nos étendoirs, & il se rétrécit d'environ un trente-deuxième sur sa longueur & sa largeur; mais malgré cette retraite il s'en faut bien que les filamens de la pâte soient rapprochés autant qu'il est possible; il est nécessaire d'employer une force extérieure qui fasse que les vides soient remplis à mesure qu'ils se forment; faute d'avoir éprouvé cette compression insensible, le papier de France a des pores plus ouverts & se trouve composé de filamens moins adhérens que le papier de Hollande; c'est à ces deux états différens où se trouvent ces deux papiers, que je

crois

drois devoir attribuer une grande partie de leurs qualités & de leurs défauts: je ferai dans la suite de ce Mémoire l'application des principes que je viens d'établir ici, aux papiers de France & de Hollande, en discutant ces qualités & ces défauts.

ARTICLE SECOND.

De la construction & de l'avantage des Étendoirs Hollandois.

J'AI déjà remarqué que la principale cause des aspérités qu'on trouve sur les papiers de France, venoit du desséchement subit qu'il éprouvoit en passant tout-à-coup de la salle de la cuve à l'étendoir ouvert de tous côtés. Les Hollandois, après les manipulations de l'échange, qui en adoucissant le papier lui font perdre l'eau surabondante, ont encore attention de ne le faire sécher que graduellement dans leurs étendoirs; ce sont des galeries construites au rez-de-chaussée à côté des autres salles, fermées par des contre-vents & des jalousies qui joignent très-exactement, & qui laissent très-peu de passage à l'air extérieur: ces galeries sont couvertes par un toit de paille ou de planches, dont la réduction est fort élevée & occupe presque la moitié de toute la hauteur du bâtiment. Par le système de cette construction, ils sont parvenus à ménager la chaleur & l'évaporation autant qu'ils le jugent convenable, & autant que l'exige la température extérieure. J'ai traversé plusieurs de ces galeries, aux environs de Saardam & de Leyde, & j'y ai trouvé un air frais quoiqu'il fût fort chaud au dehors.

J'ai vu en Flandre une papeterie, où l'on n'avoit pas suivi d'abord dans la construction des étendoirs, les principes des Hollandois; & quoique les autres manipulations y eussent été introduites par des ouvriers de cette nation, cependant le papier qu'on y fabriquoit, n'approchoit pas pour la douceur & la souplesse du papier de Hollande. Depuis qu'on y a construit un nouvel étendoir, sur le plan que je viens de décrire, le papier a acquis toutes les qualités qui lui manquoient auparavant. Je serai bientôt en état de citer des expériences semblables faites en France, parce que plusieurs fabricans se sont déterminés, d'après mes représentations, à construire des étendoirs sur ces principes; & ils s'y sont déterminés

d'autant plus facilement qu'ils savoient par expérience, que le papier séché dans une saison où la température est modérée, étoit plus doux & plus moelleux que celui qui avoit séché pendant les chaleurs de l'été.

Les Hollandois avec la ressource de leurs étendoirs, où ils ménagent l'effet de la chaleur extérieure, ont soin non-seulement que leur papier sèche doucement, mais encore qu'il ne sèche pas à un certain degré: ils le recueillent lorsqu'il conserve encore une certaine humidité qui lui laisse toute sa souplesse. J'ai souvent manié du papier de Hollande, lorsqu'on le tiroit de l'étendoir avant la colle; sa surface me paroissoit très-unie, son grain bien adouci, & l'étoffe, quoique feutrée, avoit de la souplesse. Après le détail des opérations & des précautions que je viens de décrire, on sent aisément la raison de ces bons effets. Mais il est encore d'autres avantages qui en résultent. Je crois devoir montrer ici en particulier comment ces procédés contribuent à préserver le papier de Hollande des plis & des rides, qui sont si communs sur les papiers de France.

On étend, comme on fait, dans nos fabriques de France le papier en pages, c'est-à-dire qu'on place sur les cordes des paquets de huit ou dix feuilles de papier humides, appliquées l'une contre l'autre, pour les faire sécher. Comme on n'a pas l'attention de ménager la dessiccation, les premières feuilles exposées au courant d'air commencent à perdre leur humidité par les extrémités d'abord, pendant que la dessiccation n'est pas parvenue jusqu'au centre; les autres feuilles recouvertes par ces premières, conservent donc la plus grande partie de leur humidité dans le milieu & sur-tout celles qui touchent aux cordes: les premières feuilles ayant séché rapidement, changent nécessairement de dimensions, en éprouvant une retraite d'environ un trente-deuxième, & comme elles restent adhérentes aux autres encore humides & plus longues, elles y occasionnent des plis, qui sont le résultat de la différence des dimensions d'une feuille sèche & d'une feuille humide. La feuille sèche assujettit la feuille humide à ses dimensions, avant que celle-ci y ait été réduite par la dessiccation. Cette explication simple fait voir non-seulement la cause des plis & des rides, mais

encore la raison pour laquelle ces plis & ces rides affectent presque toujours le milieu d'une feuille de papier.

Les plis & les rides ont encore une autre cause, combinée avec les mêmes circonstances. Nos étendoirs sont garnis de cordes de chanvre qui boivent d'abord l'humidité du papier & qui la lui rendent à mesure qu'il sèche ; les feuilles des pages sont humides en conséquence pendant long-temps dans toute la ligne qui touche aux cordes, & elles y conservent une extension plus grande que dans les autres parties de leur surface, & beaucoup plus grande que celle des feuilles supérieures qui sont exposées à l'air libre. L'effet de cette extension est de forcer les dimensions des feuilles dans ces parties humides ; & comme elles adhèrent par les extrémités à d'autres feuilles plus courtes & sèches, cet excès dans le milieu est occupé par des plis & par des rides, qui ne se détruisent plus dès qu'ils sont formés, quoique la dessiccation parfaite vienne à la suite.

On étend en pages dans les fabriques Hollandoises, cependant on ne voit point de plis ni de rides sur leur papier au sortir de l'étendoir : j'indiquerai ici trois raisons principales qui contribuent à préserver le papier de cet accident.

La première est qu'ils font les pages beaucoup moins épaisses que les nôtres.

La seconde est que les feuilles des portes blanches ayant été frottées & adoucies les unes contre les autres lors de l'échange, leur surface est fort unie & très-peu humide quand on les porte à l'étendoir : en sorte que par le progrès de la dessiccation, elles acquièrent très-peu d'adhérence ensemble ; par conséquent elles peuvent changer de dimensions à mesure qu'elles sèchent, en se détachant les unes des autres. D'ailleurs, comme elles ont perdu une certaine quantité d'eau dans l'échange, elles éprouvent une retraite beaucoup moindre, pour parvenir à l'état de dessiccation ; la différence entre leurs dimensions lorsqu'on les étend, & lorsqu'on les retire de l'étendoir, est beaucoup moindre que celle des dimensions de nos papiers dans ces deux circonstances ; car ils sont plus humides lorsqu'on les étend, & plus secs lorsqu'on en fait la cueillette.

La troisième raison est que les étendoirs Hollandois sont garnis de cordes de rotin, qui ont six à sept lignes de diamètre, ces cordes n'absorbent pas l'humidité du papier: en conséquence cette humidité ne séjourne pas autant le long de la ligne où le papier touche à la corde.

Au surplus la grosseur de la corde n'est pas une circonstance indifférente. Dans nos moulins on ne voit guère que de petites cordes, & lorsqu'on étend en pages on en place deux ou trois sous les pages: en multipliant par-là les points de contacts, on multiplie les rides & les plis. Les grosses cordes au contraire, entr'ouvrant les pages facilitent la circulation de l'air par-dessous ce qui produit une dessiccation plus uniforme. C'est à toutes ces attentions qu'on doit attribuer en partie ces dos bien arrondis qu'on trouve aux mains de papier de Hollande lorsqu'on en déballe les rames.

ARTICLE TROISIÈME.

Du Collage.

LORSQU'ON veut coller le papier, on fait dans nos moulins la cueillette des pages sans s'embarrasser beaucoup du degré de sécheresse qu'elles ont acquise. Cependant la plupart de nos fabricans m'ont assuré qu'ils savoient par expérience que, lorsque les pages avoient trop séché, elles prenoient moins bien la colle; & que la colle s'imbiboit plus abondamment & se distribuoit plus également dans le papier où il restoit encore une légère humidité. Mais la construction de leurs étendoirs ne leur permettant pas de profiter de cette observation importante, ils n'en tiennent aucun compte dans la pratique. Un autre désavantage de cette parfaite dessiccation des pages, c'est qu'elles forment dans cet état des espèces de cartons fort durs qu'on ne peut assouplir pour les disposer à boire la colle; cette dureté est, comme nous l'avons vu, l'effet de la rapidité avec laquelle les feuilles de papier, encore très-humides, ont été saisies par l'action d'une chaleur vive & pénétrante; il n'est donc pas étonnant qu'en trempant dans la colle un paquet composé de ces pages, la colle ne les pénètre que très-difficilement & très-inégalement.

Je me suis assuré par des expériences, de la manière inégale dont la colle s'infinue dans des pages aussi compactes. J'avois coloré la colle pour d'autres vues, & y ayant plongé des paquets de pages fort épais & très-sècs, comme ils le sont ordinairement, je m'aperçus après le collage, à mesure que la jeteuse détachoit les feuilles pour les étendre, que l'intérieur des pages n'avoit pas pris la couleur, ou que du moins la teinte n'y étoit pas unie. Je mis à part quelques-unes de ces feuilles qui me présentèrent ces défauts; & après qu'elles eurent séché, je reconnus que les parties où la couleur n'avoit pas pénétré, n'étoient point collées; qu'elles absorboient la salive, pendant que les parties colorées ne s'en laissoient pas humecter. Cette expérience me prouva, d'une manière incontestable, combien les pages dures, trop épaisses & trop sèches, s'opposoient en général au succès de la colle, & sur-tout à la distribution uniforme des parties collantes dans toute l'étendue des feuilles.

Après que les porfes sont collées, nous les portons à l'étendoir, & l'on a pour principe de les étendre toutes chaudes de colle: le papier distribué par les étenduses feuille à feuille sur les cordes, sèche très-rapidement, & perd, par la circonstance d'une évaporation aussi peu ménagée, une grande partie de la colle qui l'avoit pénétré dans l'intérieur, & qui le vernissoit à sa surface. Quoique l'étendoir soit fermé pour lors, comme il reçoit la température extérieure par les ouvertures multipliées, qui sont distribuées de toutes parts, la colle ou s'évapore, ou coule à terre en ruisselant par des filets sensibles, ou forme des taches semblables à celles que l'huile produit sur le papier.

On a cru éviter ces inconvéniens en introduisant l'usage de coller de grand matin, pour prévenir le coup de la chaleur & d'y occuper tous les ouvriers; on choisit aussi un temps doux, peu chaud & où il ne règne pas un vent trop desséchant: mais il s'en faut beaucoup qu'on soit parvenu à éviter tous les inconvéniens avec ces précautions; 1.^o parce qu'il reste encore beaucoup de papier ou à coller ou à étendre lorsque la chaleur se fait sentir; 2.^o parce que souvent le temps qui annonçoit une température douce se décide à l'orage lorsque la colle est cuite, & trompe

tous les arrangemens du fabricant. Il est bien plus simple de changer la construction de nos étendoirs qu'il sont le principe de tout le mal.

Je puis citer ici une expérience qui prouve combien l'étendoir construit sur de mauvais principes, nuit au succès de la colle. Je pesai 380 livres de papier en pages & bien sèches; je m'assurai que cette quantité de papier avoit bu quarante livres de parties mucilagineuses propres à coller, sans y comprendre l'eau : c'est la dose la plus petite; après que le papier eut été séché, il ne pesoit que 25 livres de plus. Par conséquent l'évaporation avoit emporté les deux cinquièmes de toute la substance collante, & cependant cette évaporation fut ménagée autant qu'il fut possible de le faire dans nos étendoirs, par une saison d'une température moyenne. Il est clair que cette évaporation de la colle n'est pas une perte nécessaire, & qu'elle est due à la mauvaise construction des bâtimens de l'étendoir. Cet effet de l'évaporation est tel qu'en doublant la dose ordinaire de la colle (qui est de 50 livres pour 300 livres de papier) on ne parvient pas à mieux coller lorsque le temps n'est pas favorable. Ainsi ce n'est pas l'épargne de la colle qui fait qu'en général nos papiers sont peu collés & inégalement collés. Les Hollandois ne forcent pas la dose de leur colle, & malgré cela leurs papiers sont très-bien collés.

Je joindrai ici à cette première expérience, le détail des essais faits en 1768 au moulin de Montbron proche Angoulême, & dont les résultats établissent d'une manière incontestable, de quelle importance est la construction de l'étendoir pour le succès de la colle. J'avois fait fabriquer en Hollande du *grand Cornet* d'une pâte fine, & je l'avois demandé sans colle. Je choisis, pour le coller, un temps critique fort chaud & orageux; je laissai faire la colle à l'ordinaire. Mon objet principal dans ces expériences fut de comparer les effets de la colle préparée aussi négligemment qu'on le fait en Angoumois, sur du papier de Hollande & sur du papier fabriqué à Montbron avec une pâte aussi fine & triturée par les cylindres; & sur-tout de comparer ces effets sur ces deux sortes de papiers en les exposant l'un & l'autre dans l'étendoir ordinaire, & dans un étendoir que j'avois fait pratiquer dans un endroit frais.

bien fermé, qui ne participoit que très - difficilement à la température du dehors quoiqu'il y eut un courant d'air.

Je fis coller quatorze mains de papier de Hollande : j'en fis étendre six mains dans l'étendoir de Montbron, & parmi le papier fabriqué à Montbron : après une diffusion très - prompte, le papier de Hollande parut assez bien collé, il ne se laissoit pas pénétrer par la salive, mais il étoit roide & sonnant : celui de Montbron se laissoit percer par la salive qui traversoit d'une face à l'autre sans obstacle.

Je partageai ce qui me restoit de papier de Hollande en deux portions : j'en fis étendre quatre mains toutes chaudes de colle dans le lieu préparé pour faire la comparaison de l'étendoir ordinaire, les quatre autres n'y furent étendues qu'après qu'elles eurent été gardées dans un endroit frais pour y boire leur colle & s'y refroidir. Je fis distribuer en même temps sur les cordes de cette salle basse une quantité à peu-près égale de papier fabriqué à Montbron.

Les deux derniers lots de papier de Hollande furent beaucoup mieux collés que celui qui avoit été exposé à l'étendoir ordinaire, & l'étoffe y conserva sa souplesse. De même le papier de Montbron, qui n'étoit point collé dans l'étendoir ordinaire, le fut assez bien dans la salle basse, quoique plus faiblement que celui de Hollande.

D'après ces faits constans, je conclus 1.^o que les étendoirs bien fermés où l'on peut modérer l'effet de la chaleur, servent en tout temps & à toute heure au collage tant des papiers fabriqués en Hollande, que de ceux fabriqués en France. 2.^o Que le papier fabriqué en Hollande n'éprouve pas dans la portion de colle dont il est pénétré, une évaporation aussi complète que celui fabriqué en France. Je crois être autorisé à dire que la cause de cette différence est le *feutrage* de l'échange qui rapproche les fibres élémentaires du papier, les rend plus propres à boire la colle & à la conserver en plus grande quantité que ne peut faire le papier dont les pores sont plus ouverts : je dois faire observer que le papier de Hollande, étendu soit chaud de colle, soit après que la colle fut refroidie, se casse beaucoup moins sur le ferlet que le papier de Montbron : cet effet est encore une suite du *feutrage* produit par l'échange.

J'ai remarqué de même dans plusieurs moulins Hollandois, que les ouvriers colleurs laissoient les paquets des pages tremper très-long-temps dans la colle, sans que le papier se cassât : or il est visible qu'il doit cet avantage au feutrage qui en a rapproché les fibres ; au contraire avec nos papiers il faut avoir les plus grandes attentions pour éviter les *cassés* qui se multiplient d'autant plus qu'on veut soigner davantage le collage. Cet inconvénient est produit par le peu d'adhérence que les fibres élémentaires de nos papiers ont contractée ensemble, & sur-tout par la dureté & la compacité de nos pages qui ne se laissent pénétrer que très-difficilement par la colle. Lorsqu'on trempe un paquet de pages compactes dans la colle, & qu'elle s'y insinue lentement, il y a un instant remarquable où certaines parties bien humectées ont changé de dimensions, & se sont renflées précisément à côté d'autres parties encore sèches. Si dans cet instant il se fait par le colleur un mouvement irrégulier, les parties sèches se détachent des parties mouillées ; & c'est ainsi que le *cassé* se multiplie.

On a dû entrevoir déjà par les détails qui précèdent, quelles sont les circonstances qui assurent aux Hollandois le succès de leur collage ; la suite de tous les procédés qui restent à décrire, achèvera de fixer les idées sur cet objet important.

Après qu'on a fait la cueillette des pages dans les moulins Hollandois, les ouvriers occupés au collage s'occupent à les battre, à les assouplir en les pliant dans tous les sens, de telle sorte qu'ils parviennent à détacher presque toutes les feuilles les unes des autres ; le papier n'étant pas entièrement sec, se prête très-facilement à toutes les manipulations qui le disposent à boire la colle plus abondamment & sur-tout également.

Dans la préparation de la colle je n'ai rien observé de particulier. Les Hollandois emploient comme nous des retailles des tanneries & des mégisteries qu'ils font cuire de même. Ils ne font point usage dans leurs moulins, comme on me l'avoit tant assuré, de colle de Flandre & d'Angleterre qu'on prétendoit préparée pour cet effet. Mais en quoi ils diffèrent de notre procédé, c'est en ce qu'ils transvasent leur colle après que les tripes & que les matières les plus grossières se sont précipitées au fond de la chaudière où se fait la
cuite ;

cuite : ils la mettent reposer & refroidir dans un cuvier de bois ou dans une bassine de cuivre fort larges & peu profonds. A mesure que la colle se refroidit elle déposé sur le fond des vaisseaux un sédiment de matières qui nuïroient à sa transparence & qui communiqueroient un ton jaunâtre au papier. Ils versent ensuite cette colle purifiée & dépurée dans une chaudière où on la fait réchauffer au degré convenable. Cette pratique est absolument opposée à toutes les idées des meilleurs fabricans de France , qui prétendent que de faire réchauffer la colle , c'est l'affoiblir au point qu'elle ne peut plus coller ; & c'est par la suite de ces mauvais principes qu'on ne transvase presque point la colle , qu'on la laisse sur les tripes & qu'on l'emploie encore chargée de matières étrangères qui ternissent considérablement le blanc naturel de nos plus belles pâtes. La méthode constante des Hollandois & leur succès , démontrent que nous pourrions laisser prendre à la colle sa transparence par un refroidissement insensible sans risquer de l'affoiblir beaucoup.

Après que le papier est collé on le soumet, dans quelques moulins seulement , à une seconde opération de l'échange , & ensuite à la presse : ce qui achève de coucher les petits filamens de la pâte qui pourroient s'être soulevés à la surface des feuilles. Outre cela cette opération donne à la colle le temps de pénétrer dans le papier avant d'être exposée à l'évaporation de l'étendoir. Au milieu de ces manipulations de l'échange après la colle, j'ai vu en Hollande & en Flandre la surface du papier s'adoucir & se *glacer* d'une manière très-sensible à mesure que le vernis de la colle s'y fixoit par un refroidissement lent ; ensuite la presse de la salle perfectionne ces bons effets.

Lorsque le papier collé & échangé a séjourné sous la presse cinq ou six heures , on le porte à l'étendoir construit & fermé comme je l'ai indiqué ci-dessus. Quoique les Hollandois paroissent préférer le matin pour l'opération de la colle, ils ne redoutent pas la soirée ni même le temps d'orage ; & la construction de leurs étendoirs les met à couvert de tous les accidens occasionnés par la grande chaleur du dehors. En général dans un moulin à deux cuves les ouvriers chargés du collage , sont concentrés toute l'année dans ce travail. D'après ce plan on ne tire pas les autres ouvriers

de leurs occupations ordinaires pour les appliquer aux travaux de la colle. Le système contraire occasionne en France une grande perte de temps & un désavantage pour le courant de la vente des papiers. Quant à l'échange, il n'y a pas de doute qu'il ne puisse bien faire après la colle; mais on s'en dispense cependant dans un grand nombre de moulins Hollandois, sur-tout lorsque le premier a été bien soigné. En France, où l'on ne paroît pas aussi occupé d'adoucir la surface du papier, c'est sur-tout après la colle que j'ai observé un plus grand nombre d'aspérités; lorsque la jeteuse lance sur le ferlet les feuilles qui se détachent avec peine les unes des autres, on voit, en se plaçant de manière qu'on soit opposé au jour, qu'elles sont presque toutes hérissées d'une infinité de petits poils, que la colle & l'effort brusqué de la jeteuse, contribuent à faire lever dans toute l'étendue de leur surface. Ces feuilles étant distribuées sur les cordes de l'étendoir où elles sèchent rapidement & intimement, conservent ces poils qui ne se couchent que très-imparfaitement ensuite sous la presse de la salle; car on soumet à cette presse le papier dans un état de sécheresse si complète, que les poils ne peuvent plus rentrer dans le fond de l'étoffe, très-roide & très-dure. Cette nouvelle circonstance prouve encore combien nous sommes inférieurs aux fabricans Hollandois, pour l'attention soutenue & la suite raisonnée des manœuvres. Ils ont grand soin, par exemple, de faire la cueillette de leur papier avant qu'il soit entièrement sec, & de le placer encore un peu humide sous la presse de la salle; il est pour lors susceptible de tous les bons effets de cette forte presse, qui achève en cinq ou six heures de fixer son état, en lui procurant ce beau glacé, qui fait le lustre naturel du papier Hollandois & qui en assure le débit.

Je ne puis m'empêcher de remarquer à cette occasion, combien il a fallu de sagacité pour imaginer & adopter toutes ces adresses, qui ne peuvent partir que de vues fort fines, & qui sont le fruit d'une Physique ingénieuse, attentive aux plus petits détails.

CONSÉQUENCES DE CES PROCÉDÉS.

APRÈS avoir exposé les principales manipulations, dont les Hollandois font usage dans la fabrication & dans la préparation de leurs papiers, & avoir indiqué les raisons physiques des résultats, il me reste à déduire de l'ensemble des procédés, quelques principes qui en découlent naturellement, & qui soient capables d'éclairer la pratique.

Le premier principe que je déduis de cet exposé, est que le papier doit sécher lentement, & ne jamais atteindre le dernier degré de sécheresse, soit avant, soit après la colle, & tant qu'il n'a pas reçu toutes ses préparations. On a pu se convaincre par le détail qui précède, que le papier n'est bien susceptible de tous les apprêts qu'on lui donne, qu'autant qu'il lui reste encore un peu d'humidité. Dès qu'il a acquis le dernier degré de dessiccation, il prend une consistance & une roideur qui rendent les opérations subséquentes ou incomplètes ou inutiles. Il suit de-là que la construction d'un étendoir où l'on puisse ménager la dessiccation du papier, est le seul moyen de remplir cette première vue générale de bonne fabrication.

Le second principe est que le papier de Hollande doit être considéré comme une étoffe qui a reçu tous ses apprêts, au lieu que le papier de France est dans le cas d'une étoffe qui a manqué en partie l'effet de quelques préparations, & totalement l'effet des autres. En conséquence, le papier de Hollande, considéré comme une étoffe destinée à l'écriture, est plus parfait que le papier de France. La surface de l'étoffe est plus adoucie; l'intérieur en est plus assoupli; les particules de la matière, qui entrent dans sa composition, sont plus rapprochées & plus liées entr'elles. En général, c'est une étoffe bien *feutrée*.

Il résulte, il est vrai, de cet état de perfection, des inconvéniens assez considérables, sur lesquels je crois devoir insister un peu. 1.^o Le défaut qu'on reproche le plus communément au papier de Hollande, est celui qu'il a de se couper dans les plis dès qu'on l'expose à quelque frottement réitéré; il est visible que c'est au feutrage ou au rapprochement des parties élémentaires

du papier qu'on doit attribuer cet inconvénient. Il est aisé d'en faire sentir la raison. Lorsqu'on plie une feuille de papier, & qu'on appuie sur les plis, il est évident qu'il se fait pour lors sur les parties de l'étoffe du papier, un double effort. Le premier tend à resserrer les parties de l'intérieur du plis, & à les rapprocher en diminuant l'épaisseur de l'étoffe. Le second effort tend à produire une extension dans le sens de la surface du papier, le long du dos du plis. Le premier effort est combiné avec le second de telle sorte, que si les fibres de l'intérieur du plis cèdent, l'extension qui a lieu sur le dos du plis, est moins forcée. Mais si ces fibres ne peuvent plus se rapprocher dans le sens de l'épaisseur ou cèdent difficilement & ne se compriment presque point, alors celles de l'extérieur du plis, font un effort d'autant plus grand pour prendre toute l'extension, que la courbure du plis exige: dès-lors un frottement réitéré sur cette courbure, produit la désunion des parties de l'étoffe du papier, composé d'ailleurs de fibres très-courtes. Or le papier de Hollande étant feutré par les procédés de l'échange, il est clair qu'il ne peut céder que très-peu dans le sens de son épaisseur; il faut donc que tout s'entr'ouvre & se coupe sur le dos du papier.

On doit considérer d'ailleurs que la pâte triturée dans les cylindres est beaucoup plus courte que celle qui sort des piles & qui a été broyée par les maillets. En conséquence, le papier fabriqué avec la première pâte, quand même il n'auroit pas été soumis à l'échange, doit être plus cassant que celui composé de la seconde: on conçoit que des fibres courtes se désunissent plus aisément, lorsqu'elles sont exposées à un certain effort, que les fibres longues, parce que l'union de celles-ci est plus considérable, & qu'elles adhèrent par plus de points.

Les faits confirment cette explication; qu'on plie du papier de France & du papier de Hollande de la même épaisseur, on verra la ligne de l'intérieur du plis, tracée en creux sur le papier de France, au lieu qu'on ne remarquera aucun vestige semblable sur le papier de Hollande.

2.^o Ce tissu plus serré, ce feutrage plus complet de l'étoffe du papier de Hollande, présente aussi un obstacle à l'impression

parfaite des caractères & des tailles de la gravure, tandis que le papier de France étant d'une pâte moins serrée, cède facilement à l'effort de la presse d'Imprimerie & du Taille-doucier, & rend avec précision les moindres traits : le papier de Hollande fatigue tellement les caractères d'imprimerie, que les Hollandois sont réduits à faire usage du papier de France dans les entreprises typographiques un peu considérables. Il prend aussi très-faiblement l'empreinte des tailles de la gravure ; car le lit de la presse y est bien moins profond que sur nos belles sortes d'Auvergne & du Vivarais. J'observerai à cette occasion, que l'action répétée & insensible de la presse lors de l'échange, produit un rapprochement bien plus considérable & bien plus complet dans les fibres de la pâte du papier, que ne peuvent le faire les coups redoublés d'un pesant marteau ou l'effort de la lisse. Car les grandes sortes d'Auvergne, qui servent à l'impression des cartes de géographie & à celle des estampes, passent à plusieurs reprises sous le marteau, & après cette épreuve, elles n'en sont pas moins propres à recevoir l'empreinte des planches gravées.

Comme je n'ai point dissimulé les inconvéniens du feutrage, je ne dois pas taire les avantages qui peuvent en résulter. 1.^o Le papier feutré boit mieux la colle que le papier qui ne l'est pas. 2.^o Il se casse beaucoup moins dans la suite des préparations qu'il doit subir ; ce qui est fort important, sur-tout pour les sortes peu étoffées, le *grand* & le *petit Cornet*, le *Cardinal*, les *trois O de Gènes*, &c. qui sont d'une grande consommation. 3.^o Le papier feutré se déchire bien plus difficilement, ce qui en bien des cas est d'un avantage inestimable ; je puis citer ici la fabrication des papiers tontisses, des papiers peints, des papiers marbrés. Enfin le papier d'écriture feutré est plus durable, lorsqu'il n'a pas à craindre les frottemens répétés qui le coupent dans les plis.

Le troisième principe, est qu'il faut éviter le feutrage & par conséquent supprimer toutes les manipulations qui l'opèrent, quand on voudra fabriquer du papier d'impression. La connoissance des effets de l'échange, & sur-tout de ceux de la presse, nous met en état d'apprécier au juste la cause de notre supériorité en ce genre, sur le travail des Hollandois ; nous voyons par la comparaison de nos papiers avec les leurs, relativement à l'impression,

que c'est plutôt à la négligence, qu'à des manœuvres réfléchies, que nous devons l'avantage de fournir aux Nations étrangères la plus grande partie du papier qu'elles emploient dans leurs impressions. Mais cette même comparaison nous conduit à conclure aussi qu'il s'en faut beaucoup que ce papier d'impression qui sort de nos fabriques soit sans défaut. On lui reproche avec fondement de n'être que très-faiblement collé, enfin d'être plein d'aspérités, & de rides à sa surface. Si l'on peut obtenir l'adoucissement de cette surface, & un bon collage sans toucher à l'état de l'étoffe, sans la feutrer comme les Hollandois, on pourra lui procurer toutes les qualités qui lui manquent, sans lui enlever celles qu'il a: or c'est ce qu'il est facile d'obtenir dès qu'on peut circonscrire les effets des différens procédés, comme je crois l'avoir indiqué dans ce Mémoire.

Le quatrième principe, est que le papier bien fabriqué doit avoir son grain; toutes les préparations ayant seulement pour but de l'adoucir, sans le faire disparoître. Ainsi la lisse & le marteau détruisant le grain du papier, lui enlèvent une perfection qui me paroît essentielle: le lissage est la ressource d'une fabrication incomplète & ne peut suppléer aux effets d'une bonne préparation, telle qu'elle est établie dans les ateliers de Hollande. Si l'on jette un coup d'œil sur quelques usages du papier, on voit que son grain est très-utile. Il sert, par exemple, à ébranler le bec de la plume, & à faire couler l'encre: il en modère les mouvemens & les rend plus assurés & moins incertains. Les dessinateurs en même temps qu'ils choisissent un papier dont le grain soit adouci, ont attention qu'il soit régulièrement conservé: ce grain arrête & fixe les parties colorantes du crayon suivant que le dessinateur appuie plus ou moins. Le grain fait dans ce cas l'office d'une lime douce ou d'une rape qui use la pointe du crayon, comme il convient à l'effet du dessin: sans lui il ne reste presque rien sur le papier que de matte & d'irrégulier.

Un des grands désavantages du lissage, est d'enlever au papier une partie de sa colle & de rendre sa surface d'un luisant mat, à moins qu'on n'y ajoute ensuite un nouveau vernis, comme fait M. Baskerville en Angleterre.

Il n'y a proprement que les Hollandois qui n'adouciſſent point leur papier par le ſecours du marteau ou de la liſſe. En Italie on eſt dans l'uſage de faire battre le papier avec un marteau : auffi le papier d'Italie eſt-il liſſé à un point qui le rend incommode pour l'écriture; à Thiers & dans le Vivarais on liſſe le papier, & je ſuis par moi-même que ces préparations, quoiqu'imparfaites, ſont très-couteuſes & occasionnent beaucoup de caſſé. En Angoumois on a abandonné la pratique du liſſage, par la conſidération de ſes inconvéniens.

Maintenant que nous avons expoſé l'enſemble de toutes les manipulations hollandoiſes, diſcuté leurs avantages & leurs inconvéniens, indiqué les cauſes des qualités & des défauts du papier de Hollande, il ne nous reſte plus qu'à parler des précautions avec leſquelles on peut introduire la réforme dans nos fabriques.

On doit être convaincu, par ce que nous avons dit, combien il eſt avantageux d'adoucir le grain du papier, & de coller ſuffiſamment & également : on connoît même les procédés qui procurent ces qualités au papier ; mais comme elles ſont voiſines de certains défauts, il eſt très-important de n'adopter ces procédés qu'avec des modifications, ſur leſquelles on ne peut être bien décidé que par une ſuite d'expériences où l'on aura varié les manipulations, ſuivant les différens uſages auxquels on deſtine le papier. Il faut bien ſe garder, par exemple, de ſoumettre à la preſſe de l'échange un papier deſtiné à l'impreſſion, &c.

Je me propoſe de ſuivre ce plan de travail avec d'autant plus de ſoin que M. Trudaine en a ſenti l'importance, & qu'il a bien voulu le prendre ſous ſa protection. Ses réſultats nous apprendront les vrais moyens d'adapter au train ordinaire de nos manufactures, les pratiques propres à produire tel ou tel réſultat, ſans augmenter le prix de la main-d'œuvre & ſans déranger la ſuite des travaux journaliers. Car c'eſt d'après ce point de vue qu'il faut apprécier toutes les réformes qu'on veut introduire dans les manufactures.

Depuis quelques années, des ouvriers Flamands inſtruits des procédés de l'échange dont les fabriques de Bruxelles & de Gand

sont usage, se sont répandus dans quelques-uns de nos moulins : ils ont prétendu les ajouter à toutes nos opérations, sans autre réforme préliminaire : ils ont tenté en conséquence de *relaver* le papier tout fabriqué & collé, dans une dissolution de gomme adragante & d'alun, mêlée à la colle ordinaire. Au sortir de cette préparation, ils l'ont soumis à la presse & l'ont ensuite relevé feuille à feuille : mais cette opération est très-mal entendue ; 1.^o parce que la surface du papier qui a reçu toutes les préparations, ne s'adoucit que très-inégalement ; 2.^o parce qu'il se casse près du tiers du papier qu'on consacre à cette épreuve ; 3.^o parce que les frais qu'elle occasionne sont plus considérables que ne peut être l'augmentation du prix de la vente.

Il est nécessaire qu'il y ait entre tous les travaux d'une manufacture une correspondance raisonnée qui économise le temps & les manipulations. Les procédés qui précèdent doivent avoir un rapport intime avec ceux qui suivent, & en compléter les effets sans les détruire. D'après ces principes, le *relavage* ne peut être admis dans nos fabriques que comme un hors-d'œuvre & un double emploi.

On sent aisément, d'après ce que nous avons dit, qu'il est presque impossible de faire perdre au papier fabriqué, sa dureté & ses aspérités : n'est-il pas plus simple de lui donner ses apprêts pendant qu'il peut les recevoir, & lorsqu'il n'a pris aucune consistance fixe ? Ne vaut-il pas mieux prévenir les défauts que de les réparer ensuite par des opérations hasardeuses qui multiplient inutilement les frais de la main-d'œuvre ? La méthode hollandaise, que je viens de décrire, par le moyen de petits procédés intercalés adroitement entre les opérations ordinaires, nous met en état de nous passer du *relavage*, en produisant un effet plus sûr, plus complet & moins coûteux.

On tomberoit dans un autre inconvénient, si l'on adoptoit la pratique de l'échange sans avoir l'attention de réformer les étendards ; on n'obtiendrait que des résultats très-incomplets : l'étoffe du papier, quoiqu'adoucie à la surface, conserveroit encore dans son intérieur beaucoup de roideur & de dureté : c'est pour faciliter les

les moyens d'exécuter cette réforme que j'ai joint à ce Mémoire le plan d'un étendoir qui vient d'être exécuté dans ces vues : *voyez les figures , à la fin de ce Mémoire.*

Je ne puis finir ce Mémoire sans faire mention du défaut qu'a le papier de Hollande, d'empâter le bec de la plume, lorsqu'on écrit un certain temps avec la même plume, & sans indiquer la cause de ce défaut.

Les Hollandois pour communiquer une légère teinte de bleu à leur papier, emploient le bleu d'émail uni à l'amidon ; pour préparer ce bleu, on fait fermenter dans des tonneaux la substance farineuse avec l'émail réduit en poudre : elle prend pendant cette fermentation une couleur uniforme dont la nuance est proportionnée à la quantité d'émail qu'on y a mêlé. C'est par ce moyen que les Hollandois sont parvenus à composer les nuances du bleu d'émail. On conçoit aisément que l'amidon uni au bleu d'émail fait que cette couleur devient miscible à l'eau par cet intermède ; ce qui en étend l'usage & le rend susceptible d'entrer dans les apprêts de nos toiles & de nos baptistes.

Les Hollandois ont appliqué cette préparation à la pâte de leur papier, pour lui donner un ton de bleu dont l'effet est très-agréable lorsque la nuance en est ménagée. Dès que la pâte du papier est parvenue, par le lavage & la trituration dans la cuve du cylindre, au degré de blancheur qu'elle peut prendre, les Hollandois y ajoutent une dose d'une certaine nuance connue de bleu d'émail uni à l'amidon ; ils ferment alors la caisse du cylindre, qui ne prend plus d'eau & qui n'en verse plus au dehors, & par le mouvement du cylindre, la teinte du bleu se distribue uniformément dans toute la masse de la pâte, elle y adhère de telle sorte, qu'il ne se fait point de dépôt de cette couleur, ni dans la caisse du cylindre, ni dans les autres caisses de dépôt, ni dans la cuve à ouvrir.

D'après ce détail, il est visible que la pâte du papier, ne recevant le contact de la couleur bleue de l'émail que par l'intermède de l'amidon, il est nécessaire que cette substance farineuse s'unisse à la pâte, entre par conséquent dans la composition du papier, & qu'elle occupe autant les parties de la surface que celles de l'in-

térieur: il n'est donc pas étonnant qu'elle empâte & qu'elle émousse le bec de la plume, à mesure qu'il forme des traits, sur-tout lorsqu'on écrit un certain temps avec la même plume. Au reste, si l'on est plus frappé de l'inconvénient qu'a le bleu d'émail d'empâter le bec de la plume, que du lustre agréable qu'il communique au papier lorsqu'on l'emploie en dose convenable, on pourra substituer à cette préparation d'autres matières colorantes dont j'ai fait l'essai en différens temps, & qui remplissent assez bien le même objet; elles sont peu coûteuses, se mêlent facilement à la pâte, ou dans les cylindres, ou dans la pile affleurante, ou dans la colle, sans former des dépôts & communiquent d'ailleurs au papier des teintes légères. Elles n'ont pas l'inconvénient de certaines couleurs mates qui déposent dans la cuve, qui deviennent mal unies par la colle, & qui donnent ordinairement au papier des nuances forcées. Parmi les préparations qui réussissent, je puis indiquer ici, 1.^o la composition du bleu de Saxe, qui est une dissolution de l'indigo dans l'acide vitriolique; 2.^o le vitriol de Chypre.

J'ai recueilli en Hollande beaucoup d'autres observations sur la Papeterie lesquelles réunies à d'autres faits analogues que j'ai remarqués en France, peuvent contribuer à perfectionner la pratique & la théorie de cet art, qui n'est qu'une suite de petites manœuvres très-complicquées & très-déliées; elles pourront fournir matière à un second Mémoire, que j'espère mettre incessamment sous les yeux de l'Académie.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *Figure première* représente le plan d'un étendoir, dont la distribution des croisées est faite sur ce système, qu'on a réservé autant de plein que de vide. *A* est un passage séparé de l'étendoir pour conduire à la salle de la cuve. *C* indique les poteaux qui soutiennent les planchers, & l'équipage des cordages pour étendre le papier.

La *Figure deuxième* représente l'élévation de l'étendoir à deux étages: on pourroit ne faire qu'un rang de croisées, & donner moins d'élévation à l'étendoir; mais cette construction dont on voit ici le plan, a paru beaucoup plus avantageuse, parce qu'elle donne plus de place pour étendre le papier & qu'elle facilite l'introduction de l'air dans la partie supérieure: dans le cas d'un seul étage, on pratique à l'extrémité du toit deux lucarnes *F*. *D* est la coupe du passage de la *figure première*, & qui sert de communication avec la salle de la cuve & celle de la colle. *E* est la couverture de l'étendoir qui doit être en tuile ou en planche ou en bardeau doublé de paille, pour conserver plus de fraîcheur. Cette couverture pourroit être simplement en paille, comme à l'ordinaire, si l'on ne craint pas les incendies.

La *Figure troisième* représente la coupe de l'étendoir & de sa couverture sur la largeur: on y voit la proportion fort élevée du toit, pour diminuer l'action de la chaleur. *GF* est le premier plancher. *AI*, est un Tirant sur lequel est établi le second plancher. *H* petit Entrait sur lequel on peut établir un troisième plancher. Ces planchers ne doivent pas être garnis de planches dans toute leur étendue, seulement dans les parties voisines des cordages & où se fait l'étendage; le reste doit être garni par des rateliers à claire-voie: cette disposition fait que toute la masse de l'air circule de bas en haut. Il y a des fabriques où l'on se contente de planches larges & mobiles, qu'on transporte d'une traverse à l'autre à mesure qu'on étend le papier; mais cette pratique peut être dangereuse. *ABI* donne une idée de la propor-

Z z ij

364 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
tion du toit qui est construit avec des fermes chevronnées suivant
l'usage.

Les croisées doivent être fermées très-exactement par des jalousies
dont on puisse ouvrir les planches mobiles plus ou moins, suivant
la quantité d'air qu'on veut admettre; ces jalousies peuvent être
construites de différentes façons; elles rempliront l'objet, lorsqu'on
pourra ou empêcher l'introduction de l'air extérieur, ou l'admettre à sa
volonté; il faudra aussi fermer exactement les deux lucarnes du
toit *FF*, *fig. 2*.



M É M O I R E

S U R L A

R É S O L U T I O N D E S É Q U A T I O N S.*

Par M. V A N D E R M O N D E.

ENTRE les Ouvrages faits depuis quelques années sur la résolution générale des Équations, les plus remarquables sont le Mémoire de M. Euler dans le *Tome IX des nouveaux Commentaires* de Pétersbourg, & celui de M. Bézout, dans le volume de cette Académie pour l'année 1765. Il suffit de consulter ces deux excellens Mémoires pour prendre une idée des progrès des analystes en cette matière, & des difficultés de tout genre qui restent à surmonter. Il m'a paru qu'une partie des difficultés pouvoit être imputée à la nature même des méthodes analytiques, les seules dont on ait fait usage ; & j'ai pris le parti de tenter une autre voie. La méthode que je vais exposer, ne suppose l'introduction d'aucune inconnue, & à quelque instant que ce

* Ce Mémoire a été lû dans le courant de Novembre 1770, & paraphé par M. de Fouchy le 28 du même mois ; mais il m'a fallu attendre l'impression des Mémoires de 1771, parce que je n'avois pas, en 1770, l'honneur d'être de l'Académie. Avant cette époque, il avoit paru un ouvrage intitulé *Meditationes algebraicæ*, par M. Waring, ouvrage que je ne connoissois pas, & où, parmi des recherches très-intéressantes sur les Équations, on trouve des théorèmes analogues à ceux de l'article V de ce Mémoire. Depuis, l'illustre M. de la Grange a publié dans les deux premiers volumes des nouveaux Mémoires de Berlin, sous le titre de *Réflexions sur la résolution algébrique des Équations*, une analyse des méthodes

de M.^{rs} Tschirnaüs, Euler & Bézout, terminée par l'exposé d'une méthode particulière qu'il se propose d'appliquer aux degrés non résolus. On remarquera quelques conformités entre cet ouvrage & le mien, dont je ne puis être que flatté. Je dois avertir encore que le premier volume des Mémoires de l'Académie royale de Marine, renfermera des recherches ingénieuses déjà imprimées & distribuées, sur la *Résolution des Équations*, par M. de Marguerie ; & que, dans le cinquième volume de la Société royale de Turin, on trouvera quelques vues générales, sans doute très-profondes, sur cette question par M. le Marquis de Condorcet.

soit dans la marche du calcul, on n'a que des équations faciles à vérifier, en y exécutant les opérations indiquées; voilà son caractère particulier: c'est aux Géomètres à apprécier les avantages.

I. On demande les valeurs générales les plus simples qui puissent satisfaire concurremment à une Équation d'un degré déterminé.

II. Développons d'abord, par un exemple, l'état de cette question.

$x^2 - (a + b)x + ab = (x - a)(x - b)$
est une équation identique, & par conséquent la condition

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0,$$

est satisfaite en faisant $x = a$, ou $x = b$; mais

$$\left[\frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2-2ab}}{2} \right]^2 - (a+b) \left[\frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2-2ab}}{2} \right] + ab = 0,$$

est aussi une équation identique, indépendamment de l'extraction de la racine indiquée; d'où il suit que si l'on n'avoit pas connu cette quantité $\frac{a+b+\sqrt{a^2+b^2-2ab}}{2}$ & qu'on eut voulu

exprimer qu'on la cherchoit, la supposant x , on eut dû avoir

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0.$$

Or il est visible que cette expression $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab}$ qui signifie la quantité dont le carré est $a^2 + b^2 - 2ab$, est une expression ambiguë, puisque $a^2 + b^2 - 2ab$ est indifféremment le carré d'autant de quantités $r(a - b)$ qu'il y a de nombres qui satisfont à la condition $r^2 = 1$.

Voilà donc deux manières d'envisager l'équation

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0;$$

comme équation du second degré, & alors l'inconnue y représente une quantité ambiguë; comme produit de deux facteurs du premier degré, alors c'est l'équation qui est ambiguë, & l'inconnue y est susceptible de deux valeurs qui ne le sont point.

S'il étoit simplement question de résoudre l'équation

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0,$$

il faudroit choisir le dernier point de vue; mais si l'on en demande

une racine qui ne soit composée que de ses coefficients ($a + b$) & ab , cette racine sera ambiguë nécessairement : car a étant une valeur de x , il faudra qu'on ait

$$a = \text{fonction } [(a + b), ab];$$

& comme en échangeant les lettres a & b entr'elles dans $(a + b)$ & dans ab , ces quantités, ainsi que leur fonction quelle qu'elle soit, demeurent absolument les mêmes; l'échange supposé fait dans les deux membres, on aura encore

$$b = \text{fonction } [(a + b), ab].$$

Or ces deux conditions ne peuvent subsister séparément que par l'ambiguïté de la fonction.

Cette fonction est, par exemple,

$$\frac{1}{2} [a + b + \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}],$$

qui se déduit facilement de la valeur ci-dessus, parce que

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab.$$

Une quantité de laquelle on ne pourroit dire en aucun sens qu'elle égale a , ou qu'elle égale b , ne résoudroit point l'équation proposée; mais toute quantité de laquelle on peut le dire, en un certain sens, la résout : telle est, par exemple,

$$\frac{1}{2} [a + b + \frac{\sqrt{(2\sqrt{-1}) + \sqrt{(-2\sqrt{-1})}}}{2} \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}],$$

qui la résout effectivement, parce qu'il y a un sens dans lequel le carré de $\frac{\sqrt{(2\sqrt{-1}) + \sqrt{(-2\sqrt{-1})}}}{2}$ égale 1; telle est encore

$\frac{2ab}{a + b + \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}}$, qui ne satisfait, qu'après la réduction à un dénominateur commun.

De ces trois valeurs générales, la plus simple est la première; mais l'on demande de plus les valeurs qui satisfont concurremment, c'est-à-dire, celles dont la somme est $a + b$, & le produit est ab . Il faut pour cela déterminer un sens dans lequel la fonction ambiguë égale a , par exemple; & trouver, cela posé, comment elle égale b ; or cela est ici très-facile, puisque

$$\frac{1}{2} [a + b + \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}],$$

368 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
n'est a , qu'en supposant que

$$\sqrt{(a + b)^2 - 4ab} = a - b;$$

d'où il suit que c'est

$$\frac{1}{2} [a + b - \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}],$$

qui, dans ce sens, est b .

III. Il faut prendre encore le troisième degré pour exemple.
 $x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x - abc = (x - a)(x - b)(x - c)$
identiquement : donc, pour résoudre généralement l'équation du
troisième degré

$x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x - abc = 0$,
il faut trouver une fonction de

$$(a + b + c), \text{ de } (ab + ac + bc) \text{ \& de } abc,$$

qui égale indifféremment ou a , ou b , ou c .

En réfléchissant sur le second degré, envisagé de la manière
ci-dessus, & sur ce qu'on connoissoit du troisième, j'ai été conduit
à penser que cette condition pouvoit être remplie par une fonc-
tion de cette forme

$$\frac{1}{3} [a + b + c + \sqrt[3]{(a + r'b + r''c)^3} + \sqrt[3]{(a + r''b + r'c)^3}],$$

où je suppose les cubes développés, & que r' , r'' sont les valeurs
qui satisfont, concurremment avec l'unité, à l'équation $r^3 = 1$.

Il est aisé de voir que l'on a $r' + r'' = -1$, $r'r'' = 1$;
d'où l'on tire $r'^2 = r''$, $r''^2 = r'$, &c. & l'on trouve que le
cube de $a + r'b + r''c$, est

$$a^3 + b^3 + c^3 + 6abc + 3r'(a^2b + b^2c + c^2a) + 3r''(a^2c + b^2a + c^2b);$$

mais cette expression

$$\sqrt[3]{[a^3 + b^3 + c^3 + 6abc + 3r'(a^2b + b^2c + c^2a) + 3r''(a^2c + b^2a + c^2b)]}$$

qui n'indique autre chose que la quantité dont elle renferme le
cube, est une expression ambiguë, puisque ce cube l'est d'autant
de quantités $r(a + r'b + r''c)$ qu'il y a de nombres qui
satisfont à la condition $r^3 = 1$.

Il est donc facile de vérifier si la fonction ci-dessus, au moyen
des différens sens dont s'y trouvent susceptibles les deux quantités
ambiguës, remplit d'abord cette condition d'être indifféremment
ou a , ou b , ou c . Je vois que cela est en effet, puisque

$$\frac{1}{3} [a$$

$$\frac{2}{3}[a + b + c + (a + r'b + r''c) + (a + r''b + r'c)] = a.$$

$$\frac{1}{3}[a + b + c + r'(a + r'b + r''c) + r''(a + r''b + r'c)] = c.$$

$$\frac{1}{3}[a + b + c + r''(a + r'b + r''c) + r'(a + r''b + r'c)] = b.$$

Il ne s'agit donc plus que de faire que les deux cubes ne soient fonctions que de $(a + b + c)$, $(ab + ac + bc)$ & de abc : mais comme cela fera impossible tant qu'il ne sera pas indifférent d'y échanger les lettres a , b & c entr'elles, il convient de s'occuper à part de cette seconde condition.

On a $r' = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$, $r'' = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$; d'où
 $(a + r'b + r''c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 - \frac{1}{2}(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b)$
 $+ 6abc + \frac{1}{2}(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)\sqrt{-3}$,
 quantité dont $(a + r'b + r''c)^3$ ne diffère que parce que
 $\sqrt{-3}$ y est en moins.

Il n'y a là que

$$(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)$$

qui change de valeur si l'on échange les lettres entr'elles. En y écrivant en effet a pour b , & b pour a , on a

$$(a^2c + b^2a + c^2b - a^2b - b^2c - c^2a),$$

& c'est la seule valeur différente de la première, que les échanges de lettres puissent produire: mais nous avons appris ci-devant à faire une quantité qui fut indifféremment l'une de deux, & dans laquelle il fut de plus indifférent d'écrire l'une pour l'autre: u' & u'' étant ces deux quantités, $\frac{1}{2}[u' + u'' + \sqrt{(u' - u'')^2}]$ satisfait aux deux conditions: donc supposant

$$a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b = u',$$

$$a^2c + b^2a + c^2b - a^2b - b^2c - c^2a = u'',$$

$\sqrt{(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)^2}$ sera indifféremment u' ou u'' , & ne changera point de valeur si l'on y échange entr'elles les lettres a , b & c .

Or $(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)$, qui égale $(a - b)(a - c)(b - c)$, a pour carré

$$a^4b^2 + a^4c^2 + b^4a^2 + b^4c^2 + c^4a^2 + c^4b^2$$

$$- 2(a^3bc + b^3ac + c^3ab) - 2(a^3b^3 + a^3c^3 + b^3c^3)$$

$$+ 2(a^3b^2c + a^3c^2b + b^3a^2c + b^3c^2a + c^3a^2b + c^3b^2a) - 6a^2b^2c^2.$$

Mém. 1771.

A a 3

Voilà donc la seconde condition de la résolution générale du troisième degré satisfaite. Quant à la troisième & dernière qui est de substituer à toutes ces quantités, dans lesquelles il est indifférent d'échanger les lettres entr'elles, leurs valeurs en
 $(a + b + c)$, $(ab + ac + bc)$ & abc , on verra dans l'instant qu'elle est toujours très-facile à remplir.

IV. On voit dès-à-présent que pour un degré quelconque, la condition essentielle de la résolution générale étant de trouver une fonction de la somme des racines, de la somme de leurs produits deux-à-deux, de la somme de leurs produits trois-à-trois, &c. qui soit indifféremment l'une quelconque de ces racines, cette recherche peut se partager en trois chefs :

1.^o *Trouver une fonction des racines, de laquelle on puisse dire, dans un certain sens, qu'elle égale telle de ces racines que l'on voudra.*

2.^o *Mettre cette fonction sous une forme telle qu'il soit de plus indifférent d'y échanger les racines entr'elles.*

3.^o *Y substituer les valeurs en somme de ces racines, somme de leurs produits deux-à-deux, &c.*

Traisons d'abord ce troisième objet qui est le plus simple.

V. J'écrirai dans la suite

(A) pour $a + b + c + \&c.$	(A^2) pour $a^2 + b^2 + c^2 + \&c.$
(AB) pour $ab + ac + \&c.$	$(A^2 B)$ pour $a^2 b + b^2 a + c^2 a + \&c.$
$+ bc + \&c.$	$+ a^2 c + b^2 c + c^2 b + \&c.$
$+ \&c.$	$+ \&c. + \&c. + \&c.$

&c.

En général par $(A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots)$ j'indiquerai la somme de tous les termes différens qui résulteroient de celui-là, au moyen de toutes les substitutions possibles des petites lettres $a, b, c, d, e, \&c.$ dans un ordre quelconque, aux grandes, $A, B, C, \&c.$ & j'appellerai ces expressions abrégées, *Types de combinaison* ou simplement *Types*.

• Comme le cas où quelques-uns des exposans $\alpha, \beta, \gamma, \&c.$

du Type $(A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots)$ sont égaux entr'eux, conduit à des considérations particulières, j'adopterai encore, du moins dans cet article, une autre façon de noter, au moyen de laquelle le nombre d'égalités entre ces exposans puisse entrer d'une manière générale dans les expressions que je cherche.

Je fais $(A^\alpha B^\beta C^\gamma D^\delta E^\epsilon \dots) = \{\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \dots\}$; & si, par exemple, $\alpha = \beta = \gamma$, $\delta = \epsilon$, j'aurai

$$(A^\alpha B^\alpha C^\alpha D^\delta E^\delta \dots) = \{\alpha \alpha \alpha \delta \delta \dots\} = \{\alpha^3 \delta^2 \dots\}$$

Ainsi le sens de cette expression $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \dots\}$ est facile à saisir:

$$(A) = \{1\} \quad (A^2) = \{2\} \quad (A^3 B^3) = \{3^2\}$$

$$(AB) = \{1^2\} \quad (A^3) = \{3\} \quad (A^2 B^2 C^2 D) = \{2^3 1\}$$

$$(ABC) = \{1^3\} \quad \&c. \quad \&c.$$

&c.

Les fonctions qui ne changent point de valeur si l'on y échange les lettres entr'elles, étant évidemment des fonctions de *types*; ce qu'on se propose ici se réduit donc à trouver la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \dots\}$ en $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$, $\{1^4\}$, &c.

Les formules suivantes donnent d'abord la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \dots\}$ en sommes de puissances $\{\varpi\}$, $\{\varpi'\}$, &c. puis la valeur en $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$, &c. de ces sommes de puissances.

1.^o α , β , γ , &c. demeurant indéterminés, & n , p , q , &c. étant des nombres entiers positifs, ou zéro, si l'on satisfait de toutes les manières possibles à la suite d'équations

$$a'\epsilon' + a''\epsilon'' + a'''\epsilon''' + \dots = n,$$

$$b'\epsilon' + b''\epsilon'' + \dots = p,$$

$$c'\epsilon' + \dots = q,$$

&c.

en ne prenant pour a' , a'' , a''' ... b' , b'' ... c' ... ϵ' , ϵ'' , ϵ''' ... que des nombres entiers positifs, ou zéro, la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \dots\}$ en sommes de puissances, contiendra tous les différens termes de la forme

$$\{a'\alpha + b'\beta + c'\gamma + \dots\}^{\epsilon'} \times \{a''\alpha + b''\beta + \dots\}^{\epsilon''} \times \{a'''\alpha + \dots\}^{\epsilon'''} \dots$$

A a a ij

qui en peuvent résulter; & le coefficient numérique du terme quelconque

$$\{a'a + b'\beta + c'\gamma + \dots\}^{\epsilon'} \times \{a''a + b''\beta + \dots\}^{\epsilon''} \times \{a'''a + \dots\}^{\epsilon'''} \dots$$

en supposant pour simplifier

$$a' + b' + c' + \dots = A', \quad n + p + q + \dots = N.$$

$$a'' + b'' + \dots = A'', \quad \epsilon' + \epsilon'' + \epsilon''' + \dots = E.$$

$$a''' + \dots = A''',$$

&c.

fera

$$\frac{+}{(1.2.3 \dots A' - 1) \epsilon' (1.2 \dots A'' - 1) \epsilon'' (1.2 \dots A''' - 1) \epsilon''' \dots} \frac{+}{(1.2.3 \dots a' - 1) \epsilon' (1.2 \dots a'' - 1) \epsilon'' \dots (1.2 \dots b' - 1) \epsilon' (1.2 \dots b'' - 1) \epsilon'' \dots (1.2 \dots c' - 1) \epsilon' \dots (1.2.3 \dots \epsilon' - 1) \epsilon' (1.2 \dots \epsilon'' - 1) \epsilon'' \dots}$$

le signe + ayant lieu si $(N + E)$ est pair & le signe — s'il est impair.

Par exemple,

$$\{a^3\beta^2\} = \frac{1.2.3.4}{1.2.3.1.2} \{3a + 2\beta\} - \frac{1.2.3}{1.2.3} \{3a + \beta\} \{\beta\}$$

$$- \frac{1.2.3}{1.2.1.2} \{2a + 2\beta\} \{a\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2.3.1.2} \{3a\} \{2\beta\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2} \{2a + \beta\} \{a + \beta\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2.1.2} \{a + 2\beta\} \{2a\}$$

$$+ \frac{1.2}{1.2.3.1.2} \{3a\} \{\beta\}^2$$

$$+ \frac{1.2}{1.2} \{a + \beta\} \{a\} \{\beta\} - \frac{1}{1.2.1.2} \{2a\} \{a\} \{\beta\}^2$$

$$+ \frac{1.2}{1.2.1.2} \{a + 2\beta\} \{a\}^2 - \frac{1}{1.2} \{a + \beta\} \{a\}^2 \{\beta\}$$

$$+ \frac{1.1}{1.2.1.2} \{2a\} \{2\beta\} \{a\} - \frac{1}{1.2.1.2.3} \{2\beta\} \{a\}^3$$

$$+ \frac{1.1}{1.2} \{2a\} \{a + \beta\} \{\beta\}$$

$$+ \frac{1.2}{1.2} \{a + \beta\}^2 \{a\} + \frac{1}{3.2.3.1.2} \{a\}^3 \{\beta\}^2$$

& si l'on supposoit $\alpha = 2$, $\beta = 1$, on auroit

$$\begin{aligned} \{2^3 1^2\} &= 2 \{8\} - \{7\} \{1\} + \frac{1}{6} \{6\} \{1\}^2 \\ &- \frac{3}{2} \{6\} \{2\} + \{5\} \{2\} \{1\} \\ &- \frac{1}{6} \{6\} \{2\} + \frac{1}{2} \{4\} \{2\}^2 \\ &- \{5\} \{3\} + \frac{1}{4} \{4\} \{2\}^2 \\ &- \frac{1}{2} \{4\}^2 + \frac{1}{2} \{4\} \{3\} \{1\} \\ &+ \frac{1}{2} \{3\}^2 \{2\} \\ &- \frac{3}{4} \{4\} \{2\} \{1\}^2 + \frac{1}{12} \{2\}^3 \{1\}^3 \\ &- \frac{1}{2} \{3\} \{2\}^2 \{1\} \\ &- \frac{1}{12} \{2\}^4 \end{aligned}$$

c'est-à-dire,

$$\begin{aligned} (A^2 B^2 C^2 D E) &= 2(A^8) - (A^7)(A) + \frac{1}{6}(A^6)(A)^2 \\ &- \frac{3}{2}(A^6)(A^2) + (A^5)(A^2)(A) \\ &- (A^5)(A^3) + \frac{3}{4}(A^4)(A^2)^2 \\ &- \frac{1}{2}(A^4)^2 + \frac{1}{2}(A^4)(A^3)(A) \\ &+ \frac{1}{2}(A^3)^2(A)^2 \\ &- \frac{3}{4}(A^4)(A^2)(A)^2 + \frac{1}{12}(A^2)^3(A)^3 \\ &- \frac{1}{2}(A^3)(A^2)^2(A) \\ &- \frac{1}{12}(A^2)^4 \end{aligned}$$

2.^o Si l'on fait avec les quantités (A) , (AB) , (ABC) &c. ou $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$ &c. la fonction rationnelle & entière la plus générale possible de la dimension ϖ , ou si l'on prend tous les différens termes de la forme $\{1\}^{\epsilon'} \{1^2\}^{\epsilon''} \{1^3\}^{\epsilon'''} \dots$ qui peuvent résulter des manières possibles de satisfaire à l'équation

$$\epsilon' + 2\epsilon'' + 3\epsilon''' + \dots = \varpi,$$

ϵ' , ϵ'' , ϵ''' ... étant des nombres entiers positifs ou zéro, la valeur de $\{\varpi\}$ contiendra tous ces termes; & le coefficient numérique du terme quelconque,

$$\{1\}^{\epsilon'} \{1^2\}^{\epsilon''} \{1^3\}^{\epsilon'''} \dots$$

en supposant $\epsilon' + \epsilon'' + \epsilon''' + \dots = E$, sera

$$\pm \frac{\varpi(1.2\dots E-1)}{(1.2\dots\epsilon')(1.2\dots\epsilon'')(1.2\dots\epsilon''')\dots}$$

le signe $+$ ayant lieu si $(\varpi + E)$ est pair, & le signe $-$ s'il est impair.

Par exemple,

$$\{5\} = \frac{5.1.2.3.4}{1.2.3.4.5} \{1\}^5 - \frac{5.1.2.3}{1.2.3} \{1\}^3 \{1^2\} + \frac{5.1.2}{1.2} \{1\} \{1^2\}^2 \\ + \frac{5.1.2}{1.2} \{1\}^2 \{1^3\} - \frac{5.1}{1} \{1^2\} \{1^3\} - \frac{5.1}{1} \{1\} \{1^4\} + \frac{5}{1} \{1^5\},$$

c'est-à-dire,

$$(A^5) = (A)^5 - 5(A)^3(AB) + 5(A)(AB)^2 + 5(A)^2(ABC) \\ - 5(AB)(ABC) - 5(A)(ABCD) + 5(ABCDE).$$

L'inspection des Tables ci-jointes, que je crois faciles à entendre sans explication, & qu'il me paroîtroit intéressant de continuer, pourra suppléer aux détails de procédés qui ne font pas ici de mon objet *.

* On étoit sur le point d'imprimer ce Mémoire, lorsqu'il m'est venu en idée de rechercher l'expression générale d'un nombre pris quelque part que ce soit dans ces Tables, ou, ce qui est la même chose, en supposant ce qui précède, celle du coefficient numérique du terme

$$\{1\}^D - 2a_1 - 3a_2 - 4a_3 - \dots - n + 1a_n \times \{1^2\}^{a_2} \{1^3\}^{a_3} \{1^4\}^{a_4} \dots \{1^{n+1}\}^{a_n},$$

dans la valeur du produit

$$\{n+1\}^{a_n} \dots \{4\}^{a_4} \{3\}^{a_3} \{2\}^{a_2} \{1\}^D - 2a_1 - 3a_2 - 4a_3 - \dots - n + 1a_n.$$

J'ai trouvé que si l'on indique ce coefficient, qui est une Fonction de $a_1, a_2, \dots, a_1, a_2$, &c. par

$$\pm F \left(\begin{matrix} a_1, a_2, a_3 \dots a_n \\ a_1, a_2, a_3 \dots a_n \end{matrix} \right),$$

le signe $+$ ayant lieu si

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots$$

est un nombre pair, & le signe $-$ s'il est impair, on aura pour déterminer cette Fonction, la formule suivante (en supposant pour simplifier

$$r + 1 - 2a_1 - 3a_2 - 4a_3 - \dots - r + 1a_r = N, \\ r - a_1 - 2a_2 - 3a_3 - \dots - ra_r = N),$$

TABLE I. *Mém. de l'Acad. R. des Sc. année 1771, page 374.*

$\{1\} = 1$	$\{1^2\} = 1$
$\{2\} = 1$	$\{2^2\} = 1$
$\{3\} = 1$	$\{3^2\} = 1$
$\{4\} = 1$	$\{4^2\} = 1$
$\{5\} = 1$	$\{5^2\} = 1$
$\{6\} = 1$	$\{6^2\} = 1$
$\{7\} = 1$	$\{7^2\} = 1$
$\{8\} = 1$	$\{8^2\} = 1$
$\{9\} = 1$	$\{9^2\} = 1$
$\{10\} = 1$	$\{10^2\} = 1$

$\{1\} = 1$	$\{1^2\} = 1$
$\{2\} = 1$	$\{2^2\} = 1$
$\{3\} = 1$	$\{3^2\} = 1$
$\{4\} = 1$	$\{4^2\} = 1$
$\{5\} = 1$	$\{5^2\} = 1$
$\{6\} = 1$	$\{6^2\} = 1$
$\{7\} = 1$	$\{7^2\} = 1$
$\{8\} = 1$	$\{8^2\} = 1$
$\{9\} = 1$	$\{9^2\} = 1$
$\{10\} = 1$	$\{10^2\} = 1$

$\{6\} = 1$	$\{6^2\} = 1$
$\{5\} = 1$	$\{5^2\} = 1$
$\{4\} = 1$	$\{4^2\} = 1$
$\{3\} = 1$	$\{3^2\} = 1$
$\{2\} = 1$	$\{2^2\} = 1$
$\{1\} = 1$	$\{1^2\} = 1$
$\{6^3\} = 1$	$\{6^4\} = 1$
$\{5^3\} = 1$	$\{5^4\} = 1$
$\{4^3\} = 1$	$\{4^4\} = 1$
$\{3^3\} = 1$	$\{3^4\} = 1$
$\{2^3\} = 1$	$\{2^4\} = 1$
$\{1^3\} = 1$	$\{1^4\} = 1$
$\{6^5\} = 1$	$\{6^6\} = 1$
$\{5^5\} = 1$	$\{5^6\} = 1$
$\{4^5\} = 1$	$\{4^6\} = 1$
$\{3^5\} = 1$	$\{3^6\} = 1$
$\{2^5\} = 1$	$\{2^6\} = 1$
$\{1^5\} = 1$	$\{1^6\} = 1$

$\{7\} = 1$	$\{7^2\} = 1$
$\{6\} = 1$	$\{6^2\} = 1$
$\{5\} = 1$	$\{5^2\} = 1$
$\{4\} = 1$	$\{4^2\} = 1$
$\{3\} = 1$	$\{3^2\} = 1$
$\{2\} = 1$	$\{2^2\} = 1$
$\{1\} = 1$	$\{1^2\} = 1$
$\{7^3\} = 1$	$\{7^4\} = 1$
$\{6^3\} = 1$	$\{6^4\} = 1$
$\{5^3\} = 1$	$\{5^4\} = 1$
$\{4^3\} = 1$	$\{4^4\} = 1$
$\{3^3\} = 1$	$\{3^4\} = 1$
$\{2^3\} = 1$	$\{2^4\} = 1$
$\{1^3\} = 1$	$\{1^4\} = 1$
$\{7^5\} = 1$	$\{7^6\} = 1$
$\{6^5\} = 1$	$\{6^6\} = 1$
$\{5^5\} = 1$	$\{5^6\} = 1$
$\{4^5\} = 1$	$\{4^6\} = 1$
$\{3^5\} = 1$	$\{3^6\} = 1$
$\{2^5\} = 1$	$\{2^6\} = 1$
$\{1^5\} = 1$	$\{1^6\} = 1$

$\{8\} = 1$	$\{8^2\} = 1$
$\{7\} = 1$	$\{7^2\} = 1$
$\{6\} = 1$	$\{6^2\} = 1$
$\{5\} = 1$	$\{5^2\} = 1$
$\{4\} = 1$	$\{4^2\} = 1$
$\{3\} = 1$	$\{3^2\} = 1$
$\{2\} = 1$	$\{2^2\} = 1$
$\{1\} = 1$	$\{1^2\} = 1$
$\{8^3\} = 1$	$\{8^4\} = 1$
$\{7^3\} = 1$	$\{7^4\} = 1$
$\{6^3\} = 1$	$\{6^4\} = 1$
$\{5^3\} = 1$	$\{5^4\} = 1$
$\{4^3\} = 1$	$\{4^4\} = 1$
$\{3^3\} = 1$	$\{3^4\} = 1$
$\{2^3\} = 1$	$\{2^4\} = 1$
$\{1^3\} = 1$	$\{1^4\} = 1$
$\{8^5\} = 1$	$\{8^6\} = 1$
$\{7^5\} = 1$	$\{7^6\} = 1$
$\{6^5\} = 1$	$\{6^6\} = 1$
$\{5^5\} = 1$	$\{5^6\} = 1$
$\{4^5\} = 1$	$\{4^6\} = 1$
$\{3^5\} = 1$	$\{3^6\} = 1$
$\{2^5\} = 1$	$\{2^6\} = 1$
$\{1^5\} = 1$	$\{1^6\} = 1$

TABLE II. *Mém. de l'Acad. R. des Sc. année 1771, page 374.*

9	$=$	1	-9	$+27$	-30	$+9$	$+9$	-45	$+54$	-9	$+18$	-27	$+3$	-9	$+36$	-27	-27	$+18$	$+9$	$+9$	-27	$+9$	$+18$	-9	-9	$+18$	-9	$+9$	-9	-9	$+9$
81	$=$	1	-7	$+14$	-7	-1	$+13$	-30	$+9$	-6	$+19$	-3	$+1$	-12	$+19$	$+11$	-18	-5	-1	$+11$	-9	-10	$+9$	$+1$	-10	$+9$	-1	$+9$	$+1$	-9	
72	$=$	1	-5	$+5$	-3	$+10$	-5	-5	-11	$+13$	-3	$+2$	-8	-1	$+20$	-4	-9	-2	$+6$	$+5$	-18	$+9$	$+2$	-4	$+9$	-2	-5	$+9$	-9		
71^1	$=$	1	-6	$+9$	-2	$+6$	-12	$+3$	-1	$+5$	-5	-11	$+11$	$+5$	-1	-4	$+2$	-1	-4	$+18$	-9	-1	-3	-9	-1	-2	-1	-9			
63	$=$	1	-3	$*$	-3	$+9$	$+3$	$+3$	-18	$+6$	$+3$	-12	$+9$	$+9$	$*$	-3	$+9$	-9	$*$	$+9$	$+3$	$*$	-9	-9	$+9$	$+9$	-9				
621	$=$	1	-4	$+2$	-1	$+7$	-3	-3	$+14$	-12	-13	$+4$	$+14$	$+3$	-11	$+4$	$+10$	-18	-3	$+8$	$*$	$+3$	-4	-10	$+15$						
61^3	$=$	1	-5	$+5$	$+5$	-5	-5	-1	$+4$	-2	-4	$+9$	$+1$	-3	$+3$	-1	$+2$	$+1$	-9												
54	$=$	1	$*$	$*$	-4	-1	$+2$	$+7$	-3	$*$	$+4$	-3	-13	$+2$	$+11$	-4	$+7$	$+1$	$+2$	-11	$+9$	-18	$+9$	-9	$+9$	$+9$	-9				
531	$=$	1	-2	-2	$+4$	-3	$*$	-1	$+2$	$+5$	-2	-6	$+4$	-15	$+8$	$+5$	$+2$	-4	$+10$	$*$	$+10$	-18	-10	$+18$							
52^2	$=$	1	-3	$+3$	$*$	-2	$+6$	$*$	-6	-1	$+2$	-6	$*$	$+8$	$+1$	-2	$+4$	-9	$+2$	$+5$	-9	$+9$									
521^2	$=$	1	-3	-1	$+5$	$+1$	-4	$+15$	-6	-15	$+7$	$+4$	-11	$+9$	-4	$+6$	$+11$	-27													
51^4	$=$	1	-4	$+2$	$+4$	-4	-1	$+3$	-3	$+1$	-6	$+11$	-5	$+14$	-9	$+5$	-9	-5	$+9$												
4^1	$=$	1	$*$	-3	$+3$	$*$	$*$	-1	$+5$	-2	-5	$*$	$+1$	-1	-6	$+11$	-5	$+14$	-9	$+5$	-9	-5	$+9$								
432	$=$	1	-3	$*$	$*$	-2	-1	$+8$	-2	$*$	$+5$	-6	-2	$+2$	-5	$+4$	$*$	$+11$	-4	-18	$+18$										
431^2	$=$	1	-2	-1	$+5$	$*$	-1	$*$	$+5$	-13	$+5$	-13	$+9$	-11	$+20$	$+11$	-27														
42^31	$=$	1	-2	-1	$*$	-3	$+6$	$+2$	-3	$+5$	-12	$+9$	-5	-1	$+19$	-27															
421^3	$=$	1	-2	-1	$+4$	-5	$+14$	-12	$+5$	-8	-12	$+36$																			
41^5	$=$	1	-3	$+3$	-1	$+2$	$+1$	-9																							
3^3	$=$	1	$*$	$*$	$*$	$*$	-3	$+3$	$*$	$+3$	-3	-3	$*$	-3	$+6$	$+3$	-3	-3	$+3$												
3^21	$=$	1	-3	$*$	$*$	-3	$+4$	$+7$	$*$	$+7$	-18	-12	$+13$	$+19$	-27																
3^13	$=$	1	-2	$*$	-1	$+3$	$+6$	-11	-6	$+18$																					
32^3	$=$	1	$*$	$*$	$*$	-2	-1	$*$	$+2$	$+3$	-2	-5	$+9$	-9																	
32^31^1	$=$	1	-4	$*$	-4	$+9$	$+9$	-5	-30	$+54$																					
321^4	$=$	1	-3	-6	$+10$	$+13$	-45																								
31^6	$=$	1	-2	-1	$+9$																										
2^41	$=$	1	$*$	$*$	-3	$*$	$+5$	-7	$+9$																						
2^31^3	$=$	1	$*$	-5	$+14$	-30																									
2^31^5	$=$	1	-7	$+27$																											
21^7	$=$	1	-9																												
1^9	$=$	1																													

[illegible]

[illegible]

VI. Cherchons maintenant les moyens généraux de faire un fonction des racines, de laquelle il soit vrai en un certain sens qu'elle égale telle de ces racines qu'on voudra.

Je dis d'abord que la fonction

$$\frac{1}{n} [a + b + c + \&c. + \sqrt[n]{(a + r'b + r''c + r'''d + \dots)^n} \\ + \sqrt[n]{(a + r'^2b + r''^2c + \dots)^n} + \dots \\ + \sqrt[n]{(a + r'^{n-1}b + r''^{n-1}c + \dots)^n}]$$

égale ou a , ou b , ou c , ou d , &c. indifféremment, en supposant les puissances n développées, & que r' , r'' , r''' &c. sont les valeurs qui résolvent concurremment avec l'unité l'équation $r^n = 1$.

Les exemples mettront cette proposition dans tout son jour. Ajoutons seulement que lorsque n est un nombre premier $2m + 1$, pour obtenir les valeurs rigoureuses de r en supposant

$r^n - 1 = r^{2m+1} - 1 = 0 = (r - 1)(r^2 + r' + 1)(r^2 + r'' + 1)(r^2 + r''' + 1) \dots$ on a l'équation

$$\left. \begin{aligned} x^m - x^{m-1} + \frac{m-2}{1.2} x^{m-3} - \frac{m-3.m-4}{1.2.3} x^{m-5} + \&c. \\ - \frac{m-1}{1} x^{m-2} + \frac{m-2.m-3}{1.2} x^{m-4} - \frac{m-3.m-4.m-5}{1.2.3.4} x^{m-6} + \dots \end{aligned} \right\} = 0,$$

dont les racines sont x' , x'' , x''' &c. & qui est toujours facile à résoudre, comme on le verra ci-après par le calcul du cas où $m = 5$. Si n n'est pas un nombre premier, les simplifications sont encore plus grandes, & s'offrent sans peine.

$$F\left(\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_{\gamma}, \dots, a_n \\ a_1, a_2, \dots, a_{\gamma}, \dots, a_n \end{matrix}\right) = \dots +$$

$$\frac{\gamma+1.N+1.N+2.N+3 \dots N}{(1.2.3 \dots \alpha_1)(1.2.3 \dots \alpha_2) \dots (1.2.3 \dots \alpha_{\gamma})} F\left(\begin{matrix} a_1 - \alpha_1, a_2 - \alpha_2, \dots, a_{\gamma} - \alpha_{\gamma}, a_{\gamma+1}, a_{\gamma+2}, \dots, a_n \\ a_1, a_2, \dots, a_{\gamma-1}, a_{\gamma+1}, a_{\gamma+2}, \dots, a_n \end{matrix}\right) + \dots$$
 formule d'où l'on tirera n équations en donnant à γ successivement pour valeur les nombres $1, 2, 3, \dots, n$; le second membre de chacune de ces équations étant la somme d'autant de termes que le terme quelconque en peut fournir en prenant pour $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{\gamma}$, ou zéro ou des nombres entiers positifs, tels que $N >$ ou au plus $= 0$.

En considérant cette formule comme une équation aux différences finies à plusieurs variables, dans laquelle la différence de chaque variable soit égale à l'unité, je parviens à intégrer & à satisfaire aux conditions, par un procédé particulier dont je me propose de rendre compte dans l'un des volumes suivans.

Les applications au second & au troisième degré se trouvent ci-dessus : passons au quatrième.

VII. Comme $r^4 - 1 = (r^2 - 1)(r^2 + 1)$, les racines de $r^4 = 1$ sont $1, -1 = r', \sqrt{-1} = r'', -\sqrt{-1} = r'''$; & il faut prouver que

$$\frac{1}{4} [a + b + c + d + \sqrt[4]{(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})^4} + \sqrt[4]{(a+b-c-d)^4} + \sqrt[4]{(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})^4}]$$

égale indifféremment ou a , ou b , ou c , ou d , en supposant les carrés-carrés développés : mais cela posé, l'expression indiquée renferme les quatre valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} [a+b+c+d + (a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1}) + (a+b-c-d) + (a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] &= a; \\ \frac{1}{4} [a+b+c+d - (a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1}) + (a+b-c-d) - (a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] &= b; \\ \frac{1}{4} [a+b+c+d + \sqrt{-1}(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1}) - (a+b-c-d) - \sqrt{-1}(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] &= c; \\ \frac{1}{4} [a+b+c+d - \sqrt{-1}(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1}) - (a+b-c-d) + \sqrt{-1}(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] &= d. \end{aligned}$$

Donc, &c.

VIII. $r^5 - 1 = (r - 1)(r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)$.

Or si l'on avoit les quatre équations,

$$\begin{aligned} 1 + r' + r'' + r''' + r^{iv} &= 0, \\ r' r'' &= 1, \quad r'' r^{iv} = 1, \\ r'' r''' &= r'; \end{aligned}$$

d'où l'on déduit

$$\begin{aligned} r' r''' &= r^{iv}, \quad r'' r^{iv} = r''', \\ r' r^{iv} &= r'', \\ r'^2 &= r''', \quad r''^2 = r^{iv}, \quad r'''^2 = r'', \quad r^{iv^2} = r', \quad \&c. \end{aligned}$$

on trouveroit pour déterminer ou r' , ou r'' , ou r''' , ou r^{iv} , r étant l'une quelconque de ces quatre quantités, l'équation

$$r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0.$$

Donc les valeurs qui résolvent concurremment avec l'unité l'équation $r^5 = 1$ & qui sont r' , r'' , r''' , & r^{iv} , satisfont aux quatre équations que j'avois d'abord supposées & à celles qui s'en déduisent ; donc

$$\frac{1}{1} [a$$

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e + \sqrt[5]{(a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e)^5} \\ + \sqrt[5]{(a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e)^5} \\ + \sqrt[5]{(a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e)^5} \\ + \sqrt[5]{(a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)^5}]$$

en supposant les cinquièmes puissances développées, renferme les cinq valeurs

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e \\ + (a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e) + (a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e) + (a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e) + (a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)] = a.$$

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e \\ + r' (a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e) + r'' (a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e) + r^{iv} (a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e) + r' (a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)] = c.$$

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e \\ + r'' (a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e) + r^{iv} (a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e) + r' (a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e) + r' (a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)] = b.$$

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e \\ + r^{iv} (a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e) + r' (a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e) + r' (a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e) + r^{iv} (a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)] = e.$$

$$\frac{1}{5} [a + b + c + d + e \\ + r' (a + r' b + r'' c + r''' d + r^{iv} e) + r'' (a + r'' b + r^{iv} c + r' d + r' e) + r^{iv} (a + r^{iv} b + r' c + r' d + r' e) + r' (a + r' b + r' c + r^{iv} d + r''' e)] = d.$$

Les cinquièmes puissances indiquées sont faciles à exécuter au moyen du système d'équations entre le produit de deux quelconques des valeurs de r , & une troisième, tel qu'il est ci-dessus ; mais il faut observer que les mêmes lettres continuant d'indiquer les mêmes nombres, & les trois équations

$I + r' + r'' + r''' + r^{iv} = 0$, $r' r'' = 1$, $r''' r^{iv} = 1$,
ayant lieu, on pourroit, à cause de l'ambiguïté de ces nombres, supposer $r'' r''' = r^{iv}$; d'où l'on déduiroit

$r' r''' = r''$, $r' r^{iv} = r'''$, $r'' r^{iv} = r'$, $r'^2 = r^{iv}$, $r''^2 = r'''$,
 $r'^{m^2} = r'$, $r^{iv^2} = r''$; second système d'équations qui est vrai, ainsi que le premier, sans l'être en même temps, & duquel on concluroit les mêmes choses que ci-dessus, quoique dans le développement des cinquièmes puissances, il conduise à d'autres valeurs.

IX. Comme $r^6 - 1 = (r^2 - 1)(r^2 + r + 1)$
($r^2 - r + 1$), les six valeurs de r dans l'équation $r^6 = 1$ sont
Mém. 1771.

378 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

1, — 1, g' , g'' , — g' , — g'' ; g' & g'' étant les valeurs qui résolvent concurremment avec l'unité l'équation $g^3 = 1$, ce qui (*art. III*) donne $g' + g'' = -1$, $g'g'' = 1$, $g'^2 = g''$, $g''^2 = g'$, &c. & il faut prouver que

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}[a + b + c + d + e + f + \sqrt[6]{(a - b + g'c - g'd + g''e - g''f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a + b + g''c + g''d + g'e + g'f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a - b + c - d + e - f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a + b + g'c + g'd + g''e + g''f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a - b + g''c - g''d + g'e - g'f)^6}] \end{aligned}$$

égale indifféremment ou a , ou b , ou c , ou d , ou e , ou f , en supposant les sixièmes puissances développées : mais alors la fonction renferme les six valeurs

$$\frac{1}{2}[a + b + c + d + e + f \left. \begin{array}{c} + \\ - \\ + g' \\ - g' \\ + g'' \\ - g'' \end{array} \right\} (a - b + g'c - g'd + g''e - g''f),$$

$$\left. \begin{array}{c} + \\ + \\ + g'' \\ + g'' \\ + g' \\ + g' \end{array} \right\} (a + b + g''c + g''d + g'e + g'f) \left. \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right\} (a - b + c - d + e - f),$$

$$\left. \begin{array}{c} + \\ + \\ + g' \\ + g' \\ + g'' \\ + g'' \end{array} \right\} (a + b + g'c + g'd + g''e + g''f) \left. \begin{array}{c} + \\ - \\ + g'' \\ - g'' \\ + g' \\ - g' \end{array} \right\} (a - b + g''c - g''d + g'e - g'f)] = \left. \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \right\}$$

donc, &c.

X. $r^7 - 1 = (r - 1)(r^6 + r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)$; or si l'on avoit les six équations

$$1 + r' + r'' + r''' + r^{IV} + r^V + r^{VI} = 0,$$

$$r'r'' = 1, \quad r'''r^{IV} = 1, \quad r^Vr^{VI} = 1,$$

$$r''r''' = r', \quad r^{IV}r^V = r';$$

d'où l'on déduit

$$r' r''' = r^v, \quad r'' r^{iv} = r^{vi}, \quad r''' r^v = r^{iv}, \quad r^{iv} r^{vi} = r''',$$

$$r' r^{iv} = r'', \quad r'' r^v = r''', \quad r''' r^{vi} = r'',$$

$$r' r^v = r^{vi}, \quad r'' r^{vi} = r^v,$$

$$r' r^{vi} = r^{iv},$$

$$r'^2 = r''', \quad r''^2 = r^{iv}, \quad r'''^2 = r^{vi},$$

$$r^{iv^2} = r^v, \quad r^{vi^2} = r'', \quad r^{vi^2} = r', \text{ \&c.}$$

on trouveroit $r^6 + r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0$,
 r étant l'une quelconque des six quantités : donc les valeurs ima-
 ginaires de $\sqrt[7]{1}$ satisfont à toutes ces équations; donc

$$\begin{aligned} & \sqrt[7]{[a+b+c+d+e+f+g + \sqrt[7]{(a+r' b+r'' c+r''' d+r^{iv} e+r^v f+r^{vi} g)}]7} \\ & + \sqrt[7]{(a+r'' b+r^{iv} c+r^{vi} d+r^v e+r'' f+r' g)}7 \\ & + \sqrt[7]{(a+r^v b+r^{vi} c+r'' d+r' e+r''' f+r^{iv} g)}7 \\ & + \sqrt[7]{(a+r^{vi} b+r^v c+r' d+r'' e+r^{iv} f+r''' g)}7 \\ & + \sqrt[7]{(a+r^{iv} b+r''' c+r^v d+r^{vi} e+r' f+r'' g)}7 \\ & + \sqrt[7]{(a+r'' b+r' c+r^{iv} d+r''' e+r^{vi} f+r^v g)}7] \end{aligned}$$

en supposant les septièmes puissances développées, renferme les
 sept valeurs

$$\sqrt[7]{[a+b+c+d+e+f+g + \left. \begin{array}{l} + \\ + r' \\ + r'' \\ + r''' \\ + r^{iv} \\ + r^v \\ + r^{vi} \end{array} \right\} (a+r' b+r'' c+r''' d+r^{iv} e+r^v f+r^{vi} g)]}$$

$$\left. \begin{array}{l} + \\ + r''' \\ + r^{iv} \\ + r^{vi} \\ + r^v \\ + r' \\ + r'' \end{array} \right\} (a+r''' b+r^{iv} c+r^{vi} d+r^v e+r' f+r'' g) \quad \left. \begin{array}{l} + \\ + r^v \\ + r^{vi} \\ + r' \\ + r'' \\ + r''' \\ + r^{iv} \end{array} \right\} (a+r^v b+r^{vi} c+r' d+r'' e+r''' f+r^{iv} g)$$

$$\begin{array}{l}
 + \\
 + r^{vi} \\
 + r^v \\
 + r' \\
 + r'' \\
 + r^{iv} \\
 + r''
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 (a + r^{vi}b + r^ve + r'd + r''e + r^{iv}f + r''g) \\
 + r^v \\
 + r^{vi} \\
 + r' \\
 + r''
 \end{array}
 \right\}
 \begin{array}{l}
 + \\
 + r^{iv} \\
 + r'' \\
 + r^v \\
 + r^{vi} \\
 + r' \\
 + r''
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 (a + r^{iv}b + r''e + r^vd + r^{vi}e + r'f + r'g) \\
 + r^v \\
 + r^{vi} \\
 + r' \\
 + r''
 \end{array}
 \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 + \\
 + r'' \\
 + r' \\
 + r^{iv} \\
 + r'' \\
 + r^{vi} \\
 + r^v
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 (a + r^vb + r'e + r^{iv}d + r''e + r'f + r'g) \\
 + r^v \\
 + r^{vi} \\
 + r' \\
 + r''
 \end{array}
 \right\} = \begin{array}{l}
 c \\
 b \\
 c \\
 d \\
 g
 \end{array}$$

XI. Ce procédé est uniforme, & pour un nombre premier n quelconque, r' , r'' , r''' ... étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[n]{1}$, on aura toujours un système d'équations analogue aux précédens, en supposant les $(n - 1)$ équations

$$\begin{aligned}
 1 + r' + r'' + r''' + \dots &= 0, \\
 r'r'' &= 1, \quad r''r^{iv} = 1, \quad r^vr^{vi} = 1, \quad r^{vi}r^{viii} = 1, \text{ &c.} \\
 r''r''' &= r', \quad r^{iv}r^v = r', \quad r^{vi}r^{vii} = r', \text{ &c.}
 \end{aligned}$$

qui donneront toutes les autres. Ce système suffira pour élever sans embarras les puissances indiquées, & satisfaire par conséquent à l'objet qui nous occupe ici, puisque les valeurs rigoureuses de toutes les racines de l'unité sont faciles à obtenir successivement, comme on le verra.

XII. Il y a, lorsque n n'est pas un nombre premier, des simplifications dans la forme générale ci-dessus, qui se présentent au premier coup-d'œil; par exemple,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}[a + b + c + d + \sqrt[4]{(a - b + c\sqrt{-1} - d\sqrt{-1})^2} \\
 + \sqrt{(a + b - c - d)^2} \\
 + \sqrt[4]{(a - b - c\sqrt{-1} + d\sqrt{-1})^2}]
 \end{aligned}$$

renferme les quatre valeurs de l'article VII.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}[a + b + c + d + e + f + \sqrt[6]{(a - b + p'e - p'd + p''e - p''f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a + b + p''e + p''d + p'e + p'f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a - b + c - d + e - f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a + b + p'e + p'd + p''e + p''f)^6} \\ + \sqrt[6]{(a - b + p''e - p'd + p'e - p'f)^6}] \end{aligned}$$

renferme les six valeurs de l'article IX; &c.

Mais il existe encore pour ces cas, des formes particulières plus simples.

XIII. On peut, par exemple, faire une quantité qui ait indifféremment l'une de quatre valeurs déterminées, sans élever d'autres puissances que des carrés, & par conséquent sans employer d'imaginaires; car

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}[a + b + c + d + \sqrt{(a + b - c - d)^2} \\ + \sqrt{(a + c - b - d)^2} \\ + \sqrt{(a + d - b - c)^2}] \end{aligned}$$

renferme les quatre valeurs

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}[a + b + c + d \begin{matrix} + \\ + \\ - \\ - \end{matrix} \left. \begin{matrix} + \\ + \\ - \\ - \end{matrix} \right\} (a + b - c - d) \begin{matrix} + \\ - \\ + \\ - \end{matrix} \left. \begin{matrix} + \\ - \\ + \\ - \end{matrix} \right\} (a + c - b - d) \\ \begin{matrix} + \\ - \\ - \\ + \end{matrix} \left. \begin{matrix} + \\ - \\ - \\ + \end{matrix} \right\} (a + d - b - c)] = \begin{cases} a, \\ b, \\ c, \\ d. \end{cases} \end{aligned}$$

XIV. On peut faire une quantité qui soit indifféremment l'une de six, sans élever d'autres puissances que cinq différens cubes; car p' & p'' étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[3]{1}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}[a + b + c + d + e + f + \sqrt[3]{(a + b + p'e + d + p''e + f)^3} \\ + \sqrt[3]{(a + c + p'b + e + p''d + f)^3} \\ + \sqrt[3]{(a + d + p'b + f + p''c + e)^3} \\ + \sqrt[3]{(a + e + p'c + f + p''b + d)^3} \\ + \sqrt[3]{(a + f + p'd + e + p''b + c)^3}] \end{aligned}$$

$$\left. \begin{matrix} + \\ + \\ + \\ + \\ + \\ + \\ + \end{matrix} \right\} \left(a + e + \overline{p'c} + \overline{f + p''b + d} \right) \quad \left. \begin{matrix} + \\ + \\ + \\ + \\ + \\ + \\ + \end{matrix} \right\} \left(a + f + \overline{p'd + e + p''b + c} \right) = \left. \begin{matrix} a. \\ b. \\ c. \\ d. \\ e. \\ f. \end{matrix} \right\}$$

XV. Veut-on savoir si, sans élever d'autres puissances que cinq différens carrés, l'on pourroit faire encore une quantité qui fût indifféremment l'une de six? voici le moyen de s'en assurer.

Il faut que chaque lettre, excepté a , se trouve dans la somme des quantités radicales, deux fois en plus & trois fois en moins, pour satisfaire au cas où tous les radicaux auront le signe $+$ comme ici

$$\begin{aligned}
 & \pm [a + b + c + d + e + f + (a + b + c - d - e - f) \\
 & + (a + b + d - c - e - f) + (a + c + f - b - d - e) \\
 & + (a + d + e - b - e - f) + (a + e + f - b - c - d)] = a;
 \end{aligned}$$
 mais quand on disposera les signes $+$ & $-$ au-devant des radicaux, de la manière qu'il faudra pour avoir dans tous, $+$ 1 pour coefficient d'une des lettres autre que a , il faudra que les coefficients $+$ 1 & $-$ 1 continuent de se mi-partir pour toutes les autres lettres, dont la somme doit être zéro; il faut donc que deux lettres quelconques ne soient pas trois fois de même signe dans les cinq quantités radicales: or ces conditions sont impossibles à remplir.

Au reste, ce qui est impossible si l'on veut se borner à cinq carrés, n'a rien que de facile si on en élève dix, car

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [2(a+b+c+d+e+f) + \sqrt{(a+b+c-d-e-f)^2} \\ & + \sqrt{(a+b+d-e-e-f)^2} + \sqrt{(a+b+e-e-d-f)^2} \\ & + \sqrt{(a+b+f-e-d-e)^2} + \sqrt{(a+c+d-b-e-f)^2} \\ & + \sqrt{(a+c+e-b-d-f)^2} + \sqrt{(a+c+f-b-d-e)^2} \\ & + \sqrt{(a+d+e-b-c-f)^2} + \sqrt{(a+d+f-b-c-e)^2} \\ & + \sqrt{(a+e+f-b-c-d)^2}] \end{aligned}$$

renferme les six valeurs, a, b, c, d, e, f .

XVI. On peut faire une quantité qui ait indifféremment l'une de huit valeurs déterminées, sans élever d'autres puissances que sept différens carrés, car

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [a+b+c+d+e+f+g+h + \sqrt{(a+b+c+d-e-f-g-h)^2} \\ & + \sqrt{(a+b+c+e+f-c-d-g-h)^2} \\ & + \sqrt{(a+b+g+h-c-d-e-f)^2} \\ & + \sqrt{(a+c+e+h-b-d-f-g)^2} \\ & + \sqrt{(a+c+f+g-b-d-e-h)^2} \\ & + \sqrt{(a+d+e+g-b-c-f-h)^2} \\ & + \sqrt{(a+d+f+h-b-c-e-g)^2}] \end{aligned}$$

renferme les huit valeurs a, b, c, d, e, f, g, h .

XVII. On peut faire une quantité qui soit indifféremment l'une de neuf, sans élever d'autres puissances que huit différens cubes, car ρ' & ρ'' étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[3]{1}$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} [a+b+c+d+e+f+g+h+k \\ & + \sqrt[3]{(a+b+c+\rho'd+e+f+\rho''g+h+k)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+b+c+\rho'g+h+k+\rho''d+e+f)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+d+g+\rho'b+f+h+\rho''c+e+h)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+d+g+\rho'c+e+h+\rho''b+f+h)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+f+h+\rho'b+e+g+\rho''c+d+h)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+f+h+\rho'c+d+h+\rho''b+e+g)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+e+h+\rho'c+f+g+\rho''b+d+h)^3} \\ & + \sqrt[3]{(a+e+h+\rho'b+d+h+\rho''c+f+g)^3}] \end{aligned}$$

renferme les neuf valeurs $a, b, c, d, e, f, g, h, k$.

XVIII. En général, on trouvera toujours les formes de cette espèce, en prenant dans la première, simplifiée comme dans l'article XII, les radicaux de même dénomination, en y échangeant les lettres entre elles de toutes les manières, puis faisant une somme de tous ces résultats; car chaque forme élémentaire se compose toujours de cette somme, & souvent, de différentes portions de cette somme.

Les modifications qui paroissent multiplier le nombre de formes des racines, ne sont que des complications des formes élémentaires; comme lorsque l'on prend deux ou plusieurs termes de la racine, & qu'on élève leur somme à une certaine puissance, pour la mettre ensuite sous le radical de même exposant que cette puissance; lorsqu'on fait le produit de deux termes, pour le diviser ensuite par l'un d'eux, &c. &c. & je dis que pour le quatrième degré par exemple, il n'y a de formes essentiellement différentes, que les deux des articles VII ou XII & XIII; que pour le sixième, il n'y a que les trois des articles IX ou XII, XIV & XV, &c. car la différence essentielle est dans le degré des radicaux nécessaires.

Sans entrer dans de plus longues discussions à ce sujet, parce que l'objet des formes particulières est moins de faciliter les solutions générales, que d'en simplifier les résultats, nous nous contenterons de remarquer qu'au moyen de tout ce qui précède, notre question principale se trouve réduite au second des trois chefs que nous y avons distingués (article IV); c'est-à-dire à transformer en fonction de *types* (article V) la quantité de laquelle on peut dire qu'elle égale telle des racines que l'on voudra.

Reprenons un instant le troisième degré.

XIX. On a vu (articles III & V) que la quantité qui est indifféremment ou a , ou b , ou c , se présente immédiatement sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}[(A) + \sqrt[3]{(A^3) - \frac{1}{3}(A^2B) + 6(ABC) + \frac{1}{3}(a-b)(a-c)(b-c)\sqrt{-3}} \\ + \sqrt[3]{(A^3) - \frac{1}{3}(A^2B) + 6(ABC) - \frac{1}{3}(a-b)(a-c)(b-c)\sqrt{-3}}], \end{aligned}$$

& que pour avoir le tout en fonction de *types*, il ne s'agit que de prendre, au lieu de

$$(a - b) (a - c) (b - c),$$

la racine

la racine de son carré

$$(A^4 B^2) - 2(A^4 BC) - 2(A^3 B^3) + 2(A^3 B^2 C) - 6(A^2 B^2 C^2).$$

Les Tables de l'article V donnent le surplus, & l'équation proposée étant

$$Mx^3 + Nx^2 + Px + Q = 0$$

si l'on fait

$$\Delta' \left. \begin{array}{l} \Delta'' \end{array} \right\} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} [-2N^3 + 3^2 MNP - 3^3 M^2 Q]}$$

$$+ \left. \begin{array}{l} - \end{array} \right\} 3M\sqrt[3]{-2N^3 P^2 - 2^2 MP^3 - 2^2 N^2 Q + 2 \cdot 3^2 MNPQ - 3^3 M^2 Q^2}],$$

la formule de résolution sera

$$x = \frac{1}{3M} \left[-N + \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right] \Delta' + \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \Delta''$$

formule connue & la plus simple possible, comme le prouvent les observations suivantes.

XX. On doit toujours pouvoir distinguer les différentes racines l'une de l'autre, dans la valeur générale qui les renferme toutes, uniquement en y multipliant chaque radical par les différentes racines de l'unité, de même exposant que ce radical; d'où il suit que la formule générale du troisième degré ne peut pas ne renfermer que des radicaux seconds: l'addition des radicaux dans la somme des valeurs qui résolvent concurremment doit donner zéro, ainsi il y faut des radicaux troisièmes.

Il faut que dans chaque radical tout soit zéro quand $a=b=c$ puisqu'alors on doit trouver $x = \frac{1}{3}(A) = -\frac{N}{3M}$ sans aucune ambiguïté.

Il faut que a^3, b^3 & c^3 y aient le même coefficient, puisque a^3 par exemple, est de la même difficulté que a à obtenir en types..... &c.

Mém. 1771.

C c c

Comme toutes ces conditions exigent que l'on ait sous les radicaux, les nombres imaginaires dont le cube est 1, on voit qu'il est impossible d'éviter dans la solution du troisième degré, ce qu'on appelle le *cas irréductible*.

Il sera facile d'étendre & de généraliser ces remarques.

XXI. Nous avons prouvé (*article XIII*) que

$\frac{1}{2}[(A) + \sqrt{(a+b-c-d)^2} + \sqrt{(a+c-b-d)^2} + \sqrt{(a+d-b-c)^2}]$ renferme les quatre valeurs a, b, c, d , si l'on y suppose les carrés développés. Ces carrés sont, savoir,

$$\left. \begin{aligned} (a+b-c-d)^2 \\ (a+c-b-d)^2 \\ (a+d-b-c)^2 \end{aligned} \right\} = (A^2) - 2(AB) + 4 \begin{cases} ab+cd \\ ac+bd \\ ad+bc \end{cases}$$

$$= (A^2) - \frac{1}{2}(AB) + \frac{1}{2} \begin{cases} 2(ab+cd) - (ac+bd) - (ad+bc) \\ 2(ac+bd) - (ad+bc) - (ab+cd) \\ 2(ad+bc) - (ab+cd) - (ac+bd) \end{cases}$$

En échangeant les lettres entre elles, de toutes les manières possibles; dans

$$2(ab+cd) - (ac+bd) - (ad+bc),$$

on ne trouve que les trois valeurs

$$\begin{aligned} 2(ab+cd) - (ac+bd) - (ad+bc) &= u' \\ 2(ac+bd) - (ad+bc) - (ab+cd) &= u'' \\ 2(ad+bc) - (ab+cd) - (ac+bd) &= u''' \end{aligned}$$

mais par l'article III

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{(ab+cd + \sqrt{r'ac+bd} + \sqrt{r''ad+bc})^3} \\ &+ \sqrt[3]{(ab+cd + \sqrt{r''ac+bd} + \sqrt{r'ad+bc})^3}, \end{aligned}$$

en y supposant les cubes développés, sera indifféremment ou u' , ou u'' , ou u''' . Le premier de ces cubes est

$$\begin{aligned} (A^3 B^3) - \frac{1}{2}(A^3 B^2 C) + 6(A^3 B C D) + 6(A^2 B^2 C^2) - 3(A^2 B^2 C D) \\ + \frac{1}{2}(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)\sqrt{-3}; \end{aligned}$$

l'autre n'en diffère que parce que $\sqrt{-3}$ y est en moins: or comme le carré du produit des différences entre les racines est

une fonction de *types*, la solution ne dépend plus que des propositions de l'article V.

L'équation proposée étant

$$Mx^4 + Nx^3 + Px^2 + Qx + R = 0,$$

$$\begin{aligned} & \& \Delta' \left. \begin{array}{l} \\ \Delta'' \end{array} \right\} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \left(2P^3 - 3^2NPQ + 3^3MQ^2 + 3^3N^2R - 2^33^2MPR \right. \\ & \left. + \right\} 3\sqrt{-3} \left[\begin{array}{ccc} N^2P^2Q^2 & -2^2N^2P^3R & -3^3N^4R^2 \\ -2^2MP^3Q^2 & +2^2MP^4R & +2^43^2MN^2PR^2 \\ -2^2N^3Q^2 & +2^23^2N^3PQR & -2^7M^2P^2R^2 \\ +2^23^2MNPQ^2 & -2^45MNP^2QR & -2^63M^2NQR^2 \\ -3^3M^2Q^2 & -2^23MN^2Q^2R & +2^8M^3R^3 \\ +2^43^2M^2PQ^2R \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u' \left. \begin{array}{l} u'' \\ u''' \end{array} \right\} &= \left(\begin{array}{c} + \\ -1 + \sqrt{-3} \\ 2 \end{array} \right) \Delta' \left(\begin{array}{c} + \\ -1 - \sqrt{-3} \\ 2 \end{array} \right) \Delta'' \\ & \left(\begin{array}{c} -1 - \sqrt{-3} \\ 2 \end{array} \right) \Delta' \left(\begin{array}{c} -1 + \sqrt{-3} \\ 2 \end{array} \right) \Delta'' \end{aligned}$$

ou bien u' , u'' & u''' étant les trois racines de l'équation

$$u^3 + (-3P^2 + 3NQ - 2^23MR)u$$

$$+ (-2P^3 + 3^2NPQ - 3^3MQ^2 - 3^3N^2R + 2^33^2MPR) = 0,$$

on a

$$u = \frac{1}{2^2M} \left[-N + \sqrt[3]{\frac{1}{2}} (3N^2 - 2^3MP + 2^2Md) \right]$$

$$\left(\begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right) \sqrt[3]{\frac{1}{2}} (3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu'') \left(\begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right) \sqrt[3]{\frac{1}{2}} (3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu'''),$$

& si au lieu des deux derniers radicaux, on prend la racine du carré de leur somme, le tout ne dépendra que de u' .

XXII. Si nous prenons la forme de l'article XII, savoir,

Ccc ij

$$\frac{1}{2}[(A) + \sqrt[4]{(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})^4} \\ + \sqrt[4]{(a+b-c-d)^2} + \sqrt[4]{(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})^4}]$$

nous aurons $(a+b-c-d)^2$ par l'article précédent ;
& quant aux deux quatrièmes puissances, si l'on fait

$$\Phi = 3^2 (A^4) - 2^2 3 (A^3 B) - 2 \cdot 37 (A^2 B^2) \\ + 2^2 23 (A^2 B C) - 2^2 3 \cdot 23 (A B C D) - 2^2 [3 (A^2) - 2 (A B)] u + 2^2 7 u^2,$$

u' ayant la même valeur que dans l'article précédent, on aura

$$\frac{(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})^4}{(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})^4} = \frac{1}{2^2} \Phi + \frac{1}{2^2} \{ 2^2 (a-b)(c-d) [(a-b)^2 - (c-d)^2] \sqrt{-1} ;$$

or faisant

$$\Psi = 2^2 (A^2 B^2) - 2^2 (A^2 B C) + 2^2 3 (A B C D) - u^2$$

on a

$$[(a-b)(c-d)]^2 = \frac{1}{2} \Psi$$

$$[(a-b)^2 - (c-d)^2]^2 = \frac{1}{3^2} (\Phi + 2^2 3 \Psi);$$

d'où, au moyen des propositions de l'article V, résulte la formule suivante, Φ & Ψ étant, savoir,

$$\Phi = 3^2 N^4 - 2^2 3 M N^2 P - 2^2 M^2 P^2 + 2^2 3^2 M^2 N Q - 27 3^2 M^2 R \\ - 2^2 M (3 N^2 - 2^2 M P) u + 2^2 7 M^2 u^2.$$

$$\Psi = 2^2 P^2 - 2^2 3 N Q + 2^2 3 M R - u^2$$

$$\tau = \frac{1}{2^2 M} \left[- N \right] \sqrt[4]{\frac{1}{3} (N^2 - 2^2 M P + 2^2 M u)}$$

$$\left. \begin{array}{l} + \\ - \\ - \sqrt{-1} \\ + \sqrt{-1} \end{array} \right\} \sqrt[4]{\frac{1}{3^2} (\Phi + 2^2 M \sqrt{-1} - 3 \Psi (\Phi + 2^2 3 M^2 \Psi))}$$

$$\left. \begin{array}{l} + \\ - \\ + \sqrt{-1} \\ - \sqrt{-1} \end{array} \right\} \sqrt[4]{\frac{1}{3^2} (\Phi - 2^2 M \sqrt{-1} - 3 \Psi (\Phi + 2^2 3 M^2 \Psi))};$$

XXIII. Pour l'équation

$$r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0,$$

par exemple, qui renferme les valeurs imaginaires de $\sqrt[4]{1}$, on aura, par la première formule,

$$r = \frac{1}{2} \left[-1 \begin{array}{c} + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right] \sqrt[4]{5} \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \left\{ \sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right\} \sqrt{-5 - 2\sqrt{5}} \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right\},$$

& par la seconde,

$$r = \frac{1}{2} \left[-1 \begin{array}{c} + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right] \sqrt[4]{5} \begin{array}{c} + \\ - \\ -\sqrt{-1} \\ +\sqrt{-1} \end{array} \left\{ \sqrt[4]{5}(-3 + 4\sqrt{-1}) \begin{array}{c} + \\ - \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1} \end{array} \right\} \sqrt[4]{5}(-3 - 4\sqrt{-1}) \begin{array}{c} + \\ - \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1} \end{array} \right\}.$$

XXIV. Avant de passer au cinquième degré, il faut expliquer une nouvelle notation abrégée qui rendra nos expressions plus concises, & nous fournira des procédés de calcul plus expéditifs que ceux de l'algèbre. Cette notation convient à certaines quantités d'une forme systématique dans lesquelles se résolvent celles que j'appelle *types*, & auxquelles se réduit toujours immédiatement la fonction qui est indifféremment telle des racines que l'on voudra.

J'appellerai *Types partiels*, les expressions abrégées de ces quantités. Ce sont des suites de termes faisant partie du développement d'un même *type*, dont la propriété fondamentale est que si, dans un certain échange entre les lettres, il résulte d'un terme, un autre terme qui soit de la suite, il ne résulte des autres, aucun terme qui n'y soit pas compris; de manière que cet échange n'y produise aucun changement: & qu'au contraire, s'il en résulte un terme qui n'y soit pas compris, aucun des résultats ne le soit.

Je suppose, par exemple,

$$[\alpha \beta \gamma] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\beta} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\alpha},$$

c'est-à-dire que $[\alpha \beta \gamma]$ représente la somme de tous les termes différens que l'on peut former en conservant toujours a , b & c , dans l'ordre alphabétique, prenant au premier terme pour exposans respectifs de ces lettres, les nombres α , β & γ dans l'ordre même où ils sont écrits, & concluant ensuite chaque terme, du précédent, en y empruntant les exposans successifs dans l'ordre qui suit, le *dernier*, le *premier*, le *second*; ordre de succession

suffisamment indiqué par celui des caractéristiques I, II, III, dans l'expression $[\alpha \beta \gamma]$, & d'où l'on ne déduit ici que trois termes, puisqu'en continuant toujours, on retomberoit dès le quatrième, sur le premier.

Il suit de-là que

$$[\alpha \gamma \beta] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\alpha},$$

& que par conséquent, en ne supposant dans le développement du type $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma})$ que a, b & c , on a

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma}) = [\alpha \beta \gamma] + [\alpha \gamma \beta].$$

Il est facile de conclure semblablement

$$[\alpha \beta \gamma \delta] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} + a^{\delta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\beta} d^{\alpha}$$

$$[\alpha \delta \beta \gamma] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\beta} d^{\gamma} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\alpha} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\delta} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\beta}$$

$$[\alpha \gamma \delta \beta] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\beta} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\gamma} + a^{\beta} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\alpha} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\delta}$$

$$[\alpha \beta \delta \gamma] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\delta} d^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\delta} + a^{\delta} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\alpha}$$

$$[\alpha \gamma \beta \delta] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\delta} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\delta} d^{\alpha} + a^{\beta} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\gamma} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\beta}$$

$$[\alpha \delta \gamma \beta] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\beta} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\delta} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\alpha} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\gamma}$$

d'où il suit qu'en ne supposant dans le développement du type $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta})$ que a, b, c & d , on a

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta}) = [\alpha \beta \gamma \delta] + [\alpha \delta \beta \gamma] + [\alpha \gamma \delta \beta] \\ + [\alpha \beta \delta \gamma] + [\alpha \gamma \beta \delta] + [\alpha \delta \gamma \beta].$$

Il faut observer, avant d'aller plus loin, que dans les loix que j'ai prises ici, j'avois une intention particulière. Les deux portions $[\alpha \beta \gamma]$ & $[\alpha \gamma \beta]$ du type $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma})$ sont telles qu'elles ne font que se convertir réciproquement l'une en l'autre

par les échanges qu'on peut faire dans la valeur de chacune, entre les lettres a , b & c ; j'ai de même assujéti à cette propriété les six portions dans lesquelles j'ai partagé ($A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta}$): ainsi, il faut, pour obtenir en *types* la quantité $[\alpha \beta \gamma]$, faire une fonction qui ait indifféremment l'une de ces deux valeurs $[\alpha \beta \gamma]$ & $[\alpha \gamma \beta]$, & de même, pour obtenir en *types* la quantité $[\alpha \beta \gamma \delta]$, il faut faire une fonction qui ait indifféremment l'une des six valeurs

$$[\alpha \beta \gamma \delta], [\alpha \delta \beta \gamma], [\alpha \gamma \delta \beta];$$

$$[\alpha \beta \delta \gamma], [\alpha \gamma \beta \delta] \text{ \& } [\alpha \delta \gamma \beta].$$

Ce n'est que pour satisfaire à cette vue particulière, qu'il a fallu partager le *type* ($A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta}$) en portions où les caractéristiques I, II, III & IV se trouvaient dans un ordre différent.

En suivant ce procédé, on aura

$$[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} e^{\epsilon} + a^{\delta} b^{\epsilon} c^{\beta} d^{\gamma} e^{\alpha} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\epsilon} d^{\beta} e^{\delta}$$

$$+ a^{\beta} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\epsilon} e^{\gamma} + a^{\epsilon} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\alpha} e^{\beta}$$

$$[\alpha \epsilon \delta \beta \gamma] = a^{\alpha} b^{\epsilon} c^{\delta} d^{\beta} e^{\gamma} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\epsilon} d^{\delta} e^{\alpha} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\epsilon} e^{\beta}$$

$$+ a^{\epsilon} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\gamma} e^{\delta} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\beta} d^{\alpha} e^{\epsilon}$$

$$[\alpha \gamma \beta \epsilon \delta] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\epsilon} e^{\delta} + a^{\epsilon} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\beta} e^{\alpha} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\gamma} e^{\epsilon}$$

$$+ a^{\gamma} b^{\epsilon} c^{\alpha} d^{\delta} e^{\beta} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\epsilon} d^{\alpha} e^{\gamma}$$

$$[\alpha \delta \epsilon \gamma \beta] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\epsilon} d^{\gamma} e^{\beta} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\delta} d^{\epsilon} e^{\alpha} + a^{\epsilon} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\delta} e^{\gamma}$$

$$+ a^{\delta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\beta} e^{\epsilon} + a^{\beta} b^{\epsilon} c^{\gamma} d^{\alpha} e^{\delta}$$

La somme de ces quatre *types partiels* est encore un *type partiel*, qui, à cause de l'enchaînement entre les exposans $\beta, \gamma, \delta, \epsilon$, peut être noté ainsi $[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon]$, en concevant que le premier

ordre de caractéristiques détermine, non une suite de simples termes, mais une suite de *types partiels* de la forme $[a\ b\ c\ d\ e]$,
 $\begin{smallmatrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{smallmatrix}$

forme indiquée par le second ordre de caractéristiques. Cependant à cause des difficultés de l'impression, je substituerai ici, à cette notation qui m'est familière, la suivante qui peut suffire pour ce Mémoire: je ferai

$$[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon] = [\alpha\beta\gamma\delta\epsilon] + [\alpha\epsilon\delta\beta\gamma] + [\alpha\gamma\beta\epsilon\delta] + [\alpha\delta\epsilon\gamma\beta]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{III} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} \\ & \text{V} & \text{III} & \text{IV} & \text{I} & \text{II} \\ & & \text{V} & \text{III} & \text{IV} & \text{I} & \text{II} \\ & & & \text{V} & \text{III} & \text{IV} & \text{I} & \text{II} \end{smallmatrix}$$

& semblablement

$$[\alpha\beta\epsilon\gamma\delta] = [\alpha\beta\epsilon\gamma\delta] + [\alpha\epsilon\gamma\delta\beta] + [\alpha\gamma\delta\beta\epsilon] + [\alpha\delta\beta\epsilon\gamma]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ & \text{V} & \text{III} & \text{I} & \text{II} & \text{IV} \\ & & \text{V} & \text{III} & \text{I} & \text{II} & \text{IV} \\ & & & \text{V} & \text{III} & \text{I} & \text{II} & \text{IV} \end{smallmatrix}$$

$$[\alpha\beta\delta\epsilon\gamma] = [\alpha\beta\delta\epsilon\gamma] + [\alpha\epsilon\beta\gamma\delta] + [\alpha\gamma\epsilon\delta\beta] + [\alpha\delta\gamma\beta\epsilon]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{II} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} \\ & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \\ & & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \\ & & & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \end{smallmatrix}$$

Si l'on suppose de plus

$$[\alpha\beta\gamma\epsilon\delta] = [\alpha\beta\gamma\epsilon\delta] + [\alpha\delta\epsilon\beta\gamma] + [\alpha\gamma\beta\delta\epsilon] + [\alpha\epsilon\delta\gamma\beta]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{III} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} \\ & \text{V} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} & \text{III} \\ & & \text{V} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} & \text{III} \\ & & & \text{V} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} & \text{III} \end{smallmatrix}$$

$$[\alpha\beta\delta\gamma\epsilon] = [\alpha\beta\delta\gamma\epsilon] + [\alpha\delta\gamma\epsilon\beta] + [\alpha\gamma\epsilon\beta\delta] + [\alpha\epsilon\beta\delta\gamma]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ & \text{V} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ & & \text{V} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ & & & \text{V} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \end{smallmatrix}$$

$$[\alpha\beta\epsilon\delta\gamma] = [\alpha\beta\epsilon\delta\gamma] + [\alpha\delta\beta\gamma\epsilon] + [\alpha\gamma\delta\epsilon\beta] + [\alpha\epsilon\gamma\beta\delta]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{II} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} \\ & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \\ & & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \\ & & & \text{V} & \text{I} & \text{III} & \text{II} & \text{IV} \end{smallmatrix}$$

on aura

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta} E^{\epsilon}) = [\alpha\beta\gamma\delta\epsilon] + [\alpha\beta\epsilon\gamma\delta] + [\alpha\beta\delta\epsilon\gamma] + [\alpha\beta\gamma\epsilon\delta] + [\alpha\beta\delta\gamma\epsilon] + [\alpha\beta\epsilon\delta\gamma]$$

$$\begin{smallmatrix} * & \text{III} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} \\ * & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ * & \text{II} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} \\ * & \text{III} & \text{IV} & \text{II} & \text{I} \\ * & \text{IV} & \text{I} & \text{III} & \text{II} \\ * & \text{II} & \text{IV} & \text{I} & \text{III} \end{smallmatrix}$$

& les six *types partiels* qui composent cette somme, seront tels qu'ils ne feront que se convertir réciproquement l'un en l'autre, si l'on échange dans la valeur de chacun, les lettres a, b, c, d, e , entre elles: de manière que pour obtenir en *types* l'un de ces *types partiels*, il faudra faire une fonction qui soit indifféremment l'un des six.

Ces exemples suffisent pour entendre l'algorithme en question.

XXV. Lorsque α, β, γ , &c. sont des nombres déterminés, s'il y en a d'égaux entre eux, il pourra arriver que substituant dans ces formules d'abréviation & dans leurs valeurs, on trouve dans la valeur, des termes qui ne diffèrent point: par exemple,

on

on trouve, en substituant dans l'une des formules précédentes,

$$[2\ 2\ 1\ 1] = a^2 b^2 c^2 d^2 + a^2 b^2 c^2 d^2 + a^2 b^2 c^2 d^2 + a^2 b^2 c^2 d^2;$$
 cependant, en suivant immédiatement la loi indiquée par l'ordre des caractéristiques I, II, III, IV, on auroit dû s'arrêter, après les deux premiers termes.

Pour éviter toute équivoque à cet égard, je supposerai que dans le développement des *types partiels*, comme dans celui des *types* mêmes, il ne se trouve jamais que des termes divers entre eux, & jamais d'autre coefficient que l'unité.

Ainsi, par exemple, $[2\ 2\ 1\ 1]$ ne représentera que les deux termes $a^2 b^2 c^2 d^2 + a^2 b^2 c^2 d^2$, & le résultat de la substitution dans la formule $+ [\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta]$ quand $\alpha = \beta = 2$, $\gamma = \delta = 1$, sera $+ 2[2\ 2\ 1\ 1]$; &c.

Le cas où quelques-uns des exposans α, β, γ , &c. sont zéro, ne produit rien de particulier; ainsi

$$[2\ 1\ 0\ 0] = a^2 b^2 c^2 d^0 + a^2 b^2 c^2 d^0 + a^2 b^2 c^2 d^0 + a^2 b^2 c^2 d^0 = a^2 b^2 + c^2 d^2 + a^2 b^2 + c^2 d^2$$

$$[2\ 0\ 0\ 2] = a^2 d^2 + a^2 d^2 + b^2 c^2 + b^2 c^2$$

XXVI. On peut, par le moyen des opérations suivantes; trouver le produit de deux *types partiels* dans lesquels l'ordre entre les caractéristiques est, ou doit être conforme.

Soit demandé, par exemple, le produit de $[2\ 1\ 0\ 0]$ par $[7\ 0\ 4\ 0]$; j'écris quatre fois 7040, & au-dessus, les quatre permutations de 2100 indiquées par l'ordre des caractéristiques, comme il suit.

$$\begin{array}{cccc} 2100 & 0021 & 1200 & 0012 \\ 7040 & 7040 & 7040 & 7040 \end{array}$$

J'ajoute les nombres qui se trouvent immédiatement l'un sur l'autre, & j'ai, pour le produit,

$$[2\ 1\ 0\ 0] [7\ 0\ 4\ 0] = [7\ 1\ 4\ 0] + [7\ 0\ 6\ 1] + [8\ 2\ 4\ 0] + [7\ 0\ 5\ 2]$$

Cet exemple suffiroit pour appliquer le même procédé à tous

les cas, si les réductions, lorsqu'il y en a, n'exigeoient une ou deux considérations particulières.

Soit proposé le produit de $[10022]$ par $[31100]$; je fais

$$\begin{array}{ccccc} 31100 & 00113 & 13010 & 10301 & 01031 \\ 10022 & 10022 & 10022 & 10022 & 10022 \end{array}$$

d'où

$$\begin{aligned} [10022] [31100] &= [41122] + [10135] \\ &+ [23032] + [20323] + [11053]; \end{aligned}$$

mais, dans ce produit, les deux *types partiels* $[10135]$ & $[11053]$ représentent chacun cinq termes différens, au lieu que les deux $[23032]$ & $[20323]$, représentent les cinq mêmes termes.

Pour faire ces sortes de réductions, en calculant, je suppose, des *types partiels* de la forme $[a\beta\gamma\delta\epsilon]$, j'ai sous les yeux, ou dans la mémoire, l'ordre de permutation que voici

12345, 45231, 31524, 24153, 53412,

lequel est indiqué par 12345.

Cet enchaînement me fait voir que $[23032]$ est la même chose que $[02233]$, & que $[20323]$ n'est encore que la même chose; car, pour trouver un équivalent de $[23032]$, dans lequel o qui occupe ici la troisième place, occupe la première, je choisis 31524, & je m'en fers pour appeler les nombres dans cet ordre:

o qui est le 3.^{me}

2 qui est le 1.^{er}

2 qui est le 5.^{me}

3 qui est le 2.^{me}

3 qui est le 4.^{me}

Pareillement, pour trouver un équivalent de $[2 \underset{\text{v}}{0} \underset{\text{iii}}{3} \underset{\text{iv}}{2} \underset{\text{i}}{3}]$, dans lequel 0 qui occupe ici la deuxième place, occupe la première, je choisis 24153 , dont je me sers pour appeler les nombres dans cet ordre :

0 qui est le 2.^{me}

2 qui est le 4.^{me}

2 qui est le 1.^{er}

3 qui est le 5.^{me}

3 qui est le 3.^{me}

& ainsi des autres.

On a donc, après avoir ordonné & réduit,

$$[1 \underset{\text{v}}{0} \underset{\text{iii}}{0} \underset{\text{iv}}{2} \underset{\text{i}}{2}] [3 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{0} \underset{\text{i}}{0}] = [4 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{2} \underset{\text{i}}{2}] + [5 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{3} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{0}] \\ + 2 [0 \underset{\text{v}}{2} \underset{\text{iii}}{2} \underset{\text{iv}}{3} \underset{\text{i}}{3}] + [5 \underset{\text{v}}{3} \underset{\text{iii}}{3} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1}].$$

Soit encore proposé le produit de $[2 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{0}]$ par $[2 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1}]$; je fais

$$\begin{array}{ccccccccc} 21101 & 01112 & 12110 & 10211 & 11021 \\ 21110 & 21110 & 21110 & 21110 & 21110, \end{array}$$

& je dois conclure

$$[2 \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1} \underset{\text{v}}{0}] [2 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1}] = [4 \underset{\text{v}}{2} \underset{\text{iii}}{2} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1}] + 5 [2 \underset{\text{v}}{2} \underset{\text{iii}}{2} \underset{\text{iv}}{2} \underset{\text{i}}{2}] \\ + [0 \underset{\text{v}}{2} \underset{\text{iii}}{2} \underset{\text{iv}}{3} \underset{\text{i}}{3}] + [2 \underset{\text{v}}{1} \underset{\text{iii}}{1} \underset{\text{iv}}{3} \underset{\text{i}}{3}] + [2 \underset{\text{v}}{3} \underset{\text{iii}}{3} \underset{\text{iv}}{1} \underset{\text{i}}{1}];$$

parce qu'en conséquence de l'article XXV, $[2 \underset{\text{v}}{2} \underset{\text{iii}}{2} \underset{\text{iv}}{2} \underset{\text{i}}{2}]$ ne représente qu'un seul terme.

On calculera d'une manière analogue le produit $[a \underset{*}{\beta} \underset{\text{iii}}{\gamma} \underset{\text{iv}}{\delta} \underset{\text{i}}{\epsilon}]$

$\times [a \underset{\text{iii}}{b} \underset{\text{iv}}{c} \underset{\text{i}}{d} \underset{\text{v}}{e}]$; &c. & ainsi de tous les autres *types partiels* de

D d d ij

même forme entr'eux : les détails ci-dessus doivent suffire pour tous les cas.

Je n'écrirai communément, dans la suite, les caractéristiques I, II, III, &c. que sous un seul des termes, quand leur ordre sera conforme dans tous.

XXVII. On a vu (*article III*) que dans la forme où se présente immédiatement la fonction qui est indifféremment ou a , ou b , ou c , il reste une quantité dans laquelle il n'est pas indifférent d'échanger les lettres entre elles ; cette quantité est $a^2b + b^2c + ac^2 - a^2c - ab^2 - bc^2$ ou $[210] - [201]$ qui dépend du second degré.

On a vu de même (*article XXI*) que dans la forme où se présente immédiatement la fonction qui est indifféremment ou a , ou b , ou c , ou d , il reste la quantité $2(ab + cd) - (ac + bd + ad + bc) = 2[1100] - [1010]$, qui dépend du troisième degré, & non du sixième, quoique de la forme $[\alpha\beta\gamma\delta]$, parce que dans les valeurs particulières de α, β, γ & δ qui ont lieu, $[\alpha\beta\gamma\delta]$ & $[\alpha\beta\delta\gamma]$ ne diffèrent point.

Passons au cinquième degré.

XXVIII. Si l'on fait

$$\begin{aligned}(a + r' b + r'' c + r''' d + r^{IV} e)^5 &= \Delta'^5 \\(a + r'' b + r' c + r^{IV} d + r''' e)^5 &= \Delta''^5 \\(a + r''' b + r^{IV} c + r'' d + r' e)^5 &= \Delta'''^5 \\(a + r^{IV} b + r''' c + r' d + r'' e)^5 &= \Delta^{IV^5}\end{aligned}$$

on aura (*article VIII*), pour la fonction qui égale indifféremment ou a , ou b , ou c , ou d , ou e , ceci

$$\frac{1}{5} [(A) + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{IV}].$$

Élevant les cinquièmes puissances indiquées, en faisant usage du premier système d'équations entre les r (*article VIII*) on a, si l'on suppose

$$2 \left[\underset{\substack{* III IV II I}}{31100} \right] + 3 \left[\underset{\substack{* III IV II I}}{12200} \right] = \eta',$$

$$\left[\underset{\substack{* III IV I II}}{41000} \right] + 2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{30002} \right] + 2^2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{30110} \right] \\ + 2.3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{12020} \right] + 2^2 3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{21011} \right] = \phi',$$

$$\left[\underset{\substack{* III IV I II}}{40100} \right] + 2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{30020} \right] + 2^2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{31001} \right] \\ + 2.3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{10202} \right] + 2^2 3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{20111} \right] = \phi'',$$

$$\left[\underset{\substack{* III IV I II}}{40010} \right] + 2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{32000} \right] + 2^2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{30101} \right] \\ + 2.3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{10220} \right] + 2^2 3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{21110} \right] = \phi''',$$

$$\left[\underset{\substack{* III IV I II}}{40001} \right] + 2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{30200} \right] + 2^2 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{31010} \right] \\ + 2.3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{12002} \right] + 2^2 3 \left[\underset{\substack{* III IV I II}}{21101} \right] = \phi^{IV},$$

$$\Delta' s = (A^5) + 2^3 3.5 (ABCDE) + 2.5 u' + 5r' \phi' + 5r'' \phi'' + 5r''' \phi''' + 5r^{IV} \phi^{IV}$$

$$\Delta'' s = (A^5) + 2^3 3.5 (ABCDE) + 2.5 u'' + 5r'' \phi' + 5r' \phi'' + 5r^{IV} \phi''' + 5r' \phi^{IV}$$

$$\Delta''' s = (A^5) + 2^3 3.5 (ABCDE) + 2.5 u''' + 5r''' \phi' + 5r^{IV} \phi'' + 5r' \phi''' + 5r' \phi^{IV}$$

$$\Delta^{IV} s = (A^5) + 2^3 3.5 (ABCDE) + 2.5 u^{IV} + 5r^{IV} \phi' + 5r''' \phi'' + 5r' \phi''' + 5r' \phi^{IV}$$

ou, en employant les plus simples valeurs de r , de l'article XXIII,
& faisant pour simplifier

$$(A^5) - \frac{5}{2^2} (A^4 B) - \frac{5}{2} (A^3 B^2) - 5 (A^3 B C) \\ - \frac{3.5}{2} (A^2 B^2 C) - 3.5 (A^2 B C D) + 2^3 3.5 (ABCDE) = M$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta' s \\ \Delta'' s \\ \Delta''' s \\ \Delta^{IV} s \end{array} \right\} = M + \frac{5}{2} u' \left. \begin{array}{l} + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \frac{5}{2^2} (\phi' + \phi'' - \phi''' - \phi^{IV}) \sqrt{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right\} \frac{5}{2^2} (\phi' - \phi'' + \phi''' - \phi^{IV}) \sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} \left. \begin{array}{l} + \\ - \\ + \\ - \end{array} \right\} \frac{5}{2^2} (\phi' - \phi'' - \phi''' + \phi^{IV}) \sqrt{-5 - 2\sqrt{5}}$$

Or u est de la forme $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$ qui dépend (article XXIV)

d'une équation particulière du sixième degré, & l'on va voir que le carré de $(\phi' + \phi'' - \phi''' - \phi^{IV})$, ainsi que la quantité qui est indifféremment, ou $(\phi' - \phi'' + \phi''' - \phi^{IV})^2$, ou $(\phi' - \phi'' - \phi''' + \phi^{IV})^2$, ne renferment que des *types partiels* de cette même forme.

On pourroit le démontrer *à priori*; car

$$\begin{aligned} (\phi' + \phi'' - \phi''' - \phi^{IV})^2 &= \phi'^2 + \phi''^2 + \phi'''^2 + \phi^{IV^2} \\ &- 2(\phi'\phi''' + \phi''\phi^{IV} + \phi'\phi^{IV} + \phi''\phi''') + 2(\phi'\phi'' + \phi'''\phi^{IV}); \\ (\phi' - \phi'' + \phi''' - \phi^{IV})^2 &= \phi'^2 + \phi''^2 + \phi'''^2 + \phi^{IV^2} - 2(\phi'\phi'' + \phi'''\phi^{IV}) \\ (\phi' - \phi'' - \phi''' + \phi^{IV})^2 &= \phi'^2 + \phi''^2 + \phi'''^2 + \phi^{IV^2} - 2(\phi'\phi''' + \phi''\phi''') \end{aligned}$$

& les *types partiels* que renferme ϕ' , étant comparés chacun à $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$, les correspondans de ϕ'' seront $[\alpha\gamma\beta\epsilon\delta]$;

ceux de ϕ''' seront $[\alpha\epsilon\delta\beta\gamma]$;

ceux de ϕ^{IV} seront $[\alpha\delta\epsilon\gamma\beta]$;

d'où il suit que $\phi'\phi''$ fera de la forme $[abcde] + [acbed]$;

qui est un *type partiel*, $\phi'''\phi^{IV}$ étant $[aedbc] + [adebc]$;

que $\phi'\phi''' + \phi''\phi^{IV}$ étant de la forme de $\phi'\phi''$, $\phi'\phi^{IV} + \phi''\phi'''$ fera de celle de $\phi'''\phi^{IV}$; &c.

Il suffit d'indiquer ici cette manière de démontrer. En faisant le calcul en entier, on trouvera

$$\begin{aligned} \phi'^2 + \phi''^2 + \phi'''^2 + \phi^{IV^2} &= [82000] \\ + 2^2 [72010] + 2^2 [53020] + 2^4 [43201] \\ + 2^3 [70111] + 2^3 [53002] + 2^4 [43012] \\ + 2^2 [64000] + 2^3 [53200] + 2^5 [43102] \end{aligned}$$

+ 2 ³ [63100]	+ 2 ³⁷ [53110]	+ 2 ^{3.5} [43120]
+ 2 ² [63001]	+ 2 ⁴³ [53011]	+ 2 ^{3.5²} [43111]
+ 2 ⁴ [62020]	+ 2 ³² [51022]	+ 2 ^{2.5} [40222]
+ 2 ³³ [62011]	+ 2 ⁴³ [51220]	+ 2 ^{3.5²} [42121]
+ 2 ³³ [62110]	+ 2 ^{3.5} [52111]	+ 2 ⁵ [10333]
+ 2 ⁴ [62101]	+ 2 ³⁵ [24040]	+ 2 ^{3.5²} [03232]
+ 2 ³ [54001]	+ 2.5 ² [04141]	+ 2 ^{4.5²} [23131]
+ 2 [54100]	+ 2 ⁵ [43030]	+ 2 ^{3.5²} [31222]
+ 2 ⁴ [54010]	+ 2 ⁴⁵ [43210]	

$$\phi' \phi'' + \phi''' \phi^{IV} = [81100]_{*IIIIVII}$$

+ 2.3 [72001]	+ 2 ¹⁹ [53101]	+ 2 ^{3.5²} [43021]
+ 2 ⁴ [63010]	+ 2.3 ²⁷ [51202]	+ 2 ^{3.5²} [42211]
+ 2 ⁴ [62200]	+ 3 ²⁵ [24400]	+ 2 ^{2.5.7} [03322]
+ 2 ⁴⁵ [61111]	+ 2.5.11 [04411]	+ 2 ^{5.5²} [23311]
+ 5 [55000]	+ 2 ^{3.5} [43300]	+ 2 ^{3.5²} [22222]

$$\phi' \phi''' + \phi'' \phi^{IV} = [81010]_{*IIIIVII}$$

+ 2 [73000]	+ 2 ⁴ [54100]	+ 2.5.11 [42013]
+ 2 [70021]	+ 2.7 [52030]	+ 2 ^{3.5} [43210]
+ 2 ² [71002]	+ 2 ⁴ [50032]	+ 3.5 [24040]
+ 2 ² [71110]	+ 2 ²⁷ [53020]	+ 3 ⁵ [04114]
+ 2 [60040]	+ 2 ³⁵ [53011]	+ 2.3.5 [43003]
+ 2 [63100]	+ 2 ²¹¹ [51013]	+ 2 ^{3.5²} [43111]
+ 2 ³ [61030]	+ 2 ⁴³ [52210]	+ 2.3.5 ² [42022]
+ 2.5 [62002]	+ 2.3.11 [52102]	+ 2 ^{2.5.5²} [42121]
+ 2.3 ² [61021]	+ 2 ^{3.5} [51121]	+ 2 ^{3.5} [13033]
+ 2.11 [62011]	+ 2.3 ²⁵ [43102]	+ 2 ^{25.11} [03232]
+ 2.13 [62110]	+ 2 ^{5.5²} [41032]	+ 2 ^{4.5²} [23113]
+ 3 ² [54001]	+ 2.5.11 [42130]	+ 2 ^{3.5²} [32221]
+ 13 [51004]		

De cette dernière valeur, où tous les termes sont de la forme $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$, on tirera $\phi' \phi''' + \phi'' \phi^{IV}$, en ne prenant que le *type* $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$ $+ [\alpha\gamma\beta\epsilon\delta]$, & $\phi' \phi^{IV} + \phi'' \phi'''$, en prenant l'autre $[\alpha\delta\epsilon\gamma\beta]$ $+ [\alpha\epsilon\delta\beta\gamma]$: ainsi

$$\begin{aligned} \phi' \phi''' + \phi'' \phi^{IV} &= [81010] + [80101] \\ &+ 2 [73000] + 2 [70300] \\ &+ \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi' \phi^{IV} + \phi'' \phi''' &= [81001] + [80110] \\ &+ 2 [70003] + 2 [70030] \\ &+ \&c. \end{aligned}$$

& calculant $(\phi' \phi''' + \phi'' \phi^{IV} - \phi' \phi^{IV} - \phi'' \phi''')^2$, on n'y trouvera que des termes de la forme $[abcde]$.

Il me paroît certain que ces carrés $(\phi' + \phi'' - \phi''' - \phi^{IV})^2$, $(\phi' - \phi'' + \phi''' - \phi^{IV})^2$ & $(\phi' - \phi'' - \phi''' + \phi^{IV})^2$ ne dépendront même, ainsi que u' , que de $[21100]$, ou de $[12200]$; car on a $[31100] = (A) [21100] + [12200] - (A^2 B^2 C) - (A^2 B C D)$, & il est facile de parvenir à l'équation identique,

$$\begin{aligned} (A^8 B^2) &+ 2^3 (A^7 B^2 C) + 2^2 3 (A^7 B C D) + 2^2 (A^6 B^4) \\ &+ 2^2 (A^6 B^3 C) + 2^2 5 (A^6 B^2 C^2) + 2^2 5 (A^6 B^2 C D) \\ &+ 2^3 (A^6 B C D E) + 2^3 (A^5 B^4 C) + 2^4 (A^5 B^3 C^2) \\ &+ 2 \cdot 29 (A^5 B^3 C D) + 2 \cdot 3^3 (A^5 B^2 C^2 D) + 2 \cdot 61 (A^5 B^2 C D E) \\ &+ 2 \cdot 13 (A^4 B^4 C^2) + 2^4 (A^4 B^4 C D) \\ &- 2 \cdot 3 (A^4 B^3 C^3) + 2 \cdot 13 (A^4 B^3 C^2 D) + 2^2 5^2 (A^4 B^3 C D E) \\ &+ 2 \cdot 3^2 5 (A^4 B^2 C^2 D^2) + 2 \cdot 3 \cdot 23 (A^4 B^2 C^2 D E) \\ &+ 2 \cdot 3 \cdot 13 (A^3 B^3 C^3 D) + 2^2 5 (A^3 B^3 C^2 D^2) \\ &+ 2^2 \cdot 103 (A^3 B^3 C^2 D E) + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 (A^3 B^2 C^2 D^2 E) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (A^3 B^2 C^2 D^2 E) &= 2^2 5 \cdot 17 (A^2 B^2 C^2 D^2 E^2) = 2 \\
 [21100] \{2 (A^5 B) &= 2^2 (A^4 B^2) + 2 (A^4 B C) \\
 + 3 (A^3 B^3) &= 13 (A^3 B^2 C) = 2^3 3 (A^3 B C D) \\
 = 2^2 3 \cdot 5 (A^2 B^2 C^2) &= 61 (A^2 B^2 C D) + 2^2 7 \\
 (A^2 B C D E) \} &= 2^3 [12200] \{ (A^5) = 2^2 5 (A^2 B^2 C) \\
 = 2^2 5 (A^2 B C D) &+ 2^3 3 \cdot 5 (A B C D E) \} = 2 [21100]^2 \\
 \{2 \cdot 3 (A^5) &+ 17 (A B) \} = 2^4 5 (A) [21100] [12200] \\
 = 2^2 5^2 [12200]^2 &= \phi^{12} + \phi'^{12} + \phi''^{12} + \phi'''^{12}
 \end{aligned}$$

Ainsi la somme des carrés de ϕ' , ϕ'' , ϕ''' , &c. ϕ^{IV} , ne dépend, comme celle de leurs premières puissances, que de $[21100]$ & de $[12200]$; & je crois qu'on trouveroit, pour la somme des cubes & celle des quatrièmes puissances, de pareilles équations; d'où, par les *articles V & XXI*, on auroit $(\phi' \phi'' + \phi'' \phi^{IV})$, $(\phi' \phi''' + \phi'' \phi^{IV})$ & $(\phi' \phi^{IV} + \phi'' \phi''')$ en fonction de $[21100]$ & de $[12200]$: mais je suis convaincu de plus, qu'il existe, entre $[21100]$ & $[12200]$, deux équations qui donneroient, par élimination, s'il étoit nécessaire, celles du sixième degré en $[21100]$ seul, & en $[12200]$ seul; & d'où l'on tireroit l'un de ces deux *types partiels* en fonction de l'autre, soit rationnelle, en prenant un avant-dernier résultat de l'élimination, soit irrationnelle mais entière, en résolvant immédiatement. Voyez celles ci-après, entre *u* & *w* (*article XXXI*). Ces équations étant des fonctions rationnelles, égales identiquement à zéro, sont faciles à trouver; mais je n'ai pas fait le calcul. Je transcrirai seulement la valeur suivante

$$\begin{aligned}
 &= (A^7 B^2 C) = (A^7 B C D) + 3 \cdot 5 (A^6 B^3 C) + 2 \cdot 7 \\
 &(A^6 B^2 C^2) + 29 (A^6 B^2 C D) + 2 \cdot 3^2 5 (A^6 B C D E) \\
 &+ 5 (A^5 B^3) + 3 \cdot 5 (A^5 B^2 C) + 2 \cdot 3 \cdot 5 (A^5 B^2 C^2) \\
 &+ 3^2 5 (A^5 B^2 C D) + 2^3 13 (A^5 B^2 C^2 D) + 2^3 13
 \end{aligned}$$

Mém. 1771.

E e e

$$\begin{aligned}
& \{A^1 B^1 C D E\} + 2 \cdot 5 \cdot 7 (A^4 B^4 C^2) + 2 \cdot 5 \cdot 11 \\
& (A^4 B^4 C D) + 5 \cdot 19 (A^4 B^3 C^3) + 2^3 5 \cdot 7 (A^4 B^3 C^2 D) \\
& + 3 \cdot 5^2 7 (A^4 B^3 C D E) + 2 \cdot 5 \cdot 43 (A^4 B^2 C^2 D^2) \\
& + 5 \cdot 149 (A^4 B^2 C^3 D E) + 3 \cdot 5 \cdot 31 (A^3 B^3 C^3 D) \\
& + 5 \cdot 137 (A^3 B^3 C^2 D^2) + 2 \cdot 3^2 5^2 (A^3 B^3 C^2 D E) \\
& + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 37 (A^3 B^2 C^2 D^2 E) + 2^2 5^2 41 (A^2 B^2 C^2 D^2 E) \\
& + [21100]_{* \text{ III IV II I}} \{ (A^6) + (A^5 B) - 3 \cdot 5 (A^4 B^2) - 3 \cdot 5 \\
& (A^4 B C) - 3 \cdot 5 (A^3 B^3) - 5 \cdot 13 (A^3 B^2 C) - 5^3 \\
& (A^3 B C D) - 2^2 3^2 5 (A^2 B^2 C^2) - 5 \cdot 61 (A^2 B^2 C D) - 5 \\
& (A^2 B C D E) \} + [12200]_{* \text{ III IV II I}} \{ 7 (A^5) - 3 \cdot 5 (A^4 B) - 3 \cdot 5 \\
& (A^3 B^2) - 3 \cdot 5 (A^3 B C) - 2^2 5 \cdot 7 (A^2 B^2 C) - 2 \cdot 5 \cdot 23 \\
& (A^2 B C D) + 3 \cdot 5 \cdot 71 (A B C D E) \} - 3 \cdot 5 [02211]_{* \text{ III IV II I}} \\
& \{ (A^4) - (A^3 B) - 2 (A^2 B^2) + (A^2 B C) - 3^2 \\
& (A B C D) \} + 2 \cdot 5 [21100]_{* \text{ III IV II I}}^2 \{ (A^2) + 5 (A B) \} \\
& + 2 \cdot 5 \cdot 11 (A) [21100]_{* \text{ III IV II I}} [12200]_{* \text{ III IV II I}} + 2 \cdot 5 \cdot 13 \\
& [12200]_{* \text{ III IV II I}}^2 = \phi' \phi'' + \phi''' \phi^{IV},
\end{aligned}$$

laquelle fait voir que $(\phi' + \phi'' - \phi''' - \phi^{IV})^2$ ne dépend que de trois *types partiels*, de la forme $[\alpha \beta \beta \delta \delta]_{* \text{ III IV II I}}$. Au reste, les recherches que j'ai faites sur l'équation particulière du sixième degré, dont les racines seroient l'expression générale $[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon]_{* \text{ III IV II I}}$, & les cinq autres quantités qui en résultent, si l'on y échange les lettres a, b, c, d, e , entre elles, ne m'ayant conduit jusqu'à présent à aucune facilité qui dépendît des égalités $\gamma = \beta$, $\epsilon = \delta$, ni des valeurs particulières de ces exposans, toute cette discussion n'a rien ici d'essentiel.

Je n'exposerai mes résultats sur cette équation particulière, qu'après être entré dans quelques détails sur le sixième degré en général. Il faut auparavant dire un mot de l'équation que les Auteurs ont appelé *résolvante* ou *réduite*.

XXIX. La résolvante du cinquième degré est une équation du quatrième, dont les quatre racines seront $\Delta^{\prime}, \Delta^{\prime\prime}, \Delta^{\prime\prime\prime}, \Delta^{\prime\prime\prime\prime}$. Comme il nous est facile de faire la somme des valeurs de ces lettres, la somme de leurs produits deux à deux, &c. nous connoissons les coefficients de cette équation.

Celui du premier terme étant l'unité, celui du second sera

$$- 2^2 M - 2.5^2 u',$$

valeurs données dans l'article précédent.

Si l'on fait

$$(A^4 B) + 2 (A^3 B^2) + 2^2 (A^2 B C) + 2.3 (A^2 B^2 C) \\ + 2^2 3 (A^2 B C D) - 2u' = \Phi' + \Phi'' + \Phi''' + \Phi^{IV} = \Phi,$$

$$(A^5) + 2^2 3.5 (A B C D E) + 2.5 u' = \Psi, \\ \& \Phi' \Phi'' + \Phi''' \Phi^{IV} = V \text{ dont la valeur en types partiels de la} \\ \text{forme } [\alpha \beta \gamma \delta \epsilon] \text{ se trouve ci-dessus, le coefficient du troisième} \\ \text{terme sera}$$

$$2.3 \Psi^2 - 3.5 \Phi \Psi + 5^2 \Phi^2 - 5^3 V.$$

Si l'on fait encore

$$\Phi'^2 \Phi^{IV} + \Phi''^2 \Phi''' + \Phi'''^2 \Phi' + \Phi^{IV^2} \Phi'' = U$$

que l'on trouvera n'être aussi composé que de *types partiels* de la forme $[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon]$, le coefficient du quatrième terme sera

$$- 2^2 \Psi^2 + 3.5 \Phi \Psi^2 - 2.5^2 \Phi^2 \Psi + 2.5^3 V \Psi + 5^3 \Phi^2 - 5^4 \Phi V - 5^4 U.$$

Le cinquième & dernier terme est enfin

$$((A^4) - (A^3 B) + (A^2 B^2) + 2 (A^2 B C) - (A B C D) - 5 [\alpha \beta \gamma \delta \epsilon])^5.$$

Il y a cinq autres équations pareilles, qu'on tireroit de celle-ci, en y échangeant de toutes les manières les lettres *a, b, c, d, e* entre elles; d'où il suit que le produit de ces six équations seroit une équation complète du 24.^e degré, qui n'auroit pour coefficients que des fonctions rationnelles de ceux de la proposée.

Pour faire usage de cette équation du 24.^e degré, il faudroit savoir en dégager le facteur irrationnel qui est la résolvante ci-

E e e ij

dessus, & l'on voit que cette décomposition dépend, en dernière analyse, de la facilité d'obtenir $[a \beta \gamma \delta \epsilon]$ en *types*.

XXX. Si l'on fait

$$(a + b + g'c + d + g''e + f)^3 = \Delta'^3$$

$$(a + c + g'b + e + g''d + f)^3 = \Delta''^3$$

$$(a + d + g'b + f + g''c + e)^3 = \Delta'''^3$$

$$(a + e + g'c + f + g''b + d)^3 = \Delta^{IV^3}$$

$$(a + f + g'd + e + g''b + c)^3 = \Delta^{V^3}$$

on aura (*article XIV*), pour la fonction qui égale indifféremment ou a , ou b , ou c , ou d , ou e , ou f , ceci

$$\frac{1}{6} [(A) + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{IV} + \Delta^V].$$

Élevant les troisièmes puissances indiquées, si l'on suppose

$$ab(a + b) + cd(c + d) + ef(e + f) \\ + 2(a + b)(c + d)(e + f) = u'$$

$$(a + b)(c + d)[(a + b) - (c + d)] \\ - (a + b)(e + f)[(a + b) - (e + f)] \\ + (c + d)(e + f)[(c + d) - (e + f)] = w'$$

$$\text{ou bien } u' = [210000] + 2[101010] + 2[101001]$$

$$w' = [201000] + [200100] + 2[111000] \\ - [200010] - [200001] - 2[110010],$$

on a

$$\Delta'^3 = (A)^3 - \frac{3}{2}(A^2 B) - 3(A B C) + \frac{3^2}{2}u' + \frac{3}{2}w' - 3;$$

u' dépend du quinzième degré, ainsi que w'^2 ; mais si l'on suppose que u'' & w'' sont ce que deviennent u' & w' , si l'on y écrit

ac & $a + c$ pour ab & $a + b$,

be & $b + e$ pour cd & $c + d$,

df & $d + f$ pour ef & $e + f$,

que u''' & w''' sont ce que deviennent les mêmes u' & w' si l'on y écrit

ad & $a + d$ pour ab & $a + b$,

bf & $b + f$ pour cd & $c + d$,

ce & $c + e$ pour ef & $e + f$,

&c. ou bien, en regardant les termes de u' & w'^2 comme déduits du type *partiel*

$$[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta] + [\alpha\beta\epsilon\zeta\delta\gamma] + [\alpha\beta\delta\gamma\zeta\epsilon] + [\alpha\beta\zeta\epsilon\gamma\delta]$$

$$+ [\alpha\beta\gamma\delta\zeta\epsilon] + [\alpha\beta\zeta\epsilon\delta\gamma] + [\alpha\beta\delta\gamma\epsilon\zeta] + [\alpha\beta\epsilon\zeta\gamma\delta]$$

si l'on suppose pour u'' & w''^2 les correspondans $[\alpha\delta\beta\zeta\gamma\epsilon] + \&c.$

$$\text{pour } u''' \text{ \& } w'''^2 \dots\dots\dots [\alpha\gamma\epsilon\beta\zeta\delta] + \&c.$$

$$\text{pour } u^{IV} \text{ \& } w^{IV^2} \dots\dots\dots [\alpha\zeta\delta\epsilon\beta\gamma] + \&c.$$

$$\text{pour } u^V \text{ \& } w^{V^2} \dots\dots\dots [\alpha\epsilon\zeta\gamma\delta\beta] + \&c.$$

ce qui donne

$$\Delta''^3 = (A^3) - \frac{3}{2} (A^2B) - 3 (ABC) + \frac{3^2}{2} u'' + \frac{3}{2} w'' \sqrt{-3},$$

$$\Delta'''^3 = (A^3) - \frac{3}{2} (A^2B) - 3 (ABC) + \frac{3^2}{2} u''' + \frac{3}{2} w''' \sqrt{-3},$$

$$\Delta^{IV^3} = (A^3) - \frac{3}{2} (A^2B) - 3 (ABC) + \frac{3^2}{2} u^{IV} + \frac{3}{2} w^{IV} \sqrt{-3},$$

$$\Delta^V^3 = (A^3) - \frac{3}{2} (A^2B) - 3 (ABC) + \frac{3^2}{2} u^V + \frac{3}{2} w^V \sqrt{-3},$$

les coefficients des équations du cinquième degré qui auront pour racines u' , u'' , u''' , u^{IV} , u^V , & w'^2 , w''^2 , w'''^2 , w^{IV^2} , w^V^2 , dépendront d'équations particulières du sixième degré, puisqu'il y a en u & w^2 six pareilles équations du cinquième degré, qui résultent des échanges des lettres a , b , c , d , e , f , entre elles; comme le prouvent les Tables suivantes,

ab	cd	ef
ae	fc	db
ad	bf	ce
ac	eb	fd
af	de	bc

ab	cf	de
ad	ec	fb
af	be	cd
ac	db	ef
ae	fd	bc

ab	ce	fd
af	dc	eb
ae	bd	cf
ac	fb	de
ad	ef	bc

ab	cd	fe
af	ec	db
ad	be	cf
ac	fb	ed
ae	df	bc

ab	ce	df
ad	fc	eb
ae	bf	cd
ac	db	fe
af	ed	bc

ab	cf	ed
ae	dc	fb
af	bd	ce
ac	eb	df
ad	fe	bc

dont les applications me paroissent sensibles.

Les coefficients de ces équations du cinquième degré se déduiront du *type partiel* suivant,

$$\begin{aligned}
 & [\overset{I}{a}\overset{V}{b}\overset{VI}{\gamma}\overset{III}{d}\overset{IV}{e}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{a}\overset{V}{e}\overset{VI}{\beta}\overset{III}{d}\overset{IV}{\zeta}\overset{II}{\gamma}] + [\overset{I}{a}\overset{V}{\zeta}\overset{VI}{e}\overset{III}{d}\overset{IV}{\gamma}\overset{II}{\beta}] + [\overset{I}{a}\overset{V}{\gamma}\overset{VI}{\zeta}\overset{III}{d}\overset{IV}{e}\overset{II}{\beta}] \\
 & + [\overset{I}{b}\overset{V}{\gamma}\overset{VI}{a}\overset{III}{\zeta}\overset{IV}{d}\overset{II}{e}] + [\overset{I}{e}\overset{V}{\beta}\overset{VI}{a}\overset{III}{\gamma}\overset{IV}{d}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{\zeta}\overset{V}{e}\overset{VI}{a}\overset{III}{\beta}\overset{IV}{d}\overset{II}{\gamma}] + [\overset{I}{\gamma}\overset{V}{\zeta}\overset{VI}{a}\overset{III}{e}\overset{IV}{d}\overset{II}{\beta}] \\
 & + [\overset{I}{\gamma}\overset{V}{a}\overset{VI}{\beta}\overset{III}{\zeta}\overset{IV}{d}\overset{II}{e}] + [\overset{I}{\beta}\overset{V}{a}\overset{VI}{e}\overset{III}{\zeta}\overset{IV}{d}\overset{II}{\gamma}] + [\overset{I}{e}\overset{V}{a}\overset{VI}{\zeta}\overset{III}{\gamma}\overset{IV}{d}\overset{II}{\beta}] + [\overset{I}{\zeta}\overset{V}{a}\overset{VI}{\gamma}\overset{III}{e}\overset{IV}{d}\overset{II}{\beta}] \\
 & + [\overset{I}{d}\overset{V}{e}\overset{VI}{\zeta}\overset{III}{a}\overset{IV}{\gamma}\overset{II}{\beta}] + [\overset{I}{d}\overset{V}{\beta}\overset{VI}{e}\overset{III}{a}\overset{IV}{\gamma}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{d}\overset{V}{\gamma}\overset{VI}{\beta}\overset{III}{a}\overset{IV}{\zeta}\overset{II}{e}] + [\overset{I}{d}\overset{V}{\zeta}\overset{VI}{\gamma}\overset{III}{a}\overset{IV}{e}\overset{II}{\beta}] \\
 & + [\overset{I}{e}\overset{V}{\zeta}\overset{VI}{d}\overset{III}{\gamma}\overset{IV}{a}\overset{II}{\beta}] + [\overset{I}{\beta}\overset{V}{e}\overset{VI}{d}\overset{III}{\zeta}\overset{IV}{a}\overset{II}{\gamma}] + [\overset{I}{\gamma}\overset{V}{\beta}\overset{VI}{d}\overset{III}{e}\overset{IV}{a}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{\zeta}\overset{V}{d}\overset{VI}{\gamma}\overset{III}{\beta}\overset{IV}{a}\overset{II}{e}] \\
 & + [\overset{I}{\zeta}\overset{V}{d}\overset{VI}{e}\overset{III}{\gamma}\overset{IV}{a}\overset{II}{\beta}] + [\overset{I}{e}\overset{V}{d}\overset{VI}{\beta}\overset{III}{\gamma}\overset{IV}{a}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{\beta}\overset{V}{d}\overset{VI}{\gamma}\overset{III}{e}\overset{IV}{a}\overset{II}{\zeta}] + [\overset{I}{\gamma}\overset{V}{d}\overset{VI}{\zeta}\overset{III}{e}\overset{IV}{a}\overset{II}{\beta}]
 \end{aligned}$$

qui devient un *type complet*, lorsqu'on a $\zeta = e = d$.

Ajoutons que l'on a les équations identiques

$$\begin{aligned}
 & [\overset{I}{2}\overset{V}{1}\overset{VI}{0}\overset{III}{0}\overset{IV}{0}\overset{II}{0}] = (A) (ab + cd + ef) \\
 & + (a + b) (c + d) (e + f) - (ABC); \text{ \&} \\
 & w^2 = 4 [ab + cd + ef - (AB)]^2 \\
 & - 4(a + b) (c + d) (e + f) [27(a + b) (c + d) (e + f) + (A)^3] \\
 & + [9(a + b) (c + d) (e + f) - (A) (ab + cd + ef - (AB))]^2.
 \end{aligned}$$

& qu'il me paroît certain qu'il existe deux équations. entre $(ab + cd + ef)$ & $(a + b)(c + d)(e + f)$, analogues à celles entre u & w de l'article qui suit.

XXXI. Si l'on emploie la forme de l'article XV, on aura $(a + b + c - d - e - f)^2 = (A^2) - 2(AB) + 4(ab + ac + bc + de + df + ef)$.

Soit $ab + ac + bc + de + df + ef = u'$; comme en échangeant entr'elles les lettres a, b, c, d, e, f , de toutes les manières, il s'y fait neuf changemens, soient u', u'', u''', u^{iv} , &c. ces dix valeurs; chacun des dix carrés dépendra de l'une d'elles; & si l'on calcule les coefficients de l'équation du dixième degré dont elles sont les racines, on trouvera, cette équation étant

$$u'^{10} + a_1 u'^9 + a_2 u'^8 + a_3 u'^7 + \&c. = 0,$$

&

$$x^6 + p x^4 + q x^3 + r x^2 + f x + t = 0$$

étant la proposée,

$$a_1 = -2^2 p, \quad a_2 = 2 \cdot 3 p^2 - 2 \cdot 3 r,$$

$$a_3 = -2^2 p^3 - 3 q^2 + 2 \cdot 13 p r + 2 \cdot 3 \cdot 11 t,$$

$$a_4 = -p^4 - 2 \cdot 3 \cdot 7 p^2 r + 2^2 3^2 q f \\ + 3^2 p q^2 + r^2 - 2^2 3^4 p t$$

$$a_5 = -3^2 p^3 q^2 - 2 \cdot 3^2 p r^2 + 2 \cdot 3 \cdot 107 p^2 t \\ + 2 \cdot 3 \cdot 5 p^3 r - 2^3 3 \cdot 5 p q f + 2 \cdot 3 \cdot 19 r t \\ + 2^2 3 q^2 r - 3 \cdot 41 f^2$$

$$a_6 = 3 p^2 q^2 + 2^3 3 r^3 + 2 \cdot 3 \cdot 23 q^2 t \\ + 3 q^4 + 2^2 37 p^2 q f - 2 \cdot 241 p r t \\ - 2^3 p^4 r - 2 \cdot 3 \cdot 23 q r f + 3 \cdot 43 t^2 \\ - 2^3 5 p q^2 r + 521 p f^2 \\ + 7^2 p^2 r^2 - 2^7 5 p^3 t$$

$$\begin{aligned}
 27 = & - 2 \cdot 3 p q^4 & - 2^2 3^2 q^3 f & + 2^4 47 p^3 r e \\
 & + 2^2 \cdot 11 p^2 q^2 r & + 2 \cdot 5 \cdot 47 p q r f & + 2^4 5 r^2 e \\
 & - 2^4 3 p^3 r^2 & - 2 \cdot 449 p^2 f^2 & - 2 \cdot 3^2 19 q f e \\
 & - 2 q^2 r^2 & + 2 \cdot 47 r f^2 & - 2^7 3 p e^2 \\
 & - 2^4 5 p r^3 & + 2^6 5 p^4 e & \\
 & - 2^4 5 p^3 q f & - 2 \cdot 3 \cdot 61 p q^2 e &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28 = & 3 p^2 q^4 & + 2^2 3 \cdot 7 p q^3 f & - 2^9 p^3 r e \\
 & - 2^4 p^3 q^2 r & - 2^2 3 \cdot 7^2 p^2 q r f & - 2 \cdot 3 q^2 r e \\
 & - 2 \cdot 3 q^4 r & - 2^3 3 q e^2 f & - 2^4 3 \cdot 5 p r^2 e \\
 & + 2^4 p^4 r^2 & + 2^2 197 p^3 f^2 & + 2^2 3 \cdot 71 p q f e \\
 & + 2 \cdot 3^2 p q^2 r^2 & + 3 \cdot 17 q^2 f^2 & + 2 \cdot 3 \cdot 11 f^2 e \\
 & + 2^3 11 p^2 r^3 & - 2 \cdot 3 \cdot 41 p r f^2 & + 2^7 3 p^2 e^2 \\
 & + 2^4 r^4 & - 2^6 p^5 e & + 2^3 3 \cdot 5 r e^2 \\
 & + 2^4 p^4 q f & + 2^4 3^4 p^2 q^2 e &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 29 = & - q^6 & - 2^5 11 p^4 f^2 & + 2^5 r^2 e \\
 & + 2 \cdot 7 p q^4 r & - 2 \cdot 43 p q^2 f^2 & - 2^6 11 p^2 q f e \\
 & - 2^5 p^2 q^2 r^2 & + 2^3 3^2 p^2 r f^2 & + 2^3 3 q r f e \\
 & - 2^5 p^3 r^3 & - 2^3 r^2 f^2 & - 2^4 7 p f^2 e \\
 & + 2^3 q^2 r^3 & - 2 \cdot 7 q f^3 & - 2^7 p^3 e^2 \\
 & - 2^5 p r^4 & - 2^5 3 p^3 q^2 e & - 2^4 3 q^2 e^2 \\
 & - 2^6 p^2 q^3 f & + 2^2 3 q^4 e & - 2^8 p r e^2 \\
 & + 2^6 5 p^3 q r f & + 2^7 p^4 r e & + 2^6 e^2 \\
 & - 2 \cdot 3 q^2 r f & + 2^3 p q^2 r e & \\
 & + 2^3 5 p q r^2 f & + 2^5 7 p^2 r^2 e &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 210 = & p q^6 & + 2^6 p^5 f^2 & - 2^5 p r^2 e \\
 & - 2^3 p^2 q^4 r & + 2^2 3^2 p^2 q^2 f^2 & + 2^6 3 p^3 q f e
 \end{aligned}$$

+

$+ 2^4 p^3 q^2 r^2$	$- 2^6 p^3 r f^2$	$- 2^4 p q r f t$
$+ q^4 r^2$	$+ 2 q^2 r f^2$	$+ 2^4 3 p^2 f^2 t$
$- 2^3 p q^2 r^3$	$+ 2^3 p r^2 f^2$	$- 2^3 r f^2 t$
$+ 2^4 p^2 r^4$	$+ 2^2 3 p q f^3$	$+ 2^4 3 p q^2 t^2$
$+ 2^4 p^3 q^3 f$	$+ f^4$	$+ 2^7 p^2 r t^2$
$- 2^6 p^4 q r f$	$- 2^2 3 p q^4 t$	$+ 2^4 r^3 t^2$
$+ 2^2 p q^3 r f$	$- 2^6 p^3 r^2 t$	$- 2^6 p t^3$
$- 2^4 p^2 q r^2 f$	$- 2^3 q^2 r^2 t$	

& l'on aura

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \sqrt{(u' - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \sqrt{(u'' - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \sqrt{(u''' - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \sqrt{(u^{iv} - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\} \sqrt{(u^v - p)} \\
 & \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \right\} \sqrt{(u^{vi} - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \right\} \sqrt{(u^{vii} - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \right\} \sqrt{(u^{viii} - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \right\} \sqrt{(u^ix - p)} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \right\} \sqrt{(u^x - p)} \}.
 \end{aligned}$$

Si l'on veut n'employer qu'une valeur de u , on aura

$$x^3 - x^2 \sqrt{(u - p)} + \Delta x - \frac{1}{2} (w + \sqrt{w^2 - 4t}) = 0$$

en supposant

$$\Delta^2 - u \Delta + r + \sqrt{(u - p)} (w^2 - 4t) = 0$$

& les deux équations citées précédemment,

$$(w + q)^3 - (u - p) (u^2 - 4r) (w + q) + 4(u - p)^2 (uw + 2f) = 0$$

$$(u^2 - 4r) (w + q)^2 + 16 (u - p)^2 (w^2 - 4t) + 4 (u - p) (w + q) (uw + 2f) - (u - p) (u^2 - 4r)^2 = 0$$

où la valeur de w en fonction des racines est $abc + def$.

XXXII. C'est donc à l'équation du dixième degré ci-dessus que l'on parvient, par la supposition que la proposée du sixième est le produit de deux du troisième. C'est de même à celles du

quinzième degré de l'article XXX, qu'on arrive en la supposant le produit de trois du second : ainsi les motifs d'option entre le procédé de cet article XXX, & celui de l'article XXXI, dépendent de la nature des racines, dans les cas particuliers; quoique celui-ci se ramène facilement au premier; car si l'on fait

$$ac + ae + ce + bd + bf + df = u'',$$

$$ac + af + cf + bd + be + de = u''',$$

$$ad + ae + de + bc + bf + cf = u^{iv},$$

$$ad + af + df + bc + be + ce = u^v;$$

les coefficients de l'équation qui aura ces quatre racines, se déduiront du même *type partiel* que u' & w^2 de l'article XXX. Celui du second terme, par exemple, sera

$$- 2 (AB) + 2 (ab + cd + ef),$$

& ainsi des autres.

Il faut appliquer ces réflexions à l'équation dont les six racines seroient

$$[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon], [\alpha \beta \epsilon \gamma \delta], [\alpha \beta \delta \epsilon \gamma],$$

$$[\alpha \beta \gamma \epsilon \delta], [\alpha \beta \delta \gamma \epsilon], [\alpha \beta \epsilon \delta \gamma].$$

Mais nous dirons un mot auparavant de certaines équations plus simples qui ont de l'affinité avec elle.

XXXIII. L'équation qui auroit les six racines

$$a^\alpha b^\beta c^\gamma, a^\gamma b^\alpha c^\beta, a^\beta b^\gamma c^\alpha,$$

$$a^\alpha b^\gamma c^\beta, a^\beta b^\alpha c^\gamma, a^\gamma b^\beta c^\alpha,$$

par exemple, conduit par les procédés des articles XXX & XXXI,

à des équations du premier degré; & si l'on fait $a^\alpha b^\beta c^\gamma = u'$, & c; on aura

$$u^2 - \Phi u + \Psi = 0,$$

$$\begin{aligned} \Phi^3 - (A^\alpha B^\beta C^\gamma) \Phi^2 + [(A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\beta} C^{2\gamma}) \\ + (A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta}) + (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\gamma} C^{\beta+\gamma})] \Phi \\ - [(A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+\gamma})] \end{aligned}$$

$$+ 2 (A^{\alpha+\beta+\gamma} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+\beta+\gamma})] = 0;$$

$$\Psi^3 - (A^{2\alpha} B^{\beta+\gamma} C^{\beta+\gamma}) \Psi^2$$

$$+ (A^{2\alpha+\beta+\gamma} B^{2\alpha+\beta+\gamma} C^{2\beta+\gamma}) \Psi$$

$$- (A^{2\alpha+2\beta+2\gamma} B^{2\alpha+2\beta+2\gamma} C^{2\alpha+2\beta+2\gamma}) = 0;$$

ou bien

$$u^3 - \Gamma u^2 + \Lambda u - (A^{\alpha+\beta+\gamma} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+\beta+\gamma}) = 0,$$

$$\Gamma^2 - (A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma}) \Gamma + [(A^{2\alpha} B^{\beta+\gamma} C^{\beta+\gamma})$$

$$+ (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\beta} C^{2\gamma}) + (A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta})] = 0;$$

$$\Lambda^2 - (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\gamma} C^{\beta+\gamma}) \Lambda$$

$$+ [(A^{2\alpha+2\beta} B^{\alpha+\beta+2\gamma} C^{\alpha+\beta+2\gamma})$$

$$+ (A^{2\alpha+\beta+\gamma} B^{2\alpha+\beta+\gamma} C^{2\beta+2\gamma})$$

$$+ (A^{2\alpha+2\gamma} B^{\alpha+2\beta+\gamma} C^{\alpha+2\beta+\gamma})] = 0.$$

Dans le cas d'une substitution de valeurs déterminées pour α , β & γ , il ne faut pas oublier nos suppositions. Si, par exemple, $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$, on aura

$$\Gamma^2 - (A^2 B) \Gamma + [(A^4 B C) + (A^3 B^2) + 3 (A^2 B^2 C^2)] = 0;$$

parce que $(A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta})$ représente trois termes, & que $(A^2 B^2 C^2)$ n'en représente qu'un.

L'équation dont les six racines seroient

$$[\alpha \beta \gamma \delta], [\alpha \delta \beta \gamma], [\alpha \gamma \delta \beta];$$

$$[\alpha \beta \delta \gamma], [\alpha \gamma \beta \delta], [\alpha \delta \gamma \beta],$$

traitée par le procédé de l'article XXXI, conduit à une équation du dixième degré, résoluble en deux facteurs rationels, l'un du quatrième degré, & l'autre du sixième; mais traitée par celui de l'article XXX, elle conduit à une équation du premier: ainsi en y supposant $[\alpha \beta \gamma \delta] = u'$, &c. &

$$u^2 - \Phi u + \Psi = 0,$$

Fff ij

les coefficients des équations du troisième degré en Φ & Ψ sont des *types* ; ce qu'il est facile de prouver *a priori*, puisque $[\alpha\beta\gamma\delta] \rightarrow [\alpha\beta\delta\gamma]$ est un *type partiel*, & dépend du troisième degré, & que $[\alpha\beta\gamma\delta] \times [\alpha\beta\delta\gamma]$ est de la forme $[abcd] \rightarrow [abdc]$.

XXXIV. Il faut observer au sujet de l'équation dont les six racines seroient $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$, &c. qu'elle devient du troisième degré, comme les deux de l'article précédent, si l'on y fait $a=b$, ou $a=c$, ou $b=c$, &c.

Il faut observer encore que, si au lieu du premier système d'équations entre les valeurs de r (*article VIII*), on eût employé le second, on eût eu $[\alpha\beta\gamma\epsilon\delta]$ au lieu de $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$; & que dans les dispositions des lettres a, b, c, d, e , qui amèneraient par le premier système, $[\alpha\beta\epsilon\gamma\delta]$ & $[\alpha\beta\delta\epsilon\gamma]$, on auroit par le second, $[\alpha\beta\delta\gamma\epsilon]$ & $[\alpha\beta\epsilon\delta\gamma]$.

Les coefficients de l'équation qui auroit ces six racines, sont faciles à obtenir en *types* : car au moyen des remarques de l'article XXVI, on chercheroit la somme des carrés de ces racines, la somme de leurs cubes, &c. ce qui n'exige que de calculer un seul des carrés, ou un seul des cubes; & on en concluroit par l'article V, la somme de leurs produits deux à deux, trois à trois, &c. La solution générale du cinquième degré se trouveroit ramenée par-là, à des recherches sur une équation particulière du sixième, dont les coefficients seroient des fonctions rationnelles de ceux de la proposée : substituant alors dans les équations du 15.^e & du 10.^e degré d'où dépend généralement le sixième, lesquelles se calculeroient de la même manière; & si elles ne se réduisoient pas, substituant de nouveau dans celles d'où dépendent généralement le 15.^e & le 10.^e degré, &c. il faudroit, si le cinquième degré est résolvable généralement, qu'on arrivât en dernière analyse à des équations qui eussent des facteurs

rationels, du quatrième degré au plus ; & que dans l'usage à faire des racines de ces facteurs égalés à zéro, on ne fût obligé de passer que par des équations d'un degré moindre que le cinquième. Mais nous pouvons suivre le fil de ces recherches, sans calculer les équations même, en substituant constamment leurs racines pour a, b, c, d, e, f , &c. dans les différentes formes élémentaires de quantités qui sont indifféremment l'une de six, de dix, de quinze, &c. car le nombre de changemens produits par les différentes substitutions possibles d'une lettre pour l'autre, nous donnera toujours le nouvel état de la difficulté ; & si quelque chose nous empêche d'épuiser successivement par ce moyen toutes les possibilités, ce ne sera que la longueur des calculs.

Il s'agit d'abord de substituer nos six racines dans les *articles* XXX & XXXI.

1.^o Si, dans l'*article* XXX, on fait cette substitution dans l'ordre suivant,

$$[\overset{\text{III}}{a}\overset{\text{IV}}{\beta}\overset{\text{II}}{\gamma}\overset{\text{I}}{\delta}\overset{\text{I}}{\epsilon}] \text{ pour } a$$

$$[\overset{\text{I}}{a}\overset{\text{IV}}{\beta}\overset{\text{II}}{\gamma}\overset{\text{III}}{\delta}] \text{ pour } b$$

$$[\overset{\text{I}}{a}\overset{\text{II}}{\beta}\overset{\text{IV}}{\delta}\overset{\text{III}}{\gamma}] \text{ pour } c$$

$$[\overset{\text{III}}{a}\overset{\text{IV}}{\beta}\overset{\text{II}}{\gamma}\overset{\text{I}}{\delta}] \text{ pour } d$$

$$[\overset{\text{I}}{a}\overset{\text{II}}{\beta}\overset{\text{IV}}{\delta}\overset{\text{III}}{\gamma}] \text{ pour } e$$

$$[\overset{\text{I}}{a}\overset{\text{IV}}{\beta}\overset{\text{II}}{\gamma}\overset{\text{III}}{\delta}] \text{ pour } f$$

on trouvera que u' & w'^2 de cet *article* XXX ne dépendent plus du quinzième degré, mais dépendent du cinquième : l'équation qui a pour racines, u', u'', u''', u^{IV} & u^V , devient entièrement rationelle, & les autres valeurs de u dépendent du 10.^e degré.

Ainsi la résolution générale du cinquième degré est ramenée par-là, à la résolution d'une, ou, si l'on veut, de plusieurs équations particulières de ce même cinquième degré : mais les racines de ces équations particulières se déduisent des mêmes *types partiels* que les racines de la proposée, c'est-à-dire de $[a\ b\ c\ d\ e]$, &c.

$$\begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{V} & \text{III} & \text{IV} \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{V} & \text{IV} \\ \text{I} & \text{IV} & \text{V} & \text{III} & \text{II} \end{array}$$

2.^o Si l'on fait les substitutions analogues, dans l'article XXXI, on trouve dix valeurs de u , lesquelles se déduisent des mêmes *types partiels* que les autres quantités dépendantes du dixième degré, dont je viens de parler; (leur forme est $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$, &c.)

& l'équation du 126.^e degré où l'on arrive en faisant une quantité qui soit l'une de dix, sans élever d'autres puissances que des carrés, se résout, pour ce cas, en six facteurs rationels du sixième degré dont les racines se déduisent des *types partiels* $[abcde]$, &c. d'où l'on est parti, & en six facteurs rationels du

quinzième degré dont les racines se déduisent des mêmes *types partiels* que les sommes ou les produits deux à deux des précédens, c'est-à-dire de $[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon]$, &c. Enfin, l'équation du

945.^e degré où l'on arrive en faisant une quantité qui soit l'une de dix, avec des radicaux cinquièmes seulement, n'a, pour ce cas, aucun facteur d'un degré inférieur au cinquième, & ses racines se déduisent toutes de quelqu'une des formes ci-dessus.

Voilà tout ce que le calcul m'a appris sur cet objet, & je n'ai pas assez de foi aux conjectures dans une matière aussi épineuse, pour oser m'y livrer ici. J'ajouterai seulement que je n'ai trouvé aucun *type partiel* composé de cinq lettres, qui dépendit du quatrième degré, ni du troisième; & que je suis convaincu qu'il n'en existe pas: mais il y en a un qui dépend du second degré; c'est

$$\begin{aligned}
 & [\alpha\beta\gamma\delta\epsilon] + [\alpha\beta\delta\epsilon\gamma] + [\alpha\beta\epsilon\gamma\delta] \\
 & + [\alpha\gamma\beta\epsilon\delta] + [\alpha\gamma\epsilon\delta\beta] + [\alpha\gamma\delta\beta\epsilon] \\
 & + [\alpha\delta\epsilon\beta\gamma] + [\alpha\delta\beta\gamma\epsilon] + [\alpha\delta\gamma\epsilon\beta] \\
 & + [\alpha\epsilon\delta\gamma\beta] + [\alpha\epsilon\gamma\beta\delta] + [\alpha\epsilon\beta\delta\gamma]
 \end{aligned}$$

d'où l'on déduit en général, que dans le cas des valeurs particulières de a, b, c, d, e, f , ci-dessus, le *type partiel*

$$[\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta] + [\beta\gamma\alpha\zeta\delta\epsilon] + [\gamma\alpha\beta\epsilon\zeta\delta]$$

$$+ [\alpha \zeta \epsilon \delta \gamma \beta] + [\zeta \epsilon \alpha \beta \delta \gamma] + [\epsilon \alpha \zeta \gamma \beta \delta]$$

$$+ [\delta \zeta \gamma \alpha \epsilon \beta] + [\zeta \gamma \delta \beta \alpha \epsilon] + [\gamma \delta \zeta \epsilon \beta \alpha]$$

$$+ [\delta \beta \epsilon \alpha \gamma \zeta] + [\beta \epsilon \delta \zeta \alpha \gamma] + [\epsilon \delta \beta \gamma \zeta \alpha]$$

dépend du second degré, comme celui de l'article XXX, dont il fait partie, dépend du premier.

Au reste, il ne suffit peut-être pas, pour prononcer sur la possibilité de la résolution générale, de se borner à la simple recherche de la forme des résultats; parce que dans tel cas où l'on fait *a priori* devoir arriver à la forme $[a b c d e]$, il faut savoir de plus,

par exemple, si l'on n'aura pas dans tous les termes, les égalités $e = d = c$, qui font de ce *type partiel*, un *type* complet; il faut savoir si ceux des termes où l'on n'aurait pas $e = d = c$, ne seroient pas compris sous la forme $[\alpha \beta \gamma \delta \epsilon] + 2[\alpha \beta \delta \gamma \epsilon]$,

dont les égalités $\gamma = \beta$, $\epsilon = \delta$, font encore un *type* complet; &c. car les valeurs particulières des exposans, leurs rapports déterminés dans la suite de *types partiels* conformes d'où l'on fera parti, peuvent faire que ces égalités aient lieu, à cette période du calcul.

XXXV. Dans les cas particuliers où l'on a des équations entre les racines, la méthode que nous venons d'exposer peut servir à résoudre, sans passer par les formules générales de résolution.

L'équation $x^5 - x^4 - 1 = 0$ nous en fournira un exemple: elle conduit (article VI) à celle-ci,

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0,$$

dont les racines étant a, b, c, d, e , on aura par une suite très-simple de l'article XI.

$$\begin{aligned} a^2 &= -b + 2 & b^2 &= -d + 2 & c^2 &= -e + 2 & d^2 &= -e + 2 \\ ab &= -a - c & bc &= -a - e & cd &= -a - d & de &= -a - b \\ ac &= -b - d & bd &= -b - e & ce &= -b - c \\ ad &= -c - e & be &= -c - d & e^2 &= -a + 2 \\ ae &= -d - e, \end{aligned}$$

& tous les *types partiels* de la forme $[abcde]$ auront une valeur

purement rationnelle; ainsi, en prenant par-tout dans l'article *XXVIII* $[a\beta\epsilon\delta\gamma]$ au lieu de $[a\beta\gamma\delta\epsilon]$, on trouvera

$$u' = 6; \phi' = 26, \phi'' = -18, \phi''' = -51, \phi^{IV} = 4.$$

On a aussi $(A') = 16, (ABCDE) = 1, (A) = 1$; d'où

$$x = \frac{1}{5} [1 + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{IV}]$$

en substituant les valeurs

$$\Delta' = \sqrt[5]{\frac{11}{4}} (89 + 25\sqrt{5} - 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} + 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$

$$\Delta'' = \sqrt[5]{\frac{11}{4}} (89 + 25\sqrt{5} + 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} - 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$

$$\Delta''' = \sqrt[5]{\frac{11}{4}} (89 - 25\sqrt{5} - 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} - 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$

$$\Delta^{IV} = \sqrt[5]{\frac{11}{4}} (89 - 25\sqrt{5} + 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} + 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$

XXXVI. Comme pour résoudre l'équation

$$\left. \begin{array}{l} x^m - x^{m-1} \\ - m - 1 x^{m-2} \end{array} \right\} + \&c. = 0;$$

il n'est question au plus que de déterminer (*article VI*) la quantité qui est indifféremment l'une de ses racines, & nullement de faire qu'il soit indifférent d'y échanger ces racines entre elles, cette résolution nous sera toujours très-facile.

Ainsi, des trois conditions distinctes de la résolution générale des Équations (*article IV*), la première (*article VI*) & la troisième (*article V*) sont toujours rigoureusement en notre pouvoir; & nous avons pour remplir la seconde, une marche directe & uniforme (*article XXXIV*) qui n'a de difficulté que par la longueur inévitable.



SUR LA

THÉORIE DE MERCURE.

Quatrième Mémoire.

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE j'ai déterminé astronomiquement, & par des 11 Décemb.
1771.
observations exactes, tous les élémens de Mercure, j'ai négligé les perturbations qu'il éprouve par l'action des autres Planètes; je m'étois assuré d'avance qu'elles étoient tout-à-fait insensibles; mais je renvoyois à la fin de mon travail la discussion de cet objet: je terminerai donc actuellement mes recherches sur Mercure par le calcul de ces inégalités. J'ai choisi de préférence l'attraction de Vénus, parce que c'est la planète la plus voisine de Mercure, & que son attraction doit être évidemment la plus forte: la Terre, dont la masse est un peu moindre que celle de Vénus, est à une distance presque double; & Jupiter, dont la masse est de beaucoup supérieure à celle de Vénus, étant à une distance treize fois plus grande, n'a presque plus d'influence sur le mouvement de Mercure.

J'ai donné dans nos Mémoires, année 1760, l'expression générale & algébrique des inégalités que produit une Planète fort voisine d'une autre, en tenant compte de l'excentricité de la Planète troublée; car celle de Mercure étant très-grande, il étoit indispensable d'y avoir égard. Ces formules sont disposées de manière que les seules substitutions des nombres fussent sans aucune connoissance de la théorie pour en avoir les valeurs, quelle que soit la Planète dont on veut connoître les dérangemens; cependant ces substitutions sont fort longues, & j'ai cru qu'il valloit la peine d'en donner ici les résultats; d'ailleurs, les coëfficiens de la série qui donne la distance d'une Planète à l'autre, sont encore l'objet d'un calcul assez long; il faut chercher la quadrature des courbes, en calculant un grand nombre d'ordonnées,

Mém. 1771.

G g g

& cela n'avoit point encore été fait pour la distance de Vénus à Mercure, ni pour celle de la Terre. Je rapporterai donc aussi le résultat de ces calculs : les quatre coefficients qui sont pour la Terre ont été cherchés chacun séparément par la quadrature d'une courbe particulière.

Soit la distance de Vénus au Soleil $= a = 1,8685$, la distance moyenne de Mercure au Soleil étant prise pour unité, celle de Vénus à Mercure, qui quelquefois est $= a + 1$, quelquefois $= a - 1$, varie suivant les divers degrés de commutation ; je la suppose $= s$; la commutation ou l'angle au Soleil entre Mercure & Vénus $= t$, l'anomalie vraie de Mercure $= u$, on a $\frac{1}{s^3} = (2a)^{-\frac{3}{2}} (\frac{1+a^2}{2a} - \cos. t)^{-\frac{3}{2}} - 3ea [(2a)^{-\frac{5}{2}} (\frac{1+a^2}{2a} - \cos. t)^{-\frac{5}{2}}] (\frac{1}{a} - \cos. t) \cos. u = A + B \cos. t + C \cos. 2t + D \cos. 3t$, &c. $- 3ea (A' + B' \cos. t + C' \cos. 2t + D' \cos. 3t$, &c.) $(\frac{1}{a} - \cos. t) \cos. u$.

Voici la valeur des coefficients de ces deux suites, déjà multipliés, les premiers par $2a^{-\frac{2}{3}}$, les derniers par $2a^{-\frac{5}{2}}$; ces valeurs sont ce qu'il y a de plus long à faire dans ces calculs.

$A = 0,32296$; $B = 0,46529$; $C = 0,29913$; $D = 0,18322$
 $A' = 1,04768$; $B' = 1,87148$; $C' = 1,47961$; $D' = 1,09340$;
 s'il s'agissoit de l'attraction de la Terre sur Mercure, on trouveroit les valeurs

$A = 0,08331$; $B = 0,09146$; $C = 0,04338$; $D = 0,01989$;
 il seroit facile de les substituer aussi dans les formules suivantes. Elles ne renferment que des fonctions de ces coefficients, avec le rapport du moyen mouvement de Mercure à la différence des mouvemens moyens de Mercure & de Vénus ; c'est-à-dire $n = 0,608501$.

Après les substitutions de ces valeurs numériques, il ne s'agit plus que de multiplier tous les termes par la masse de Vénus, celle du Soleil étant prise pour unité, je la supposois de $\frac{1}{303550}$ lorsque

j'ai fait les calculs; cela diffère peu du résultat que le passage de Vénus m'a fait adopter, & qui est de $\frac{1}{302346}$. Le logarithme de la masse s'ajoute avec celui de l'arc égal au rayon qui sert à convertir en secondes toutes ces formules, exprimées naturellement en fractions de la distance moyenne de la Planète troublée; la somme de ces deux logarithmes, qui est 9,8339209, s'ajoute à celui de chaque formule, pour la réduire en secondes.

Cette quantité que je viens d'adopter pour la masse de Vénus, dépend du diamètre de Vénus, que j'ai déterminé par la durée de sa sortie, le 6 Juin 1761, & de la parallaxe du Soleil qui paroît être de $8'' \frac{1}{2}$, sur-tout depuis que nous avons reçu les observations faites à l'île de Taïti dans la mer du sud; la masse de la Terre étoit $\frac{1}{307831}$ en supposant la parallaxe du Soleil de 9 secondes (*Astronomie, article 3405*), mais elle est comme le cube de la parallaxe; donc en employant $8'' \frac{1}{2}$, on ne trouve plus que $\frac{1}{365412}$ pour la masse de la Terre, par rapport à celle du Soleil. Pour trouver actuellement celle de Vénus par rapport à la Terre, je considère que le diamètre de Vénus vu du Soleil, à la moyenne distance de la Terre, est $16'',7$, celui de la Terre étant 17 secondes; le cube du rapport de ces deux quantités, multiplié par la densité de Vénus, que nous estimons 1,2749 (*Astronomie, article 3410*) donne pour la masse de Vénus 1,20859, c'est-à-dire que Vénus pèse un cinquième de plus que la Terre.

Cette masse multipliée par celle de la Terre $\frac{1}{365412}$ donne la masse de Vénus $\frac{1}{302346}$ dont j'ai fait usage dans les calculs précédens: mais comme elle ne diffère pas d'un trois-centième de celle que j'ai employée il y a plus de dix ans, dans mes calculs de l'attraction, il n'y aura rien à changer aux résultats importants que j'en ai tirés, soit pour les noeuds des Planètes, soit pour le changement de l'obliquité de l'écliptique.

En donnant ici des formules générales pour les équations produites par l'action d'une Planète sur une autre, je joindrai à chacune l'évaluation en nombres, relativement à l'attraction de Vénus sur Mercure.

FORMULES des quatre principales inégalités de Mercure,
produites par l'attraction de Vénus ou par celle de la Terre,
ou en général d'une Planète plus proche du Soleil par
celle qui est plus éloignée.

$$\text{I.} + \left[\frac{2}{(1-nn)n} (B - aA + \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} + \frac{aC}{n} \right. \\ \left. + \frac{2}{na^2} - \frac{2aA}{n}) + \frac{aA}{n^2} - \frac{1}{n^2a^2} - \frac{aC}{2n^2} \right]$$

$$\text{fin. } nu = - 0''{,}8 \text{ fin. } t. \text{ II.} + \left[\frac{1}{(1-4nn)n} (C - \frac{aB}{2} \right. \\ \left. - \frac{aD}{2} + \frac{aD}{2n} - \frac{aB}{2n}) + \frac{aB}{8nn} - \frac{aD}{8nn} \right]$$

$$\text{fin. } 2nu = - 1''{,}3 \text{ fin. } 2t. \text{ III.} \left[\frac{ea}{n-1} (A + \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}) \right. \\ \left. + \frac{3ea}{(n-1)(1-nn)} (\frac{B}{a} + \frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2}) \right. \\ \left. - \frac{6ea}{n(n-1)(1-nn)} (A - \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}) - \frac{ae}{n(n-1)} \right. \\ \left. (\frac{C}{2} + \frac{1}{a^3} - A) + \frac{2ea}{1-(n-1)^2} (-A + \frac{C}{2} + \frac{B}{a} + \frac{1}{a^3}) \right. \\ \left. + \frac{4ea}{(n-1)[1-(n-1)^2]} (-A + \frac{1}{a^3} - \frac{C}{2}) \right. \\ \left. - \frac{3ea}{(n-1)[1-(n-1)^2]} (2A' - \frac{B'}{a} - \frac{3aB'}{4} + C' \right. \\ \left. - \frac{aD'}{4}) + \frac{3ae}{(n-1)^2[1-(n-1)^2]} (2A' - \frac{aB'}{2} \right. \\ \left. - C' + \frac{aD'}{2}) + \frac{3ae}{2(n-1)^2} (\frac{aB'}{4} - A' + \frac{C'}{2} \right. \\ \left. - \frac{aD'}{4}) \right] \text{ fin. } (t-u) = - 2''{,}9 \text{ fin. } (t-u)$$

$$\text{IV.} \left\{ \begin{aligned} & + \frac{ea}{4n(2n-1)} (B-D) + \frac{3e}{(1-4nn)(2n-1)} \\ & (C - \frac{AB}{2} - \frac{AD}{2} - \frac{AB}{2n} + \frac{AD}{2n}) + \\ & (B+D) (\frac{2ea(1-n)}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]} - \frac{ea(1-n)}{2(2n-1)^2}) \\ & + \frac{ea(1-n)}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]} (B-D - \frac{4C}{a}) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{3ae}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]} \left(\frac{aA'}{2} - B' - \frac{C'}{a} \right. \\
& \left. - \frac{aC'}{2} + D' - \frac{aE'}{4} \right) + \frac{3ae}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]} \\
& (B' - aA' - D' + \frac{aE'}{2}) + \frac{3ae}{4(2n-1)^2} (aA' \\
& - B' + D' - \frac{aE'}{2}) \} \sin. (2t - u) = - 2'' 6 \sin. \\
& (2t - u).
\end{aligned}$$

Inégalités
insensibles.

La plus considérable de ces Équations, qui est $2'' 9 \sin. (t - u)$, dépend de la différence entre la commutation t , & l'anomalie de Mercure u ; & puisqu'elle ne va pas à $3''$ sur l'orbite de Mercure vue du Soleil, elle est encore moindre sur le mouvement vu de la Terre; ainsi, l'on peut sans aucune difficulté négliger ces Équations dans le calcul des observations, & dans la construction des Tables de Mercure. Aussi mes Tables de Mercure représentent toutes les observations que j'ai calculées, dans quelque position qu'elles aient été faites, avec toute la précision des observations mêmes. le Père Filxmillner ayant fait, sur mon invitation, diverses observations de Mercure, l'année dernière, & en ayant comparé les résultats avec mes Tables, n'a trouvé qu'une seule fois 45 secondes d'erreur, comme je l'ai remarqué dans le dernier recueil d'observations que j'ai lu à l'Académie.

Attraction
de Jupiter.

J'ai dit au commencement de ce Mémoire, que l'action de Jupiter étoit encore plus négligeable dans la théorie de Mercure que l'action de Vénus; il me suffira, pour en donner une idée, de rappeler ici l'évaluation du terme le plus considérable qu'il y ait dans ces inégalités, en voici la valeur $\frac{21 + 36n}{16(n^2 - n^4)}$

$(1 - n)^{\frac{8}{3}} \sin. nu$; Dans ce cas-ci, $n = 0,979686$, & la formule étant multipliée par la masse de Jupiter $\frac{1}{1067}$, & par le nombre de secondes que contient le rayon, en ajoutant le logarithme $2,28626$, on trouve $0'',54$ pour la valeur de cette équation; les autres sont encore moindres; ces équations étoient déjà fort petites dans la théorie de Vénus, mais la fraction $1 - n$, qui est le mouvement de Jupiter, divisé par celui de Mercure,

& qui est élevée à la puissance $\frac{8}{3}$, forme une quantité beaucoup plus petite pour le mouvement de Mercure, qui est double de celui de Vénus; c'est-là ce qui rend l'équation précédente absolument insensible.

Changement
d'inclinaison.

J'ai discuté ailleurs le mouvement des nœuds de Mercure, produit par l'action de toutes les Planètes, (Astronomie, *article 1348*; Mémoires de l'Académie, *années 1758 & 1761*). Il me reste à dire un mot du changement d'inclinaison qui en résulte: le mouvement annuel du nœud de Mercure sur l'orbite de Vénus est de $2'',904$, en vertu de l'attraction de Vénus; cette quantité multipliée par le sinus de l'inclinaison de Vénus sur l'écliptique $3^d 24'$, & par le sinus de la distance $28^d 7'$, entre les nœuds de ces deux Planètes (*article 1378*), donne $0'',08$; ce qui nous apprend que l'inclinaison de Mercure sur l'écliptique doit diminuer de $8''$ par siècle à cause de l'attraction de Vénus.

Le changement du nœud de Mercure sur l'orbite de Jupiter est de $1'',576$ par année. Cette quantité multipliée par le sinus de l'inclinaison mutuelle de ces deux orbites $6^d 18'$, & par le sinus de la distance entre l'intersection commune & le nœud de Mercure $9^d 38'$, donne $0'',029$ pour la diminution annuelle de l'inclinaison de Mercure, ce qui fait $2'',9$ par siècle; ainsi cet angle doit diminuer de 11 secondes tous les cent ans, en vertu des deux attractions de Vénus & de Jupiter: Celles de Mars & de Saturne sont insensibles; cette quantité même de 11 secondes est trop petite pour avoir pu jusqu'à présent être constatée par les observations.



M É M O I R E

Contenant les Observations de la seconde Comète de 1770, qui a paru au mois de Janvier 1771, qui est la cinquante-neuvième dont l'orbite ait été calculée.

Observée de l'Observatoire de la Marine, à Paris, depuis le 10 Janvier 1771 jusqu'au 21 du même mois, qu'elle cessa de paroître aux Instrumens.

Par M. MESSIER.

APRÈS plusieurs jours de temps couvert, le ciel s'étant éclairci le 10 Janvier vers les six heures du soir, j'ai recherché la Comète qui avoit paru l'année dernière, & que j'avois observée depuis le 14 Juin jusqu'au 3 Octobre matin, qu'elle cessa d'être visible aux instrumens. M. le Monnier m'ayant dit qu'on pourroit bien la revoir, parce que la Terre, par son mouvement annuel sur son orbite, s'en étoit rapprochée; j'ai cherché cette Comète dans l'endroit du ciel où elle devoit se trouver, suivant les élémens de son orbite; & j'ai découvert, vers les huit heures du soir, par le moyen d'une lunette ordinaire d'un pied, qui est fort claire, une Comète entre la tête de l'Hydre & le petit Chien, à plusieurs degrés du lieu où la Comète de l'année dernière devoit être. La nouvelle Comète se faisoit apercevoir à la vue simple; à la lunette, son noyau étoit brillant, blanchâtre, sans être terminé & environné d'un atmosphère de plusieurs minutes de diamètre, avec une queue d'une lumière foible & de 5 à 6 degrés de longueur. J'ai comparé le noyau à un des fils du micromètre, & j'ai estimé son diamètre de 49 secondes de degré environ, & l'atmosphère qui l'environnoit, de 18 minutes. Pour déterminer les positions de la Comète, je me suis servi d'une lunette ordinaire, de 3 pieds $\frac{1}{2}$, garnie d'un micromètre à fils, & montée sur une machine parallactique, placée à peu-près dans le plan du Méridien.

16 Mars
1771.

Le 10 Janvier, à $8^h 44' 24''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile δ de l'Hydre, quatrième grandeur, au fil horaire de $3^d 54' 30''$, la Comète étoit inférieure à l'étoile de $1^d 24' 57''$. De ces différences & de la position de l'Étoile, réduite au temps présent à $126^d 23' 6''$ d'ascension droite, & $6^d 29' 43''$ de déclinaison boréale; je déduis celle de la Comète de $122^d 28' 36''$ d'ascension droite, & $5^d 4' 46''$ de déclinaison boréale. Cette détermination est douteuse: une minute environ avant le passage de l'Étoile au fil horaire, un nuage fit disparaître l'Étoile; la différence en déclinaison a également été effimée. Le ciel étant devenu ensuite serein, j'ai comparé de nouveau la Comète à la même Étoile; à 10 heures $16' 45''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $4^d 35'$; la Comète inférieure à l'Étoile de $1^d 8' 19''$; ascension droite de la Comète, $121^d 48' 6''$; sa déclinaison, $5^d 21' 24''$ boréale. La Comète fut encore comparée à la même Étoile, ainsi qu'à une Étoile de septième grandeur, & à l'étoile Procyon du petit Chien. On trouvera les positions de la Comète déduites de ces Étoiles, dans la première Table qui est à la suite du Mémoire.

La nuit du 11 au 12, le Ciel totalement couvert, ainsi que celles du 12 au 13, du 13 au 14, du 14 au 15; celles du 15 au 16, les Étoiles paroissoient de temps en temps dans quelques éclaircis, ce qui ne fut pas suffisant pour voir la Comète.

Beau temps la nuit du 16 au 17; aussi-tôt que les Étoiles parurent, j'ai recherché la Comète à la vue simple, sans pouvoir l'apercevoir; je l'ai cherchée ensuite avec des instrumens; savoir, dans les constellations du Taureau, des Gémeaux, & sur-tout du Cocher, Persée & Andromède, constellations qui se trouvoient dans la direction du mouvement que j'avois reconnu à la Comète la nuit du 10 au 11. Mes recherches, pendant deux heures, furent inutiles, & j'avois perdu toute espérance de la revoir. Comme elle avoit considérablement diminuée de lumière, puisqu'elle n'étoit plus visible à la simple vue; je soupçonnois que son mouvement avoit dû se ralentir, & qu'au lieu d'être dans Persée, suivant son mouvement du 10 au 11, je devois la chercher, avec beaucoup de soin dans le Taureau, & je vis,

à peu

à peu de distance de la corne méridionale de cette constellation, une nébulosité que je pris d'abord pour la nébuleuse qui est près de cette corne, & que je découvris le 28 Août 1758, en observant la Comète qui parut cette année. Mes recherches se faisant avec une lunette de nuit, je la quittai pour examiner cette nébuleuse avec une excellente lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, qui appartient à M. de S***, elle ne grossissoit que vingt-sept fois le diamètre des objets; par ce moyen, j'avois beaucoup de lumière, & je reconnus que c'étoit la Comète elle-même; le noyau étoit brillant, sans être terminé, environné de nébulosité, avec une queue de 4 degrés de longueur environ, mais d'une lumière très-foible: le noyau de la Comète avoit le brillant d'une Étoile de septième grandeur. J'ai comparé la Comète directement à l'étoile ζ de la corne méridionale du Taureau; à $7^h\ 16' 4''$, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de $3^d\ 3' 45''$; elle étoit supérieure à la même Étoile, de $1^d\ 40' 20''$: de ces différences & de la position de l'Étoile prise de la Connoissance des Temps, & réduite au temps présent; l'ascension droite de la Comète a été conclue de $84^d\ 3' 17''$, & sa déclinaison boréale de $22^d\ 39' 21''$. A $7^h\ 41' 39''$, la Comète a encore été comparée à la même Étoile; sa position est rapportée dans la 1.^{re} Table qui est à la suite de ce Mémoire.

Ciel serein, pendant la nuit du 17 au 18: ce n'a pas été sans peine que j'ai pu revoir la Comète; sa lumière étoit encore affoiblie depuis la nuit précédente; le noyau étoit moins brillant, la queue moins longue, n'ayant que deux degrés, & d'une lumière très-foible. La Comète étoit près d'une Étoile de sixième grandeur, qui est la 121.^e du Taureau, suivant le catalogue de Flamsteed; seconde édition; & la 163.^e du nouveau catalogue de M. de la Caille, imprimé dans le VI.^e volume de ses Éphémérides. Pour bien connoître la position de cette Étoile, je l'ai comparée à l'étoile ζ de la corne méridionale du Taureau, & je l'ai observée plusieurs fois au Méridien; j'ai pris un milieu entre mes observations, & réduction faite du lieu de l'Étoile ζ , prise du catalogue de Flamsteed, & de celui de M. de la Caille; l'ascension droite de la petite Étoile étoit, pour le temps présent, de 80^d

21' 43", & sa déclinaison boréale de 23^d 52' 15". A 6^h 27' 35", temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire, de 20' 15": elle étoit inférieure à l'Étoile de 6' 50". De ces différences, j'ai déterminé la position de la Comète en ascension droite de 80^d 41' 58", & sa déclinaison boréale, de 23^d 45' 25". J'ai encore comparé la Comète plusieurs fois à cette Étoile: on trouvera les positions dans la I.^{re} Table.

La nuit du 18 au 19, le ciel entièrement couvert, ainsi que celle du 19 au 20; beau temps pendant la nuit du 20 au 21: j'ai recherché la Comète pendant une heure & demie, avec la lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, sans pouvoir la découvrir: comme son mouvement m'étoit connu, par les observations des jours précédens, je la cherchois à peu-près dans l'endroit du ciel où elle devoit paroître: après bien des recherches, je l'aperçus près de la planète de Mars; elle en étoit très-près, & à moins d'une minute de temps, tant en ascension droite qu'en déclinaison, elle étoit placée entre Mars & une petite Étoile de huitième grandeur; sa lumière, si foible que celle de Mars l'effaçoit presque; j'en ai cependant déterminé la position, en comparant le noyau à Mars, & à la petite Étoile de huitième grandeur: j'observai, la même nuit, l'un & l'autre au Méridien, ainsi que β de la corne septentrionale du Taureau; pour la Comète, il ne fut pas possible de l'apercevoir au Méridien. L'ascension droite de l'Étoile de huitième grandeur, fut conclue de 72^d 56' 17", & sa déclinaison, de 26^d 5' 39" boréale. A 8^h 18' 30", temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de 4' 15"; la Comète supérieure à l'Étoile, de 10' 14". De ces différences & de la position de l'Étoile rapportée ci-dessus, j'ai déduit celle de la Comète en ascension droite de 72^d 52' 2", & sa déclinaison boréale, de 25^d 55' 25". Les autres observations faites la même nuit, avec la même Étoile & avec Mars, sont rapportées dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire. Les nuits suivantes, le ciel fut couvert, & c'est au 20 de ce mois (Janvier) que ce sont terminées mes Observations de cette Comète.

Je joins à ce Mémoire deux Tables; la première contient les lieux de la Comète en ascension droite & déclinaison, avec les

différences de passages de la Comète & des Étoiles au fil horaire: il en est de même dans la colonne qui suit pour les différences en déclinaison: le signe $+$ signifie qu'il faut ajouter ces différences aux positions des Étoiles avec lesquelles la Comète aura été comparée, pour avoir celle de la Comète: il en est de même du signe $-$ pour ôter.

La seconde Table contient les ascensions droites & déclinaisons des Étoiles qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète, réduite au temps des Observations.

Je joins aussi à ce Mémoire une carte céleste qui représente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes suivant mes Observations: cette carte est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison, de manière qu'il sera aisé de juger à l'inspection seule de la carte de la position de la Comète & de celle des Étoiles près desquelles elle a passé; j'ai marqué aussi la nébuleuse que la Comète de 1758 me fit découvrir près de la corne méridionale du Taureau.

D'après mes Observations, M. Pingré a calculé les élémens de l'orbite de cette Comète qu'il a donnés à l'Académie le 26 Janvier de cette année; les voici.

Nœud ascendant en.....	3 ^h 18 ^d 42' 10"
Inclinaison de l'orbite.....	31. 25. 55
Lieu du périhélie.....	6. 28. 22. 44
Logarithme de la distance périhélie.....	9,722833.
Passage au périhélie, le 22 Novembre 1770, à 22 ^h 5' 48", Temps moyen, Mérid. de l'Observatoire, sens du mouvement rétrograde.	

La même Comète a été vue à Milan par le Père Boscowich: dans la lettre qu'il m'a écrite le 12 Janvier, il m'a envoyé les deux Observations suivantes:

	Temps vrai.	Ascension droite.	Déclin. Bor.
1771, Janvier 10	1 ^h 20' 0"	131 ^d 34' 0"	0 ^d 45'
11	0. 36. 12	121. 16. 31	5. 54

Il ajoute que la première de ces observations est moins exacte que celle du 11; elle fut faite à la hâte & avec un mauvais instrument avec lequel on ne peut pas même être sûr d'une minute.

H h h ij

Cette Comète a été également aperçue en Angleterre suivant une lettre d'un de mes amis, datée de Londres du 15 Janvier; il me marque que dans la Gazette de la veille il étoit fait mention de la découverte d'une nouvelle Comète; le 9 de ce mois elle étoit à 20 degrés de Procyon, 11^d 30' du Cœur de l'Hydre, & 18^d 15' de Saturne, près de l'Équateur, ayant une queue & une chevelure, le noyau assez distinct.

TABLE I. Des positions apparentes de la deuxième Comète de 1770, découverte de l'Observatoire de la Marine le 10 Janvier 1771, vers les 8 heures du soir, entre la tête de l'Hydre & Procyon; observée & comparée avec les étoiles fixes jusqu'au 20 du même mois.

1771.	TEMPS VRAI.	ASCENS. droite observée.	DÉCLIN. observée Boréale.	DIFFÉR.	DIFFÉR.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer & N. ^{os}	
				en ascension droite avec les Étoiles.	en déclinaif. avec les Étoiles.			
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Janvier 10	8.44.24	122.28.36	5. 4.46	3.54.30—	1.24.57—	4	♄	de l'Hydre, position de la Comète observée
10	10.16.45	121.48.48	5.21.13	3.36.45—	0.10.47—	7	4	une Étoile qui n'étoit pas connue,
10	10.16.45	121.48. 6	5.21.24	4.35. 0—	1. 8.19—	4	♄	de l'Hydre.
10	10.46.31	121.36.21	5.37. 0	4.46.45—	0.52.43—	4	♄	la même.
10	12.48.58	120.50. 6	6. 1.56	5.33. 0—	0.27.47—	4	♄	la même.
10	13.19. 5	120.24.31	6.14.46	8.34.45+	0.26.38+	1	α	Procyon.
16	7.16. 4	84. 3.17	22.39.21	3. 3.45+	1.40.20+	3	ζ	Corne méridionale du Taureau.
16	7.41.39	84. 1.32	22.40.51	3. 2. 0+	1.41.50+	3	ζ	la même.
17	6.27.35	80.41.58	23.45.25	0.20.15+	0. 6.50—	6	121	du Taur. Flamst. la 163. ^e de la Caille.
17	6.40.34	80.40.28	0.18.45+	6	121	la même.
17	7. 2.37	80.37.13	23.46.51	0.15.30+	0. 5.24—	6	121	la même.
17	7.21.23	80.35.28	0.13.45+	6	121	la même.
20	8.18.30	72.52. 2	25.55.25	0. 4.15—	0.10.14—	8	2	une Étoile qui n'étoit pas connue,
20	8.18.30	72.52.25	25.55.28	0. 9.22—	0.12.35+	...	♂	comparée à Mars.
20	8.56.49	72.47.47	25.56.47	0. 8.30—	0. 8.52—	8	2	avec l'Étoile ci-dessus.
20	8.56.49	72.48.17	25.56.46	0.13.30—	0.13.52+	...	♂	avec Mars.
20	9.19.24	72.47.17	25.57. 3	0. 9. 0—	0. 8.36—	8	2	avec l'Étoile ci-dessus.
20	9.19.24	72.47.32	25.57. 4	0.14.15—	0.14.11+	...	♂	avec Mars.

TABLE II. Des ascensions droites & déclinaisons des Étoiles, pour le temps des Observations de la 2.^e Comète de 1770, tant des Étoiles qui n'étoient pas connues, que de celles des Catalogues qui ont servi à déterminer les positions de la Comète.

ASCENSION droite.	DÉCLIN. Boréale.	Grandeur des Étoiles.	N. ^{os} & Lettres de Bayer.	ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
72. 40. 10	26. 21. 55	8	1	Étoile déterminée par de nouvelles Observations.
72. 56. 17	26. 5. 39	8	2	Étoile déterminée, &c. la Comète compar. 20 Janv. soir.
73. 1. 47	25. 42. 53	♄	Mars, la Comète comparée le 20 Janvier soir.
79. 11. 47	22. 17. 55	8	3	Étoile déterminée par de nouvelles Observations.
80. 21. 43	23. 52. 15	6	121	Taureau, Fl. 163 de la Caille, compar. 17 Janv. soir.
80. 59. 32	20. 59. 1	3	ζ	Taureau, la Comète comparée le 16 Janvier soir.
111. 49. 46	5. 48. 8	1	α	Procyon, la Comète comparée le 10 Janvier matin.
125. 25. 33	5. 32. 0	7	4	Étoile déterm. &c. la Comète compar. le 10 Janv. soir.
125. 36. 40	6. 16. 53	8	5	Étoile déterminée, &c.
125. 54. 36	7. 23. 47	7	6	Étoile déterminée, &c.
126. 23. 6	6. 29. 43	4	♏	de l'Hydre, obs. au Mérid. la Comète compar. le 10 Janv.



*OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE LUNE,
La nuit du 28 au 29 Avril 1771.*

Par M. MESSIER.

30 Avril
1771.

LE ciel, au commencement, & pendant une partie de la durée de l'Éclipse, étoit entièrement & également couvert de nuages rares. La Lune paroissoit, mais sa lumière étoit affoiblie, de manière que l'on ne voyoit les taches que très-imparfaitement, le ciel étant resté ainsi couvert jusque vers le temps du milieu de l'Éclipse, ensuite les nuages se sont dissipés en partie, la Lune a paru ayant presque toute sa lumière; l'ombre paroissoit assez bien terminée. La Lune fut encore obscurcie par intervalles, j'en ferai mention à la suite de mes observations.

J'ai employé pour cette observation deux instrumens; savoir un télescope Newtonien de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, qui grossissoit soixante fois le diamètre des objets, garni d'un micromètre à fil de soie qui s'inclinoit dans tous les sens: cet instrument a servi à mesurer la partie restante éclairée de la Lune, son diamètre, & la distance des cornes de l'ombre. Le second instrument étoit une excellente Lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$ Anglois, faite à Londres par Dollond, qui appartient à M. B** de S**; je ne l'avois fait grossir que vingt-sept fois le diamètre des objets, ayant préféré ce grossissement à un plus grand effet, pour avoir plus de lumière & un plus grand champ, ce qui convenoit à l'objet de mes observations: cette lunette a été employée pour observer le commencement de l'Éclipse, sa fin & les immerlions & émerlions des taches. Voici mes observations.

1771. Temps vrai.

Avril 28

H. M. S.

12. 50. 37 Pénombre très-légère, qui commence à paroître vis-à-vis *Aristarchus*.
13. 3. 35 la pénombre est augmentée vis-à-vis *Heraclides*.
13. 10. 35 commencement de l'Écl. incert. vis-à-vis *Harpalus*.
13. 13. 3 on commence à ne plus voir le bord de la ☾ éclipsée.
13. 32. 30 *Aristarchus* entre dans l'ombre.
13. 42. 29 *Keplerus* entre dans l'ombre: bonne observation.
13. 56. 26 le ciel devient plus serein: on voit mieux les taches de la Lune.
14. 1. 26 *Manilius* & *Menelaüs* entrent dans l'ombre.
14. 2. 56 *Mare crisum* touche l'ombre.
14. 9. 25 *Mare crisum* à moitié entrée.
14. 15. 24 *Aristarchus* sort de l'ombre.
14. 22. 23 *Keplerus* sort de l'ombre.
14. 24. 23 *Manilius* sort de l'ombre.
14. 25. 52 *Menelaüs* sort de l'ombre.
14. 32. 51 *Mare crisum* entièrement dans l'ombre.
14. 37. 50 *Plinius* sort de l'ombre.
14. 38. 50 *Heraclides* sort de l'ombre.
14. 42. 20 l'ombre qui étoit restée constamment au bord de *Mare crisum*, commence à la découvrir.
14. 45. 19 *Helicon* sort de l'ombre.
14. 50. 49 *Mare serenitatis*, à moitié sortie.
14. 52. 48 *Plato* commence à sortir de l'ombre.
14. 56. 17 *Plato* est sorti.
14. 59. 47 *Mare crisum*, à moitié hors de l'ombre, la Lune commence à se découvrir.
15. 4. 46 *Mare serenitatis* sort de l'ombre; la ☾ sort brouillée: on a de la peine à disting. l'ombre de la pénombre.
15. 10. 5 *Mare crisum* quitte l'ombre; la ☾ passablement belle.
15. 16. 43 on commence à apercevoir le bord de la Lune éclipsée; la Lune est claire.
15. 19. 43 fin de l'Éclipse, vis-à-vis *Massala*; cette fin est plus certaine que le comm. la ☾ étoit, à ce moment, claire; ensuite elle se couvre de nuages rares.
15. 22. 42 la ☾ devient claire; il existe encore une sorte pénombre.
15. 28. 12 Pénombre légère.
15. 37. 10 il reste encore une idée de pénombre. la ☾ n'est pas cl.

432 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Les observations faites depuis 12^h 50' 37", jusqu'à celles faites à 14^h 22' 23" sont incertaines, la Lune ne paroissoit qu'à travers des nuages rares, & sa lumière étoit tellement affoiblie que les taches paroissoient foiblement, & qu'on avoit de la peine à distinguer l'ombre de la pénombre. Les observations faites depuis 14^h 22' 23", jusqu'à la fin de l'Éclipse, sont bonnes; la Lune avoit presque toute sa lumière.

OBSERVATIONS de la grandeur de l'Éclipse; savoir, de la partie restante éclairée de la Lune & de la partie éclipse, déduite du diamètre de la Lune, supposé de 32' 2", mesuré vers le milieu de l'Éclipse, à 14^h 14' 24".

1771.	T E M P S V R A I.	PARTIE éclairée en partie du micromèt.	PARTIE éclairée en minutes & secondes de degrés.	PARTIE éclipse en partie du microm.	PARTIE éclipse en minutes & secondes de degrés.	Grandeur de l'Éclipse en doigts.
	H. M. S.		M. S.		M. S.	Doigts. M.
Avril 28	13. 12. 33.	2109.	30. 32.	104.	1. 30.	0. 35.
28	13. 17. 32.	2051.	29. 41.	162.	2. 21.	0. 53.
28	13. 22. 32.	2005.	29. 1.	208.	3. 1.	1. 8.
28	13. 35. 30.	1781.	25. 47.	432.	6. 15.	2. 23.
28	13. 41. 29.	1721.	24. 55.	492.	7. 7.	2. 40.
28	13. 51. 57.	1570.	22. 44.	643.	9. 18.	3. 29.
28	14. 6. 25.	1477.	21. 22.	736.	10. 39.	3. 59.
28	14. 11. 25.	1395.	20. 12.	818.	11. 50.	4. 26.
28	14. 47. 19.	1537.	22. 15.	676.	9. 47.	3. 40.
28	14. 57. 47.	1735.	25. 7.	478.	6. 55.	2. 35.
28	15. 11. 44.	1881.	27. 14.	332.	4. 48.	1. 48.

Depuis la première de ces observations jusqu'à celle faite à 14^h 11' 25" sont douteuses, la Lune étoit couverte de nuages rares,

rare, l'ombre étoit confondue avec la pénombre; les dernières observations sont bonnes.

OBSERVATIONS de la distance des Cornes.

1771.	TEMPS VRAI.	DISTANCE des Cornes en parties du Micromètre.	DISTANCE des Cornes en minutes & secondes de Degré.
	H. M. S.		M. S.
Avril 28	13. 20. 32.	1213.	17. 33.
28	13. 25. 32.	1395.	20. 11.
28	13. 33. 30.	1600.	23. 9.
28	13. 42. 29.	1815.	26. 16.
28	13. 50. 28.	1890.	27. 21.
28	14. 4. 26.	2005.	29. 0.
28	14. 12. 54.	2160.	31. 15.
28	14. 20. 24.	2047.	29. 37.
28	14. 31. 51.	1929.	27. 55.
28	14. 40. 20.	1870.	27. 3.
28	14. 48. 49.	1747.	25. 17.
28	14. 57. 17.	1598.	23. 8.
28	15. 13. 14.	1180.	17. 4.

Ces observations sont également incertaines, depuis la première; jusqu'à celle faite à $14^h 12' 54''$: les suivantes sont meilleures, le ciel étoit devenu plus ferein.

DIAMÈTRE de la Lune mesuré.

1771.	TEMPS VRAI.	En parties du Microm.	Diamètre de la Lune.	
	H. M. S.		M. S.	
Avril 28	13. 15. 33	2217	32. 5	} mesuré suivant le parallèle de la Lune.
28	14. 14. 24	2213	32. 2	
28	15. 25. 12	2208	31. 57	

Mém. 1771.

Vers 13^h 52', la Lune qui étoit couverte de nuages rares, deux cônes de lumière se sont formés, un en dessus, & l'autre en dessous de la Lune: celui qui étoit en dessous étoit plus sensible à la vue simple que celui qui étoit en dessus: les deux sommets étoient dans la même ligne, & perpendiculaire à l'horizon, comme on peut le voir dans la figure ci-jointe: ce phénomène a existé l'espace de plusieurs minutes.



CATALOGUE DES NÉBULEUSES

ET

DES AMAS D'ÉTOILES,

*Que l'on découvre parmi les Étoiles fixes,
sur l'horizon de Paris.*

*Observées à l'Observatoire de la Marine,
avec différens instrumens.*

Par M. MESSIER.

PLUSIEURS Astronomes ont travaillé à la recherche des Étoiles nébuleuses, comme Hévélius, Huygens, Derham, Halley, Chefeaux, l'Abbé de la Caille, & en dernier lieu M. le Gentil: d'autres Astronomes en ont découvert par hasard, soit en travaillant à la détermination du lieu des Étoiles pour en former des Catalogues, soit en observant le cours des Comètes: plusieurs de ces Astronomes n'ont fait que les indiquer dans les constellations où elles se trouvoient, sans en donner les positions exactes & une description détaillée.

16 Février
1771.

J'ai entrepris cet ouvrage en 1764, soit en observant celles qui étoient déjà connues, soit en recherchant d'autres qui avoient échappé aux Astronomes depuis l'invention des lunettes: ce travail qui a été long & pénible me met en état de donner aujourd'hui à l'Académie un catalogue plus complet, plus précis & plus détaillé des Étoiles nébuleuses, ouvrage qui manquoit peut-être à l'Astronomie.

La Comète de 1758, le 28 Août, étoit entre les cornes du Taureau, je découvris au-dessus de la Corne méridionale, & à peu de distance de l'Étoile ζ de cette constellation, une lumière

blanchâtre, allongée en forme de la lumière d'une bougie, ne contenant aucune Étoile. Cette lumière étoit à peu-près semblable à celles de la Comète que j'observai alors; cependant elle étoit un peu plus vive, plus blanche & un peu plus allongée que celle de la Comète qui m'avoit toujours paru presque ronde dans sa chevelure, sans apparence ni de queue ni de barbe. Le 12 Septembre de la même année, je déterminai la position de cette nébuleuse, son ascension droite fut conclue de $80^{\text{d}} 0' 33''$, & sa déclinaison de $21^{\text{d}} 45' 27''$ boréale. Cette nébuleuse est placée sur la carte de la route apparente de la Comète de 1758^a.

^a Mémoires
de l'Académie,
année 1759,
page 188.

Le 11 Septembre 1760, je découvris dans la tête du Verseau une belle nébuleuse qui ne contient aucune étoile; je l'examinai avec un bon télescope Grégorien de 30 pouces de foyer, qui grossissoit cent quatre fois; le centre en est brillant, & la nébulosité qui l'environne est ronde; elle ressemble assez à la belle nébuleuse qui se trouve entre la tête & l'arc du Sagittaire: elle peut avoir 4 minutes de diamètre d'un grand cercle; on la voyoit très-bien avec une lunette ordinaire de 2 pieds: je comparai son passage au Méridien avec celui de α du Verseau qui se trouvoit sur le même parallèle; son ascension droite fut conclue de $320^{\text{d}} 17'$, & sa déclinaison de $1^{\text{d}} 47'$ méridionale. La nuit du 26 au 27 de Juillet 1764, je revis cette nébuleuse pour la seconde fois; elle étoit la même, ayant les mêmes apparences. Cette nébuleuse se trouve placée sur la carte de la célèbre Comète de Halley, que j'observai à son retour en 1759^b.

^b Ibid.
année 1760,
page 464.

Depuis la découverte de cette nébuleuse en 1760, ayant été curieux de parcourir tout ce qui avoit été publié sur les Comètes; je trouvai dans les Volumes de l'Académie de l'année 1746, un Mémoire de M. Maraldi, sur la Comète vue cette année à Lausanne par M. de Cheseaux: M. Maraldi rapporte dans ce Mémoire la découverte de cette même nébuleuse, qu'il aperçut pour la première fois le 11 de Septembre, en observant cette Comète. Voici ce qu'il en dit: « le 11 Septembre 1746, j'observai » une nébuleuse dont l'ascension droite est de $320^{\text{d}} 7' 19''$, & la » déclinaison de $1^{\text{d}} 55' 38''$ vers le midi, à-peu-près dans le » même parallèle où devoit être la Comète: cette nébuleuse est

ronde, bien terminée & plus claire au milieu, elle occupé environ «
 4 ou 5 minutes de degré, & n'est environnée d'aucune étoile, «
 même à une assez grande distance; on n'en voyoit aucune dans «
 toute l'ouverture de la lunette, ce qui me parut fort singulier; «
 car la plupart des étoiles qu'on appelle *nébuleuses* sont environnées «
 d'un grand nombre d'étoiles; ce qui a fait juger que la blancheur «
 que l'on y découvre, est l'effet de la lumière d'un amas d'étoiles «
 trop petites pour être aperçues par les plus grandes lunettes: je «
 pris d'abord cette nébuleuse pour la Comète.»

Le 3 Mai 1764, en travaillant au catalogue des nébuleuses; j'en ai découvert une entre le *Bouvier* & un des Chiens de chasse d'Hévélius, le plus méridional des deux, exactement entre la queue & les pattes de ce Chien, suivant les cartes de Flamsteed. J'ai observé cette nébuleuse au Méridien, & l'ai comparée à μ du *Bouvier*; son ascension droite a été trouvée de $202^{\text{d}} 51' 19''$, & sa déclinaison de $29^{\text{d}} 32' 57''$ boréale. Cette nébuleuse que j'ai examinée avec un télescope Grégorien de 30 pouces de foyer, qui grossissoit cent quatre fois, ne contient aucune étoile; le centre en est brillant, & la lumière se perd en diminuant; elle est ronde, & peut avoir 3 minutes de degré en diamètre. On peut la voir par un beau ciel avec une lunette ordinaire d'un pied.

Le 8 Mai 1764, j'ai découvert une nébuleuse près d'*Antares*, & sur son parallèle, c'est une lumière qui a peu d'étendue, qui est foible, & qu'on voit difficilement: en employant un bon télescope pour la voir on y aperçoit de très-petites étoiles. Son ascension droite a été déterminée de $242^{\text{d}} 16' 56''$, & sa déclinaison de $25^{\text{d}} 55' 40''$ méridionale.

La nuit du 23 au 24 Mai 1764, j'ai découvert une belle nébuleuse dans la constellation du Serpent, près de l'étoile de sixième grandeur; la cinquième suivant le catalogue de Flamsteed. Cette nébuleuse ne contient aucune étoile; elle est ronde, & peut avoir de diamètre 3 minutes de degré; on la voit très-bien, par un beau ciel, avec une lunette ordinaire d'un pied. J'ai observé cette nébuleuse au Méridien, & l'ai comparée à l'étoile α du Serpent. Sa position en ascension droite étoit de $226^{\text{d}} 39' 4''$, & sa déclinaison de $2^{\text{d}} 57' 16''$ boréale. Le 11 Mars 1769, vers les quatre heures

du matin, j'ai revu cette nébuleuse avec un bon télescope Grégorien de 30 pouces, qui grossissoit cent quatre fois, & je me suis assuré qu'elle ne contient aucune étoile.

La même nuit du 23 au 24 Mai, j'ai déterminé la position d'un amas de petites étoiles entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion: A la vue simple, cet amas semble former une nébulosité sans étoiles, mais le moindre instrument que l'on emploie pour l'examiner fait voir que ce n'est qu'un amas de petites étoiles, dont le diamètre peut avoir 15 minutes de degré: j'ai déterminé sa position par son passage au Méridien, à peu de chose près: son ascension droite étoit de $261^{\text{d}} 10' 39''$, & sa déclinaison de $32^{\text{d}} 10' 34''$ méridionale.

J'ai déterminé la même nuit la position d'un autre amas d'étoiles qui est plus considérable & d'une plus grande étendue: son diamètre pouvoit occuper 30 minutes de degré. Cet amas d'étoiles paroît aussi à la vue simple comme une nébulosité considérable; mais en l'examinant avec une lunette, la nébulosité disparoît, & on n'aperçoit qu'un amas de petites étoiles, parmi lesquelles il y en a quelques-unes qui ont plus de lumière: cet amas est peu éloigné du précédent; il est entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion. J'observai au Méridien le passage du milieu de cet amas, & le comparai avec l'étoile ϵ du Sagittaire pour en déterminer la position: son ascension droite étoit de $264^{\text{d}} 30' 24''$, & sa déclinaison de $34^{\text{d}} 40' 34''$ méridionale.

J'ai pareillement déterminé, la même nuit, la position d'un petit amas d'étoiles que l'on voit sous la forme d'une nébuleuse, en le regardant avec une lunette ordinaire de 3 pieds; mais en y employant un bon instrument on y remarque une grande quantité de petites étoiles: auprès de cet amas est une étoile assez brillante qui est environnée d'une lumière très-foible: c'est la neuvième étoile du Sagittaire, de septième grandeur, suivant le catalogue de Flamsteed: cet amas paroît sous une forme alongée qui s'étendrait du Nord-Est au Sud-Ouest. J'observai sa position par son passage au Méridien, comparé avec celui de l'étoile δ du Sagittaire, & je déterminai son ascension droite de $267^{\text{d}} 29' 30''$, & sa déclinaison de $24^{\text{d}} 21' 10''$ méridionale. Cet

amas d'étoiles peut avoir d'étendue, du Nord-Est au Sud-Ouest, environ 30 minutes de degré.

La nuit du 28 au 29 Mai 1764, j'ai déterminé la position d'une nouvelle nébuleuse qui se trouve dans la jambe droite d'*Ophiucus*, entre les étoiles α & γ de cette constellation; cette nébuleuse ne contient aucune étoile; je l'ai examinée avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois; elle est ronde, sa lumière foible, & son diamètre est d'environ 3 minutes de degré: son ascension droite est de $25^{\text{h}} 6^{\text{m}} 20^{\text{s}}$ $36''$, & sa déclinaison de $18^{\circ} 13' 26''$ méridionale.

La nuit du 29 au 30 Mai 1764, j'ai déterminé la position d'une nébuleuse que j'ai découverte dans la ceinture d'*Ophiucus*, près de la trentième étoile de cette constellation, sixième grandeur, suivant le catalogue de Flamsteed. Ayant examiné cette nébuleuse avec un télescope Grégorien de 30 pouces qui grossissoit cent quatre fois, je n'y vis aucune étoile; elle est ronde & belle, son diamètre est d'environ 4 minutes de degré; on la voit difficilement avec une lunette ordinaire d'un pied. Auprès de cette nébuleuse on aperçoit une petite étoile télescopique. J'ai déterminé l'ascension droite de cette nébuleuse de $25^{\text{h}} 1^{\text{m}} 12^{\text{s}}$ $6''$, & sa déclinaison de $3^{\circ} 42' 18''$ méridionale. J'ai marqué cette nébuleuse sur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai observée l'année dernière.

La nuit du 30 au 31 Mai 1764, j'ai découvert, près de l'étoile α d'*Antinoüs*, un amas d'un grand nombre de petites étoiles que l'on aperçoit avec de bons instrumens; j'y ai employé un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois. Quand on l'examine avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, cet amas d'étoiles ressemble à une Comète; le centre en est brillant, c'est qu'il y a parmi ces petites étoiles une étoile de huitième grandeur; deux autres, une de la neuvième & de la dixième: cet amas est entre-mêlé d'une lumière foible, & son diamètre est d'environ 4 minutes de degré. J'ai déterminé la position en ascension droite de $279^{\text{h}} 35' 43''$, & sa déclinaison de $6^{\circ} 31' 1''$ méridionale.

M. Halley rapporte dans les Transactions Philosophiques,

n.^o 347, page 390, que M. Kirch fit la découverte de cette nébuleuse en 1681, qu'elle précède le pied droit d'*Antinoüs*, qu'elle n'est d'elle-même qu'une petite tache obscure, & qu'elle contient une étoile qui brille assez au travers d'elle, ce qui la rend plus lumineuse, sa longitude étant dans le Capricorne à 9 degrés environ; avec $17^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de latitude Nord. Cette nébuleuse fut observée ensuite par M. Derham, (Tranſactions Philosophiques, n.^o 428, page 70) il rapporte, d'après la traduction de son Mémoire: « De six nébuleuses j'en ai bien exactement observé » cinq avec mon excellent télescope de 8 pieds de réflexion, & » je les trouve toutes semblables à un phénomène, à l'exception de » celle qui précède le pied droit d'*Antinoüs* qui n'est pas une » nébuleuse, mais un assemblage d'étoiles, à peu-près semblable à celui qui est dans la voie lactée. » M. le Gentil en parle aussi dans les Mémoires de l'Académie de 1759, page 469. M. de Cheseaux s'étoit servi d'un télescope Grégorien de deux pieds, & d'une lunette de 25 pieds de longueur pour examiner cette nébuleuse d'*Antinoüs*, qu'il avoit reconnue pour être un prodigieux amas de petites étoiles; M. le Gentil fit usage d'un télescope de 3 pieds & d'une lunette ordinaire de 20 pieds de longueur, faisant au moins autant d'effet que le télescope & la lunette de M. de Cheseaux; il reconnut que cette nébuleuse étoit très-mal terminée du côté du couchant, de sorte qu'elle imitoit assez bien de ce côté, la chevelure d'une Comète; il n'aperçut au milieu qu'une seule étoile brillante que l'on n'aperçoit aussi, dit-il, qu'avec une lunette de 8 pieds. M. le Gentil pense que M. de Cheseaux aura vraisemblablement confondu cette nébuleuse avec un nuage voisin qui contient un nombre prodigieux de petites étoiles.

La même nuit du 30 au 31, j'ai découvert une nébuleuse dans le Serpent, entre le bras & le côté gauche d'*Ophiucus*, suivant les cartes de Flamsteed: cette nébuleuse ne contient aucune étoile; elle est ronde, son diamètre peut avoir 3 minutes de degré, sa lumière est faible; on la voit très-bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds. J'ai déterminé sa position, en la comparant à l'étoile δ d'*Ophiucus*; son ascension droite a été conclue de $248^{\text{d}} 43' 10''$, & sa

& sa déclinaison de $1^d\ 30'\ 28''$ méridionale. Je l'ai marquée sur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai observée l'année dernière. Près de cette nébuleuse & au-dessous d'elle, est une étoile de la neuvième grandeur.

La nuit du 1.^{er} au 2 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuse dans la ceinture d'Hercule, je me suis assuré qu'elle ne contient aucune étoile; l'ayant examinée avec un télescope Newtonien de quatre pieds & demi, qui grossissoit soixante fois, elle est ronde, belle & brillante, le centre plus clair que les bords: on l'aperçoit avec une lunette ordinaire d'un pied, elle peut avoir de diamètre trois minutes de degré: elle est accompagnée de deux étoiles, l'une & l'autre de la neuvième grandeur, placées, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la nébuleuse, & peu éloignées. J'ai déterminé sa position par son passage au Méridien, comparé avec celui de l'étoile ϵ d'Hercule; son ascension droite a été conclue de $24^h\ 18'\ 48''$, & sa déclinaison de $36^d\ 54'\ 44''$ boréale.

Il est rapporté dans les Transactions Philosophiques, n.^o 347, page 390, que M. Halley découvrit par hasard cette nébuleuse en 1714: elle est, dit-il, presque en ligne droite avec ζ & η de Bayer, un peu plus près de l'étoile ζ que d' η , & en comparant sa situation parmi les étoiles, sa place est assez proche dans $m\ 26^d\ \frac{1}{2}$ avec 57 degrés latitude Nord, ce n'est qu'une petite tache; mais on la voit bien sans lunette lorsque le temps est beau, & qu'il n'y a pas de clair de Lune.

La même nuit du 1.^{er} au 2 Juin 1764, j'ai découvert une nouvelle nébuleuse dans la draperie qui passe par le bras droit d'*Ophiucus*; sur les cartes de Flamsteed elle se trouvoit sur le parallèle de l'étoile ζ du Serpent: cette nébuleuse n'est pas considérable, sa lumière est foible, on la voit cependant bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi; elle est ronde, & son diamètre peut avoir 2 minutes de degré; au-dessus d'elle & très-près est une petite étoile de la neuvième grandeur. Je n'ai employé pour voir cette nébuleuse qu'une lunette ordinaire de 3 pieds & demi avec laquelle je n'y ai remarqué aucune étoile; peut-être qu'avec un plus grand instrument on pourroit en apercevoir. J'ai déterminé la position de cette nébuleuse par son

Mém. 1771.

K k k

passage au Méridien, comparé à celui de γ d'*Ophiucus*, il en est résulté pour son ascension droite $26^{\text{h}} 18' 29''$, & pour sa déclinaison $3^{\text{d}} 5' 45''$ méridionale. J'ai marqué cette nébuleuse sur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai observée l'année dernière.

La nuit du 3 au 4 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuse entre la tête de Pégase & celle du petit Cheval; elle est ronde, son diamètre est d'environ 3 minutes de degré, le centre en est brillant, je n'y ai distingué aucune étoile; l'ayant examinée avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois, elle étoit peu élevée sur l'horizon, & peut-être que vue à une plus grande hauteur on y apercevrait des étoiles: je l'ai comparée à l'étoile δ du petit Cheval; son ascension droite a été conclue de $31^{\text{h}} 9^{\text{d}} 40' 19''$, & sa déclinaison de $10^{\text{d}} 40' 3''$ boréale. J'ai marqué aussi cette nébuleuse sur la carte de la route apparente de la Comète de 1764.

Dans les Mémoires de l'Académie de 1746, M. Maraldi parle de cette nébuleuse. « J'ai aperçu, dit-il, entre l'étoile ϵ du Pégase » & β du petit Cheval, une étoile nébuleuse assez claire qui est composée de plusieurs étoiles, dont j'ai déterminé l'ascension droite de $31^{\text{h}} 9^{\text{d}} 27' 6''$, & la déclinaison septentrionale de $11^{\text{d}} 2' 22''$ ».

La même nuit du 3 au 4 Juin, j'ai découvert un amas de petites étoiles, mêlée d'une foible lumière, proche la queue du Serpent, à peu de distance du parallèle de l'étoile ξ de cette constellation: cet amas peut avoir 8 minutes d'étendue de degré: avec une foible lunette, ces étoiles paroissent sous la forme d'une nébuleuse; mais en y employant un bon instrument on distingue ces étoiles, & on remarque de plus une nébulosité qui tient à trois de ces étoiles. J'ai déterminé la position du milieu de cet amas; son ascension droite étoit de $27^{\text{h}} 1^{\text{d}} 15' 3''$, & sa déclinaison de $13^{\text{d}} 51' 44''$ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert à peu de distance de l'amas d'étoiles dont je viens de parler, une traînée de lumière de cinq à six minutes de degré d'étendue, en forme de fuseau, & à peu près comme celle de la ceinture d'Andromède; mais d'une lumière très-foible, ne contenant aucune étoile; on en voit deux auprès qui sont télescopiques & placées parallèlement à l'Équateur: par un

beau ciel on aperçoit très-bien cette nébuleuse avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. J'ai déterminé sa position en ascension droite de $27^{\text{d}} 45' 48''$, & sa déclinaison de $16^{\text{d}} 14' 44''$ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert un peu au-dessous de la nébuleuse rapportée ci-dessus, un amas de petites étoiles, environnées d'une légère nébulosité; son étendue peut avoir 5 minutes de degré: ses apparences sont moins sensibles avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi que celles des deux précédentes: avec une telle lunette, cet amas d'étoiles paroît sous la forme d'une nébuleuse; mais en y employant un bon instrument, comme je l'ai fait, on y voit beaucoup de petites étoiles: d'après mes observations j'ai déterminé sa position: son ascension droite est de $27^{\text{d}} 34' 3''$, & sa déclinaison de $17^{\text{d}} 13' 14''$ méridionale.

La nuit du 5 au 6 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuse, placée sur le parallèle d'*Antares*, entre le Scorpion & le pied droit d'*Ophiucus*: cette nébuleuse est ronde & ne contient aucune étoile; je l'ai examinée avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois, elle a environ 3 minutes de degré de diamètre: on la voyoit très-bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. J'ai observé son passage au Méridien, & le comparant avec celui de l'étoile *Antares*; j'ai déterminé l'ascension droite de cette nébuleuse de $25^{\text{d}} 21' 45''$, & sa déclinaison de $25^{\text{d}} 54' 46''$ méridionale. L'étoile connue la plus voisine de cette nébuleuse est la vingt-huitième de la constellation d'*Ophiucus*, suivant le catalogue de Flamsteed, de sixième grandeur,

La même nuit j'ai déterminé la position de deux amas d'étoiles qui sont près l'un de l'autre, un peu au-dessus de l'Écliptique, entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus*: l'étoile connue la plus voisine de ces deux amas est la onzième de la constellation du Sagittaire, de septième grandeur, suivant le catalogue de Flamsteed: les étoiles de ces deux amas sont, de la huitième à la neuvième grandeur, environnées de nébulosités. J'ai déterminé leurs positions. Ascension droite du premier amas, $267^{\text{d}} 4' 5''$, sa déclinaison $22^{\text{d}} 59' 10''$ méridionale. Ascension droite du second, $267^{\text{d}} 31' 35''$; sa déclinaison, $22^{\text{d}} 31' 25''$ méridionale.

K k k ij

La même nuit du 5 au 6 Juin, j'ai observé une nébuleuse placée un peu au-dessous de l'écliptique, entre la tête & l'arc du Sagittaire, près de l'étoile de septième grandeur, vingt-cinquième de cette constellation, suivant le catalogue de Flamsteed. Cette nébuleuse ne m'a paru contenir aucune étoile, quoique je l'aie examinée avec un bon télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois: elle est ronde, & on la voit très-bien avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi; son diamètre est d'environ 6 minutes de degré. J'ai déterminé sa position en la comparant à l'étoile λ du Sagittaire; son ascension droite a été conclue de $275^d\ 28'\ 39''$, & sa déclinaison de $24^d\ 6'\ 11''$ méridionale. Ce fut Abraham Ihle, Allemand, qui découvrit cette nébuleuse en 1665, en observant Saturne. M. le Gentil l'a examinée aussi, & il en a fait graver la configuration dans le volume des Mémoires de l'Académie, de l'année 1759, page 470. Il l'observa le 29 Août 1747, par un très-beau temps, avec une lunette de 18 pieds de longueur: il l'observa encore le 17 Juillet & en d'autres jours. « Elle m'a toujours paru, dit-il, très-irrégulière dans sa figure, chevelue & répandant des espèces de rayons de lumière tout autour de son diamètre. »

La nuit du 20 au 21 Juin 1764, j'ai déterminé la position d'un amas de petites étoiles qui est placé entre l'extrémité de l'arc septentrional du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus*, très-près de l'étoile de sixième grandeur, soixante-cinquième de cette dernière constellation, suivant le catalogue de Flamsteed: ces étoiles sont très-près les unes des autres; il n'y en a qu'une qu'on puisse voir aisément avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, & qui tient à ces petites étoiles. Le diamètre de toutes est d'environ 15 minutes de degré. J'ai déterminé sa position en comparant le milieu à l'étoile μ du Sagittaire: j'ai trouvé son ascension droite de $265^d\ 42'\ 50''$, & sa déclinaison de $18^d\ 45'\ 55''$, méridionale.

La même nuit, j'ai découvert sur le même parallèle que l'amas d'étoiles dont je viens de parler & près de l'extrémité de l'arc du Sagittaire, dans la voie lactée, une nébulosité considérable, d'environ un degré & demi d'étendue: dans cette nébulosité il y

a plusieurs étoiles de différentes grandeurs ; la lumière qui est parmi ces étoiles est divisée en plusieurs parties. J'ai déterminé à-peu-près la position du milieu de ce nuage de lumière ; son ascension droite est de $270^{\text{d}} 26'$, & sa déclinaison de $18^{\text{d}} 26'$ méridionale.

La même nuit, j'ai déterminé la position d'un autre amas de petites étoiles dans le voisinage des deux précédens, entre la tête & l'extrémité de l'arc du Sagittaire, & à-peu-près sur le même parallèle que les deux autres : l'étoile connue la plus voisine est celle de sixième grandeur, vingt - unième du Sagittaire, dans le catalogue de Flamsteed : cet amas est composé de petites étoiles que l'on voit difficilement avec une lunette ordinaire de 3 pieds ; il ne contient aucune nébulosité, & son étendue peut avoir 10 minutes de degré. J'ai déterminé sa position en le comparant à l'étoile μ du Sagittaire ; son ascension droite a été trouvée de $274^{\text{d}} 25'$, & sa déclinaison de $19^{\text{d}} 5'$ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert un autre amas d'étoiles près de n & o d'*Antinoüs*, parmi lesquelles il s'en trouve une qui est plus brillante que les autres : avec une lunette de trois pieds, il n'est pas possible de les distinguer, il faut y employer un fort instrument : je les voyois très-bien avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois ; parmi elles on ne voit aucune nébulosité, mais avec une lunette de 3 pieds & demi ces étoiles paroissent n'en former qu'une seule, sous la forme d'une nébuleuse ; le diamètre de cet amas peut avoir 2 minutes de degré. J'ai déterminé sa position à l'égard de l'étoile o d'*Antinoüs*, son ascension droite est de $278^{\text{d}} 5' 25''$, & sa déclinaison de $9^{\text{d}} 38' 14''$, méridionale.

Le 12 Juillet 1764, j'ai travaillé à la recherche des nébuleuses, j'en ai découvert une dans la constellation du Renard, entre les deux pattes de devant, & très-près de l'étoile de cinquième grandeur, quatorzième de cette constellation, suivant le catalogue de Flamsteed ; on la voit bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. Je l'ai examinée avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois : elle paroissoit sous une forme ovale ; elle ne contient aucune étoile ; son diamètre est d'environ

4 minutes de degré. J'ai comparé cette nébuleuse à l'étoile voisine que j'ai nommée ci dessus; son ascension droite a été conclue de $29^{\text{d}} 21' 41''$, & sa déclinaison de $22^{\text{d}} 4' 0''$ boréale.

La nuit du 26 au 27 du même mois, j'ai découvert une nébuleuse dans la partie supérieure de l'arc du Sagittaire, à 1 degré environ de l'étoile λ de cette constellation, & peu éloignée de la belle nébuleuse qui est entre la tête & l'arc: cette nouvelle peut être le tiers de l'ancienne, & ne contient aucune étoile, autant que j'en ai pu juger en l'examinant avec un bon télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois: elle est ronde, son diamètre est d'environ 2 minutes de degré; on la voit difficilement avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi de longueur. J'ai comparé le milieu à l'étoile λ du Sagittaire, & j'ai conclu son ascension droite de $27^{\text{d}} 29' 30''$, & sa déclinaison de $24^{\text{d}} 57' 11''$ méridionale.

La nuit du 29 au 30 Juillet 1764, j'ai découvert un amas de six ou sept étoiles fort petites qui sont au-dessous de l'étoile γ du Cygne, & que l'on voit avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi sous la forme d'une nébuleuse. J'ai comparé cet amas à l'étoile γ , & j'ai déterminé sa position en ascension droite de $30^{\text{d}} 34' 29''$, & sa déclinaison de $37^{\text{d}} 11' 57''$ boréale.

La nuit du 3 au 4 Août 1764, j'ai découvert une nébuleuse au-dessous de la queue du Capricorne, & très-près de l'étoile de sixième grandeur, quarante-unième de cette constellation, suivant le catalogue de Flamsteed: on voit difficilement cette nébuleuse avec une lunette ordinaire de 3 pieds; elle est ronde, & je n'y ai vu aucune étoile: l'ayant examinée avec un bon télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois, elle peut avoir de diamètre 2 minutes de degré. J'ai comparé le centre à l'étoile ζ du Capricorne, cinquième grandeur, & j'ai déterminé sa position en ascension droite de $32^{\text{d}} 14' 18''$, & sa déclinaison de $24^{\text{d}} 19' 4''$ méridionale. Cette nébuleuse est marquée sur la carte de la célèbre Comète de Halley que j'observai à son retour en 1759*.

*Voyez Mém.
Acad. 1760,
page 464.

Le ciel ayant été très-beau la nuit du 3 au 4 Août 1764, & la constellation d'Andromède étant près du Méridien, j'ai

examiné attentivement la belle nébuleuse de la ceinture d'Andromède, qui fut découverte en 1612 par Simon Marius, & qui a été observée depuis avec grand soin par différens Astronomes, & en dernier lieu par M. le Gentil qui en a donné une description fort ample & détaillée dans le volume des Mémoires de l'Académie de 1759, *page 453*, avec un dessin de ses apparences. Je ne rapporterai ici que ce que j'en ai écrit dans mon Journal: j'ai employé différens instrumens pour examiner cette nébuleuse, & sur-tout un excellent télescope Grégorien de 30 pouces de foyer, le grand miroir ayant 6 pouces de diamètre & grossissant cent quatre fois celui des objets: le milieu de cette nébuleuse paroissoit assez clair avec cet instrument, sans aucune apparence d'étoiles; la lumière alloit en diminuant jusqu'à s'éteindre; elle ressembloit à deux cônes ou pyramides de lumière opposés par leur base, dont l'axe étoit dans la direction du Nord-Ouest au Sud-Est; les deux pointes de lumière ou les deux sommets étoient à peu-près éloignés l'un de l'autre de 40 minutes de degré; je dis *à peu-près*, à cause de la difficulté de saisir ces deux extrémités. La base commune des deux pyramides étoit de 15 minutes: ces mesures ont été prises avec un télescope Newtonien de 4 pieds & demi de foyer, garni d'un micromètre à fil de soie. Avec le même instrument j'ai comparé le milieu ou le sommet des deux cônes de lumière à l'étoile γ d'Andromède de quatrième grandeur qui en étoit fort près, & à peu de distance de son parallèle. De ces observations, j'ai conclu l'ascension droite du milieu de cette nébuleuse de $7^d\ 26' 32''$, & la déclinaison de $39^d\ 9' 32''$ boréale. Depuis quinze ans que j'ai vu & observé cette nébuleuse, je n'ai remarqué aucun changement dans ses apparences; l'ayant toujours aperçue sous la même forme.

J'ai examiné la même nuit, & avec les mêmes instrumens, la petite nébuleuse qui est au-dessous & à quelques minutes de celle de la ceinture d'Andromède. M. le Gentil la découvrit le 29 Octobre 1749. Je la vis pour la première fois en 1757. Lorsque j'examinai l'ancienne, je ne connoissois pas alors la découverte qu'en avoit faite M. le Gentil, quoiqu'il l'eût publiée dans le second volume des Mémoires des Sçavans étrangers, *page 137*. Voici

ce que je trouve écrit dans mon journal en 1764. Cette petite nébuleuse est ronde & peut avoir de diamètre 2 minutes de degré: entre cette petite nébuleuse & celle de la ceinture on voit deux petites étoiles télescopiques. En 1757, je fis un dessin de cette nébuleuse, ainsi que de l'ancienne, & je n'y ai trouvé aucun changement à chaque fois que je l'ai revue: on voit difficilement cette nébuleuse avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi; sa lumière est plus foible que celle de l'ancienne, & ne contient aucune étoile. Par le passage de cette nouvelle nébuleuse au Méridien, comparé avec celui de l'étoile γ d'Andromède, j'ai déterminé sa position en ascension droite de $7^d 27' 32''$, & sa déclinaison de $38^d 45' 34''$ boréale.

La nuit du 25 au 26 Août 1764, j'ai découvert une nébuleuse entre la tête du Poisson boréal & le grand Triangle, à peu de distance d'une étoile qui n'étoit pas connue, de sixième grandeur, dont j'ai déterminé la position; l'ascension droite de cette étoile étoit de $22^d 7' 13''$, & sa déclinaison de $29^d 54' 10''$ boréale: auprès de cette étoile, il y en avoit une autre qui est la première du Triangle, désignée sous la lettre *b*. Flamsteed la marque, dans son catalogue, de la sixième grandeur; elle est moins belle que celle dont je viens de donner la position, & on doit la mettre au rang des étoiles de la huitième classe. La nébuleuse est une lumière blanchâtre de 15 minutes de diamètre, d'une densité presque égale par-tout, cependant un peu plus lumineuse aux deux tiers de son diamètre; elle ne contient aucune étoile: on la voit difficilement avec une lunette ordinaire d'un pied. Je l'ai comparée à l'étoile α du Triangle, & à celle dont je viens de rapporter la position. J'ai trouvé l'ascension droite de cette nébuleuse de $20^d 9' 17''$, & sa déclinaison de $29^d 32' 25''$ boréale.

La même nuit du 25 au 26, j'ai déterminé la position d'un amas de petites étoiles entre la tête de Méduse & le pied gauche d'Andromède, presque sur le parallèle de l'étoile γ de cette dernière constellation. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds, on distingue ces étoiles; l'amas peut avoir 15 minutes d'étendue. J'en ai déterminé la position à l'égard de l'étoile β de la tête de

de

de Méduse; son ascension droite a été conclue de $36^d 51' 37''$, & sa déclinaison de $41^d 39' 32''$ boréale.

La nuit du 30 au 31 Août 1764, j'ai observé un amas de très-petites étoiles, près du pied gauche de Castor, à peu de distance des étoiles μ & η de cette constellation. En examinant cet amas d'étoiles avec une lunette ordinaire de 3 pieds, il semble qu'il renferme de la nébulosité; mais l'ayant examiné avec un bon télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois, j'ai remarqué que ce n'est qu'un amas de petites étoiles, parmi lesquelles il y en a quelques-unes qui ont plus de lumière; son étendue peut avoir 20 minutes de degré. J'ai comparé le milieu à l'étoile η de Castor; son ascension droite a été conclue de $88^d 40' 9''$, & sa déclinaison de $24^d 33' 30''$ boréale.

La nuit du 2 au 3 Septembre 1764, j'ai déterminé la position d'un amas d'étoiles dans le Cocher, près de l'étoile ϕ de cette constellation. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, on a de la peine à distinguer ces petites étoiles; mais en y employant un plus fort instrument on les voit très-bien; elles ne renferment entr'elles aucune nébulosité: leur étendue est d'environ 9 minutes de degré. J'ai comparé le milieu à l'étoile ϕ du Cocher, & j'ai déterminé sa position; son ascension droite étoit de $80^d 11' 42''$, & sa déclinaison de $34^d 8' 6''$ boréale.

La même nuit, j'ai observé un second amas de petites étoiles qui n'étoit pas bien éloigné du précédent, près de la jambe droite du Cocher & sur le parallèle de l'étoile χ de cette constellation: les étoiles en sont plus petites que celles de l'amas précédent: elles sont aussi plus voisines les unes des autres, & renferment une nébulosité. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, on a de la peine à y voir des étoiles; mais on les distingue avec un instrument d'un plus grand effet. J'ai déterminé la position du milieu de cet amas, qui peut avoir d'étendue 8 à 9 minutes de degré: son ascension droite étoit de $84^d 15' 12''$, & sa déclinaison de $32^d 11' 51''$ boréale.

La nuit du 25 au 26 Septembre 1764, j'ai découvert un amas de petites étoiles dans le Cocher, près de l'étoile σ de cette constellation, peu éloigné des deux amas précédens: celui-ci est

de figure carrée, & ne contient aucune nébulosité, si on l'examine avec un bon instrument : son étendue peut avoir 15 minutes de degré. J'ai déterminé sa position ; son ascension droite étoit de $78^{\text{d}} 10' 12''$, & sa déclinaison $36^{\text{d}} 11' 51''$ boréale.

La nuit du 24 au 25 Octobre 1764, j'ai observé un amas d'étoiles près de la queue du Cygne : on les distingue avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi ; elles ne renferment aucune nébulosité ; son étendue peut occuper un degré de grand cercle. Je l'ai comparé à l'étoile α du Cygne, & j'ai trouvé sa position en ascension droite de $320^{\text{d}} 57' 10''$, & sa déclinaison de $47^{\text{d}} 25' 0''$ boréale.

La même nuit du 24 au 25 Octobre, j'ai recherché la nébuleuse qui est au-dessus du dos de la grande Ourse, indiquée dans le livre de la *Figure des Astres*, seconde édition : elle devoit avoir, en 1660, $183^{\text{d}} 32' 41''$ d'ascension droite, & $60^{\text{d}} 20' 33''$ de déclinaison boréale. J'ai trouvé par le moyen de cette position deux étoiles très-près l'une de l'autre & d'égale grandeur, environ de la neuvième classe, placées à la naissance de la queue de la grande Ourse : on a de la peine à les distinguer avec une lunette ordinaire de 6 pieds. Voici leurs positions ; ascension droite, $182^{\text{d}} 45' 30''$, & $59^{\text{d}} 23' 50''$ de déclinaison boréale. Il y a lieu de présumer qu'Hévélius aura pris ces deux étoiles pour une nébuleuse.

La nuit du 16 au 17 Janvier 1765, j'ai observé au-dessous de *Sirius* & près de l'étoile γ du grand Chien un amas d'étoiles ; en les examinant avec une lunette de nuit, cet amas paroît nébuleux ; ce n'est cependant qu'un amas de petites étoiles. J'ai comparé le milieu à l'étoile connue la plus voisine, & j'ai trouvé son ascension droite de $98^{\text{d}} 58' 12''$, & sa déclinaison $20^{\text{d}} 33' 0''$ boréale.

J'ai examiné un grand nombre de fois la nébuleuse de l'épée d'Orion, que Huygens découvrit en l'année 1656, & qui en a donné un dessin dans l'Ouvrage qu'il a publié en 1659, sous le titre *Systema Saturnium*. Elle a été observée depuis par différens Astronomes. M. Derham, dans un Mémoire imprimé dans les Transactions Philosophiques, n.º 428, page 70, parle de cette nébuleuse qu'il a examinée avec un télescope de 8 pieds de

réflexion. Voici la traduction de ce qu'il en a rapporté dans son Mémoire. « Mais il y a quelques étoiles dans la nébuleuse d'Orion, qu'on ne peut voir qu'avec un télescope, mais qui ne «
 fussent pas pour y causer la lumière de la nébuleuse; ce fut par «
 ces étoiles que j'aperçus d'abord que la distance des nébuleuses «
 étoit plus grande que celle des étoiles fixes, & c'est ce qui me «
 porta à la recherche des autres. Je distinguai parfaitement que «
 chacune étoit à des distances immenses au-delà des étoiles fixes, «
 près d'elles, & que l'on pouvoit voir sans le secours d'un télescope; «
 qui plus est, il semble qu'elles soient aussi éloignées des étoiles «
 fixes, que quelques-unes de ces étoiles le sont de la Terre. » M. le
 Gentil examina aussi cette nébuleuse avec des lunettes ordinaires
 de 8, de 15 & de 18 pieds de longueur; ainsi qu'avec un
 télescope Grégorien de 6 pieds, qui appartient à M. Pingré.
 Il a publié le résultat de ses observations dans un Mémoire qui
 se trouve imprimé dans les Volumes de l'Académie, *année 1752,*
page 453. Il y a joint les dessins qu'il en fit alors, ainsi que
 ceux de Huygens & de Picard; ces dessins diffèrent entr'eux,
 ce qui feroit soupçonner que cette nébuleuse est sujette à quelques
 variations. Voici ce que j'ai rapporté de cette nébuleuse dans le
 Journal de mes Observations. Le 4 Mars 1769, le ciel étant
 parfaitement serein, Orion venoit de passer le méridien, j'ai dirigé
 à la nébuleuse de cette constellation un télescope Grégorien de
 30 pouces de foyer, qui grossissoit cent quatre fois; on la voyoit
 parfaitement bien, & je dessinaï l'étendue de la nébulosité, que
 je comparai ensuite aux dessins que M. le Gentil en avoit donné,
 je trouvai quelques différences. Cette nébuleuse contient onze
 étoiles; il y en a quatre vers le milieu, de différentes grandeurs
 & fort près les unes des autres; elles étoient d'un brillant extraor-
 dinaire: voici la position de la plus brillante de ces quatre étoiles,
 que Flamsteed, dans son catalogue, désigne sous la lettre grecque θ ,
 quatrième grandeur, $80^{\text{d}} 59' 40''$ d'ascension droite, & $5^{\text{d}} 34' 6''$
 de déclinaison méridionale: cette position a été déduite de celle
 qu'en a donné Flamsteed dans son catalogue. L'étoile qui est
 au-dessus, & à peu de distance de cette nébuleuse, & dont il
 est parlé dans le Traité de l'Aurore boréale de M. de Mairan,

est environnée, & également d'une lumière très-légère; l'étoile n'a pas le même brillant que les quatre étoiles de la grande nébuleuse; sa lumière est pâle, & il sembloit qu'un brouillard la couvrait. J'ai déterminé sa position; son ascension droite étoit de $8^{\text{h}} 3' 0''$, & sa déclinaison de $5^{\text{d}} 26' 37''$ méridionale.

A la vue simple, on voit dans le Cancer une nébulosité considérable: ce n'est qu'un amas de plusieurs étoiles que l'on distingue très-bien par le secours des lunettes, & ces étoiles ne se confondent à la vue simple qu'à cause de leur grande proximité. La position en ascension droite d'une de ces étoiles, de celle que Flamsteed désigne par la lettre *c*, réduite au 4 Mars 1769, seroit de $12^{\text{h}} 6^{\text{m}} 50^{\text{s}} 30''$, pour son ascension droite, & $20^{\text{d}} 31' 38''$ de déclinaison boréale. Cette position est déduite de celle qu'en a donnée Flamsteed dans son catalogue. On pourroit dire de même des Pléiades, en rapportant leur position à celle de l'étoile η , que leur ascension droite seroit, le 4 Mars 1769, de $53^{\text{h}} 27' 4''$, & leur déclinaison de $23^{\text{d}} 22' 41''$ boréale.

Voilà le travail que j'ai fait sur les étoiles nébuleuses: j'aurois désiré qu'un Planisphère accompagnât ce Mémoire, sur lequel j'aurois représenté ces nébuleuses avec les amas d'étoiles que j'ai observés; ouvrage qui auroit répandu un plus grand jour sur cette partie de l'Astronomie: d'autant plus que je suis en état d'en donner les configurations, ayant eu soin de les dessiner à chaque fois que je les ai observées, ce qui seroit utile pour les observer dans la suite des temps, & pour reconnoître si elles ne sont pas sujettes à quelques changemens.

*NÉBULEUSES découvertes par différens Astronomes,
& que j'ai cherché inutilement.*

Hévélius, dans son *Prodrome d'Astronomie*, rapporte la position d'une nébuleuse placée sur le sommet de la tête d'Hercule, ayant $25^{\text{h}} 2^{\text{m}} 24^{\text{s}} 3''$ d'ascension droite, avec $13^{\text{d}} 18' 37''$ de déclinaison boréale.

Le 20 Juin 1764, par un beau ciel, j'ai cherché cette nébuleuse sans pouvoir la découvrir.

Hévélius, dans le même ouvrage, rapporte les positions de quatre nébuleuses, une dans le front du Capricorne, la seconde précédant l'œil, la troisième suivant la seconde, & la quatrième au-dessus de celle-ci, & attendant l'œil du Capricorne; M. de Maupertuis a rapporté la position de ces quatre nébuleuses, dans son Discours sur la *figure des Astres*, seconde édition, page 109. M. Derham en parle aussi dans un Mémoire imprimé dans les Transactions philosophiques, n.^o 428, page 70. On trouve également ces nébuleuses sur plusieurs planisphères & globes.

J'ai cherché ces nébuleuses, savoir le 27 Juillet, le 3 Août, les 17 & 18 Octobre 1764; il ne me fut pas possible de les apercevoir, & je doute qu'elles existent.

Dans le même ouvrage, Hévélius rapporte la position de deux autres nébuleuses, une en-deçà de l'étoile au-dessus de la queue du Cygne, & l'autre au-delà de la même étoile.

Les 24 & 28 Octobre 1764, j'ai cherché avec soin ces deux nébuleuses sans pouvoir les découvrir; le ciel étoit serein & la constellation du Cygne au méridien: j'ai bien observé à l'extrémité de la queue du Cygne, près de l'Étoile π , un amas de petites étoiles; mais la détermination que j'en ai faite est différente de celle qu'Hévélius rapporte dans son ouvrage.

Hévélius rapporte aussi dans son ouvrage, la position d'une nébuleuse, placée à l'oreille de Pégase.

J'ai cherché cette nébuleuse par un beau ciel, la nuit du 24 au 25 Octobre 1764, & je n'ai pu la découvrir.

M. de la Caille, dans un Mémoire sur les Étoiles nébuleuses du pôle austral, imprimé dans les Volumes de l'Académie de 1755, page 194, rapporte la position d'une nébuleuse, qui ressemble, dit-il, à un petit noyau de Comète, son ascension droite étant, pour le 1.^{er} Janvier 1752, de $18^h 13' 41''$, & sa déclinaison de $33^d 37' 5''$, australe.

Le 27 Juillet 1764, par un ciel entièrement serein, j'ai cherché avec soin cette nébuleuse & inutilement.

Dans le même Mémoire, M. de la Caille rapporte la position d'une autre nébuleuse qui ressemble, dit-il, à un noyau obscur d'une grosse Comète; la position étant au 1.^{er} Janvier 1752,

de $19^d 24' 20''$ d'ascension droite, & $31^d 29' 0''$ de déclinaison australe.

Le 29 Juillet 1764, le ciel étoit ferein; mais il y avoit un peu de vapeurs à l'horizon, j'ai cherché cette nébuleuse sans pouvoir la découvrir.

M. Cassini rapporte dans ses *Éléments d'Astronomie*, page 79, que son père découvrit une nébuleuse dans l'espace qui est entre le grand Chien & le petit Chien, qui est une des plus belles qu'on voie par la lunette.

J'ai cherché plusieurs fois cette nébuleuse, par un ciel ferein, sans pouvoir la découvrir; il y a lieu de présumer que c'étoit une Comète qui commençoit ou qui cessoit de paroître, puisque rien ne ressemble tant à une étoile nébuleuse, qu'une Comète qui commence à être visible aux instrumens.

TABLE des Nébuleuses, ainsi que des amas d'Étoiles, que l'on découvre parmi les Étoiles fixes sur l'horizon de Paris; observées à l'Observatoire de la Marine.

ANNÉES & JOURS.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & amas d'Étoiles.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M.	
1758. Sept. 12	80. 0. 33	21. 45. 27. B.	...	nébuleuse placée au-dessus de la corne méridionale du Taureau.
1760. Sept. 11	320. 17. 0	1. 47. 0. A.	0. 4	nébuleuse sans étoile, dans la tête du Verseau.
1764. Mai... 3	202. 51. 19	29. 32. 57. B.	0. 3	nébuleuse sans étoile, entre la queue & les pattes d'un des Chiens de chasse d'Hévélius.
8	242. 16. 56	25. 55. 40. A.	0. 2 $\frac{1}{2}$	amas de très - petites étoiles, près d' <i>Antarès</i> & sur son parallèle.
23	226. 39. 4	2. 57. 16. B.	0. 3	belle nébuleuse sans étoile, entre le Serpent & la Balance, près de l'étoile de 6. ^e grandeur, cinquième du Serpent, suivant le catalogue de Flamsteed.

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite.			DÉCLINAISON.			DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & amas d'Étoiles.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
1764. Mai. 23	261.	10.	39	32.	10.	34. A.	0. 15	amas de petites étoiles entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion.
23	264.	30.	24	34.	40.	34. A.	0. 30	amas d'étoiles, peu éloigné du précédent, entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion.
23	267.	29.	30	24.	21.	10. A.	0. 30	amas d'étoiles entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d' <i>Ophiucus</i> ; cet amas contient l'étoile de 7. ^e grandeur, la 9. ^e du Sagittaire, suivant le catalogue de Flamsteed.
28	256.	20.	36	18.	13.	26. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans la jambe droite d' <i>Ophiucus</i> , entre les étoiles η & ρ de cette constellation.
29	251.	12.	6	3.	42.	18. A.	0. 4	nébuleuse sans étoile, dans la ceinture d' <i>Ophiucus</i> , près de la 30. ^e étoile de cette constellation, suivant Flamsteed.
30	279.	35.	43	6.	31.	1. A.	0. 4	amas d'un grand nombre de petites étoiles, près de l'étoile k d' <i>Antinöus</i> .
30	248.	43.	10	1.	30.	28. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans le Serpent, entre le bras & le côté gauche d' <i>Ophiucus</i> .
Juin 1	248.	18.	48	36.	54.	44. B.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans la ceinture d'Hercule, à 2 degrés au-dessous de l'étoile η de cette constellation.
1	261.	18.	29	3.	5.	45. A.	0. 2	nébuleuse sans étoile dans la draperie qui passe par le bras droit d' <i>Ophiucus</i> , sur le parallèle de l'étoile ζ du Serpent.
3	319.	40.	19	10.	40.	3. B.	0. 3	nébuleuse sans étoile, entre les têtes de Pégase & du petit Cheval.
3	271.	15.	3	13.	51.	44. A.	0. 8	amas de petites étoiles mêlées de nébulosités, proche la queue du Serpent, à peu de distance du parallèle de l'étoile ξ de cette constellation.

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite.			DÉCLINAISON.			DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
1764. Juin. 3	271.	45.	48	16.	14.	44. A.	0. 5	traînée de lumière sans étoile, peu éloignée de l'amas d'étoiles précédent.
3	271.	34.	3	17.	13.	14. A.	0. 5	amas de petites étoiles, qui contient une légère nébulosité, un peu au-dessous de la traînée de lumière dont on vient de parler.
5	252.	1.	45	25.	54.	46. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, sur le parallèle d' <i>Antares</i> , entre le Scorpion & le pied droit d' <i>Ophiucus</i> .
5	267.	4.	5	22.	59.	10. A.	amas d'étoiles un peu au-dessus de l'Écliptique, entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d' <i>Ophiucus</i> .
5	267.	31.	35	22.	31.	25. A.	amas d'étoiles près du précédent.
5	275.	28.	39	24.	6.	11. A.	0. 6	nébuleuse sans étoile, entre l'arc & la tête du Sagittaire.
20	265.	42.	50	18.	45.	55. A.	0. 15	amas d'étoiles entre l'extrémité de l'arc du Sagittaire & le pied droit d' <i>Ophiucus</i> , très-près de l'étoile 65. ^e d' <i>Ophiucus</i> , suivant le catalogue de Flamsteed.
20	270.	26.	0	18.	26.	0. A.	1. 30	amas d'étoiles qui contient beaucoup de nébulosité près de l'extrémité de l'arc du Sagittaire, sur le parallèle de l'amas précédent.
20	274.	25.	0	19.	5.	0. A.	0. 10	amas de petites étoiles dans le voisinage des deux précédens, entre la tête & l'extrémité de l'arc du Sagittaire: cet amas ne contient aucune nébulosité.
20	278.	5.	25	9.	38.	14. A.	0. 2	amas d'étoiles près des deux étoiles connues <i>n</i> & <i>o</i> d' <i>Antinoüs</i> ; elles ne renferment aucune nébulosité.
Juillet 12	297.	21.	41	22.	4.	0. B.	0. 4	nébuleuse sans étoiles dans le Renard, entre les deux pattes de devant & très-près de la 14. ^e étoile de cette constellation, suivant Flamsteed.
27	272.	29	30	24.	57.	11. A.	0. 2	nébuleuse sans étoile, placée à un degré

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite.			DÉCLINAISON.			DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
1764. Juill. 29	303.	54.	29	37.	11.	57. B.	...	degré environ de l'étoile α du Sagittaire, & peu éloignée de la belle nébuleuse qui est entre la tête & l'arc.
Août 3	321.	46.	18	24.	19.	4. A.	o. 2	amas de six à sept étoiles fort petites, placées au-dessous de l'étoile γ du Cygne.
3	7.	26.	32	39.	9.	32. B.	o. 40	nébuleuse sans étoile, près de la 41. ^e étoile qui est au-dessous de la queue du Capricorne, suivant Flamsteed.
3	7.	27.	32	38.	45.	34. B.	o. 2	la belle nébuleuse de la ceinture d'Andromède.
25	20.	9.	17	29.	32.	25. B.	o. 15	petite nébuleuse sans étoile, qui est au-dessus & peu éloignée de celle de la ceinture d'Andromède.
25	36.	51.	37	41.	39.	32. B.	o. 15	nébuleuse sans étoile, entre la tête du Poisson boréal & le grand Triangle, à peu de distance d'une étoile nouvelle de 6. ^e grandeur & de l'étoile δ du Triangle, suivant Flamsteed.
30	88.	40.	9	24.	33.	30. B.	o. 20	amas de petites étoiles entre la tête de Méduse & le pied gauche d'Andromède, à peu de distance du parallèle de l'étoile γ de cette dernière constellation.
Sept. 2	80.	11.	42	34.	8.	6. B.	o. 9	amas de petites étoiles près du pied gauche de Castor, à peu de distance des étoiles μ & ν de cette constellation. Cet amas ne contient aucune nébulosité.
2	84.	15.	12	32.	11.	51. B.	o. 9	amas d'étoiles dans le Cocher, près de l'étoile ϕ de cette constellation: elles ne sont mêlées d'aucune nébulosité.
								amas de petites étoiles, peu éloigné du précédent, & sur le parallèle de l'étoile χ du Cocher.

Mém. 1771.

M m m

ANNÉES & JOURS.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M.	
1764. Sept. 25	78. 10. 12	36. 11. 51. B.	0. 15	amas de petites étoiles, près de l'étoile σ du Cocher, & peu éloigné des deux amas précédens.
Octobre 24	320. 57. 10	47. 25. 0. B.	1. 0	amas d'étoiles près de la queue du Cygne: il ne contient aucune nébulosité.
24	182. 45. 30	59. 23. 50. B.	deux étoiles très-près l'une de l'autre, placées à la naissance de la queue de la grande Ourse.
1765. Janv. 16	98. 58. 12	20. 33. 0. A.	amas d'étoiles au-dessous de Sirius, & près de l'étoile ρ du grand Chien.
1769. Mars 4	80. 59. 40	5. 34. 6. A.	position de l'étoile θ de l'épée d'Orion, qui se trouve au milieu de la nébuleuse de cette constellation.
4	81. 3. 0	5. 26. 37. A.	position de la petite étoile qui est au-dessus de la nébuleuse d'Orion, & qui est environnée d'une foible lumière.
4	126. 50. 30	20. 31. 38. B.	amas d'étoiles connu sous le nom de la nébuleuse du Cancer: la position rapportée est l'étoile ϵ .
4	53. 27. 4	23. 22. 41. B.	amas d'étoiles connu sous le nom des Pléiades: la position rapportée est celle de l'étoile <i>Alcyone</i> .

ADDITION à ce Mémoire.

Nébuleuse d'Orion.

LE dessin de la nébuleuse d'Orion, que je présente à l'Académie a été tracé avec le plus de soin qu'il m'a été possible. La nébuleuse y est représentée telle que je l'ai vue plusieurs fois avec une excellente lunette achromatique de trois pieds & demi de foyer, à triple objectif, portant 40 lignes d'ouverture, &

qui grossissoit soixante-huit fois. Cette lunette faite à Londres par Dollond, appartient à M. le Président de S**

J'ai examiné cette nébuleuse avec la plus grande attention, par un ciel entièrement serein; savoir,

Les 25 & 26 Février 1773. Orion au Méridien.

Le 19 Mars, entre 8 & 9 heures du soir.

Le 23, entre 7 & 8 heures.

Les 25 & 26 du même mois, à la même heure.

Ces Observations combinées & les dessins rapprochés les uns des autres, m'ont mis à même de rendre avec soin & précision la forme & ses apparences.

Ce dessin servira à reconnoître, dans la suite des temps, si cette nébuleuse est sujette à quelques changemens. Il y auroit déjà lieu de le présumer; car, si on compare ce dessin avec ceux donnés par M.^{rs} Huygens, Picard, Mairan & avec le Gentil, on y trouvera un changement tel qu'on auroit peine à se figurer que ce fût la même. Je ferai ces observations dans la suite avec la même lunette & le même grossissement.

Dans la Figure que je donne, le cercle représente le champ de la lunette dans sa véritable ouverture; elle contenoit la Nébuleuse & trente Étoiles de différentes grandeurs. La Figure est renversée, comme la donne l'instrument; on y reconnoitra aisément l'étendue & les limites de cette nébuleuse, la différence sensible de sa lumière la plus claire, ou la plus apparente d'avec celle qui se confond insensiblement avec le fond du ciel.

Le jet de lumière, dirigé de l'étoile n.^o 8 à l'étoile n.^o 9, passant à côté d'une petite étoile de la dixième grandeur, étoit extrêmement *rare*, ainsi que la lumière dirigée vers l'étoile n.^o 10, & celle qui y est opposée, où sont les huit étoiles contenues dans la nébuleuse; parmi ces étoiles, il y en a une de la huitième grandeur, six de la dixième, la huitième de la onzième grandeur.

M. de Mairan, dans son *Traité de l'Aurore Boréale*, parle de l'Étoile n.^o 7. Je la rapporte dans mon dessin telle qu'elle est à présent, & que je l'ai vue; c'est-à-dire environnée d'une légère nébulosité.

La nuit du 14 au 15 Octobre 1764, par un ciel serein; je déterminai à l'égard de θ de la nébuleuse, la position des étoiles les plus apparentes en ascension droite & déclinaison, par le moyen d'un micromètre adapté à un télescope newtonien de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur. Ces étoiles sont au nombre de dix; je les ai rapportées sur le dessin contenu dans le champ de la lunette; & une onzième laquelle est hors du cercle.

	N. ^o des Étoiles	DIFFÉR. d'ascension droite à l'égard de θ .		DIFFER. de déclinais. à l'égard de θ .		
		M. S.		M. S.		
		M.	S.	M.	S.	
	θ	0.	0.	0.	0.	θ d'Orion.
A la gauche de θ	1.	7.	7 $\frac{1}{2}$.	11.	23.	supérieure à θ .
	2.	5.	22 $\frac{1}{2}$.	7.	0.	supérieure à θ .
	3.	3.	22 $\frac{1}{2}$.	11.	23.	inférieure à θ .
	4.	1.	37 $\frac{1}{2}$.	4.	50.	supérieure à θ .
A la droite de θ	5.	1.	22 $\frac{1}{2}$.	1.	43.	supérieure à θ .
	6.	2.	22 $\frac{1}{2}$.	1.	43.	supérieure à θ .
	7.	3.	22 $\frac{1}{2}$.	7.	29.	inférieure à θ nébuleuse.
	8.	3.	37 $\frac{1}{2}$.	1.	45.	supérieure à θ .
	9.	9.	37 $\frac{1}{2}$.	13.	46.	supérieure à θ .
	10.	9.	52 $\frac{1}{2}$.	1.	36.	inférieure à θ .
	11.	14.	45.	14.	42.	supérieure à θ .

Il sera aisé de reconnoître les Étoiles de cette Table sur la figure, soit par les numéros rapportés sur chacune, soit par les

différences d'ascension droite & de déclinaison à l'égard de θ , ayant divisé la figure de 5 minutes en 5 minutes de degrés.

Les positions des étoiles qui n'ont point de numéros ont été fixées par des alignemens pris entr'elles à l'estime. On saisira facilement aussi la grandeur des Étoiles par le modèle que je rapporte sur la figure.

Celles de la dixième & de la onzième grandeur sont absolument télescopiques & fort difficiles à trouver.



R E C U E I L

D'OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

Par M. DE LA LANDE.

11 Décemb.
1771.

JE rassemble ici diverses Observations dont je n'avois pas rendu compte à l'Académie. Des oppositions qui sont nécessaires pour compléter la suite qui se trouve déjà dans nos Mémoires, une éclipse de Soleil, une de Lune, & des observations de Mercure qui constatent l'exactitude des élémens que j'ai déjà publiés dans nos Mémoires pour les tables de cette Planète; quoique ces dernières ne soient pas de moi, elles ont assez de rapport avec ce que j'ai publié sur cette matière pour pouvoir trouver place dans ce Recueil.

ÉCLIPSE du 13 Juillet 1768.

Je commencerai par une observation de l'Éclipse du 13 Juillet 1768, faite au port Praslin de la nouvelle Bretagne, dans les terres Australes, qui m'a été communiquée par M. de Bougainville, au retour de son Voyage autour du monde, pour en déduire la longitude de ce point inconnu de la mer du Sud; je l'ai calculée avec soin, & je l'ai comparée avec les Tables, ne pouvant avoir d'observation correspondante pour une éclipse invisible dans notre hémisphère. La latitude du lieu de l'observation est de $4^{\text{d}} 49'. 27''$ au midi de la Ligne; le commencement de l'Éclipse fut observé à $10^{\text{h}} 50' 45''$ du matin, & la fin à $0^{\text{h}} 28' 16''$ du soir. Suivant les nouvelles Tables de Mayer, que j'ai publiées dans mon Astronomie, la conjonction dût arriver le 13 Juillet à $13^{\text{h}} 53' 44''$, temps vrai au Méridien de Paris.

Je supposerai dans le calcul suivant, la parallaxe du Soleil de $8'' \frac{1}{2}$; celle de la Lune, sous cette latitude, $57' 52'' \frac{1}{2}$; le demi-diamètre du Soleil de $15' 43''$ seulement, à cause de la petite diminution qui me paroît avoir lieu dans les éclipses; le demi-diamètre apparent de la Lune de $16' 10''$; la différence des mouvemens horaires sur l'écliptique, dans l'espace de $1^{\text{h}} 37' 31''$,

égale à 50' 56", & le mouvement en latitude 4' 59" vers le Midi. Voici les élémens du calcul.

Temps des deux Observations.....	22 ^h 50' 45"	0 ^h 28' 16"
Déclinaison boréale du Soleil.....	21 ^d 40' 38"	21 ^d 40' 0"
Hauteur du Soleil calculée.....	58. 31. 32	62. 37. 17
Angle du vertical & du cercle de déclinaison.....	34. 37. 7	15. 27. 34
Angle de position entre le cercle de latitude & le cercle de déclinaison.	9. 15. 16	9. 14. 46
Angle parallaxique entre le vertical & le cercle de latitude.....	25. 23. 51	24. 42. 20
Différence de longitude vraie, supposée entre le Soleil & la Lune.....	0. 31. 51	0. 19. 5
Latitude australe de la Lune, supposée par estime.....	0. 49. 49	0. 54. 48
Angle de conjonction, <i>article 1887</i> de mon <i>Astronomie</i>	32. 35. 27	19. 12. 0
Angle d'azimuth, entre le vertical & la ligne des centres.....	7. 11. 36	5. 30. 20
Distance vraie entre les centres....	0. 59. 7,9	0. 58. 1,6
Différence de hauteur entre le Soleil & la Lune.....	0. 58. 39,9	0. 57. 45,6
Hauteur vraie du centre de la Lune...	59. 30. 12	63. 35. 3
Différence des parallaxes de hauteur...	29. 41,8	26. 2,3
Effet de l'aplatissement, <i>article 1915</i> de mon <i>Astronomie</i>	— 1,9	— 2,2
Différence vraie d'azimuth.....	7. 24,2	5. 34,0
Correction de l'azimuth, <i>article 1891</i> .	+ 6,5	+ 5,3
Parallaxe d'azimuth, <i>article 1892</i> ...	— 1,3	+ 0,6
Différence apparente d'azimuth.....	7. 29,4	5. 39,9
Angle de distance apparente.....	14. 29. 48	10. 7. 31
Distance apparente de la Lune & du Soleil, <i>article 1917</i>	29. 55,3	32. 13,4
Angle de conjonction apparente....	39. 53. 39	14. 34. 49
Différence de longitude apparente...	19. 11,6	8. 6,7
Parallaxe de longitude, <i>article 1922</i> .	12. 39,6	10. 58,3
Latitude apparente de la Lune.....	22. 57,4	31. 11,2
Parallaxe de latitude.....	26. 51,6	23. 36,8

Le mouvement apparent relatif en longitude, est donc de $27^{\circ} 18', 1$; & en latitude $8^{\circ} 13', 8$, pendant la durée de l'éclipse; d'où je conclus l'inclinaison de l'orbite apparente $16^{\text{d}} 46' 31''$, & le mouvement sur l'orbite apparente, par rapport au Soleil, $28^{\circ} 28', 8$: j'ai augmenté tant soit peu ce mouvement, parce qu'il est à présumer que le véritable commencement de l'éclipse étoit arrivé au moins 4 ou 5 secondes plus tôt que le commencement observé. Supposant ensuite la somme des demi-diamètres, diminuée de $4''$ par l'inflexion, égale à $31' 53''$, j'ai trouvé les angles des distances apparentes avec l'écliptique de $46^{\text{d}} 38' 15''$, & de $80^{\text{d}} 11' 17''$; les distances à la conjonction apparente $34' 33'', 1$ & $16' 24'', 3$; & en temps, $1^{\text{h}} 6' 9''$ & $0^{\text{h}} 31' 26''$ (*Astronomie, article 1980*). Le premier intervalle étant ajouté à l'instant du commencement de l'éclipse diminué de $4''$, & le second intervalle ôté de l'observation de la fin, donnent également $23^{\text{h}} 56' 50''$ pour l'heure de la conjonction observée; c'étoit le 14 aux environs de midi, quoiqu'on comptât le 13 sur le Vaisseau, parce qu'allant vers l'Occident, & ayant passé le méridien des Antipodes, on comptoit un jour de moins: on avoit donc $10^{\text{h}} 3' 6''$ de moins au Port Praslin qu'à Paris; en sorte qu'il est situé à $150^{\text{d}} 46' 30''$ à l'Est de Paris, à peu près autant que la nouvelle isle de Taïti à l'Ouest.

OPPOSITION DE SATURNE, le 18 Janvier 1770.

J'ai comparé Saturne avec Procyon, dont l'ascension droite étoit de $111^{\text{d}} 49' 34''$, avec ξ de l'Hydre, qui étoit à $136^{\text{d}} 48' 51''$; avec β des Gémeaux, qui étoit à $121^{\text{d}} 5' 20''$. Les déclinaisons de Saturne ont été observées avec mon sextant de six pieds; le signe négatif signifie qu'il faut ôter de la longitude des Tables, pour avoir la longitude observée.

	Le 10 Janvier.	Le 15 Janvier.	Le 17.	Le 21.
Temps moyen...	12 ^h 45' 42"	12 ^h 23' 9"	12 ^h 14' 37"	11 ^h 57' 29"
Ascens. dr. de ♄...	4 ^f 1 ^d 40' 26"	4 ^f 1 ^d 15' 10"	4 ^f 1 ^d 5' 15"	4 ^f 0 ^d 44' 32"
Déclinaif. boréale.	20. 37. 17	20. 42. 57	20. 45. 4	20. 49. 36
Longitude de ♄...	3. 29. 26. 6	3. 29. 1. 49	3. 28. 52. 19	3. 28. 32. 25
Latitude boréale...	0. 20. 6	0. 20. 42	0. 20. 52	0. 21. 20
Erreur des Tables.	— 1. 46	— 1. 18	— 1. 18	— 1. 29
Erreur en Latit...	— 0. 4	+ 0. 1	+ 0. 3	+ 0. 2

L'erreur des Tables, le 21 Janvier, n'étoit que de 1' 17", en employant l'étoile β des Gemeaux; ainsi je la supposai de 1' 23". Celle du 10 Janvier étant beaucoup plus considérable, & s'écartant trois fois plus du milieu arithmétique qu'aucune des autres, je l'ai fait entrer pour une partie trois fois moindre dans le milieu total; c'est-à-dire, que je l'ai supposée de 1' 29" seulement (Astronomie, *article 3932*); par-là, j'ai trouvé l'erreur moyenne, 1' 22", & 1 seconde seulement en latitude. J'ai donc corrigé les longitudes calculées par les Tables pour le 17 & pour le 21, & j'ai trouvé les distances de Saturne au Soleil, 5^f 29^d 16' 25", & 6^f 3^d 10' 56", avec une différence de 3^d 54' 31" pour 3j 23^h 42' 52" d'intervalle moyen; d'où j'ai conclu le temps moyen de l'opposition, 18 Janvier, 6^h 2' 3"; la longitude de Saturne réduite à l'écliptique étant opposée à celle du Soleil ou de 3j 28^d 48' 25"; & sa latitude géocentrique, 0^d 20' 58" boréale.

L'erreur de mes Tables de Saturne étant de 1' 22" seulement, prouve que j'ai assez bien réussi dans les nouveaux élémens que j'ai donnés pour cette planète (*Mémoires de l'Académie, 1766, page 368; Astronomie, articles 1167, 1277, 1324*). L'erreur de mes Tables étant nulle en Latitude, prouve aussi que la détermination du nœud de Saturne, que je donnai en 1769, est fort exacte; elle étoit d'autant plus nécessaire, qu'il y avoit 41 minutes de différence pour le nœud de Saturne, entre les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley, sans que l'on fut alors de quel côté étoit l'erreur.

Mém. 1771,

Nnn

L'opposition du 1.^{er} Février 1771, se trouvera dans les Mémoires de 1772, avec celle de la même année.

ÉCLIPSE DE LUNE du 28 Avril 1771.

Cette observation a été faite à Toulouse, par M. Darquier, avec une lunette achromatique de Dollond, de 42 pouces de foyer & de 3 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture.

Le 26, passage du premier bord de la Lune, temps de la pendule, à.....	10 ^h 8' 24" $\frac{x}{2}$
Temps vrai, à.....	10. 8. 15
Passage de α de la Vierge.....	10. 57. 47
Distance au zénith du bord supérieur de la Lune, affectée de la réfraction de la parallaxe & de l'erreur de l'instrument qui donne les distances trop grandes à cette hauteur de 36 secondes.....	50 ^d 22' 46"
Déclinaison australe du centre.....	6. 17. 48
Ascension droite du bord.....	185. 55. 24
Demi-diamètre en ascension droite.....	16. 52
Ascension droite du centre.....	186. 12. 16
Longitude de la Lune.°.....	6 ^r 8 ^d 11' 23"
Latitude australe.....	3. 18. 56

Le 28 Avril, 1^h 16' avant l'Éclipse.

Passage de α de la Vierge.....	10 ^h 49' 31" $\frac{x}{2}$
Bord précédent de la Lune.....	11. 53. 23 $\frac{x}{2}$
Temps vrai.....	11. 53. 13 $\frac{x}{2}$
Passage de α de la Balance.....	12. 14. 22
Distance au zénith, du bord inférieur de la Lune, affectée, de la réfraction de la parallaxe & de l'erreur de l'instrument qui les donne à cette hauteur trop grandes de 40".....	59 ^d 29' 33"
Déclinaison australe du centre.....	14. 48. 16
Ascension droite du bord précédent.....	214 ^d 19' 14"
Demi-diamètre en ascension droite.....	16. 22
	214. 35. 23

Longitude de la Lune	7 ^r	7 ^d	14'	58"
Latitude australe.....			54.	29
Diamètre horizontal de la Lune, observé au Méridien, avec un télescope à réflexion de M. Short, de 18 pouces de foyer, armé d'un héliomètre de 28 pieds de foyer.....			31.	56

Les nuages qui ont interrompu l'observation de l'Éclipse, à diverses reprises, ont enfin entièrement caché la Lune à 14^h 28'.

La pénombre a été sensible à un point du disque où aboutit la ligne qui passeroit par le centre & par Timocharis, à	13 ^h	0'	0"
Commencement certain de l'Éclipse	13.	9.	45
<i>Hermès</i> rase l'ombre	13.	32.	40
<i>Hermès</i> dans l'ombre.....	13.	34.	30
<i>Aristarcus</i> dans l'ombre.....	13.	42.	0
<i>Possidonius</i> rase l'ombre.....	13.	43.	50
<i>Cleomedes</i> rase l'ombre.....	13.	56.	20
<i>Aristarcus</i> hors de l'ombre.....	14.	2.	0
<i>Mare crisum</i> rase l'ombre.....	14.	2.	35
<i>Plinius</i> rase l'ombre	14.	7.	10
<i>Promontorium Somnii</i> dans l'ombre.....	14.	18.	25
<i>Manilius</i> hors de l'ombre.....	14.	28.	0

Le bord de l'ombre, qui étoit assez bien tranché, a été jusqu'à *Aristarcus*; mais il n'a jamais été assez enfoncé dans l'ombre pour qu'on l'ait perdu de vue à la lunette. L'ombre a été aussi jusqu'à *Eratoslenes* & *Manilius*; ainsi, malgré les nuages qui ont caché la Lune au temps de la plus grande Éclipse, on peut l'évaluer assez exactement à 4 doigts 40'.

OPPOSITION DE JUPITER, le 14 Juillet 1771.

J'ai cherché, suivant ma méthode ordinaire, à déterminer l'erreur des Tables de Jupiter par plusieurs observations, mais Jupiter étant trop bas pour être vu de mon observatoire du Collège Mazarin, j'ai employé des observations de M. Messier, faites à l'Observatoire de la Marine, pour avoir les déclinaisons; comme

elles ont été présentées à l'Académie, je ne rapporterai pas ces observations de M. Messier.

Le 17 Juillet 1771, Jupiter passa au Méridien à $11^h 54' 25''\frac{1}{2}$ de temps moyen, $54' 55''$ après l'étoile σ du Sagittaire; ainsi son ascension droite étoit de $9^f 24^d 2' 59''$. Je l'ai calculée par mes Tables, & je l'ai trouvée plus grande de $2' 11''$.

Le 19 Juillet, à $11^h 45' 31''$, Jupiter suivoit l'étoile de $53' 50''\frac{1}{2}$; ainsi son ascension droite étoit de $9^f 23^d 46' 50''$, & l'erreur des Tables étoit — $1' 54''$ en ascension droite.

M. Messier ayant comparé Jupiter avec l'étoile θ du Sagittaire, j'en ai conclu l'erreur des Tables en Longitude de la manière ci-jointe:

Jours.	ERREUR en Longit.	ERREUR en Latit.
11	1' 40"	60"
13	1. 55	52
14	2. 6	54
15	2. 1	46

En sorte qu'ayant égard à tout, j'ai cru pouvoir supposer l'erreur en Longitude, — $1' 58''$; & l'erreur en Latitude, $+ 53''$, par les observations de M. Messier. Celle-ci doit être exacte, malgré les inégalités du demi-cercle qui est à l'instrument des passages dont se sert M. Messier, parce que la planète & l'étoile ont été observées sur le même point de la division, & par la seule différence des parties du micromètre, qui est extrêmement sensible.

En corrigeant ainsi la Longitude & la Latitude, calculées par les Tables, j'ai trouvé, pour le temps vrai de l'opposition, le 14 Juillet, $20^h 39' 55''$ de temps moyen; la Longitude de Jupiter, réduite à l'écliptique pour ce moment-là, $9^f 22^h 31' 43''$, & la Latitude géocentrique, $0^d 24' 39''$ australe; l'erreur des Tables, calculée plus rigoureusement, avec l'équation du centre convenable à 1771, & toutes les petites équations, est de $1' 29''$; dont la Longitude observée est plus petite.

M. Darquier le fils, Correspondant de l'Académie, à Toulouse, m'a envoyé dix observations de Jupiter, qu'il a faites depuis le 9 jusqu'au 21, avec les résultats qu'il a tirés des observations du 14 & du 15, pour avoir la même opposition. Jupiter s'étant trouvé sur le parallèle des étoiles dont il vouloit se servir. M. Darquier a laissé sa lunette immobile pendant toute la durée de ces observations.

Le 14, à $8^h 2' 26'' \frac{1}{2}$, passage de δ du η ; à $11^h 52' 43''$, passage de π , le temps vrai est $12^h 2' 23''$; distance apparente au zénith, $65^d 31' 55''$ à $43^d 35' 56''$ de Latitude. Ascension droite de l'étoile, $294^d 27' 40''$; de π , $9^f 22^d 34' 56''$, plus petite de $7' 49''$ que par les Tables de Halley. Latitude de π $24' 27''$ australe.

Le 15 Juillet δ η à $7^h 58' 14'' \frac{1}{2}$, π $11^h 47' 57'' \frac{1}{2}$, ou $11^h 57' 47'' \frac{1}{2}$ de temps vrai; distance au zénith, $65^d 33' 15''$; ascension droite, $294^d 19' 34''$. Longitude, $9^f 22^d 27' 20''$; erreur des Tables, $7' 35''$. Latitude, $24' 32''$.

De ces deux observations, M. Darquier conclut le temps moyen de l'opposition, au Méridien de Paris, $20^h 44' 11''$; la Longitude, $9^f 22^d 32' 13''$, avec une Latitude australe de $24' 11''$. Il a trouvé exactement le même résultat, en employant les dix observations, l'erreur moyenne des Tables de Halley, $7' 44''$, étant retranchée du lieu de Jupiter, calculé par les Tables, suivant la méthode qui est expliquée dans mon ASTRONOMIE. Cet accord singulier prouve l'exactitude des observations; & la différence entre nos résultats, qui est d'environ 30 secondes, fait voir le degré d'incertitude qu'il est difficile d'éviter dans ces sortes de déterminations. A l'égard de la Latitude, il est nécessaire d'observer que le quart-de-cercle mural de M. Darquier étant d'un fort petit rayon, son résultat n'est probablement pas aussi rigoureux que le mien. M. Antelmi, Inspecteur des Études à l'École Royale Militaire, y a de même observé cette opposition, & il en rendra compte à l'Académie.

OBSERVATIONS de Mercure.

Le Père Filxmillner, Bénédictin de l'abbaye de Cremsmunster en Bavière, qui a déjà publié beaucoup d'observations Astronomiques, a voulu vérifier mes Tables de Mercure par de nouvelles observations; en voici le résultat tel qu'il me l'a communiqué. Pour réduire les temps au Méridien de Paris, il faut en ôter 47' 10".

	T E M P S moyen.			Longitude géocentrique.			Erreur en Long.	Latitude géocentrique.			Erreur en Latit.	
	H.	M.	S.	Sig.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	Sec.
1770. 27 Mai	8.	56.	52	2.	28.	37.	40	— 23	2.	9.	37 B.	+ 12
1 Juin	8.	36.	28	3.	4.	50.	54	— 3	1.	46.	26 B.	— 30
19 Juillet	15.	25.	33	3.	7.	44.	20	— 45	2.	42.	47 A.	+ 43
23 Juillet	15.	25.	49	3.	11.	24.	49	— 6	1.	43.	6 A.	+ 28
25 Juillet	15.	38.	1	3.	13.	47.	5	+ 28	1.	13.	45 A.	+ 11
30 Juillet	15.	47.	34	3.	21.	9.	36	— 38	0.	3.	49 A.	+ 47
12 Novembre.	18.	19.	10	7.	2.	11.	55	+ 12	2.	13.	43 B.	— 3

Ces observations ont été faites au réticule d'une lunette parallactique. Elles prouvent l'exactitude des élémens employés dans mes Tables, & publiés dans la *Connoissance des Mouvements Célestes* de 1767, & dans la nouvelle édition de mon *Astronomie*, en 1771. J'ai rendu compte, dans les Mémoires de l'Académie, des observations sur lesquelles ces nouvelles Tables sont fondées, & j'ai déjà fait voir que l'erreur de ces Tables ne va presque jamais à 40 ou 45 secondes.

SUR la hauteur du pôle de Vilna en Lithuanie.

Le Père Poczobut, Jésuite, Astronome du roi de Pologne, ayant été mis en possession de l'Observatoire bâti au Collège de Vilna, par la Comtesse Puzinina, comme je l'ai raconté dans la Préface de mon *Astronomie*, a fait un grand nombre d'observations

pour déterminer la hauteur du pôle de son Observatoire, avec un sextant de six pieds de rayon, fait à Paris; en voici le résultat, tiré de plus de cent observations des distances au zénith de quatre principales étoiles.

Par les observations de γ du Dragon il trouve $54^{\text{d}} 41' 2''$

β $54. 41. 1$

ϵ de la grande Ourse $54. 41. 3$

ζ $54. 41. 3$

en sorte qu'on peut supposer la hauteur du pôle de $54. 41. 2.$

L'accord de ces observations prouve combien il y a d'exactitude dans les déclinaisons des étoiles insérées dans le catalogue de M. de la Caille, qui, d'ailleurs, diffèrent peu de celles qu'on vient de publier dans le *Nautical Almanac*, d'après les observations de M. Bradley, quoique celles-ci aient été faites à un mural plus grand & plus parfait, qui a 8 pieds anglois de rayon, & où l'on peut s'assurer de deux ou trois secondes.



M É M O I R E
SUR LES ENFANS QUI NAISSENT
SANS UN VÉRITABLE ANUS.

Par M. BERTIN.

MOINS les enfans nouveaux-nés font en état de veiller à leur conservation, plus l'industrie humaine doit se pourvoir de ressources pour éloigner la mort qui environne le berceau de ces innocentes créatures, & en particulier de celles qui ont le malheur de naître avec des vices de conformation. La tendresse que l'Auteur de la Nature a gravée dans le cœur des pères, aidée de leur raison, est si peu fertile en secours contre ces sortes de vices, que si la Médecine, considérée comme l'art de guérir en général, & de conserver la vie, ne tendoit pas à ces enfans une main maternelle, les premiers jours de leur vie seroient aussi ceux de leur mort.

En effet, outre que les enfans naissans ne peuvent vivre à la manière des êtres qui respirent, qu'autant que leur cordon ombilical est lié, & qu'une nourriture abondante, mais proportionnée à la foiblesse de leurs organes, & à peu-près semblable à celle qu'ils prenoient dans le sein de leur mère, entretient la vie nouvelle qu'ils viennent de recevoir, s'ils n'évacuent pas, dans les premiers temps de leur naissance, une espèce d'humeur féculente, verdâtre, grisée & jaune, appelée *méconium*, & qui est un composé de la bile, des sucs de l'estomac, des boyaux, & vraisemblablement de la nourriture qu'ils ont pris par la bouche pendant le temps de leur développement, qui remplit leurs intestins, & sur-tout les gros, leur perte est certaine.

Il en est à peu-près de même d'une humeur glutineuse dont l'œsophage, l'estomac & les intestins grêles des nouveaux-nés sont farcis: ces humeurs forment obstacle à l'entrée, à la digestion & à l'évacuation de la nouvelle nourriture. Elles gênent par leur
abondance;

abondance; elles s'aigrissent ou se pourrissent par leur séjour, l'air s'en sépare, & par toutes ces raisons, elles causent des flatulences, des tranchées, des angoisses, des soulevemens d'estomac, le vomissement, la fièvre, des mouvemens épileptiques ou convulsifs; ces accidens sont accompagnés de cris, qui, à mesure que l'enfant foiblit, sont suivis d'accens plaintifs, de hoquets, & enfin de la mort qui arrive assez souvent vers le sixième ou huitième jour depuis la naissance (a).

C'est pourquoi aussi-tôt après la naissance, le cordon de l'enfant étant lié, le lit de l'enfant, le placenta & autres corps, déformais étrangers à la mère & à l'enfant, évacués; l'enfant lavé & observé dans toutes ses parties extérieures pour s'assurer si elles sont dans l'état naturel, & après avoir donné les soins nécessaires pour les y rétablir; enfin, après avoir bien examiné si les ouvertures destinées à l'entrée de l'air & des alimens, & à leur évacuation sont telles qu'elles doivent être, la première attention doit être de provoquer ou faciliter l'évacuation de ce *méconium* & de cette humeur glutineuse, & c'est à quoi on réussit ordinairement, soit avec un peu d'huile d'amandes douces, ou avec un peu de syrop de chicorée composé, auquel on peut ajouter un peu de savon; soit avec un mélange d'un peu de vin & de miel & d'hydromel (b). Souvent même ces humeurs & excréments commencent à sortir, ou abondamment dès les premiers jours, ou peu à peu pendant plusieurs jours (c), d'elles-mêmes & par l'action des organes de l'enfant, ou seulement provoquées par le seul lait de la mère ou de la nourrice. Mais cette évacuation qui ne se doit faire que par l'anus, & non pas par la bouche, se fait quelquefois par ces deux voies à la fois. Le *méconium* sort par l'anus, & l'humeur glutineuse par la bouche. Ce dernier cas arrive sur-tout quand la mère

(a) Il y en a qui ont vécu douze jours dans ce triste état.

(b) Remarquez que ces remèdes ne font que commencer l'évacuation. Une fois commencée, elle se soutient long-temps; quand elle s'arrête, les enfans éprouvent de nouveaux accidens, auxquels on doit remédier par

les mêmes remèdes, & quand l'évacuation est de nouveau rétablie, & qu'elle s'est soutenue quelque temps sans beaucoup de soulagement, on peut utilement recourir à de doux calmans.

(c) Et même pendant le premier & le second mois.

ou la nourrice donne trop promptement à têter à l'enfant (*d*), & alors les mouvemens de la respiration de l'enfant n'ont pas été assez multipliés, ni assez forts pour faire descendre de l'estomac & des intestins grêles le *méconium* & l'humour glutineuse dont ces organes sont remplis. Quand par un vice de l'anus, cette évacuation ne se fait pas par l'anus, les enfans ne tardent pas à éprouver des accidens qui sont à peu-près les mêmes que ceux, qui dans les adultes, accompagnent les hernies avec étranglement. S'ils ont tété, ils commencent par vomir le lait mêlé à la matière glutineuse, ensuite la matière glutineuse, & bientôt après le *méconium* lui-même, & enfin à éprouver les accidens rapportés ci-dessus; accidens qui sont suivis dans peu de jours de la mort de l'enfant, si les secours de la Médecine & de la Chirurgie ne rétablissent pas l'évacuation par la voie naturelle. Ainsi, si l'anus manque tout-à-fait, ou s'il est bouché par une membrane ou par une concrétion charnue, ou s'il est trop petit, ou s'il n'est pas placé dans le lieu ordinaire, l'Art doit, autant qu'il est en lui, suppléer à la Nature, soit en faisant un anus artificiel, soit en ouvrant & en tenant ouvert l'anus bouché, soit en dilatant l'anus trop petit, & cette obligation est d'autant plus indispensable que quand même l'enfant sans anus, ou avec un anus mal constitué, ou mal placé, pourroit sans mourir évacuer par la bouche, la matière glutineuse & le *méconium*, on devroit néanmoins y satisfaire pour l'évacuation des excréments qui se formeroient dans la suite.

Or quatre vices de conformation observés par les Auteurs, imposent la nécessité d'ouvrir ou de rectifier l'anus des enfans nouveaux-nés. Le premier de ces vices, le plus ordinaire & le moins dangereux, parce qu'on y peut remédier efficacement, est quand un enfant naît avec un anus bouché par une membrane ou par une concrétion charnue, & à ce cas on peut rapporter l'anus trop peu ouvert.

Le second, c'est quand l'intestin *rectum*, ou manque tout-à-fait

(*d*) C'est pourquoi il est prudent de ne pas donner sur le champ à têter à l'enfant après qu'il est né, il vaut mieux attendre quelques heures.

ou quand il n'a pas de cavité dans une partie de son étendue, ou quand il se termine par un ou deux culs-de-sacs, sans descendre jusqu'aux tégumens, ou quand enfin la cavité de cet intestin est fermée par une membrane placée au-dessus de l'ouverture ordinaire de l'anus.

Le troisième, c'est quand l'intestin *rectum* dans les filles, se termine dans le vagin, sans qu'il y ait ouverture à l'endroit où se trouve ordinairement l'anus, & sur-tout quand cette ouverture ne suffit pas pour l'évacuation du *méconium* & autres excréments. A ce vice, on pourroit rapporter la terminaison de l'intestin *rectum* par une double ouverture, l'une dans le vagin & l'autre à l'endroit ordinaire, c'est-à-dire à l'anus; & la terminaison de l'intestin, par une autre double ouverture, l'une dans le vagin & l'autre dans la vessie; mais ce dernier cas n'est que possible, & il n'en sera plus parlé.

Le quatrième, c'est quand l'intestin *rectum* se termine dans les enfans mâles dans la vessie, sans qu'il y ait ouverture à l'endroit ordinaire. A ce vice on peut rapporter celui où l'intestin *rectum* auroit deux ouvertures, l'une dans la vessie, & l'autre à l'endroit ordinaire.

PREMIER VICE DE CONFORMATION.

Moyens d'y remédier.

Ce vice, ainsi qu'il vient d'être dit, est une membrane ou concrétion charnue qui ferme l'extrémité de l'intestin *rectum*, à l'endroit ordinaire, où se trouve l'anus. Il n'est pas bien rare, & je pense qu'il y a peu d'accoucheurs consommés dans la pratique des accouchemens, auxquels il ne se soit pas présenté dans le cours de leurs pratiques; aussi tous les Maîtres de l'Art recommandent-ils expressément, & dans leurs écrits & dans leurs leçons, comme un des premiers soins, d'examiner si le nouveau-né a un anus.

Ce premier vice de conformation n'est pas difficile à découvrir; premièrement, parce que d'un seul coup d'œil, on s'aperçoit qu'il n'y a pas d'ouverture à l'endroit où il doit y en avoir; secondement, parce que quand par négligence, ou par omission, on ne l'a pas

aperçu, il ne tarde pas d'être annoncé par les accidens qui le caractérisent, & qui sont rapportés ci-dessus, c'est-à-dire par le vomissement, &c. Mais après l'avoir aperçu, il faut s'attacher à le bien connoître, c'est-à-dire à distinguer si l'anüs est fermé par une membrane ou par une concrétion charnue, & c'est à quoi on réussit, parce que quand c'est une membrane ou une continuation de la peau ou surpeau qui ferme l'ouverture de l'intestin *rectum*, cette membrane ou ce prolongement de la peau ou simplement de la surpeau, a une couleur un peu différente de celle de la peau du voisinage. La couleur en cet endroit est ordinairement violette ou livide (*e*), parce qu'elle est produite par le *méconium*. Troisièmement, parce que par l'abondance du *méconium*, pressé par les organes de la respiration de l'enfant, il se forme une petite éminence arrondie, qui, pressée avec le bout du doigt, cède comme une pâte molle (*f*), qui, d'abord qu'on cesse de presser, se rétablit. Ces deux observations sont importantes, parce qu'elles font connoître l'endroit où, comme nous le dirons dans la suite, on doit couper.

Quatrièmement, parce que quand c'est une concrétion charnue qui ferme l'intestin, l'œil aperçoit cette concrétion si elle fait saillie, & le doigt sent plus de dureté & de résistance que dans le cas de la simple membrane, la couleur livide du *méconium* ne s'entrevoit pas (*g*).

Ces signes seuls (ou quand on a trop tardé à les découvrir) joints aux accidens rapportés ci-dessus, suffisent sans doute pour décider le Médecin & le Chirurgien, sur la nécessité de l'opération; mais ils ne leur découvrent pas encore bien clairement, si l'intestin *rectum* manque tout-à-fait, ou s'il descend aussi bas qu'il le doit, pour former un véritable anus, ou s'il a perdu sa cavité, ou si enfin cet intestin s'ouvre ou dans la vessie ou dans le vagin, ou s'il se termine par deux culs-de-sacs fermés. On

(*e*) *Hild. oper. omn. centur. I, observat. LXXXIII, pag. 54.*

(*f*) Levret, l'Art d'accoucher.

S. 1277—1280.

(*g*) Il est cependant bon d'observer

que ce n'est pas toujours le *méconium* qui produit cette couleur ou tache livide, dont parlent la plupart des Auteurs qui ont écrit sur cette matière.

n'acquiert le dernier degré de certitude sur l'existence ou l'absence de ces autres vices qui ont été observés, & de quelques autres encore que l'idée de la structure représente comme possibles, quoiqu'ignorés jusqu'à ce jour, qu'après la section de la membrane ou de la concrétion charnue qui ferme l'ouverture, ou malheureusement qu'après la mort de l'enfant; car quoique dans ces différens vices qui peuvent être liés au premier dont il s'agit, on ne découvre peut-être pas de tache à l'endroit où doit être l'anus, & qu'on n'aperçoit pas cette tumeur plus ou moins saillante, qui, pressée avec le doigt, cède comme une pâte molle & se rétablit aussi-tôt qu'on ne presse plus, ce qui annonce le *méconium*; il peut très-bien arriver, sur-tout quand on est appelé aussi-tôt après la naissance de l'enfant, que ces deux différens signes du *méconium*, & par conséquent de l'existence de l'intestin *rectum*, du prolongement naturel de cet intestin jusqu'à l'anus, ne se présentent pas encore, quoique l'intestin existe, descende & conserve sa cavité jusqu'à la membrane ou concrétion qui ferme l'anus; ainsi, on ne peut véritablement bien connoître si le premier vice existe seul, ou s'il est lié à d'autres, qu'après une première incision faite à l'endroit ordinaire de l'anus, & qui, quand les autres vices de conformation que nous venons d'indiquer existent, ne doit être que préliminaire ou préparatoire, pour en venir, comme nous le dirons, à une seconde opération.

Pour remédier à ce premier vice de conformation, & aux accidens funestes qui en sont la suite, il faut couper la membrane (*h*) ou la concrétion charnue qui ferme l'intestin. Hildanus (*i*) coupa, par une simple incision, une membrane dure qui fermoit l'anus d'un enfant né depuis six jours; & cette opération fut, à ce qu'il paroît, suivie d'un heureux succès.

(*h*) Elle a quelquefois été coupée ou déchirée avec l'ongle, tant elle étoit mince; mais elle est le plus souvent assez dure pour n'être détruite que par un instrument tranchant.

(*i*) *Oper. omn. cent. chf. LXXIII, pag. 54. Anus obducta erat membranâ*

prædurâ, in quâ nullum ferè indicium aut vestigium, aut præter quam macula nonnihil livida. Illic factâ incisione parvâ (ne sphincter laderetur) novaculâ juxta aciem involutâ, deinde emisso speculo ani & quod reliquum dilatato statim ejecta est excrementorum colluvies.

« L'anus, dit cet Opérateur (*k*), étoit bouché par une membrane » fort dure, qui ne permettoit de reconnoître l'anus que par une tache » un peu livide : par une ouverture petite, afin de ne pas blesser » le sphincter, faite avec un rasoir garni d'un linge, & à l'aide du *speculum ani*, il sortit aussitôt une grande abondance d'excrémens. » Hildanus apprit depuis du Consul du lieu où cet enfant fut élevé, qu'il jouït d'une bonne santé jusqu'à l'âge de dix-huit ans.

Il faudroit être peu versé dans l'Anatomie, pour douter qu'un succès pareil doit suivre cette opération toutes les fois qu'elle est faite de bonne heure & avec les précautions requises. Ce qui pourroit surprendre dans l'observation d'Hildanus, c'est que l'opération, quoique faite très-tard, ait été suivie de la guérison de l'enfant; ainsi elle autorise les Médecins à conseiller, & les Chirurgiens à pratiquer cette opération, même dans les cas où les parens tarderoient beaucoup à réclamer leur secours; mais, dans ce cas, le succès est incertain. Bien plus, M.^{rs} Roon Huïsen (*l*) & Heister (*m*) observent que les secours deviennent souvent inutiles quand faute d'avoir bien examiné après la naissance la conformation de l'enfant, on ne reconnoît le mal que par les accidens. Plusieurs observations moins anciennes que celle d'Hildanus, prouvent que la mort des enfans arrive vers le sixième jour. Si dans celle que je communiquerai plus bas, la mort arriva le cinquième jour, elle n'arriva que le douzième dans une autre observation faite en 1755.

Lamotte n'a pas eu un succès moins heureux qu'Hildanus; cet Accoucheur a sauvé & guéri en peu de jours (*n*) deux enfans, par une simple incision, telle à peu-près que celle d'Hildanus: après l'opération, les enfans vidèrent; la plaie fut lavée avec l'esprit-de-vin, & couverte ensuite de charpie sèche sans tente, de peur d'exciter du tenesme. M. Levret (*o*) préfère une section

(*k*) Hildanus, *Oper. omn. cent. observ. LXXIII, pag. 54.*

(*l*) *Obs. 5, part. I.*

(*m*) *Instit. de Chirurgie.*

(*n*) *Traité des accouchemens, liv. I, observ. LXXXVI, page 129.*

(*o*) *L'art des accouchemens, f. 1278, page 235.*

circulaire de la membrane, à la simple incision pratiquée par Hildanus & par Lamotte. M. Vanſwieten (*p*) remarque qu'il est à la connoissance que la simple incision a réussi à d'autres que Lamotte, & certainement je la crois suffisante; j'ajoute même que dans ce cas cette opération me paroît si simple, qu'elle n'exige pas d'autres préceptes que ceux qu'inspirent la nature de la maladie & la connoissance anatomique de la partie; ce qui ne doit cependant pas empêcher de consulter les Auteurs, tels que Hildanus, Heister & autres qui sont entrés dans le détail du manuel de l'opération.

Lorsque le passage des excréments est fermé par un morceau de chair ou par une concrétion charnue, l'opération est plus ou moins difficile, suivant que cette chair forme dans l'intestin ou avec l'intestin, un tampon plus ou moins long, on sent facilement qu'une seule & simple incision ne suffiroit souvent pas dans ce cas. Cependant, si en touchant bien avec le doigt, on a quelque sensation de l'intestin *rectum*, on peut opérer comme dans le cas d'une simple membrane, observant cependant de faire une incision plus profonde; mais si on ne sent point du tout l'intestin, il est plus prudent de faire deux à trois petites incisions, que de n'en faire qu'une, d'un seul coup, très-profonde; car à un tel âge, par la moindre incision, on peut couper beaucoup de parties.

Si après la première incision les excréments, ne sortent pas, on tâchera de nouveau de voir ou sentir avec le doigt l'intestin. Si on le voit ou si on le sent, on peut alors ou d'un coup ou de deux à trois coups, le percer; « car on doit, dit très-bien M. Heister (*q*), se conduire avec beaucoup de prudence & ne point « diriger la pointe de l'instrument vers la vessie, mais du côté de « l'os *sacrum*; autrement on court risque de blesser la vessie, si « c'est un garçon, le vagin ou la vessie ou ces deux parties à la « fois, si c'est une fille ». C'est sur-tout dans cette circonstance qu'on doit, après l'opération faite, & après les soins requis pour

(*p*) Comment. tom. IV. Interim Lamotte simplici sectione curavit & novi alius idem feliciter cessisse.

(*q*) Loco citato.

l'évacuation du *méconium*, introduire dans l'anus nouveau une tente garnie d'un fil, telle qu'Heister la décrit, ou une canule telle qu'elle est indiquée par Hildanus, sans quoi l'anus nouveau pourroit bien se refermer; car plus la concrétion est épaisse, plus il y a lieu de présumer que le gonflement de la plaie bouchera l'ouverture, & peut-être la fermera tout-à-fait.

Si après l'opération, soit qu'elle consiste dans une simple incision, soit qu'on en ait fait plusieurs, soit qu'on en ait fait une circulaire, telle que M. Levret la conseille, on ne trouve pas l'intestin *rectum*, ou si on remarque qu'il n'a pas de cavité, ou qu'il se termine par un cul-de-sac éloigné plus ou moins de l'anus qu'on vient de faire, alors le premier vice est compliqué avec le second dont je vais parler, ainsi que des moyens d'y remédier.

Quand un enfant naît avec un anus trop étroit, il arrive quelquefois, sur-tout quand il est extrêmement étroit, des accidens semblables à ceux qu'éprouve l'enfant né sans anus. Dans ce cas, on apaise les accidens, premièrement par de petits lavemens, qui, en rendant fluide le *méconium*, qui s'est durci par son séjour, en facilitent l'évacuation. Secondement, en dilatant avec une petite tente, ou une petite canule l'anus trop étroit, & en le tenant dilaté; enfin, en dilatant ce même anus par une incision, si on ne peut réussir par les moyens proposés, c'est-à-dire par les lavemens, la tente & la canule.

Roonhuyfen (r) raconte qu'une fille de quatre mois avoit l'anus si resserré que sa mère étoit obligée de lui tirer les excréments de ses propres mains avec beaucoup de peine. L'anus étant enfin venu à s'enfler, à cause peut-être de la fréquente compression, le passage des excréments se ferma tout-à-fait, de sorte que le ventre s'enfla, & l'enfant fut attaqué de douleurs violentes, de la fièvre & d'une insomnie qui firent craindre pour sa vie. Roonhuyfen ne jugea pas à propos de différer. Il perça l'anus avec une lancette, il agrandit l'incision de tous côtés avec des ciseaux: il sortit beaucoup d'excréments; l'enflure du ventre diminua aussi-tôt, de même que les autres accidens, & la plaie fut guérie.

(r) Dans le supplément de ses Observations, part. II, obs. 1.

SECOND VICE DE CONFORMATION.

Qui consiste ou en ce que l'intestin rectum manque tout-à-fait, ou en ce que cet intestin n'a pas de cavité, ou en ce qu'il se termine par un ou deux culs-de-sacs, sans descendre jusqu'aux régumens, ou, ce qui est à peu-près le même, en ce que la cavité de l'intestin est fermée par une membrane placée au-dessus de l'ouverture ordinaire. Moyens d'y remédier.

Ce vice n'est point au nombre des défauts de conformation purement possibles; il a été observé bien des fois, & quelquefois on y a remédié avec succès. L'Auteur des Essais & Observations de Médecine dit (f) qu'un Chirurgien très-adroit n'ayant trouvé aucun vestige d'anús dans un enfant nouveau-né, fit une incision assez profonde, & qu'ayant ensuite introduit le doigt dans la plaie sans trouver l'intestin *rectum*, il poussa fort profondément un *trocar* à travers la première plaie, & qu'il n'en sortit que quelques gouttes de sang. L'enfant étant mort, le Chirurgien trouva à l'ouverture du petit cadavre, que l'intestin *rectum* manquoit tout-à-fait; le colon, plein de *méconium*, flotloit librement dans le ventre, & se terminoit par un cul-de-sac exactement fermé.

Heister a vu (t) un cas semblable, on en trouve encore des Observations dans les Mémoires de l'Académie des Sciences (u), & dans ceux de l'Académie de Chirurgie (x). On lit dans les premiers que M. Littre a trouvé, dans un enfant mort le sixième jour de sa naissance, l'intestin *rectum* se terminant par deux culs-de-sacs attachés l'un à l'autre par des filamens à peu-près de la longueur du pouce. La méthode proposée & désapprouvée par M. Vanfwieten (y) d'ouvrir, dans un cas aussi désespéré, le ventre de l'enfant, & de lui faire un anus artificiel, seroit l'unique

(f) Tome IV, art. XXXII, p. 554.

(t) Loco citato.

(u) Année 1710, Hist. p. 47.

Mém. 1771.

(x) Tome I, page 377.

(y) Loco citato. *Mentio quidem fit alicujus methodi; verum quis audeat?*

ressource, mais ressource bien foible, & à mon avis peu praticable dans un âge où le flambeau de la vie qui ne commence qu'à luire est si facile à éteindre; car un tel cas n'est point du tout semblable à ceux dans lesquels le Médecin peut ordonner, & le Chirurgien pratiquer un anus artificiel. Plusieurs succès justifient cette pratique à l'occasion d'une plaie ou d'une hernie: dans ces cas, l'esprit & l'œil voient l'endroit où la main doit ouvrir, mais dans le cas dont il s'agit, quoiqu'on puisse présumer que c'est dans la région qu'occupe le *rectum*; c'est-à-dire dans la partie inférieure du ventre, & un peu à gauche qu'on doit faire l'ouverture; il se peut bien que ce soit dans celle qu'occupe le colon, ou même quelqu'un des intestins grêles; & dans ce cas, on auroit à se reprocher d'avoir ouvert le ventre de l'enfant inutilement, & sans être bien guidé par les règles de l'Art qui défendent d'ouvrir le ventre dans l'endroit où le mal n'est pas, & par lequel le principe de ce mal ne peut être ni évacué ni adouci. Cependant si le siège du mal étoit indiqué par une tumeur circonscrite, placée dans telle ou telle région du ventre; alors les règles de l'Art semblent permettre au Médecin & au Chirurgien de se laisser conduire par la voie de l'humanité qui crie qu'il vaut mieux faire une opération terrible, & dont le succès est incertain, que d'abandonner l'enfant à une mort certaine.

Il arrive quelquefois que l'anús paroissant bien ouvert & bien constitué, les enfans éprouvent les mêmes accidens que ceux qui n'ont pas d'anús, parce que dans ces sortes d'enfans, quelquefois l'intestin se trouve fermé par une cloison membraneuse, placée plus ou moins haut, au-dessus de l'ouverture de l'anús, & parce que d'autrefois il se termine par un cul-de-sac. Voici ce que M. Motais, un des meilleurs Chirurgiens de mon voisinage, établi dans la ville d'Antrain, & bon Anatomiste, m'a communiqué sur ce sujet; « il y a environ quinze ans que la femme d'un » Cloutier de cette Ville mit au jour un enfant qui vécut douze » jours sans rendre le *méconium*; trois jours après qu'il fut né, la » mère voyant qu'il ne rendoit rien par l'anús, me fit prier d'exa- » miner son enfant. Je trouvai l'anús dans l'état naturel. Je lui

donnai des lavemens avec l'eau & l'huile. Autant que je pouffois « le piston de la seringue le liquide sortoit par l'anus ; je crus qu'il « pouvoit y avoir quelques membranes qui fermoient le *rectum* : « j'introduisis ma sonde dans l'anus ; je ne pus l'avancer que de la « longueur d'environ trois pouces ; je trouvai une résistance au bout , « j'introduisis le doigt , il n'étoit pas assez long pour parvenir à la « résistance que je trouvois avec la sonde. Comme j'étois en doute « que c'étoit une membrane , je fus tenté de forcer afin de la rompre « avec le bout de la sonde , espérant que le *méconium* & les matières « fécales auroient par leur poids , & la contraction des intestins & « des muscles du bas-ventre , dilaté suffisamment dans la suite , « l'ouverture faite à cette membrane. Après bien des réflexions , « j'eus peur d'endommager l'intestin , je laissai le tout à la Nature. « La mère lui donnoit tous les jours à téter. Il comença vers le « neuvième jour à vomir des matières mêlées de blanc & de noir « avec des humeurs muqueuses qui étoient de même couleur. Après « la mort je l'ouvris , je lui trouvai le *rectum* séparé du colon. Les « extrémités des deux intestins étoient éloignées de plus d'un demi- « pouce l'une de l'autre ; de sorte que chaque intestin se terminoit « par un cul-de-sac , l'un en haut , l'autre en bas. Tous les intestins « & l'estomac étoient beaucoup plus gonflés qu'ils n'auroient dû « l'être dans l'état naturel , & le *rectum* étoit très-étroit ».

Cette Observation, comme on voit, est à peu-près la même que celle qui est rapportée par M. Littre (7). On ne doit pas , à mon avis , dans une telle circonstance & autres à peu-près semblables, c'est-à-dire toutes les fois qu'un enfant dont l'anus est ouvert ne rend pas des excréments deux à trois jours après sa naissance , & sur-tout quand on voit paroître de grands accidens , tels que le gonflement du ventre & le vomissement , différer à recourir aux moyens employés par M. Motais ; c'est-à-dire aux lavemens & à la sonde : ces deux moyens , très-innocens & bien imaginés , peuvent faire connoître si le *rectum* est fermé au-dessus de l'anus ou s'il ne l'est pas. Ils découvrirent à M. Motais qu'il étoit fermé , & cette connoissance lui suggéra le parti qu'il devoit

(7) Histoire de l'Académie, *loco citato*.

suivre, & qui étoit de percer l'intestin; mais que la crainte d'offenser l'intestin d'un enfant qui étoit, & qui n'éprouvoit pas encore de grands accidens, ne lui permit pas de suivre.

On doit, à mon avis, dans ce cas & autres semblables, porter fort haut & même jusqu'à la partie supérieure de l'os *sacrum*, ou le *trocar*, ou le pharyngotome. Ces instrumens ouvriront infailliblement l'extrémité bouchée de l'intestin *rectum*, ou couperont la cloison si c'est une cloison qui ferme l'intestin.

L'extrémité du *rectum*, qui forme le premier obstacle à l'ascension de la sonde & des liqueurs injectées, étant coupée, si le *méconium* ne sort pas, on peut, & on doit encore pousser le pharyngotome un peu plus haut; car alors il est à présumer que le colon est fermé par un cul-de-sac, qu'il est très-dilaté par le *méconium*, & que l'instrument poussé plus haut en fera l'ouverture, & c'est de quoi on seroit certain si on voyoit sortir le *méconium*. La plaie que la pointe de l'instrument pourroit faire à la vessie n'est point un inconvénient assez grand pour, dans une telle circonstance, compenser l'utilité qui peut résulter de cette pratique. D'ailleurs, la vessie peut être évitée en dirigeant un peu le bout de l'instrument vers l'os *sacrum*, l'ouverture que l'instrument pourroit faire à quelqu'un des intestins, autres que le *rectum* & le colon, pourroit devenir un anus ou égoût qui permettroit aux excréments de tomber jusqu'à l'anüs, & enfin celle qu'il feroit au *rectum*, partagé par une cloison, ou fermé par un cul-de-sac, & au colon fermé & rempli d'excréments, rempliroit l'objet qu'on se propose.

Si la méthode que je viens de proposer peut réussir quand le *rectum* est séparé du colon, & quand chacun de ces deux intestins se termine par un cul-de-sac, le succès en est bien moins douteux quand le *rectum* est partagé en deux par une membrane transversale; c'est par elle que l'Auteur du Mémoire de l'Académie de Chirurgie (a) sauva un enfant dont l'anüs paroissoit bien conformé,

(a) Tome I, page 385, cité par
M. Vanswieten, Comment. Tom. IV.
Anus bene conforinatus apparebat in

infante, sed integro a nativitate biduo,
alvum nondum deposuerat unde omnia
mala quæ retentum mæconium, sequi

ainsi que dans l'Observation de M. Motais, & qui, à la fin du second jour depuis sa naissance, ne s'étoit point vidé. On avoit eu inutilement recours aux lavemens, ils ne pouvoient pénétrer dans la cavité de l'intestin *rectum*; après bien des recherches on s'aperçut que la cavité de l'intestin étoit fermée par une membrane. L'Opérateur introduisit le long du petit doigt qu'il avoit glissé dans l'anus, un pharyngotome jusqu'à la membrane qui fut coupée sans accidens par un coup de la lancette qui, comme on fait, est cachée dans cet instrument. L'ouverture fut ensuite dilatée avec le bout du doigt. L'enfant se vida aussi-tôt & continua de se vider pendant deux mois; après ce temps il mourut d'une autre maladie.

Ce que je viens de dire ne s'accorde pas avec le sentiment de M. Levret (*b*), qui dit sur ce sujet, que les vices de conformation des *atretes* ne peuvent être guéris qu' quand l'intestin se prolonge jusqu'aux tégumens. Cette maxime doit être bannie; elle me paroît contraire à la structure, & elle est détruite par le succès de l'opération rapportée ci-dessus.

En suivant une méthode semblable au fond à celle que j'ai proposée ci-dessus pour les cas où l'anus est bouché, M. Saviard, (*c*) réussit à ouvrir l'intestin & à faire couler le *méconium* dans un enfant où il n'y avoit aucun vestige d'anus. Cet Opérateur poussa jusqu'à la profondeur de deux travers de doigt une lancette à abcès, le *méconium* coula; il dilata l'ouverture & pansa la plaie suivant la méthode ordinaire (*d*).

Mais il se peut que l'intestin descende jusqu'à l'anus, & qu'il

solent aderant; clislinatum injectio incassum tentata fuerat, non poterant penetrare in cavum intestini recti: examine instituto inventa fuit membrana tenuis claudens intestini cavum & innisso per anum digito minimo, secundum ejus ductum introducebatur pharyngotomus.

(*b*) L'Art des Accouchemens, §. 1275, page 234, cité par M. Vanfwieten. *Videtur* (dit cet illustre Médecin, tome IV de ses Commem-

taires) *non sine ratione statuisse*. Levret, *talia vitia curari non posse nisi integer sit intestini recti tractus ad integumenta usque.*

(*c*) Observations de Chirurgie, n. 3, p. 8, cité par M.^{rs} Heister & Vanfwieten, *loco citato*.

(*d*) Heister dit que M. Saviard sauva l'enfant; M. Vanfwieten observe que M. Saviard ne dit rien du succès.

soit fermé par une membrane ou cloison, placée plus ou moins haut, au-dessus de l'anus, & qu'en outre l'anus soit bouché par une autre membrane, ou par une concrétion des lèvres de cette partie, ce qui fait un double vice, & il se peut encore que l'intestin ne descendant pas jusqu'à l'anus soit fermé, tantôt plus, tantôt moins haut, au-dessus de l'endroit de l'anus, & qu'en même-temps ce faux anus soit bouché par une membrane ou par une concrétion des bords de cette ouverture: on sent facilement que dans ces cas, dont il y a des exemples, on doit toujours faire deux opérations; la première doit consister dans une incision de la membrane ou de la peau, ou de la concrétion qui bouche l'ouverture dans l'endroit ordinaire de l'anus: & véritablement, sans cette première on ne peut apporter de remède à ces sortes de cas, ni même les bien connoître; mais elle est insuffisante. La seconde, qui est dictée par cette insuffisance, consiste à ouvrir l'intestin ou la membrane qui le bouche, en se servant pour cela de la route qu'on s'est frayée par la première incision.

Heister (*e*) prescrivant ce qu'on doit faire, si après avoir coupé la membrane ou la concrétion charnue qui terminoit l'anus on ne trouve aucune apparence d'ouverture à l'intestin, ajoute ce qui suit: «supposé que dans ce cas on ne voie aucune apparence „ d'ouverture à l'intestin *rectum*, c'est une preuve, ou que cette „ partie est solide, ou qu'elle manque tout-à-fait, ainsi que je l'ai vu moi-même.» (*M. Heister pouvoit ajouter, ou que l'intestin se termine par un cul-de-sac, ou qu'il est bouché par une cloison.*)

«Ce qui rend, ajoute cet Auteur, la cure très-difficile, pour ne „ pas dire impossible. Dans un pareil cas il ne convient point „ cependant d'abandonner l'enfant, & il vaut mieux risquer une „ opération douteuse que de le livrer à une mort certaine. C'est „ pourquoi, après avoir choisi l'endroit qui paroît le plus convenable, „ on y enfoncera un instrument de figure triangulaire, ou un bistouri „ étroit que l'on plongera dans l'anus jusqu'à ce qu'on ait percé „ l'intestin; ce que l'on découvrira par la sortie des excréments. „ Supposé que la quantité des vaisseaux qu'on a été obligé de couper

occasionne une hémorragie, on aura soin de l'arrêter par des « remèdes convenables. Il semble nécessaire pour cet effet d'intro- « duire dans la plaie une tente d'une grosseur assez considérable, « que l'on chargera de remèdes propres à arrêter le sang; après quoi « l'on suivra les instructions que nous avons données ci-dessus. Au « bout de douze ou vingt-quatre heures on ôtera la tente, supposé « qu'elle ne soit pas sortie, pour en remettre une autre, après la « sortie du *méconium*, qu'on trempera pendant quelques jours dans « un digestif & ensuite dans un dessicatif jusqu'à ce que la plaie soit « entièrement guérie. Supposé (continue le même Auteur) qu'on « ne puisse ouvrir l'intestin (*f*) au moyen d'une incision aussi « profonde, on ne peut sauver l'enfant; mais après avoir vomi « pendant long-temps ses excréments avec beaucoup de violence il « meurt dans les convulsions. »

TROISIÈME VICE DE CONFORMATION.

Terminaison de l'intestin rectum dans le vagin. Moyens d'y remédier.

Ce vice est ordinairement le moins dangereux de tous. Il peut exister seul, ou être compliqué avec quelques-uns de ceux que nous avons rapportés. Il existe seul quand l'intestin s'ouvre & se termine dans deux endroits à la fois; savoir à l'endroit ordinaire, formant un véritable anus, & en même-temps se termine par une autre ouverture dans le vagin.

Si ces deux ouvertures sont assez grandes pour que les excréments s'évacuent librement, il n'y a rien à faire dans un âge aussi tendre; car quoique l'évacuation des excréments par le vagin soit contre Nature, & une incommodité qui sera des plus tristes, je ne vois aucun moyen bien efficace de fermer l'ouverture de l'intestin dans le vagin, & outre cette incertitude, je ne vois aucun remède qui ne gêne beaucoup l'enfant.

Mais si les deux ouvertures sont extrêmement petites, & si par cette raison les excréments ne peuvent être évacués à la quantité

(*f*) Ce cas m'est arrivé, ainsi que je le dirai plus bas.

requise, & si les lavemens ne peuvent procurer une évacuation suffisante, on doit dilater l'ouverture de l'anus par des canules de différente grosseur, commençant par les plus petites, & augmentant successivement, & si ce moyen ne réussit pas, on doit dilater l'anus par une incision, & traiter la plaie comme il a été dit dans le traitement du premier vice.

Il peut arriver à tout âge que les excréments s'évacuent par l'anus & par le vagin : une telle infirmité peut être produite par des contusions, des plaies, des abcès, par l'accouchement, par la fistule à l'anus, par des maladies vénériennes.

Mais soit que la double terminaison de l'intestin dans le vagin, & dans un anus ouvert soit extrêmement rare, soit que quand ce cas est arrivé les parens voyant leurs enfans vivre sans accidens n'aient pas jugé à propos de faire connoître cette difformité aux Médecins & aux Chirurgiens, aucun Auteur, que je sache, ne fait mention de ce cas. Dans toutes les Observations sur la terminaison de l'intestin dans le vagin, l'anus étoit fermé : dans l'Observation de M. de Jussieu (g) une fille de sept ans, dont l'anus étoit fermé, rendoit les excréments par le vagin.

M. Heister (h) attribue l'évacuation des excréments par le vagin au premier vice de conformation dont nous avons parlé ; c'est-à-dire à une membrane ou à toute cause, qui empêchant les excréments de sortir par l'anus les obligerait à se faire une route par le vagin. Il arrive, dit cet Auteur, dans quelques filles dont l'anus est naturellement fermé, que les excréments se font un passage par le vagin ; ce malheur est ordinairement sans remède ; & celles qui en échappent conservent cette même incommodité toute leur vie.

Je pense qu'il est plus naturel d'attribuer cette incurable infirmité à une ouverture de communication entre l'intestin & le vagin, qui existeroit avant la naissance. Sans cette ouverture préexistente, on ne conçoit pas que de telles filles pussent rendre les excréments par le vagin, sans avoir éprouvé les accidens des atretes, & ces

(g) Histoire de l'Académie, année 1719.

(h) *Loco citato*,

accidens ne produisent ordinairement ni abcès, ni rupture dans l'intestin, mais la mort des enfans, à moins qu'on ne coupe la membrane qui ferme l'intestin. On voit dans l'Observation de Roon Huifen, rapportée ci-dessus, d'un enfant dont l'anüs trop étroit s'étoit totalement bouché par l'irritation que les doigts de la mère y avoit causée; que le ventre se gonfla, il survint de la fièvre & autres accidens qui firent craindre pour sa vie, & les excréments ne se firent pas jour par le vagin. Et M. Vansvieten rapportant l'exemple (i) d'une fille nubile, d'ailleurs assez saine, & qui rendoit les excréments par le vagin, attribue cette triste infirmité à une ouverture de l'intestin dans le vagin, existant dès la naissance, & même avant la naissance. Je ne nie cependant pas qu'il ne puisse arriver que les excréments retenus par une membrane ou concrétion qui ferme l'intestin, ne puissent pas se faire une route par le vagin, après avoir excité une inflammation & un dépôt qui détruisse les tuniques de l'intestin & du vagin; mais je regarderai ce cas, s'il est jamais arrivé, comme le plus rare de tous ceux dont nous avons fait mention. C'est peut-être de ce cas dont M. Heister prétend parler: il semble l'indiquer par ces mots; «celles qui en échappent conservent cette même incommodité toute leur vie.»

Aucun Auteur, que je sache, ne propose de secours pour les enfans dont l'intestin est fermé à l'endroit de l'anüs & ouvert dans le vagin, ou, si l'on veut, dont le vagin est un anus unique, & sans qu'il y en ait à l'endroit ordinaire. Quoi qu'il en soit, car j'avoue que je n'ai pas lû tous les Ouvrages des Médecins & des Chirurgiens qui ont traité cette matière, je ne vois pas pourquoi on ne feroit pas, pour secourir ces enfans, une incision à l'anüs, comme dans le premier vice. Dans les deux circonstances que je vais rapporter; premièrement, on doit, à mon avis, recourir à la méthode prescrite ci-dessus pour le traitement du premier vice; c'est-à-dire à l'incision de l'anüs, quand l'ouverture de

(i) Commentaire, tome IV, page 577. *In sesquiori sexu observatum fuit in vulvâ quandoque hiare intestini recti finem. Tales superesse possunt & novi virginem cæterum satis sanam quæ sædam hanc calamitatem patitur.*

communication entre l'intestin & entre le vagin est si petite qu'elle ne permet pas une évacuation d'excrémens assez abondante, & sur-tout quand, en conséquence de ce défaut d'évacuation, les enfans éprouvent les accidens qui, dans le premier vice, déterminent à l'opération; ces accidens sont le vomissement & autres rapportés au commencement de ce Mémoire (*k*).

On dira peut-être que le vagin pouvant se dilater assez, il est inutile de faire une autre ouverture; je conviens que le vagin est susceptible d'une dilatation suffisante; mais ce n'est pas en cela que consiste la difficulté dans le passage des excréments, c'est dans le diamètre de l'ouverture de communication entre l'intestin *rectum* & le vagin, & cette ouverture peut-être, est quelquefois très-petite, ainsi qu'elle étoit dans un enfant dont l'intestin *rectum* se terminoit dans la vessie (*l*), & qui mourut le douzième jour de sa naissance, plus à ce qu'il paroît (suivant le rapport du Chirurgien qui en fit l'ouverture), par le resserrement de l'ouverture de communication entre l'intestin & la vessie, que par celui du canal de l'urètre, qui, comme on sait, est très-petit à tout âge, & sur-tout dans l'enfance.

Secondement, on doit encore dans ce même vice de conformation, c'est-à-dire lorsque l'intestin *rectum* s'ouvre dans le vagin; & ne s'ouvre que dans le vagin, recourir à une incision à l'anus, ainsi qu'il a été dit dans le traitement du premier vice, même dans le cas où l'ouverture de communication entre l'intestin & le vagin est assez grande pour que les excréments s'évacuent. Si le Médecin & le Chirurgien ont lieu de juger que l'anus naturel n'est bouché que par une membrane, & qui est souvent une continuation de la peau, & quelquefois même simplement de la sur-peau; c'est ce qu'on peut facilement connoître par les signes rapportés ci-dessus; car la route naturelle des excréments étant ouverte par l'incision qui n'est nullement dangereuse, & qui a été faite quelquefois avec succès avec l'ongle (*m*); premièrement,

(*k*) Ci-devant; page 473.

(*l*) Histoire de l'Académie, année 1755, page 50.

(*m*) Par Paul Éginette, cité par l'Auteur du grand Dictionnaire de Médecine, Tome II.

il sortiroit certainement beaucoup moins d'excrémens par le vagin, & par conséquent l'infirmité seroit diminuée. Secondement, il pourroit même arriver que par l'introduction d'une canule dans le nouvel anus, l'ouverture entré le *rectum* & le vagin s'oblitérât, ce qui seroit une guérison entière.

QUATRIÈME VICE DE CONFORMATION.

Terminaison de l'intestin rectum dans la vessie. Moyens d'y remédier

Ce vice, non-seulement est très-possible, à raison du voisinage de l'intestin & de la vessie urinaire, qui, dans les enfans mâles, se touchent. Il n'est guère possible dans les filles, parce que le vagin & la matrice sont placés entre l'intestin & la vessie. Il est non-seulement possible dans les enfans mâles, mais même il y existe quelquefois, ainsi qu'il sera prouvé dans la suite par plusieurs Observations. Pour sentir le danger imminent de mort dans lequel sont les enfans nés avec une telle difformité, il suffit de connoître le petit diamètre du canal de l'urètre, qui est néanmoins la seule issue par laquelle les excrémens puissent sortir. Par la comparaison de la quantité & de la consistance des matières qui doivent s'évacuer avec le conduit très-étroit, & plus d'une fois recourbé, du canal de l'urètre. Les Médecins & les Chirurgiens ne sont que trop convaincus que de tels enfans ne peuvent pas long-temps survivre à leur malheur, s'il ne se trouve pas quelque moyen d'ouvrir aux excrémens une autre route que celle qui est destinée à l'évacuation de l'urine.

Ce vice peut être seul; c'est-à-dire que l'intestin peut se terminer dans la vessie tout-à-fait & entièrement, ou bien, il peut avoir deux issues; l'une dans la vessie, & l'autre dans un anus ouvert. Il peut aussi arriver que par cette seconde issue l'intestin se termine dans un anus fermé, & dans ce dernier cas, il est compliqué avec le premier ou avec le second vice.

Le Médecin connoît mieux & plus facilement ce quatrième vice que le second, parce qu'il suffit, pour qu'il soit certain de son existence, que l'enfant rende par la verge un peu de *méconium*,

ou du moins une urine verdâtre & épaisse, qui sort presque continuellement, mais en petite quantité, & c'est ce qui s'aperçoit facilement : il a de commun avec les autres vices, que le malade éprouve les mêmes accidens. On est même certain de l'existence de ce vice avant que de faire incision à la membrane ou à la concrétion charnue qui ferme l'anüs ordinaire, au lieu qu'on ne peut s'assurer de l'existence du second vice; c'est-à-dire, si l'intestin descend ou s'il ne descend pas jusqu'à l'endroit de l'anüs; qu'après avoir coupé la membrane ou la concrétion charnue; quelquefois même on n'en peut bien connoître la nature qu'après la mort.

Le quatrième vice, dont il s'agit maintenant, a été observé par M. Roon Huïsen (*n*). On trouve, *page 50* de l'Histoire de l'Académie, *année 1755*, l'observation suivante, faite par M. Boirie, Chirurgien au cap François, & envoyée à M. Morand, avec la pièce anatomique, représentant le siège de la maladie (*o*).

- « Le 13 Mai 1753, naquit un enfant mâle, mulâtre. La » Sage-femme observa que cet enfant n'avoit point d'anüs; elle fit » appeler M. Boirie, Chirurgien au cap François, pour en faire » la visite. Il trouva qu'en effet il ne paroissoit point d'ouverture à » l'endroit où auroit dû être l'anüs, & que l'enfant rendoit par la » verge une partie de cette matière noirâtre qui se trouve dans » l'intestin *rectum* des enfans nouveaux-nés, & qu'on nomme » *méconium*; ce qui lui fit juger que l'enfant ne pourroit pas vivre » long-temps; & en effet il mourut le douzième jour. »
- « A l'ouverture, M. Boirie trouva que l'extrémité du *rectum* » s'ouvroit dans le col de la vessie, & que l'ouverture en devoit » être fort petite, & n'avoit laissé passer que le plus liquide des » matières, puisqu'il s'en étoit amassé dans le *rectum* assez pour dilater cet intestin trois fois au-delà de sa capacité naturelle. » Cette conformation singulière avoit, conformément au pronostic de

(*n*) Suivant Heister, *loco citato*, Roon Huïsen (dit M. Heister) cite l'exemple d'un enfant dont l'intestin *rectum* se terminoit dans la vessie.

(*o*) M. Morand fit voir à l'Académie cette pièce, en lui communiquant l'observation.

M. Boirie, causé la mort de l'enfant, dont le cadavre parut, pour tout le reste, conformé à l'ordinaire.

Après avoir prouvé la possibilité & même la réalité du quatrième vice de conformation des atretes, je vais proposer une méthode d'y remédier, autant que l'art le permet. Personne, que je sache, n'en a proposé. Les Auteurs qui font quelque mention de cette conformation vicieuse, regardent comme d'innocentes victimes livrées à une mort prochaine & inévitable, les enfans qui naissent avec elle.

L'évacuation du *méconium* ou de la partie la plus fluide de cet excrément, prouve suffisamment que l'intestin *rectum* se termine dans la vessie; quand cette évacuation, qui est toujours foible, augmentant néanmoins un peu quand l'enfant touffe ou pleure, est accompagnée de tous les accidens indiqués *; on peut être certain que la cause prochaine & immédiate de la maladie est la partie grossière & épaisse du *méconium*, qui ne pouvant ou entrer de l'intestin *rectum* dans la vessie, ou entrer de la vessie dans le canal de l'urètre, distend outre mesure les boyaux & la vessie urinaire, irrite les nerfs de ces organes & de tout le bas-ventre, remplit, outre mesure la vessie & les gros boyaux, excite un mouvement *antiperistaltique*, & est portée par ce mouvement & par les contractions des muscles vers l'estomac & les intestins grêles, d'où elle est rejetée par le vomissement qu'elle excite. * Page 474.

Quoique dans de telles circonstances, l'œil ne puisse pas voir l'insertion du *rectum* dans la vessie, d'abord qu'on voit ce sac, qu'on sait n'avoir pas d'autre usage dans l'état naturel, que de contenir & d'évacuer l'urine, remplir à la fois cette fonction & celle de l'intestin *rectum*, on n'est que trop convaincu qu'il ne peut remplir cette dernière, que par une communication contre nature avec l'intestin. D'ailleurs, l'ouverture du cadavre du petit mulâtre de M. Boirie, a soumis aux yeux cette communication. Or il est impossible que par un conduit aussi petit que le canal de l'urètre, la grande quantité du *méconium*, dont les gros intestins sont remplis, puisse être évacuée: car, quoique l'urine que les uretères versent dans la vessie, en puisse délayer & entraîner avec elle une partie, il n'est pas possible qu'elle le délaye &

l'entraîne tout; & quand même l'urine pourroit rendre assez fluide tout le *méconium*, pour passer par le canal de l'urètre, la mort de l'enfant n'en seroit que reculée de quelques jours; car, certainement, l'urine ne pourroit jamais donner, dans la suite, aux gros excréments, la fluidité requise pour être évacués par le canal de l'urètre. On doit donc, comme je l'ai déjà dit, regarder un enfant nouveau-né qui rend le *méconium* par la verge, comme touchant au moment de sa mort, si l'art n'ôte pas à la vessie une fonction qu'elle ne doit pas faire, & s'il ne la rend pas à l'intestin *rectum*, qui la doit faire.

Ce double objet est, je l'avoue, très-difficile à remplir, mais non pas impossible, soit que ce quatrième vice existe seul, soit que l'enfant ait un anus à l'endroit ordinaire, soit qu'il n'en ait pas; soit que l'intestin se prolonge en descendant jusqu'à l'anús, soit qu'il n'y descende pas, on peut & on doit, dans toutes ces circonstances, donner des secours à l'enfant.

Si donc l'enfant a une ouverture à l'endroit ordinaire de l'anús; & si le vice consiste dans une communication avec la vessie, on doit introduire le doigt dans l'ouverture de l'anús, & examiner soigneusement si l'intestin fait une bosse ou saillie; & c'est, je crois, ce qu'on auroit pu sentir dans l'enfant dont parle M. Boirie, dans lequel le gonflement du gros boyau fut constaté par l'ouverture du cadavre. Dans un tel cas, il est certain qu'en portant sur le doigt un instrument tranchant, on couperoit facilement l'intestin, & qu'à les excréments trouvant, par cette ouverture artificielle, une plus libre issue que par la vessie, pourroient, dans la suite, s'évacuer uniquement par l'anús; ce qui seroit une guérison entière, ou du moins qu'il en entreroit beaucoup moins dans la vessie, ce qui seroit au moins prolonger les jours du malade & le soulager beaucoup: l'intestin *rectum* acquerroit un usage nouveau; l'urine passeroit de la vessie dans l'intestin, mais le canal de l'urètre pourroit perdre sa fonction naturelle, au moins en partie; c'est-à-dire, ne serviroit plus, ou du moins ne serviroit que de fois à autre à l'évacuation de l'urine. Ce que j'avance ici n'est fondé que sur la structure & non sur des faits, mais l'esprit n'en a pas besoin pour prédire ces évènements.

Quand l'enfant qui rend le *méconium* par la verge, n'a point d'an^{us} ni vrai ni faux (*p*), le premier soin doit être de lui faire une ouverture à l'endroit ordinaire, comme dans le premier & le second vice de conformation, & même comme dans le troisième.

Cette première ouverture étant faite, on découvrira, sans beaucoup de peine, si l'intestin se termine uniquement dans la vessie, ou s'il se termine & dans la vessie & dans l'an^{us} qui vient d'être ouvert, ou enfin s'il ne se termine point & dans la vessie & par un cul-de-sac qui ne descende pas tout-à-fait jusqu'à l'an^{us}.

Dans le premier cas, on feroit ce qui vient d'être indiqué; c'est-à-dire, on feroit une incision dans l'intestin, soit avec le trocar (*q*), soit avec le pharyngotome ou avec une lancette à abcès, garnie d'un linge.

Dans le second cas, c'est-à-dire si l'intestin descend jusqu'à l'an^{us} nouvellement ouvert, on doit entretenir soigneusement l'ouverture; car il pourroit arriver que les excréments trouvant, par cette ouverture, une issue plus libre, s'évacueroient abondamment, & que l'ouverture de l'intestin dans la vessie s'oblitérât; mais si après quelques observations, on s'aperçoit que le nouvel anus ne suffit pas, & que les accidens loin de cesser aillent en augmentant, il n'y a, ce me semble, pas d'autre parti à prendre, que de faire une incision à la partie postérieure de la vessie; & cette incision, après avoir inutilement recouru aux lavemens ou injections, me paroît l'unique moyen de soulager l'enfant, de prolonger ses jours & peut-être de le faire vivre aussi long-temps que les enfans qui naissent avec un anus bien conformationné. Il y auroit d'autant plus d'espérance de conserver cet enfant, qu'il pourroit arriver que les excréments sortiroient dans la suite par la seule issue intestinale, & que l'ouverture, dans la vessie, s'oblitéreroit.

(*p*) J'appelle *anus vrai*, celui auquel se termine l'intestin *rectum*. J'appelle *anus faux*, une ouverture à l'endroit ordinaire de l'an^{us} vrai, à laquelle l'intestin ne s'insère pas.

(*q*) Le trocar est commode; mais on doit dilater l'ouverture qu'il fait, parce qu'elle est toujours trop étroite.

Je fonde ce conseil sur ce que dans ce cas il est certain que les accidens sont entretenus & aigris par le séjour des excréments dans la vessie, & sur ce qu'il y a lieu de juger que l'ouverture de communication entre l'intestin & le *rectum*, est trop petite pour que le *méconium* sorte tout-à-fait de la vessie.

Si l'intestin ne fait pas de courbure ou de saillie à l'endroit de son insertion dans la vessie, que le doigt puisse sentir, il y a lieu de juger que cet intestin s'insère dans le fond même de la vessie; alors, on doit néanmoins essayer de le rencontrer & de le couper. L'instrument qui me paroît dans ce cas devoir être préféré; c'est le pharyngotome, qui est tout-à-la-fois une sonde suffisamment longue & un instrument tranchant.

Si on ne peut rencontrer l'intestin, ni par conséquent le couper; il ne reste plus, à mon avis, qu'une ressource, c'est de faire une ouverture, ainsi que je l'ai déjà dit dans une circonstance moins pressante, dans la vessie même, qui ne peut manquer d'être très-gonflée. Cette incision peut se faire de deux manières, ou simplement en faisant avec un bistouri introduit sur le doigt, une ouverture dans la face postérieure de la vessie, ou en introduisant une petite sonde crénelée & en faisant sur la crénelure de cette sonde une ouverture au col de la vessie comme dans l'opération de la taille. Il me paroît certain que par cette incision faite, ou simplement avec le bistouri introduit sur le doigt, ou méthodiquement sur la crénelure d'une sonde, on rempliroit au moins l'objet le plus pressant de tous, c'est-à-dire qu'on feroit couler le *méconium*, & que comme cet excrément retenu est l'unique cause des affreux accidens que l'enfant éprouve ou qu'il ne tarderoit pas d'éprouver, on le délivreroit de ces accidens, il resteroit encore un second & dernier objet à remplir, ce seroit de faire en sorte que la vessie ainsi coupée pût être à la fois un égoût durable de l'urine & des excréments, triste incommodité sans doute, mais desirable cependant puisque non-seulement elle préserveroit l'enfant d'une mort prochaine & inévitable, mais même elle pourroit rendre sa vie aussi longue & aussi durable que celle des enfans bien constitués. Ce dernier objet peut être rempli par la sortie continue de l'urine & des excréments qui seule peut empêcher les
lèvres

lèvres de la plaie faite à la vessie, de se réunir; c'est ce qu'on voit fréquemment arriver à la suite des plaies, quand des canaux excréteurs s'ouvrent dans leurs lèvres. Si cependant on s'apercevoit dans la suite que l'évacuation continuelle de l'urine & des excréments ne fût pas un obstacle suffisant pour empêcher les lèvres de la plaie faite à la vessie, de se réunir, on auroit recours à une tente garnie d'un fil, qu'on introduiroit dans la plaie, & qu'on retireroit deux à trois fois le jour, pour faire sortir les excréments & panser la plaie.

Au mois d'Avril 1769, on m'apporta un enfant, né depuis cinq jours dans la paroisse de Sens, évêché de Rennes, qui rendoit le *méconium* par la verge, & qui n'avoit pas d'anus; d'où il s'ensuivoit incontestablement que l'intestin s'ouvroit dans la vessie.

Voyant la grandeur du mal, & le pressant danger où étoit cet enfant qui vomissoit depuis trois à quatre jours, & qui avoit le ventre tendu; mon premier soin fut d'avertir les parens de l'enfant d'aller chercher M. Thouin, Chirurgien de la petite ville & paroisse de Gahard, lieu de ma résidence actuelle. M. Thouin étant arrivé, je lui proposai de faire une incision à l'endroit où devoit être l'anus; cet-endroit qu'on connoît sans peine étoit de plus désigné par une couleur presque violette (r).

Nous espérons ouvrir par cette incision aux excréments leur voie naturelle & nous comptons que les excréments trouvant cette issue plus libre & plus facile que celle qui devoit être entre l'intestin *rectum* & la vessie, il arriveroit de deux choses l'une, ou que la route des excréments par la vessie se fermeroit, ou que si elle ne se fermoit pas entièrement, l'enfant pourroit rendre avec assez de facilité pour vivre, ses excréments mêlés avec un peu d'urine.

L'enfant ayant le ventre très-dur & vomissant le lait & même les excréments, l'incision fut faite sur le champ par M. Thouin, en présence de M. Guiot de la Giraudais, Chirurgien du voisi-

(r) Cette tache violette ou livide, dont parlent les Auteurs, n'est pas toujours un signe qui annonce l'existence du *méconium*; car il n'y en avoit pas à l'anus de cet enfant, comme nous allons voir.

nage, qui nous dit avoir fait cette opération, avec succès, deux fois dans le cours de sa pratique. Mais ce qui rendoit les deux cas racontés par M. de la Giraudais très-différens de la maladie qui faisoit le sujet de notre assemblée, c'est que dans les enfans opérés par lui, il n'y avoit point de communication entre l'intestin & la vessie; une seconde différence entre l'enfant que nous avions à traiter & entre les enfans qui naissent sans anus & qui n'ont que ce premier des quatre vices de conformation, rapportés dans ce Mémoire, fut aperçue dans le temps de l'opération; car l'incision étant faite, nous fumes très-surpris de ne pas voir couler le *méconium*; nous cherchames l'intestin *rectum*, & nous ne le trouvames point, & ce n'étoit pas pour l'avoir cherché dans l'endroit où il ne devoit pas être; le doigt, préférable en ce cas à tout autre instrument, fut introduit & même fort avant, & l'intestin ne fut ni senti ni trouvé.

Nous jugeames néanmoins nécessaire de pousser un trocar par l'ouverture qui venoit d'être pratiquée; il fut poussé fort haut, mais aussi inutilement que dans l'Observation rapportée page 481: nous en fumes d'autant plus déconcertés que nous étions presque aussi assurés de l'existence de l'intestin *rectum*, par l'évacuation du *méconium* par l'urètre, que si nous l'avions vu de nos yeux, & que nous nous voyons par-là frustrés de l'espérance de sauver la vie à l'enfant. Il ne coula pas de sang. Une tente fut introduite dans l'anus afin de nous conserver le moyen d'administrer d'autres secours, en cas que de sérieuses réflexions m'en suggérasent de nouveaux. Comme nous avons fait tout ce qui est conseillé par les Auteurs, dans les cas où l'intestin ne descend pas jusqu'à l'anus, nous crumes d'autant plus en avoir fait assez pour le présent, que l'état de foiblesse & de langueur où étoit réduit l'enfant sembloit l'exiger.

L'enfant fut emporté par ses parens sur les six heures du soir. Me proposant de faire de nouvelles tentatives le jour suivant, en cas que l'enfant fût en état de les supporter, je priai M. Thouin d'y aller de grand matin. Il me dit à son retour qu'il avoit trouvé l'enfant si mal qu'il s'étoit contenté d'examiner s'il étoit descendu du *méconium* sur la tente, mais rien n'étoit

forti. Le ventre étoit tendu & livide, & l'enfant mourut quelques heures après.

Touché d'un aussi triste évènement, j'examinai si je n'avois point à me reprocher d'avoir omis quelqu'un des préceptes indiqués par les Auteurs qui ont écrit sur cette matière, je lus de nouveau, & je trouvai que je n'avois rien omis; mais je pensai que dans des cas aussi rares & aussi pressans, l'esprit terrassé, pour ainsi dire, par la grandeur du mal & la foiblesse des ressources, ne voit pas que ces ressources ne sont insuffisantes que parce qu'il est pour ainsi dire hors d'état d'apercevoir les vraies, ou d'en imaginer de nouvelles. Il y a en effet peu d'Artistes qui, dans de telles circonstances, lorsqu'ils ont épuisé sans fruit les secours qu'ils trouvent prescrits dans les Auteurs, se disent à eux-mêmes, telle ou telle méthode nouvelle pourroit sauver l'enfant. On ne va pas ordinairement si loin; & si on va à ce terme il est assez naturel qu'on dise oui; mais dans la méthode que nous voyons, tel organe seroit blessé, & c'est apparemment la crainte de le blesser qui a empêché les Maîtres de l'Art, ou d'y recourir dans l'occasion, ou de la prescrire par réflexion. Insensiblement le temps s'écoule & l'occasion s'échappe. M'apercevant que quoique j'eusse fait tout ce qui est prescrit je n'avois point été à la source du mal, je cherchai dans la structure & dans l'analogie, & j'y trouvai, premièrement, que la maladie de cet enfant étoit dans la vessie: secondement que la cause de sa maladie étoit un corps étranger renfermé dans la vessie; c'est-à-dire le *méconium*, & conséquemment qu'il falloit suivre la méthode qu'on suit ordinairement pour faire sortir les corps étrangers de la vessie. Quels inconvéniens y auroit-il eu, disois-je en moi-même, de faire, dans un cas aussi désespéré, une incision dans la vessie de cet enfant, & quels avantages en seroit-il résulté? Une incision dans la vessie eût été sans doute une plaie nouvelle, ajoutée à celle que nous avions faite à l'anus; mais les plaies de la vessie ne sont pas mortelles par elles-mêmes; mais cette plaie auroit certainement procuré l'évacuation du *méconium*, & c'est le défaut de cette évacuation qui a fait mourir l'enfant. L'incision de la vessie, dans un tel vice de conformation, est donc l'unique moyen de

conserver les jours des enfans qui naissent avec cette difformité. Il s'en faut donc beaucoup que j'aie fait tout ce que j'aurois dû faire pour sauver cet enfant. Ce reproche intérieur & ces réflexions me déterminèrent à travailler sur les faits de pratique exposés dans ce Mémoire, afin que si, pour m'être arrêté au terme où sont demeurés ceux qui ont vu & traité des cas semblables, j'ai la douleur d'avoir manqué de sauver la vie d'un enfant, j'aie la satisfaction d'enseigner, en avouant ma faute, les moyens de l'éviter.



O B S E R V A T I O N
DU PASSAGE DE VÉNUS
AU-DEVANT DU DISQUE DU SOLEIL

Le 3 Juin 1769.

Faite à Paris, de la Guérite du Collège de Louis-le-Grand, qui est de deux secondes de temps à l'orient de la méridienne de l'Observatoire Royal.

Par M. MESSIER.

A PRÈS avoir examiné la position de l'Observatoire de la 18 Décemb.
Marine, je reconnus qu'il ne feroit pas possible d'y observer 1771.
le passage de Vénus, à cause des objets trop élevés qui empêchoient
de voir l'horizon du côté du couchant. J'avois de même reconnu
quel'Observatoire de M. le Marquis de Courtanvaux, à Colombes,
avoit de semblables difficultés; l'horizon n'y étoit pas libre, à
cause des arbres de son parc: j'avois, en quelque façon, résolu
de m'établir à un moulin fort élevé, qui est à une lieue de son
Observatoire, & que l'on nomme le *Moulin d'Orgemont*: j'avois
été reconnoître l'endroit; mais la difficulté d'y transporter des
instrumens, & les voyages fréquens que j'aurois été obligé d'y
faire pour y régler la pendule par des hauteurs correspondantes,
me déterminèrent à chercher ailleurs un lieu plus commode; je
m'adressai au Collège de Louis-le-Grand, à Paris, où il y a
une Guérite, de laquelle on découvre tout l'horizon; je la con-
noissois déjà pour y avoir fait plusieurs observations. Le 18 Mai,
j'y fis transporter un grand nombre d'instrumens, appartenans à
M. le Président de S***, avec une très-bonne pendule à secondes,
du sieur Ferdinand Berthoud. Je pris les jours suivans des hau-
teurs correspondantes du Soleil, avec un quart-de-cercle de

18 pouces de rayon, fait à Londres, par Birch, auquel étoit adapté un niveau d'air, qui a servi à caler l'instrument, pour prendre les hauteurs.

Le 3 Juin, hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, inférieur dans la lunette du quart-de-cercle.

Matin.			DISTANCE au Zénith.		Soir.			Milieu.		
<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>
7.	16.	32 $\frac{1}{2}$	60.	50	4.	46.	26 $\frac{1}{2}$	0.	1.	29 $\frac{1}{2}$
7.	17.	33	60.	40	4.	45.	25 $\frac{1}{2}$	0.	1.	29 $\frac{1}{2}$
7.	18.	34 $\frac{1}{2}$	60.	30	4.	44.	25	0.	1.	29 $\frac{3}{4}$
7.	19.	35 $\frac{1}{2}$	60.	20	4.	43.	24	0.	1.	29 $\frac{3}{4}$
8.	7.	24	52.	30	3.	55.	34	0.	1.	29
8.	8.	25	52.	20	3.	54.	33	0.	1.	29
8.	9.	27	52.	10	3.	53.	31 $\frac{1}{2}$	0.	1.	29 $\frac{1}{2}$
8.	10.	29	52.	0	3.	52.	30	0.	1.	29 $\frac{1}{2}$

Milieu entre les huit hauteurs..... 0^h 1' 29" 24".

Équation soustractive..... 0. 0. 5. 32

Midi vrai à la pendule..... 0. 1. 23. 52

Le 4, entre 6 & 7 heures du matin, je pris encore un grand nombre de hauteurs, ainsi qu'après l'Éclipse de Soleil : j'aurois pu prendre, l'après-midi, les correspondantes à ces dernières ; mais il ne fut pas possible d'apercevoir le Soleil de la guérite, les croisées étoient trop basses ; pour les suivantes, le ciel étoit entièrement couvert : je pris le parti, vers les 6 heures du soir, de faire donner des signaux de l'Observatoire de la Marine, où la marche de la pendule étoit parfaitement connue par plusieurs midis, observés à un instrument des passages, & par des hauteurs correspondantes du Soleil. Je vérifiois cette comparaison par le moyen de ma montre à secondes ; & je continuai ces signaux le 5 & le 6. Le 6, je pris des hauteurs correspondantes du Soleil au même quart-de-cercle de 18 pouces de rayon. Les voici.

Matin.			DISTANCE au Zénith.	Soir.			Milieu.		
H.	M.	S.		H.	M.	S.	H.	M.	S.
7.	2.	24 $\frac{1}{2}$	63. 0	5.	1.	32 $\frac{1}{2}$	0.	1.	58 $\frac{1}{2}$
7.	3.	27	62. 50	5.	0.	31 $\frac{1}{2}$	0.	1.	59 $\frac{1}{2}$
7.	4.	27 $\frac{1}{2}$	62. 40	4.	59.	31	0.	1.	59 $\frac{1}{2}$
7.	5.	27 $\frac{1}{2}$	62. 30	4.	58.	29 $\frac{1}{2}$	0.	1.	58 $\frac{1}{2}$
7.	22.	45	59. 40	4.	41.	12 $\frac{1}{2}$	0.	1.	58 $\frac{3}{4}$
7.	23.	45 $\frac{1}{2}$	59. 30	4.	40.	12	0.	1.	58 $\frac{3}{4}$
7.	24.	46 $\frac{1}{2}$	59. 20	4.	39.	11 $\frac{1}{2}$	0.	1.	59
7.	25.	47	59. 10	4.	38.	10 $\frac{1}{2}$	0.	1.	58 $\frac{1}{4}$
7.	26.	47 $\frac{1}{2}$	59. 0	4.	37.	10 $\frac{1}{2}$	0.	1.	59

Milieu entre les neuf hauteurs..... 0^h 1' 58" 50"

Équation soustractive..... 0. 0. 5. 8

Midi vrai à la pendule..... 0. 1. 53. 42

Par les hauteurs correspondantes prises le 3 & le 6, & par les signaux donnés de l'Observatoire de la Marine les 4, 5 & 6 Juin, j'ai parfaitement connu la marche de la pendule. Voici les midis conclus & observés à la pendule du Collège de Louis-le-Grand.

Le 3 Juin, par des hauteurs correspondantes du Soleil... 0^h 1' 23" 52"

Le 4, par les signaux..... 0. 1. 33. 52

Le 5, par les signaux..... 0. 1. 43. 53

Le 6 { par les signaux..... 0. 1. 54. 0
 { par les hauteurs correspondantes..... 0. 1. 53. 42

Pour l'Observation du passage de Vénus, j'avois emprunté de M. Anthaulme une excellente lunette achromatique de 12 pieds de foyer, à deux verres, pour l'objectif, qu'il avoit construite lui-même, qui portoit 39 lignes d'ouverture, & grossissoit cent quatre-vingt fois le diamètre des objets*. J'avois préféré cet instrument à tout autre, & cela dans le dessein de rendre mon

* Cette lunette a passé ensuite entre les mains de M. Pingré qui en a fait l'acquisition.

Observation plus correspondante à celle que M. l'Abbé Chappe devoit faire dans la Californie avec une lunette de même longueur, d'égale force & de même bonté. Je l'avois rendue solide en faisant porter son extrémité sur le bas d'une fenêtre, à laquelle je l'avois attachée; l'autre extrémité posoit sur un cric très-solide, qui étoit à ma portée, & sur lequel je la dirigeois aisément au Soleil, & j'étois placé dans la situation la plus avantageuse. Je n'avois rien négligé pour cette Observation importante, en recommandant aussi de ne laisser entrer dans l'Observatoire que le moins de monde qu'il seroit possible, & j'ai beaucoup d'obligation à M. l'Abbé Girault, tant pour les secours qu'il m'a procurés, que pour les Curieux qu'il avoit soin de faire entrer à l'étage au-dessous, où l'on pouvoit voir également Vénus, par le moyen des instrumens que j'y avois fait placer à ce dessein.

Le 3 Juin, l'après-midi, le Ciel fut en grande partie couvert; plusieurs minutes avant le premier contact des bords du Soleil & de Vénus, le Soleil se cacha derrière un nuage fort épais, élevé de quelques degrés au-dessus de l'horizon, il y séjourna long-temps, de manière que j'avois perdu toute espérance de faire cette Observation importante. Le premier contact ne put être aperçu, il tomboit même de la pluie dans ce moment. J'attendis le second contact, en laissant reposer ma vue jusqu'au moment que je vis le bord inférieur du Soleil sortir du nuage; le second bord parut ensuite, & je commençai à voir Vénus qui étoit déjà de plus de moitié entrée à $7^h\ 28'\ 9''$ à la pendule, ou $7^h\ 26'\ 40''$, temps vrai. Le Soleil approchant de l'horizon se dégageoit de plus en plus des nuages, & dans le temps du second contact, le lieu du Ciel où se trouvoit alors le Soleil étoit assez serein; mais il y avoit beaucoup de vapeurs, & les ondulations excessives empêchoient de voir le disque du Soleil & celui de Vénus bien terminés. A $7^h\ 40'\ 12''$ à la pendule, ou $7^h\ 38'\ 45''$, temps vrai, le second contact se décida: deux secondes après je vis un filet de lumière très-délié entre le bord de Vénus & celui du Soleil, de manière qu'il ne reste dans mon Observation qu'une incertitude de deux secondes sur le véritable moment du contact intérieur.

Après

Après cette Observation, je quittai la lunette pour passer à un petit télescope Grégorien d'un pied de foyer; le grand miroir ayant trois pouces de diamètre, grossissoit quarante fois celui des objets, il étoit monté sur une machine parallaxique; on y avoit adapté un micromètre à fil de soie qui s'inclinoit dans tous les sens: l'instrument étoit placé, à peu de chose près, dans le plan du Méridien, & dirigé vers le Soleil, de manière qu'il étoit aisé de le saisir promptement. Je vis Vénus & le bord du Soleil parfaitement terminés avec cet instrument, qui, par rapport au grossissement, ne produisoit que la moitié de l'effet qu'il devoit rendre. J'ai remarqué que pour ces sortes d'Observations, faites près de l'horizon, où il y a toujours beaucoup de vapeurs, on doit réduire les lunettes à la moitié de leur effet, pour avoir les objets mieux terminés. Avec ce télescope je regardois le Soleil avec différens verres qui me le rendoient alternativement rouge & blanc; je vis Vénus dans cette dernière couleur avec un croissant de couleur bleuâtre tourné & un peu incliné vers le bord du Soleil, comme on peut le voir dans la figure que j'ai tracée de l'éclipse du Soleil du 4 Juin 1769: avec le verre qui me rendoit l'image du Soleil rouge, ce croissant disparoissoit, & alors je voyois Vénus aplatie dans le sens du croissant; je mesurai le grand & le petit diamètre; le grand diamètre fut trouvé de $56''\frac{1}{2}$, & le petit de $53''\frac{1}{2}$. A $7^h 52' 8''$, temps vrai, je mesurai aussi l'intervalle qu'il y avoit entre le bord de Vénus & celui du Soleil; je le trouvai de $46''\frac{1}{2}$, & à $7^h 58' 4''$ le premier bord de Vénus toucha l'horizon.

M. Baudouin, Maître des Requêtes, observoit avec moi avec une excellente lunette achromatique de 3 pieds de foyer, à trois verres, appartenante à M. Bertin, Ministre; elle portoit 39 lignes d'ouverture, & grossissoit cent dix fois: il a marqué le second contact à $7^h 38' 51''$ de temps vrai.

M. Turgot, Intendant de Limoges, placé à l'étage au-dessous, a observé le second contact avec un petit télescope Grégorien de 11 pouces de foyer à $7^h 38' 50''$ par le moyen d'une montre à secondes que j'avois mise d'accord avec la pendule quelque temps avant l'Observation, & qui fut vérifiée ensuite,

Mém. 1771.

SSf

M. Zannoni, au même endroit, avec un télescope Grégorien de Short, de 3 pieds de foyer, qui grossissoit cent huit fois, a marqué le second contact, par le moyen de la même montre à secondes, à $7^h\ 38'\ 41''$, temps vrai.

M É M O I R E

Contenant les Observations de la Comète qui a paru en 1764, qui est la cinquante-quatrième dont l'orbite ait été calculée; observée de l'Observatoire de la Marine à Paris, depuis le 3 Janvier, jusqu'au 12 du mois de Février suivant, qu'elle cessa de paroître dans un grand crépuscule.

Par M. MESSIER.

16 Février
1771.

DEPUIS deux mois, le ciel avoit été presque continuellement couvert; le mercure dans le baromètre ayant été très-bas pendant tout ce temps-là; presque toujours au-dessous de 28 pouces. Le 2 & le 3 Janvier le ciel couvert la nuit & le jour avec pluie, & un vent considérable de Ouest-Nord-Ouest, qui ne cessa que dans l'après-midi de la journée du 3. Le même jour à $7^h\ \frac{3}{4}$ du matin le baromètre étoit descendu à 27 pouces 7 lignes: à midi $\frac{3}{4}$ il étoit monté à 27 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$, & à $8^h\ \frac{1}{2}$ du soir il étoit à 28 pouces 2 lignes. En douze heures de temps la variation fut de 7 lignes; aussi le ciel devint parfaitement serein le soir. Vers les 8 heures ayant regardé le ciel du côté du Nord, j'aperçus à la simple vue une Comète très-brillante qui paroissoit dans le Dragon, près de l'étoile θ de cette constellation; elle égaloit en lumière cette étoile que Flamsteed marque dans son catalogue de la troisième grandeur; le noyau mal terminé, n'étoit remarquable que par sa grande lumière; il étoit environné d'une nébulosité qui avoit 13 à 14. minutes.

de diamètre, avec une queue de 2 degrés & demi de longueur. Cette Comète ne se coucha point cette nuit-là; je ne pus l'observer au Méridien, n'y étant pas préparé; mais je la comparai avec l'étoile θ du Dragon, en employant un télescope Newtonien de 4 pieds & demi de longueur, auquel est adapté un micromètre à fil de soie. Je reconnus la même nuit du 3 au 4, que le mouvement de la Comète étoit direct, se faisant suivant l'ordre des signes, en s'approchant du pôle du monde, & sur-tout de celui de l'écliptique. Voici mes observations.

Le 3 Janvier à $9^h 24' 33''$ du soir, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile θ du Dragon de $2^d 53' 15''$, la Comète étoit inférieure à l'étoile de $39' 4''$. De ces différences & de la position de l'étoile réduite au temps présent, de $239^d 22' 31''$ d'ascension droite, & $59^d 12' 2''$ de déclinaison boréale; je déduis celle de la Comète de $236^d 29' 16''$ d'ascension droite, & $58^d 32' 58''$ de déclinaison boréale. A $18^h 48' 55''$ de la même nuit, la Comète suivoit la même étoile θ de $2^d 33' 30''$; elle étoit inférieure de $9' 8''$; de ces différences il en résulte l'ascension droite de la Comète de $241^d 56' 1''$, & sa déclinaison de $59^d 2' 54''$ boréale. L'on voit par ces deux observations, que la Comète a parcouru $5^d 26' 45''$ d'ascension droite dans l'espace de $9^h 24' 22''$, & qu'elle s'est avancée vers le pôle boréal de $29' 56''$. Les autres observations, faites la même nuit, se trouvent dans une Table des positions de la Comète, qui est à la suite de ce Mémoire.

Il n'a pas été possible de revoir cette Comète depuis la nuit du 3 au 4, que le 9 au matin, à travers des nuages rares, sans en pouvoir prendre la position, & sans pouvoir reconnoître si elle augmentoit ou diminuoit de lumière. Le ciel fut ensuite continuellement couvert jusqu'au 11 vers les 3 heures du matin, avec pluie: vers les 4 heures le ciel étant devenu serein je revis la Comète, qui se trouvoit alors dans la constellation du Cygne, sur le parallèle de α avec laquelle je la comparai. La Comète avoit déjà beaucoup perdu de sa lumière: on la voyoit encore à la vue simple, de la grandeur des étoiles de la quatrième à la cinquième classe, le noyau mal terminé, la lumière foible qui

l'environnoit étoit aussi diminuée d'étendue; la queue étoit encore apparente, ayant 2 degrés environ de longueur. A $4^h 10' 39''$ du matin (le 11) la Comète précédoit l'étoile α du Cygne de $2^d 23' 30''$; elle étoit inférieure à la même étoile de $3' 37''$: de ces différences il résulte la position de la Comète en ascension droite de $305^d 57' 17''$, & $44^d 23' 10''$ de déclinaison boréale: ayant supposé l'ascension droite de l'étoile α du Cygne de $308^d 20' 47''$, & sa déclinaison boréale de $44^d 26' 47''$. Les autres observations faites pendant la même nuit sont rapportées dans la Table.

Le 11 Janvier au soir, par un ciel entièrement serein, je revis la Comète & je la comparai à l'étoile cinquante-sixième du Cygne; suivant le catalogue de Flamsteed elle y est marquée de la sixième grandeur; son ascension droite, pour le temps présent, étant de $310^d 24' 21''$, & sa déclinaison de $43^d 10' 42''$ boréale. A $6^h 43' 27''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $2^d 10' 0''$; elle étoit inférieure de $28' 57''$: il résulte, pour la position de la Comète en ascension droite, $308^d 14' 21''$, & pour sa déclinaison boréale $42^d 41' 45''$. Elle fut encore comparée le même soir à l'étoile ξ de la même constellation, & avec une étoile de la huitième grandeur dont j'ai déterminé la position en la comparant avec des étoiles connues; on trouvera cette détermination dans la Table seconde, & les positions de la Comète dans la Table première.

Le 12 Janvier matin, je revis la Comète par un ciel entièrement serein, & je la comparai à une étoile de huitième grandeur; dont j'ai connu la position en la comparant à l'étoile cinquante-huitième du Cygne, suivant le catalogue de Flamsteed. A $5^h 48' 13''$ la Comète précédoit l'étoile au fil horaire de $1^d 42'$; elle étoit septentrionale de $44' 9''$: de ces différences & de la position de l'étoile déterminée de $311^d 30' 57''$ en ascension droite, & $40^d 40' 38''$ en déclinaison boréale; il a résulté celle de la Comète, en ascension droite, de $309^d 48' 57''$, & la déclinaison de $41^d 24' 47''$ boréale.

Le ciel couvert, n'a permis de revoir la Comète que le 15 Janvier matin, entre 5 & 7 heures; elle étoit proche de l'étoile α du Cygne, qui est la soixante-sixième de cette constellation;

suivant Flamsteed, avec laquelle je la comparai plusieurs fois : l'ascension droite de cette étoile étant de $317^{\text{d}} 3' 18''$, & sa déclinaison de $33^{\text{d}} 54' 0''$ boréale. A $5^{\text{h}} 7' 58''$ du matin, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $3' 34''$; elle étoit septentrionale de $43' 35''$: de ces différences il résulte la position de la Comète en ascension droite de $316^{\text{d}} 59' 44''$, & en déclinaison, de $34^{\text{d}} 37' 35''$ boréale. Les autres déterminations suivent celle-ci dans la Table. La Comète sembloit perdre de plus en plus de sa lumière.

Le même jour 15 au soir, le ciel entièrement serein, je revis la Comète, le noyau paroissoit mieux terminé que les jours précédens : je la comparai à la même étoile ν , soixante-sixième du Cygne, suivant Flamsteed, & à l'étoile ϵ de la même constellation, troisième grandeur. La Comète à $5^{\text{h}} 43' 14''$ du soir, temps vrai, suivoit l'étoile ν de $50' 11''$; elle étoit inférieure de $14' 37''$: de ces différences, & de la position de l'étoile rapportée ci-dessus, celle de la Comète, en ascension droite, sera de $317^{\text{d}} 53' 29''$, & sa déclinaison de $33^{\text{d}} 39' 23''$ boréale.

Le 16 au soir, je revis la Comète, & il sembloit qu'elle augmentoit en lumière, sur-tout le noyau, qui me parut plus brillant que les jours précédens : elle étoit près d'une étoile de la septième grandeur à laquelle je la comparai plusieurs fois. Je connus la position de cette étoile en la comparant à l'étoile ζ du Cygne ; elle avoit d'ascension droite $319^{\text{d}} 31' 52''$, & de déclinaison $31^{\text{d}} 15' 50''$ boréale. A $6^{\text{h}} 35' 19''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $3' 0''$, elle étoit supérieure de $35' 44''$: de ces différences, & de la position de l'étoile, l'on a l'ascension droite de la Comète de $319^{\text{d}} 28' 52''$, & sa déclinaison $31^{\text{d}} 51' 34''$ boréale.

Je ne pus revoir la Comète, à cause du ciel couvert, que le 18 au soir, entre 6 & 7 heures, le ciel étoit pour lors parfaitement serein : il me paroissoit que le noyau augmentoit en lumière, & qu'il étoit mieux terminé : on en auroit mieux jugé si la Lune n'avoit pas été sur l'horizon & dans son plein. La Comète se trouvoit ce soir sur le parallèle de l'étoile ζ du Cygne, à laquelle je l'ai comparée deux fois, & une troisième à une Étoile de la septième grandeur, qui en étoit fort près ; j'ai connu la position.

de cette Étoile, en la comparant à ζ du Cygne; on trouvera cette position dans la Table n.^o 2. La Comète, à $6^h 17' 10''$, temps vrai, suivoit l'étoile ζ du Cygne au fil horaire, de $6^d 10' 45''$; elle étoit inférieure de $31' 41''$: de ces observations & de la position de l'Étoile déterminée par $315^d 43' 21''$. d'ascension droite, & $29^d 16' 13''$ de déclinaison boréale, l'on a pour l'ascension droite de la Comète, $321^d 54' 6''$, & pour sa déclinaison, $28^d 44' 32''$ boréale. Les autres déterminations de la Comète, faites le même soir, se trouveront dans la Table.

Le 19 au soir, le ciel presque totalement couvert; ce ne fut pas sans peine que je revis la Comète à travers des nuages rares; elle étoit près de l'Étoile μ du Cygne, quatrième grandeur, à laquelle je l'ai comparée; l'observation est bonne. A $7^h 42' 8''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de $26' 45''$; elle étoit inférieure de $23' 49''$: de la position de l'Étoile, qui est de $323^d 23' 53''$ en ascension droite, & $27^d 41' 14''$ en déclinaison boréale; il résulte celle de la Comète en ascension droite de $322^d 57' 8''$, & en déclinaison, $27^d 17' 25''$ boréale.

Le 20 au soir, par un ciel entièrement serein, étant tombé beaucoup de pluie un quart-d'heure auparavant, je revis la Comète plus brillante que les jours précédens; la Lune n'étoit pas encore levée. Je comparai la Comète à une Étoile de la huitième grandeur, qui étoit entre la Comète & l'étoile μ du Cygne; ayant comparé cette étoile à μ , j'en ai connu la position; son ascension droite étoit de $323^d 19' 8''$, & sa déclinaison de $26^d 55' 20''$ boréale: à $6^h 50' 20''$, temps vrai, la Comète suivoit cette Étoile au fil horaire de $26' 30''$: elle étoit inférieure à la même Étoile de $49' 47''$. Il en résulte la position de la Comète en ascension droite de $323^d 46' 38''$, & en déclinaison, de $26^d 5' 33''$ boréale.

Le 21, ciel couvert; mais le 22, le ciel passablement serein le soir, je revis la Comète qui étoit près de deux Étoiles, qui sont la dixième & la seizième de la constellation de Pégase, suivant le Catalogue de Flamsteed: je la comparai trois fois avec la dixième, qui est marquée de la lettre grecque κ , quatrième grandeur, & dont la position en ascension droite étoit de $323^d 28' 37''$, & en déclinaison boréale, de $24^d 33' 32''$. A $5^h 49' 50''$, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de $1^d 41' 15''$; elle

étoit inférieure de $44^{\circ} 31'$: de ces différences, & de la position de l'Étoile, l'on conclut celle de la Comète en ascension droite de $325^{\text{d}} 9' 52''$, & sa déclinaison sera de $23^{\text{d}} 49' 1''$ boréale : les deux autres déterminations de la Comète suivent celle-ci dans la Table qui est à la suite du Mémoire.

Le ciel continuellement couvert avec pluie, n'a permis de revoir la Comète que le 29 au soir ; il étoit tombé beaucoup de pluie depuis 4 heures jusqu'à 5, le ciel étant devenu ensuite parfaitement serein, je revis la Comète, le noyau plus brillant que de coutume, sans être terminé ; elle étoit près d'une Étoile de la septième grandeur, à laquelle je la comparai deux fois : cette Étoile ne se trouve sur aucune Carte céleste, ni dans les Catalogues : j'en déterminai le lieu en la comparant à l'Étoile g de Pégase, cinquième grandeur, & je trouvai $329^{\text{d}} 2' 59''$ pour son ascension droite, & $18^{\text{d}} 15' 6''$ pour sa déclinaison boréale. A $5^{\text{h}} 50' 59''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $53' 0''$; elle étoit inférieure de $46' 18''$: il en résulte, pour la position de la Comète en ascension droite, $328^{\text{d}} 9' 59''$, & pour sa déclinaison boréale, $17^{\text{d}} 28' 48''$.

Le 30 Janvier au soir, je revis la Comète, & je l'ai comparée avec une Étoile de la huitième grandeur, dont j'ai déterminé la position en la comparant avec des Étoiles connues, son ascension droite est de $329^{\text{d}} 2' 29''$, & sa déclinaison, de $16^{\text{d}} 49' 3''$ boréale. A $6^{\text{h}} 2' 52''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de $38' 45''$; elle étoit inférieure de $6' 53''$: de ces différences & de la position de l'Étoile, il en résulte celle de la Comète en ascension droite, de $328^{\text{d}} 23' 44''$, & sa déclinaison, $16^{\text{d}} 42' 10''$ boréale.

Le ciel, continuellement couvert depuis le 30 Janvier, jusqu'au 4 Février : ce dernier jour, entre 6 & 7 heures du soir, je revis la Comète, le noyau très-brillant, sans être terminé, ce qui donneroit à penser qu'elle approche de son Périhélie : elle se trouvoit sur le parallèle de α de Pégase, à laquelle je la comparai deux fois ; la position de l'Étoile, pour le temps présent, étoit de $343^{\text{d}} 15' 11''$ d'ascension droite, & $13^{\text{d}} 56' 28''$ de déclinaison boréale. A $5^{\text{h}} 57' 53''$, temps vrai, la Comète pré-

cédoit l'étoile au fil horaire de $13^d 57' 30''$; elle étoit inférieure de $44' 50''$; j'ai conclu de ces différences, la position de la Comète en ascension droite, de $329^d 17' 41''$, & sa déclinaison de $13^d 11' 38''$ boréale.

Le 7, vers les 6 heures du soir, le ciel étant devenu serein; je revis la Comète que je comparai à deux étoiles, qui sont la trente-unième & la quarante-sixième de Pégase, suivant le Catalogue de Flamsteed, la quarante-sixième désignée par la lettre grecque ξ , cinquième grandeur, son ascension droite étant de $338^d 42' 43''$, & sa déclinaison, $10^d 58' 7''$ boréale. A $6^h 30' 23''$ temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $9^d 8' 52''$; elle étoit supérieure de $8' 8''$: de ces différences il résulte la position de la Comète en ascension droite, de $329^d 33' 51''$, & sa déclinaison est de $11^d 6' 15''$ boréale.

Le 8 au soir, le ciel parfaitement serein, j'observai la Comète, en la comparant avec les deux mêmes étoiles de Pégase que ci-dessus. A $6^h 16' 20''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile ξ de $9^d 3' 8''$; elle étoit inférieure à la même étoile de $31' 20''$: il en résulte la position de la Comète en ascension droite de $329^d 39' 35''$, & sa déclinaison de $10^d 26' 47''$ boréale.

Le 11 Février au soir, le ciel étoit devenu parfaitement serein, vers les cinq heures & demie: pour retrouver la Comète, j'avois examiné, sur une Carte céleste, le lieu où elle devoit être, en conséquence de son mouvement des jours précédens; l'étoile ϵ de Pégase de la troisième grandeur, devoit se trouver sur son parallèle ou fort approchant: ayant trouvé, par le moyen du télescope, cette étoile dans un grand crépuscule; j'observai son passage au fil horaire, & j'attendis ensuite celui de la Comète; $26' 11''$ de temps après le passage de l'étoile, la Comète y passa; je doutai si c'étoit elle, le noyau étoit très-brillant, sans presque aucune nébulosité, de sorte qu'elle ressembloit à une étoile, & ce n'a été que plusieurs jours après cette observation que j'ai reconnu que c'étoit la Comète elle-même; ayant observé la même étoile ϵ de Pégase, qui ne fut suivie d'aucune étoile, $26' 11''$ après son passage. J'aurois pu m'en assurer, le 11, sans une masse de cheminées qui se trouvent au couchant de mon Observatoire, qui sont élevées de

de 9 degrés & qui en ont 16 d'amplitude, la Comète se cachoit exactement derrière, dans un crépuscule assez grand; en sorte qu'il ne fut pas possible de la revoir dans la suite. La position de l'étoile ϵ de Pégase, pour le 11 Février, étoit de $323^{\text{d}} 8' 42''$ d'ascension droite, & $8^{\text{d}} 48' 17''$ de déclinaison boréale. A $6^{\text{h}} 14' 49''$, temps vrai, la Comète suivoit l'étoile de $6^{\text{d}} 32' 45''$; elle étoit inférieure de $14' 29''$: ces différences & la position de l'étoile, donnent celle de la Comète en ascension droite de $329^{\text{d}} 41' 27''$, & en déclinaison de $8^{\text{d}} 33' 48''$ boréale.

C'est au 11 Février que se sont terminées mes observations sur cette Comète; je ne compte plus la revoir ni le soir ni le matin, puisqu'elle va devenir de plus en plus australe, & qu'elle ne se lèvera le matin, que dans le crépuscule, où il ne sera pas possible de l'apercevoir.

Cette Comète m'a donné occasion de déterminer la position de treize étoiles qui n'étoient pas encore connues; on trouvera ces déterminations dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire.

Des deux Tables qui suivent ce Mémoire; la première contient les lieux de la Comète; les titres qui se trouvent au haut de chaque colonne en font voir l'usage. La Table seconde contient les ascensions droites & déclinaisons, tant des étoiles déterminées que de celles du Catalogue de Flamsteed, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.

M. Pingré, qui a calculé les élémens de cette Comète sur mes observations, a trouvé ce qui suit.

Éléments de la Comète de 1764.

Le nœud ascendant.....	Ω	$0^{\text{d}} 4' 33''$
L'inclinaison.....		$52. 53. 31$
Lieu du Périhélie.....	γ	$15. 14. 52$
Logarithme de la distance périhélie.....		$9,744462$

Passage par le périhélie, le 12 Février 1764, à $13^{\text{h}} 51' 36''$, temps moyen au méridien de Paris.

Son mouvement étoit rétrograde, c'est - à - dire, allant contre l'ordre des signes.

Voici une Table de comparaison de mes observations avec la

Mém. 1771.

T t t

théorie rapportée ci-dessus, que M. Pingré a calculée & qu'il m'a remise, pour être rapportée à la suite de ce Mémoire, avec la note qui suit cette Table.

JOURS du MOIS.	TEMPS vrai.	LONGITUDE observée.	LONGITUDE calculée.	DIFFÉR.	LATITUDE observée.	LATITUDE calculée.	DIFFÉR.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
1764.					Boréale.		
Janv. 3	9. 24. 33	Δ 11. 37. 16	Δ 11. 36. 54	—0. 22	72. 53. 48	72. 53. 37	—0. 11
10	16. 10. 39	≡ 29. 0. 38	≡ 29. 3. 35	+2. 57	60. 41. 41	60. 42. 55	+1. 14
11	6. 43. 27	X 0. 18. 22	X 0. 20. 33	+2. 11	58. 25. 17	58. 27. 10	+1. 53
	6. 43. 27	0. 18. 59	0. 20. 33	+1. 34	58. 26. 3	58. 27. 10	+1. 7
14 Joumieux	17. 7. 58	X 4. 23. 15	X 4. 26. 44	+3. 29	48. 8. 16	48. 14. 51	+6. 35
.....	4. 26. 47	4. 26. 44	—0. 2	48. 12. 29	48. 14. 51	+2. 22
15 Joumieux	5. 43. 14	4. 45. 10	4. 47. 53	+2. 43	46. 56. 31	47. 0. 26	+3. 55
.....	4. 48. 31	4. 47. 53	—0. 38	47. 0. 43	47. 0. 26	—0. 17
16	6. 35. 19	X 5. 22. 51	X 5. 22. 31	—0. 20	44. 44. 33	44. 44. 23	—0. 10
18	5. 40. 32	6. 9. 39	6. 11. 6	+1. 27	41. 4. 3	41. 4. 23	+0. 20
19	7. 42. 8	6. 29. 47	6. 29. 51	+0. 4	39. 19. 57	39. 19. 28	—0. 29
20	6. 50. 20	6. 43. 22	6. 43. 34	+0. 12	37. 56. 17	39. 54. 10	—2. 7
22	5. 49. 50	X 7. 0. 56	X 7. 2. 24	+1. 28	35. 20. 54	35. 20. 21	—0. 33
29	5. 50. 59	7. 7. 46	7. 9. 6	+1. 20	28. 25. 8	28. 27. 56	+2. 48
30	6. 2. 52	7. 1. 12	7. 4. 23	+3. 11	27. 36. 59	27. 39. 35	+2. 36
Février 4	5. 57. 53	6. 26. 10	6. 25. 57	—0. 13	24. 2. 24	24. 1. 25	—0. 59
7	6. 30. 23	X 5. 50. 20	X 5. 53. 4	+2. 44	22. 0. 9	22. 0. 9	0. 0
		5. 50. 9	5. 53. 4	+2. 55	22. 0. 8	22. 0. 9	+0. 1
8	6. 16. 20	5. 41. 16	5. 41. 5	—0. 11	21. 21. 25	21. 21. 15	—0. 10
		5. 41. 1	5. 41. 5	+0. 4	21. 21. 26	21. 21. 15	—0. 11
		5. 41. 1	5. 41. 5	+0. 4	21. 21. 26	21. 21. 15	—0. 11
11	6. 14. 49	X 4. 58. 48	X 5. 2. 25	+3. 37	19. 35. 38	19. 26. 0	—9. 38

Note de
M. Pingré.

« Cette dernière observation est moins certaine que les précédentes.

» Comme les observations du 14 & du 15, donnoient des
 » différences trop fortes, & qu'elles étoient l'une & l'autre fondées
 » sur la comparaison d'une même étoile avec la Comète, j'ai voulu
 » m'assurer de la position de cette étoile. J'avois sous la main
 » Doppel Mayer, qui place υ du Cygne à la fin de 1730 en X

3^d 34' 56". Latitude B. 47^d 31' 57". Donc, à la mi-Janvier « 1764, elle avoit 317^d 3' 36" d'ascension droite, & 33^d 58' 48" « de déclinaison : M. Messier suppose 317^d 3' 18" & 33^d 54' 0". « En faisant la correction comme je l'ai faite, les observations « s'accordent mieux avec la théorie. »

TABLE I. *Des lieux de la Comète de 1764, découverte de l'Observatoire de la Marine, le 3 Janvier, vers les 8 heures du soir, dans la constellation du Dragon; conclue de sa situation observée à l'égard des Étoiles.*

JOURS du Mois.	TEMPS VRAI.	Ascension droite observée.	DÉCLIN. observée boréale.	DIFFÉR. en Ascens. droite avec les Étoiles.	DIFFÉR. en Déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Letres de Bayer & N ^{os}	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Janv. 3	9. 24. 33	236. 29. 16	58. 32. 58	2. 53. 15 —	0. 39. 4 —	3	θ	du Dragon.
3	9. 45. 36	236. 39. 1	58. 33. 41	2. 43. 30 —	0. 38. 21 —	3	θ	la même.
3	10. 20. 52	237. 2. 1	58. 34. 25	2. 20. 30 —	0. 37. 37 —	3	θ	la même.
3	15. 5. 4	239. 45. 31	58. 51. 29	0. 23. 0 +	0. 20. 33 —	3	θ	la même.
3	15. 10. 20	239. 49. 31	58. 51. 38	0. 27. 0 +	0. 20. 24 —	3	θ	la même.
3	15. 49. 25	240. 12. 46	58. 53. 48	0. 50. 15 +	0. 18. 14 —	3	θ	la même.
3	18. 48. 55	241. 56. 1	59. 2. 54	2. 33. 30 +	0. 9. 8 —	3	θ	la même.
10	16. 10. 39	305. 57. 17	44. 23. 10	2. 23. 30 —	0. 3. 37 —	2	α	du Cygne.
10	16. 28. 34	306. 1. 47	44. 20. 3	2. 19. 0 —	0. 6. 44 —	2	α	la même.
10	16. 47. 24	306. 4. 32	44. 18. 13	2. 16. 15 —	0. 8. 34 —	2	α	la même.
10	18. 20. 53	306. 19. 17	44. 7. 30	2. 1. 30 —	0. 19. 17 —	2	α	la même.
10	18. 33. 53	306. 22. 2	44. 6. 14	1. 58. 45 —	0. 20. 33 —	2	α	la même.
11	6. 43. 27	308. 14. 21	42. 41. 45	2. 10. 0 —	0. 28. 57 —	6	56	du Cygne.
11	6. 43. 27	308. 14. 49	42. 41. 15	5. 50. 0 —	0. 18. 32 —	4	ξ	du Cygne.
11	7. 13. 51	308. 18. 47	42. 42. 35	0. 4. 30 +	0. 52. 6 —	8	1	déterminée.
11	7. 30. 54	308. 20. 17	42. 42. 35	0. 6. 0 +	0. 52. 6 —	8	1	la même.
11	17. 48. 13	309. 48. 57	41. 24. 47	1. 42. 0 —	0. 44. 9 +	8	2	déterminée.
11	18. 2. 11	309. 49. 27	41. 24. 3	1. 41. 30 —	0. 43. 25 +	8	2	la même.
11	18. 15. 45	309. 49. 57	41. 23. 29	1. 41. 0 —	0. 42. 51 +	8	2	la même.
11	18. 28. 33	309. 50. 42	41. 22. 54	1. 40. 15 —	0. 42. 16 +	8	2	la même.
14	17. 7. 58	316. 59. 44	34. 37. 35	0. 3. 34 —	0. 43. 35 +	5	υ	du Cygne.

JOURS du Mois.	TEMPS VRAI	Ascension droite observée.	DÉCLIN. observée boréale.	DIFFÉR. en Ascens. droite avec les Étoiles.	DIFFÉR. en Déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Letres de Bayer & N. ^o	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Janv. 14	17. 15. 24	317. 1. 14	34. 36. 58	0. 2. 4 —	0. 42. 58 +	5	v	du Cygne.
14	17. 21. 31	317. 1. 37	34. 36. 25	0. 1. 41 —	0. 42. 25 +	5	v	la même.
14	17. 37. 16	317. 2. 14	34. 35. 42	0. 1. 4 —	0. 41. 42 +	5	v	la même.
14	17. 38. 30	317. 2. 29	34. 34. 58	0. 0. 49 —	0. 40. 58 +	5	v	la même.
14	17. 40. 26	317. 2. 44	34. 33. 31	0. 0. 34 —	0. 39. 31 +	5	v	la même.
14	18. 32. 53	317. 5. 44	34. 30. 37	0. 2. 26 +	0. 36. 37 +	5	v	la même.
15	5. 43. 14	317. 53. 29	33. 39. 23	0. 50. 11 +	0. 14. 37 —	5	v	la même.
15	5. 47. 25	317. 53. 36	33. 39. 6	0. 50. 18 +	0. 14. 54 —	5	v	la même.
15	5. 53. 35	317. 53. 59	33. 38. 31	0. 50. 41 +	0. 15. 29 —	5	v	la même.
15	6. 33. 2	317. 57. 14	33. 34. 46	8. 47. 30 +	0. 28. 58 +	3	ε	du Cygne.
15	7. 13. 15	317. 59. 29	33. 31. 51	8. 49. 45 +	0. 26. 3 +	3	ε	la même.
15	7. 13. 15	317. 59. 44	33. 31. 50	0. 55. 30 +	0. 21. 10 —	5	v	du Cygne ci-dessus.
19	6. 35. 19	319. 28. 52	31. 51. 34	0. 3. 0 —	0. 35. 44 +	7	5	déterminée.
16	6. 46. 21	319. 30. 7	31. 50. 50	0. 1. 45 —	0. 35. 0 +	7	5	la même.
16	7. 19. 3	319. 31. 52	31. 48. 48	0. 0. 0	0. 32. 58 +	7	5	la même.
16	7. 26. 11	319. 32. 37	31. 48. 41	0. 0. 45 +	0. 32. 51 +	7	5	la même.
18	5. 40. 32	321. 52. 36	28. 45. 54	0. 24. 0 +	0. 14. 29 —	7	6	déterminée.
18	6. 17. 10	321. 54. 6	28. 44. 32	6. 10. 45 +	0. 31. 41 —	3	ζ	du Cygne.
18	7. 4. 45	321. 56. 21	28. 40. 52	6. 13. 0 +	0. 35. 21 —	3	ζ	la même.
19	7. 42. 8	322. 57. 8	27. 17. 25	0. 26. 45 —	0. 23. 49 —	4	μ	du Cygne.
20	6. 50. 20	323. 46. 38	26. 5. 33	0. 26. 30 +	0. 49. 47 —	8	7	déterminée.
22	5. 49. 50	325. 9. 52	23. 49. 1	1. 41. 15 +	0. 44. 31 —	4	κ	de Pégase.
22	6. 1. 6	325. 10. 7	23. 48. 1	1. 41. 30 +	0. 45. 31 —	4	κ	la même.
22	6. 11. 16	325. 10. 22	23. 47. 57	1. 41. 45 +	0. 45. 35 —	4	κ	la même.
29	5. 50. 59	328. 9. 59	17. 28. 48	0. 53. 0 —	0. 46. 18 —	7	9	déterminée.
29	6. 11. 30	328. 9. 29	17. 27. 3	0. 53. 30 —	0. 48. 3 —	7	9	la même.
30	6. 2. 52	328. 23. 44	16. 42. 10	0. 38. 45 —	0. 6. 53 —	8	8	déterminée.
Févr. 4	5. 57. 53	329. 17. 41	13. 11. 38	13. 57. 30 —	0. 44. 50 —	2	α	de Pégase.
7	6. 30. 23	329. 33. 51	11. 6. 15	9. 8. 52 —	0. 8. 8 +	5	ξ	de Pégase.
7	6. 30. 23	329. 33. 58	11. 6. 18	2. 54. 30 —	0. 4. 50 +	5	31	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 35	10. 26. 47	9. 3. 8 —	0. 31. 20 —	5	ξ	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 21	10. 26. 44	2. 49. 7 —	0. 34. 44 —	5	31	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 21	10. 26. 44	0. 7. 7 —	0. 2. 54 —	7	12	déterminée.
11	6. 14. 49	329. 41. 27	8. 33. 48	6. 32. 45 +	0. 14. 29 —	3	ε	de Pégase.

Nota. Le signe + qui est aux deux colonnes de cette Table, signifie qu'il faut ajouter ces différences aux positions des Étoiles avec lesquelles la Comète aura été comparée, pour déduire celle de la Comète; il en fera de même du signe — à ôter.

TABLE II. *des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles, tant de celles que j'ai déterminées, que de celles du catalogue de Flamsteed, qui ont servi à connoître les positions de la Comète, découverte le 3 Janvier 1764, vers les huit heures du soir, réduites au temps des Observations.*

Lettres de Bayer & numéro.	Grandeur des Étoiles.	ASCENSION droite.	Déclinaison boréale.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
		D. M. S.	D. M. S.	
θ.	4	239. 22. 31	59. 12. 2	Étoile du Dragon; Comète comparée le 3 Janvier au soir, & le 4 au matin.
1	8	308. 14. 17	43. 34. 41	Comète comparée le 11 Janvier au soir.
α	2	308. 20. 47	44. 26. 47	du Cygne; Comète comparée le même jour au matin.
ε	3	309. 9. 44	33. 5. 48	du Cygne; Comète comparée le 15 Janvier au soir.
56.	6	310. 24. 21	43. 10. 42	du Cygne; Comète comparée le 11 Janvier au soir.
2	8	311. 30. 57	40. 40. 38	déterminée; Comète comparée le 12 Janvier au matin.
3	4	314. 4. 49	42. 59. 47	du Cygne; Comète comparée le 11 Janvier au soir.
γ	3	315. 43. 21	29. 16. 13	du Cygne; Comète comparée le 18 Janvier au soir.
υ	5	317. 3. 18	33. 54. 0	du Cygne; Comète comparée le 15 Janv. matin & soir.
3	9	318. 39. 33	33. 16. 1	déterminée.
4	9	319. 8. 3	32. 36. 13	déterminée; Comète comparée le 16 Janvier au soir.
5	7	319. 31. 52	31. 15. 50	déterminée; Comète comparée le même jour au soir.
6	7	321. 28. 36	29. 0. 23	déterminée; Comète comparée le 18 Janvier au soir.
ε	3	323. 8. 42	8. 48. 17	de Pégaſe; Comète comparée le 11 Février au soir.
7	8	323. 19. 8	26. 55. 20	déterminée; Comète comparée le 20 Janvier au soir.
μ	4	323. 23. 53	27. 41. 14	du Cygne; Comète comparée le 19 Janvier au soir.
κ	4	323. 28. 37	24. 33. 34	de Pégaſe; Comète comparée le 22 Janvier au soir.
8	8	329. 2. 29	16. 49. 3	déterminée, en la comparant à l'Étoile treizième de Pégaſe; la ſuivante auffi.
9	7	329. 2. 59	18. 15. 6	déterminée; Comète comparée le 29 & le 30 Janv. au soir.
10	7	329. 43. 41	13. 29. 12	déterminée.
11	9	329. 45. 44	17. 34. 35	déterminée.
12	7	329. 46. 28	10. 29. 38	déterminée; Comète comparée le 8 Février au soir.
13	7	330. 53. 21	11. 3. 44	déterminée.
31	5	332. 28. 28	11. 1. 28	de Pégaſe; Comète comparée le 7 Février au soir.
35	5	338. 42. 43	10. 58. 7	de Pégaſe; Comète comparée le 7 & le 8 Février au soir.
α	2	343. 15. 11	13. 56. 28	de Pégaſe; Comète comparée le 4 Février au soir.



S U I T E D U
 V O Y A G E F A I T P A R O R D R E D U R O I ,
 E N 1751 ,
 à la Côte d'Espagne.

P R E M I È R E P A R T I E .

S E C T I O N S E C O N D E ,

*Qui comprend les Observations de Latitude, de Longitude,
 & leurs résultats.*

A R T I C L E P R E M I E R .

*Vérification de l'instrument à Vigo, & détermination de la
 Latitude de cette ville & des îles de Bayonne.*

P a r M . D E B O R Y .

ON fait que de la connoissance de l'erreur des instrumens avec lesquels on observe, dépend la précision des Observations; c'est ce qui m'a déterminé à vérifier souvent la position des deux lunettes de mon sextant.

J'ai fait faire à Vigo la vérification de la lunette centrale par des Observations suivantes au zénith.

Le 26 Août 1751.

Hauteur méridienne de la Luifante de la Lyre (le limbe vers l'orient) 86^d 16' 0"

Le 28 Août.

Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'occid.)	93. 34. 40
Somme	179. 50. 40
Moitié	89. 55. 20
Distance au zénith	0. 4. 40

L'erreur de cette lunette est de $0^d 4' 40''$ additive: il faut donc ajouter $0^d 4' 40''$ aux hauteurs observées, & que je vais rapporter.

A V E R T I S S E M E N T.

La déclinaison du Soleil est prise dans le livre de la Connoissance des Temps, en supposant le lieu de l'observation plus occidental de $43'$ de temps pour Vigo, & $46'$ pour Mouros. Les réfractions & les demi-diamètres du Soleil sont tirés du même livre.

Les déclinaisons des Étoiles sont corrigées par toutes les corrections nécessaires, telles que l'aberration, la nutation, la deviation.

Le 25 & le 26 Août 1751.

Hauteur méridienne de la Luifante de la Lyre.	86 ^d 16' 0"
Déclinaison.	38. 24. 26
Hauteur du pôle.	42. 13. 54
Hauteur méridienne de la Claire de l'Aigle.	55. 56. 50
Déclinaison.	8. 14. 14
Hauteur du pôle.	42. 13. 13

Le 26 Août.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil.	58. 27. 30
Déclinaison.	10. 29. 32
Hauteur du Pôle.	42. 13. 46

Le 27 Août.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil.	58. 4. 30
Déclinaison.	10. 8. 23
Hauteur du pôle.	42. 15. 38

Le 28 Août.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil.	57. 44. 30
Déclinaison.	9. 47. 12
Hauteur du pôle.	42. 14. 27
Hauteur moyenne de mon Observatoire.	42. 14. 25

Pour déterminer la position de Vigo, & celle du milieu des

îles de Bayonne, j'ai eu recours à des plans conservés au Dépôt de la Marine.

La ville de Vigo étant plus Sud que mon Observatoire, j'ai pour sa latitude $42^{\text{d}} 12' 20''$. Les îles de Bayonne étant aussi plus Sud, leur milieu sera par $42^{\text{d}} 10' 30''$.

ARTICLE SECOND.

Vérification de l'instrument près de Mouros.

Résolu de vérifier mon instrument, par des observations au zénith, je m'attachai à surmonter tous les obstacles. La Queue du Cygne, & la Luifante de la Lyre étoient fort propres à mon dessein. Parmi le grand nombre de passages que j'ai observés de ces étoiles, j'en ai choisi deux de la première, & autant de la seconde: ces derniers sont d'autant plus exacts qu'ils sont arrivés pendant le crépuscule, & qu'il n'étoit pas nécessaire d'éclairer les fils du réticule de la lunette.

Le 13 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne (le limbe vers l'occident)	88 ^d 15' 0"
--	------------------------

Le 15 Octobre.

Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'orient).	91. 34. 40
Déclinaison de la même	44. 24. 39
Somme	179. 49. 40
Moitié	89. 54. 50
Distance au zénith	0. 5. 10

Le 22. Septembre. & le 7. Octobre.

Hauteur méridienne de la Luifante de la Lyre (le limbe vers l'orient)	85. 44. 15
Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'occid.)	94. 5. 30
Déclinaison de la même	38. 34. 25
Somme	179. 49. 45
Moitié	89. 54. 52 $\frac{1}{2}$
Distance au zénith	0. 5. 7 $\frac{1}{2}$

Je

Je n'ignorois pas que la réussite de ces opérations étoit fort incertaine, & pour vérifier la même lunette je pris des hauteurs méridiennes d'étoiles, les unes dans le Nord, les autres dans le Sud, afin que cette seconde méthode pût servir au lieu de l'autre. C'est pour cela que j'ai, dans la même nuit, fait les observations dont voici la combinaison.

RECHERCHE de l'erreur de la lunette centrale, par des hauteurs méridiennes d'étoiles, prises dans le Nord & dans le Sud, & purgées de la réfraction.

Le 3 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de la Claire de l'Aigle.....	55 ^d 24' 30"
Réfraction.....	0. 0. 41
Hauteur corrigée.....	55. 23. 49
Complément.....	34. 36. 11

Le 3 & le 12 Octobre.

Hauteur méridienne de la Polaire.....	44. 43. 0
Réfraction.....	0. 1. 0
Hauteur corrigée.....	44. 42. 0
Complément.....	45. 18. 0
Somme des compléments.....	79. 54. 11
Déclinaison de la Polaire septentrionale.....	87. 58. 35
Déclinaison de la Claire de l'Aigle.....	8. 14. 15
Distance vraie des deux Étoiles.....	79. 44. 20
Distance observée.....	79. 54. 11
Différence.....	0. 9. 41
Moitié ou Erreur d'instrument.....	0. 4. 55 $\frac{1}{2}$

Cette erreur doit être ajoutée aux hauteurs observées, parce que si les compléments sont trop grands, les hauteurs sont trop petites; c'est sur cette erreur qu'ont été corrigées les hauteurs méridiennes qui seront rapportées à l'article de la Latitude.

*RECHERCHE de l'Erreur de la lunette perpendiculaire
par le renversement.*

Cette opération est, comme on fait, fort difficile, & pour y réussir il faut le concours de plusieurs circonstances : elle exige non-seulement un terrain fort solide, mais un air tout-à-fait calme, & un objet à l'horizon, éloigné de 8 à 900 toises au moins, sur lequel on puisse pointer la lunette. Si dans les deux situations elle n'est pas également élevée au-dessus de terre, il faut encore avoir égard à cette différence de hauteur. Je n'étois pas obligé de faire cette dernière attention ; la lunette tournoit sur le genou auquel elle étoit adaptée, & qui lui sert de pivot.

Au large du cap Finistère, je voyois un Îlot fort reconnoissable. J'en voyois un pareil en dehors du mont Lauro. Quoique l'un & l'autre m'aient servi à l'opération du renversement, j'ai préféré la vérification sur l'Îlot du cap Finistère, parce que l'objet étoit plus éloigné, & les circonstances favorables au dernier point.

Le 8 Octobre, le temps étoit fort beau, on ne sentoît pas une haleine de vent, je pointai la lunette sur l'Îlot du cap Finistère, & j'avois,

L'instrument droit.....	90 ^d	3'	50"
renversé.....	89.	58.	10
Somme.....	180.	2.	0
Moitié.....	90.	1.	0
Donc il baisse de.....	0.	1.	0

C'est sur cette erreur que j'ai corrigé dix hauteurs méridiennes du Soleil & trois de Fomahaut, prises avec cette lunette.

ARTICLE TROISIÈME.

Observations de Latitude sur la pointe de l'Ancradyro.

Si la multitude des hauteurs méridiennes peut servir à constater la latitude, il me semble que dorénavant il ne doit y avoir guère

de doute sur celle de l'Ancradoyro. Vingt-trois hauteurs méridiennes d'étoiles & dix du Soleil, doivent suffire pour la précision qu'exige la Géographie. Je mets ici d'abord les observations faites avec la lunette centrale, puis celles faites avec la lunette perpendiculaire.

1.° *Hauteurs méridiennes prises par la lunette centrale, dont l'erreur est connue de 4' 55".*

Le 22 Septembre 1751.

Hauteur méridienne du Soleil.....	47 ^d 49' 30"
Hauteur du pôle.....	42. 45. 24
Hauteur méridienne de la Lyre.....	85. 44. 30
Déclinaison.....	38. 34. 24
Hauteur du pôle.....	42. 45. 15

Le 23 Septembre.

Hauteur méridienne du Soleil.....	47. 25. 32
Hauteur du pôle.....	42. 45. 9
Hauteur méridienne de l'Aigle.....	55. 25. 15
Déclinaison.....	8. 14. 14
Hauteur du pôle.....	42. 44. 59

Le 25 Septembre.

Hauteur méridienne de l'Aigle.....	55. 24. 55
Déclinaison.....	8. 14. 14
Hauteur du pôle.....	42. 44. 10

Le 3 Octobre.

Hauteur méridienne de l'Aigle.....	55. 24. 30
Hauteur du pôle.....	42. 45. 34

Les 3 & 7 Octobre.

Hauteur méridienne de γ de Cassiopée.....	73. 19. 30
Déclinaison.....	59. 22. 3
Hauteur du pôle.....	42. 46. 10

V u u ij

Suite des 3 & 7 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de β de Cassiopée.....	74 ^d	54'	30"
Déclinaison.....	57.	46.	50
Hauteur du pôle.....	42.	45.	59

Les 3 & 12 Octobre.

Hauteur méridienne de la Polaire.....	44.	43.	0
Déclinaison.....	87.	58.	35
Hauteur du pôle.....	42.	45.	25

Le 6 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne.....	88.	16.	8
Déclinaison.....	44.	24.	39
Hauteur du pôle.....	42.	45.	40

Le 7 Octobre.

Hauteur méridienne de la Lyre.....	85.	44.	15
Déclinaison.....	38.	34.	26
Hauteur du pôle.....	42.	45.	21
Hauteur méridienne de l'Aigle.....	55.	24.	55
Déclinaison.....	8.	14.	15
Hauteur du pôle.....	42.	44.	56

Les 7 & 12 Octobre.

Hauteur méridienne de Markab Pégase.....	61.	3.	30
Déclinaison.....	13.	52.	46
Hauteur du pôle.....	42.	44.	54

Les 12 & 14 Octobre.

Hauteur méridienne de la Lyre.....	94.	5.	30
Déclinaison.....	38.	34.	26
Hauteur du pôle.....	42.	44.	55

Le 12 Octobre.

Hauteur méridienne de β de Cassiopée.....	74.	52.	30
---	-----	-----	----

Suite du 12 Octobre 1751.

Déclinaison	57 ^d 46' 50"
Hauteur du pôle	42. 43. 59
Hauteur méridienne de γ de Cassiopée	73. 18. 30
Déclinaison	59. 22. 3
Hauteur du pôle	42. 45. 10

Le 13 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne	88. 15. 0
Déclinaison	44. 24. 39
Hauteur du pôle	42. 44. 32

Le 15 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne	91. 34. 40
Déclinaison	44. 24. 39
Hauteur du pôle	42. 45. 2
Hauteur méridienne de la Tête d'Andromède	74. 53. 30
Déclinaison	27. 43. 23
Hauteur du pôle	42. 45. 14

2.^o *Hauteurs méridiennes prises avec la lunette perpendiculaire, dont l'erreur est d'une minute.*

Le 30 Septembre.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil	44 ^d 45' 10"
Hauteur du pôle	42. 45. 11

Les 23 Septembre, 3 & 5 Octobre.

Hauteur méridienne de Fomahaut	16. 21. 0
Déclinaison... { 23 Septembre	30. 44. 40
4 Octobre	30. 44. 42
Hauteur du pôle	42. 45. 39

Le 6 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil	42. 25. 55
Hauteur du pôle	42. 44. 52

Le 12 Octobre 1751.

Hauteur méridienne du Soleil.....	40 ^d 8' 30"
Hauteur du pôle.....	42. 45. 16

Le 13 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil.....	39. 45. 40
Hauteur du pôle.....	42. 45. 10

Le 14 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil.....	39. 23. 0
Hauteur du pôle.....	42. 45. 26

Le 15 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil.....	39. 1. 0
Hauteur du pôle.....	42. 45. 18
La plus grande hauteur du pôle, selon le Soleil, est..	42. 45. 30
La plus petite est.....	42. 44. 52
La moyenne.....	42. 45. 11
La plus grande hauteur du pôle, selon les Étoiles, est..	42. 46. 10
La plus petite est.....	42. 43. 59
La différence est.....	0. 2. 11
La moitié.....	0. 1. 5 $\frac{1}{2}$
qui ajoutée à la plus petite.....	42. 43. 59
donne.....	42. 45. 4 $\frac{1}{2}$
Si à présent on prend encore un moyen entre le Soleil & les Étoiles, on aura pour hauteur vraie de ma tente.	42. 45. 8

Si on aimoit mieux employer pour la vérification de l'instrument l'erreur de 5' 10", trouvée par la vérification du zénith, on auroit pour hauteur moyenne, de la tente sous laquelle j'observois, 42^d 45' 16". Ces deux résultats, si conformes entr'eux, me paroissent assurer la latitude de la pointe de l'Ancradoyro.

ARTICLE QUATRIÈME.

*Observations de Latitude proche le cap Ortegale.**Vérification de la lunette perpendiculaire par le renversement.*

La répétition de cette opération étoit nécessaire pour constater l'état de la lunette, qui pouvoit avoir été altérée par le transport.

Au large de Stanques de Varres est un îlot, éloigné de trois lieues & demie de la pointe où j'étois. Je le distinguois parfaitement, j'y pointois la lunette perpendiculaire de la façon suivante.

L'instrument étant droit, le fil-à-plomb battoit sur . . .	90 ^d	3'	10"
L'instrument renversé, le fil - à - plomb battant sur le centre	89.	58.	10
Somme	180.	1.	20
Moitié	90.	0.	40
Erreur dont la lunette baisse	0.	0.	40

Cette opération me fit remarquer que l'erreur de cette lunette n'étoit pas constante : elle étoit à Paris, au commencement de 1751, en plus de 0^d 1' 35", de-là elle étoit venue à 1' 20"; à présent elle étoit de 0' 40". C'est sur elle que j'ai corrigé les hauteurs méridiennes suivantes, pour déduire la latitude de la pointe de Saint-Carins.

Le 4 Novembre.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil	31 ^d	9'	45
Hauteur du pôle	43.	44.	18
Hauteur méridionale de Sirius	29.	52.	50
Déclinaison	16.	23.	57
Hauteur du pôle	43.	44.	36
Hauteur méridionale de δ au dos du grand Chien . . .	20.	15.	55
Déclinaison	26.	0.	58
Hauteur du pôle	43.	44.	55
Hauteur méridienne de Procyon	52.	5.	30
Déclinaison	4.	50.	28
Hauteur du pôle	43.	45.	51

Le 5 Novembre 1751.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil.....	30 ^d 50' 55"
Hauteur du pôle	43. 44. 42
Hauteur moyenne.....	<u>43. 44. 42</u>

Quoique je n'aie pu répéter les observations des étoiles, je ne suis pas moins assuré de leur exactitude; la conformité du résultat en est la preuve. Il n'est pas extraordinaire de trouver une différence de 30 ou 40" entre des observations faites en voyageant.

ARTICLE CINQUIÈME.

Observations de Longitude.

Les moyens dont on se sert pour déterminer la latitude d'un lieu sont d'un usage très-fréquent & très-facile. Il n'en est pas de même des méthodes pour déterminer la longitude; elles sont plus rares & plus difficiles. J'en ai tenté quelques-unes; mais les seules éclipses des Satellites de Jupiter m'ont réussi.

Une observation de cette espèce près de Vigo, & cinq près de Mouros, serviront à déterminer la longitude de ces endroits & du Cap Finistère. Ces observations ne sont utiles que quand on a une connoissance exacte du temps vrai auquel on les a faites: pour y réussir, j'ai pris souvent des hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, j'en ai déduit la marche de l'horloge.

OBSERVATION de Longitude près de Vigo.

Immersion du second Satellite de Jupiter.

Le 24 Août

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme.</i>	<i>Moitié.</i>
38 ^d 40' 0"	8 ^h 45' 48"	3 ^h 5' 15"	23 ^h 51' 3"	11 ^h 55' 31" ^{$\frac{1}{2}$}
39. 0. 0	8. 47. 53	3. 3. 10	23. 51. 3	11. 55. 31 ^{$\frac{1}{2}$}
39. 30. 0	8. 50. 49	3. 0. 12	23. 51. 1	11. 55. 30 ^{$\frac{1}{2}$}
40. 0. 0	8. 53. 52	2. 57. 13	23. 51. 5	11. 55. 32 ^{$\frac{1}{2}$}

Midi

Midi moyen.....	11 ^h 55' 31"
Équation.....	0. 0. 11
Midi vrai.....	11. 55. 42

Le même jour, j'observai une immersion du second Satellite de Jupiter avec une bonne lunette de 15 pieds: elle étoit solidement appuyée: le temps étoit clair & serein; il ne faisoit point de vent; j'entendois battre la pendule, dont je comptois les vibrations.

Heure de l'observation de la pendule..... 15^h 8' 45"

Le 25 Août 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	Le matin.	Le soir.	Somme.	Moitié.
37 ^d 0' 0"	8 ^h 36' 53"	3 ^h 12' 37"	23 ^h 49' 30"	11 ^h 54' 45
37. 20. 0	8. 38. 51	3. 10. 39	23. 49. 30	11. 54. 45
38. 0. 0	8. 42. 46	3. 6. 44	23. 49. 30	11. 54. 45
Midi moyen.....				11. 54. 45
Équation.....				0. 0. 11
Midi vrai.....				11. 54. 56
Midi vrai le 24.....				11. 55. 42
Différence.....				0. 0. 46

Je voulois m'assurer plus parfaitement de la marche de ma pendule: le 27 je pris les hauteurs qui suivent.

Le 27 Août 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	Le matin.	Le soir.	Somme.	Moitié.
29 ^d 40' 0"	7 ^h 56' 16"	3 ^h 50' 5"	23 ^h 46' 21"	11 ^h 53' 10 ¹ / ₂
30. 0. 0	7. 58. 6	3. 48. 15	23. 46. 21	11. 53. 10 ¹ / ₂
30. 20. 0	8. 0. 7	3. 46. 18	23. 46. 25	11. 53. 12 ¹ / ₂
30. 40. 0	8. 1. 56	3. 44. 33	23. 46. 29	11. 53. 14 ¹ / ₂
31. 0. 0	8. 3. 41	3. 42. 43	23. 46. 24	11. 53. 12
Midi moyen.....				11. 53. 12

Mém. 1771.

XXX

Équation.....	0. 0. 12'
Midi vrai.....	11 ^h 53' 24"
Midi vrai le 24.....	11. 55. 42
Différence pour trois jours.....	0. 2. 18
pour un jour.....	0. 0. 46

C'est sur ce retardement journalier de 46", dont je ne pouvois douter, que j'ai conclu l'heure vraie de l'immersion du second Satellite de Jupiter.

Heure à la pendule.....	15 ^h 8' 45"
A midi le 24, la pendule retarde de.....	0. 4. 18
En quinze heures, elle retarde de.....	0. 0. 29
L'heure vraie de l'immersion est donc.....	15. 13. 32

Observations de Longitude près de Mouros.

1.° Immersion du troisieme Satellite de Jupiter, le 7 Octobre.

2.° L'émerfion du même.

Le 7 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, pour régler l'Horloge.

Hauteurs.	Le matin.	Le soir.	Somme.	Moitié.
30 ^d 40' 0"	9 ^h 14' 45"	2 ^h 24' 7"	23 ^h 38' 52"	11 ^h 49' 26"
30. 50. 0	9. 16. 1	2. 22. 49	23. 38. 50	11. 49. 25
31. 0. 0	9. 17. 18	2. 21. 34	23. 38. 52	11. 49. 26
31. 10. 0	9. 18. 38	2. 20. 16	23. 38. 54	11. 49. 27
31. 20. 0	9. 19. 55	2. 19. 0	23. 38. 54	11. 49. 27
Midi moyen.....				11. 49. 26
Équation.....				0. 0. 16
Midi vrai.....				11. 49. 42

Le même jour, j'observai avec la lunette de 15 pieds une immersion du troisieme Satellite dans l'ombre de Jupiter; le ciel étoit beau, & l'air calme.

Heure à la pendule..... 9^h 26' 40"

Le temps continuoit d'être favorable; avec la même lunette j'observai l'émerfion du même Satellite,

Heure à la pendule..... 11^h 12' 52"

Heure de l'immerfion..... 9. 26. 40

Durée dans l'ombre..... 1. 46. 12

Le 8 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme.</i>	<i>Moyen.</i>
22 ^d 10' 0"	8 ^h 18' 4	3 ^h 20' 0"	23 ^h 38' 4"	11 ^h 49' 2"
22. 20. 0	8. 19. 7	3. 18. 57	23. 38. 4	11. 49. 2
22. 40. 0	8. 21. 13	3. 16. 51	23. 38. 4	11. 49. 2
22. 50. 0	8. 22. 16	3. 15. 47	23. 38. 3	11. 49. 1 $\frac{1}{2}$
23. 0. 0	8. 23. 23	3. 14. 42	23. 38. 5	11. 49. 2 $\frac{1}{2}$
	Midi moyen			11. 49. 2
	Équation.....			0. 0. 17
	Midi vrai			11. 49. 19
	Midi vrai le 7			11. 49. 22
	Différence.....			0. 0. 23
Heure de l'immerfion à la pendule.....				9. 26. 40
Le 7 à midi, la pendule retardoit de.....				0. 10. 18
En neuf heures elle a retardé de.....				0. 0. 9
Heure vraie de l'immerfion.....				9. 37. 7
Le même jour, heure de l'émerfion, à la pendule...				11. 12. 52
Le 7 à midi, la pendule retardoit de.....				0. 10. 18
En onze heures, elle a retardé de.....				0. 0. 11
Donc, vraie heure de l'émerfion.....				11. 23. 21

3.^o *Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.*

Le 13 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme.</i>	<i>Moitié.</i>
25 ^d 20' 0"	9 ^h 6' 7"	3 ^h 5' 31"	24 ^h 11' 38"	0 ^h 5' 49"
25. 30. 0	9. 7. 19	3. 4. 21	24. 11. 40	0. 5. 50
25. 40. 0	9. 8. 28	3. 3. 10	24. 11. 38	0. 5. 49
25. 50. 0	9. 9. 40	3. 2. 0	24. 11. 40	0. 5. 50
26. 0. 0	9. 10. 52	3. 0. 48	24. 11. 40	0. 5. 50
26. 10. 0	9. 12. 3	2. 49. 37	24. 11. 38	0. 5. 49
Midi moyen				0. 5. 49 $\frac{1}{2}$
Équation				0. 0. 17
Midi vrai				0. 6. 6 $\frac{1}{2}$

Le même jour, le ciel étoit fin, j'observai avec une lunette de 15 pieds, une immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter. Le Satellite s'éclipsa au quart du diamètre de sa Planète.

Heure à la pendule 17^h 43' 58"

Le 14 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme.</i>	<i>Moitié.</i>
27 ^d 20' 0"	9 ^h 22' 26"	2 ^h 48' 16"	24 ^h 10' 42"	0 ^h 5' 21"
27. 50. 0	9. 26. 14	2. 44. 28	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 0. 0	9. 27. 30	2. 43. 12	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 10. 0	9. 28. 46	2. 41. 56	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 20. 0	9. 30. 4	2. 40. 38	24. 10. 42	0. 5. 21
Midi moyen				0. 5. 21
Équation				0. 0. 16
Midi vrai				0. 5. 37
Midi vrai le 13				0. 6. 6 $\frac{1}{2}$
Différence				0. 0. 29 $\frac{1}{2}$

Réduction en temps vrai de l'immersion du 13 Octobre.

Heure à la pendule, le 13.....	17 ^h 43' 58 ⁿ
A midi la pendule avançoit de.....	0. 6. 6 $\frac{1}{2}$
Heure corrigée.....	17. 37. 51 $\frac{1}{2}$
En dix-sept heures, elle a retardé de.....	0. 0. 22 $\frac{1}{2}$
Donc, heure vraie.....	17. 38. 14

4.^o Immersion du troisième Satellite dans l'ombre de Jupiter, le 14 Octobre 1751.

Le ciel étoit beau, mais il faisoit beaucoup de vent : j'employai une lunette de 12 pieds. Le Satellite s'éclipsa au quart du diamètre de la Planète.

Heure à la pendule..... 13^h 44' 25"

Le 15 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme</i>	<i>Moyen.</i>
27 ^h 50' 0"	9 ^h 28' 8"	2 ^h 41' 31"	24 ^h 9' 39"	0 ^h 4' 49" $\frac{1}{2}$
28. 0. 0	9. 29. 27	2. 40. 16	24. 9. 43	0. 4. 51 $\frac{1}{2}$
28. 10. 0	9. 30. 44	2. 38. 57	24. 9. 41	0. 4. 50 $\frac{1}{2}$
28. 20. 0	9. 32. 3	2. 37. 38	24. 9. 41	0. 4. 50 $\frac{1}{2}$
28. 30. 0	9. 33. 20	2. 36. 20	24. 9. 40	0. 4. 50
Midi moyen.....				0. 4. 50 $\frac{1}{2}$
Équation.....				0. 0. 16
Midi vrai.....				0. 5. 6 $\frac{1}{2}$
Midi vrai le 14.....				0. 5. 37
Différence.....				0. 0. 30 $\frac{1}{2}$

Réduction en temps vrai de l'Observation du 14 Octobre.

Heure à la pendule.....	13 ^h 44' 25"
A midi, la pendule avançoit de.....	0. 05. 37
Première correction.....	13. 38. 48
En treize heures, elle a retardé de.....	0. 0. 17
Donc, heure vraie de l'immersion.....	13. 39. 5

534 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le ciel étoit fin & serein; il ne faisoit pas un souffle de vent: les circonstances les plus favorables étoient réunies. J'observai avec la lunette de 15 pieds l'immersion du premier Satellite de Jupiter, qui me parut s'éclipser à un cinquième du diamètre de la Planète.

Heure à la pendule..... 12^h 13' 32"

Le 16 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

<i>Hauteurs.</i>	<i>Le matin.</i>	<i>Le soir.</i>	<i>Somme.</i>	<i>Moitié.</i>
27 ^h 30' 0"	9 ^h 30' 13"	2 ^h 38' 38"	24 ^h 8' 51"	0 ^h 4' 25 ¹ / ₂ "
28. 0. 0	9. 31. 30	2. 37. 21	24. 8. 51	0. 4. 25 ¹ / ₂ "
28. 10. 0	9. 32. 50	2. 35. 59	24. 8. 49	0. 4. 24 ¹ / ₂ "
28. 20. 0	9. 34. 9	2. 34. 42	24. 8. 51	0. 4. 25 ¹ / ₂ "
28. 30. 0	9. 35. 29	2. 33. 19	24. 8. 48	0. 4. 24
Midi moyen.....				0. 4. 25
Équation.....				0. 0. 16
Midi vrai.....				0. 4. 41
Midi vrai le 15.....				0. 5. 6 ¹ / ₂ "
Différence.....				0. 0. 25 ¹ / ₂ "

Réduction en temps vrai de l'Observation du 15 Octobre.

Heure à la pendule.....	12 ^h 13' 32"
Le 15 à midi, la pendule avançoit de.....	0. 5. 6 ¹ / ₂ "
Première correction.....	12. 8. 25 ¹ / ₂ "
En douze heures, la pendule a retardé de.....	0. 0. 12 ¹ / ₂ "
Donc, heure vraie de l'immersion.....	12. 8. 38

ARTICLE SIXIÈME.

Détermination de la Longitude de Vigo, & de celle de Mouras.

Si les observations des éclipses des Satellites de Jupiter, que l'on vient de rapporter, avoient leurs correspondantes faites dans quelque Observatoire connu, on concludroit directement la

différence de longitude entre le Méridien de cet Observatoire, & celui sous lequel j'étois.

A leur défaut, je ferai usage des observations les plus voisines, que M. Bouguer & M. de l'Isle ont bien voulu me communiquer. Je les comparerai avec les Tables de M. Wargentin, dont elles me feront connoître l'erreur: de ces Tables ainsi rectifiées, je déduirai la différence des Méridiens.

Je commence par l'immersion du second Satellite, observée près de Vigo le 24 d'Août: elle ne l'a été dans aucun endroit, que je sache; mais sept jours auparavant on a observé, sans aucun empêchement, à $2^h 22' 33''$ l'immersion de ce second Satellite à Hernofand, ville de Suède, située dans l'Ingermanie, par $62^d 40'$ de latitude, & à $1^h 21' 20''$ à l'orient du Méridien de Paris; ce qui supposeroit que cette immersion seroit arrivée ce jour-là à Paris à $1^h 20' 13''$.

La même Éclipse a été observée à Marseille, par M. l'Abbé Pézenas (assez exactement) à $1^h 33' 8''$, dans la maison de Sainte-Croix des Jésuites, située $12' 12''$ à l'orient du Méridien de Paris. Ce seroit donc pour cette dernière ville à $1^h 20' 56''$. Maintenant, si l'on prend un milieu entre l'observation d'Hernofand & celle de Marseille, l'immersion de ce second Satellite aura dû se faire à Paris le 17 Août à $1^h 20' 35''$. Malgré l'attention qu'y portoitent, dans cette dernière Ville, M. Maraldi, à l'Observatoire royal; & M. de l'Isle, au collège de Clugny, ils ne furent pas assez heureux pour voir ni l'immersion ni l'émergence de ce Satellite, qui toutes deux devoient être visibles ce jour-là. Selon les Tables de M. Wargentin, l'immersion auroit dû arriver à Paris le 17 d'Août à $13^h 20' 52''$; c'est-à-dire 17 secondes plus tard qu'elle n'a dû y être observée. Si je suppose, pour le 24 Août suivant, la même différence entre les Tables & l'observation,

L'immersion de ce même Satellite y sera arrivée à	$15^h 56' 39''$
Près de Vigo, elle est arrivée à	$15. 13. 32$
La différence des Méridiens sera	$0. 43. 7$
En degrés, ce sera	$10. 46. 45$

Mais Vigo étoit plus occidental que mon Observatoire de $0^h 0' 4''$. Vigo fera donc à l'ouest du Méridien de Paris, de $0^h 43' 11''$, ou de $10^d 47' 45''$.

Voilà pour la longitude de Vigo : quant à celle de l'Ancradoyro, nous avons cinq observations pour la déterminer.

Les deux premières sont du 7 Octobre : ce jour-là j'observai l'immersion & l'émergence du troisième Satellite. Ces deux phases ont leurs correspondantes observées par M. Maraldi avec une lunette de 14 pieds. Cet Astronome étoit à Thury, qui est de 6 secondes de temps à l'occident de Paris.

Il a marqué l'immersion à $10^h 22' 3''$; ce qui fait, pour Paris, $10^h 22' 9''$; & l'émergence à $12^h 8' 16''$; ce qui fait, pour Paris, $12^h 8' 22''$. La durée dans l'ombre a donc été de $1^h 46' 13''$, & celle que j'ai observée a été de $1^h 46' 14''$; c'est-à-dire sensiblement la même. M. Cassini de Thury a observé seulement l'immersion de ce troisième Satellite à Paris avec une lunette de 18 pieds ; ça été à $10^h 22' 30''$; ce qui peut se réduire à $10^h 22' 25''$, si cet Astronome eût eu une lunette de 15 pieds seulement.

Immersion observée à Paris, par M. Maraldi, le 7 Octob.	$10^h 22' 9''$
Immersion observée sur la pointe de l'Ancradoyro	$9. 37. 7$
Différence des Méridiens	$0. 45. 2$
Émergence à Paris le même jour	$12. 8. 22$
Émergence sur la pointe de l'Ancradoyro	$11. 23. 21$
Différence des Méridiens	$0. 45. 1$
Immersion par M. de Thury, à Paris,	$10. 22. 25$
Immersion sur l'Ancradoyro	$9. 37. 7$
Différence des Méridiens	$0. 45. 18$
Différence moyenne	$0. 45. 10$

L'immersion de ce Satellite auroit dû, selon les Tables dont je me sers, arriver à Paris le 7 Octobre à $10^h 24' 42''$; mais M. Maraldi l'y a vue à $10^h 22' 9''$ & M. de Thury à $10^h 22' 25''$.

Selon le premier de ces deux Académiciens, l'observation précède les Tables de $2' 33''$, & selon le second, elle les précède

précède de $2^{\circ} 17''$. Si j'emploie la même erreur pour l'immersion du même Satellite le 14 Octobre suivant, elle aura dû arriver ce jour-là à Paris à $14^{\text{h}} 23' 33''$ ou $49''$; car les Tables donnent $14^{\text{h}} 26' 6''$. Mais près de Mouros elle a été observée à $13^{\text{h}} 39' 5''$. La différence des Méridiens entre ces deux endroits fera donc $0^{\text{h}} 44' 28''$ ou $44''$; le milieu $0^{\text{h}} 44' 36''$.

Il reste maintenant deux immersions du premier Satellite; l'une du 13, & l'autre du 15 Octobre: elles n'ont pas de correspondantes: je les comparerai aux mêmes Tables, que je rectifierai par des observations de ce Satellite, faites à Paris les 8 & 24 du même mois.

L'immersion du 8 a été vue à Thury, par M. Maraldi, à $10^{\text{h}} 59' 2''$; ce qui fait pour Paris, $10^{\text{h}} 59' 8''$: à Paris par M. de Thury, à $10^{\text{h}} 59' 12''$, & par M. le Gentil à $10^{\text{h}} 58' 58''$: le milieu est $10^{\text{h}} 59' 5''$.

Celle du 24 a été vue à Paris par M. de Thury, avec une lunette de 18 pieds, à $9^{\text{h}} 18' 19''$; c'est-à-dire à $9^{\text{h}} 18' 14''$. si cet Observateur avoit employé une lunette de 14 pieds.

Selon les Tables déjà citées, l'immersion du 8 Octobre auroit dû y arriver à $10^{\text{h}} 59' 18''$: elle s'y est faite à $10^{\text{h}} 59' 5''$. Le Satellite a donc disparu 13 secondes plus tôt que les Tables ne l'annonçoient.

L'immersion du 24 a dû y arriver à $9^{\text{h}} 18' 39''$: elle y a été observée à $9^{\text{h}} 18' 14''$. L'observation précède le calcul de 25 secondes.

Cette erreur étoit d'une seconde un quart, par révolution du Satellite. Il faut retrancher $16''$ de l'heure donnée par les Tables pour le 13 Octobre, & $18''$ pour l'heure du 15 de ce mois.

Le 13 Octobre, immersion selon les Tables.....	$18^{\text{h}} 25' 53''$
Erreur soustractive.....	$0. 0. 16$
Heure vraie à Paris.....	$18. 25. 37$
Heure près de Mouros.....	$17. 38. 13$
Différence de Méridiens.....	$0. 47. 24$
Le 15 Octobre, immersion selon les Tables.....	$12. 54. 51$
Erreur soustractive.....	$0. 0. 18$

Heure vraie à Paris	12 ^h 54' 33"
Heure près de Mouras	12. 8. 38
Différence des Méridiens	<u>0. 45. 55</u>

Ces deux immersions se succédant immédiatement, il devoit avoir entre celles que j'ai observées, à peu-près le même intervalle que celui que donnent les Tables. Selon celles-ci la révolution est de 1^j 18^h 28' 58", & par mes observations elle est de 1^j 18^h 30' 25"; c'est-à-dire plus longue de près d'une minute & demie.

Cette différence est assez forte pour exiger de ma part quelques éclaircissements.

En faisant l'observation du 15 Octobre, je m'aperçus parfaitement de la longueur de cet intervalle. J'avois calculé l'heure à laquelle devoit se faire l'immersion. Je suivis le Satellite plus d'une minute après le moment auquel je comptois le perdre de vue. Je redoublai d'attention, & je peux assurer avoir déterminé l'instant de son éclipse avec grande exactitude; rien ne me troubloit dans cette opération, le temps étoit fin, tout étoit tranquille. Le Satellite me parut s'éclipser à un cinquième de diamètre de sa Planète.

Je fais que cette dernière immersion ne paroîtra acquérir d'exactitude qu'aux dépens de la première. On y sera confirmé si l'on examine l'heure à laquelle s'est faite celle du 13 Octobre, on y découvrira une circonstance peu favorable à sa précision. Le crépuscule étoit alors commencé depuis long-temps. Le Soleil n'étoit guère à plus de 10^d sous l'horizon: la lumière que cet Astre envoie augmentoit à chaque moment; elle devoit faire disparaître à mes yeux le Satellite, avant qu'il fût réellement entré dans l'ombre, & me faire croire, comme je l'ai marqué plus haut, que le 13 il s'étoit éclipse plus loin de Jupiter qu'il n'avoit fait le 15.

Après cette discussion, qui m'a paru nécessaire, pour assigner la valeur à chacune de ces deux observations, je me hâte de déterminer la différence de longitude entre Paris & la pointe de l'Ancradoyro. La plus petite, rapportée ci-dessus, est de 0^h

44' 36'' ; la plus grande est 0^h 47' 24'' ; la moyenne sera 0^h 46' 0''. Ce résultat, sensiblement le même que celui trouvé par l'observation du 15 Octobre, seroit un préjugé en sa faveur. Cette raison ne me détermine pourtant point, & si je me sens porté à lui donner quelque préférence sur les autres, ce n'est que par amour pour la vérité, & par la connoissance parfaite que j'ai de son exactitude.

ARTICLE SEPTIÈME.

*Dans lequel on conclut la position du cap Finistère,
& la Latitude du cap Ortegal.*

Comme je n'étois pas établi directement sur ces Caps, je ne pouvois conclure leur position qu'en connoissant la distance à laquelle j'en serois.

De la pointe de l'Ancradoyro je voyois le cap Finistère, par des relevemens réitérés : j'étois certain qu'il restoit au Nord 27^d Ouest : la déclinaison de la boussole étoit de 16^d Nord-Ouest ; le cap Finistère me restoit donc au Nord 43^d Ouest.

A l'égard de la distance, je n'ai pu la mesurer moi-même ; je n'avois point de micromètre, & il ne m'étoit pas possible de faire placer aucun signal sur le Cap. Je suis donc obligé d'employer la distance estimée de 4 lieues. Ces lieues sont des lieues d'Espagne, qui sont de 26 lieues & demie au degré, selon l'Ouvrage de M.^{re} Dom George Juan & Dom Antonio de Ulloa. Le degré contient 57060 toises : deux lieues contiennent 4306 toises $\frac{2}{3}$.

Cela posé, je n'ai qu'un simple triangle rectiligne rectangle à résoudre : on y connoît l'hypothénuse, c'est la distance ; & un angle, c'est la déclinaison du Cap vers l'Ouest : il est aisé de trouver les deux côtés qui renferment l'angle droit. La différence en latitude est de 6299 toises ; elles valent 6' 37'' de degré, dont le Cap est plus Nord que la pointe de l'Ancradoyro.

Latitude de l'Ancradoyro.....	42 ^d 45' 15''
Différence à ajouter.....	0. 6. 37
Latitude du Cap Finistère.....	42. 51. 52

Yyy ij

La différence en longitude est de 5874 toises, mesurées sur un petit cercle. Si on les rapporte à un grand cercle, par une analogie fort connue & fondée sur le rapport qu'ont entr'eux un grand & un petit cercle de la Sphère, elles donneront 8005 toises & demie, ou $8^{\circ} 25''$, dont le cap Finistère sera plus occidental que la pointe de l'Ancradoyro.

La différence des Méridiens entre cette pointe & Paris est	$11^{\circ} 30' 0''$
Ajoutez-y	$0. 8. 25$
La Longitude du Cap Finistère sera donc	$11. 38. 25$
Ou, située à l'ocident de Paris, de	$0. 46. 34$

Quant au cap Ortegal je ne le voyois point, j'apercevois seulement Stanques de Vares qui me resloit à l'Est $21^{\circ} 30'$ Nord du monde, à 4 lieues. Je connoissois également la position respective de Stanques de Vares & d'Ortegal, qui sont à 4 lieues l'un de l'autre Est 10° , Nord & Ouest 10° Sud du monde.

Avec ces élémens, il m'a été facile de conclure la latitude de Stanque de Vares, de $43^{\circ} 48' 24''$, & celle du cap Ortegal de $43^{\circ} 46' 37''$.



OBSERVATIONS

SUR LES

TUMEURS ET ENGORGEMENTS

DE L'ÉPIPLOON.

Par M. P O R T A L.

LES Anatomistes se sont plus occupés à déterminer les usages & la structure de l'épiploon, qu'à nous en faire connoître les différentes maladies; elles sont cependant très-communes, & ce qu'il y a de plus fâcheux, c'est qu'on ne les connoît que lorsqu'elles ont fait de si grands progrès, que la Médecine n'est plus en état d'y porter remède.

Plusieurs des symptômes qui sont la suite de la lésion de cet organe ont tant de rapports avec ceux qui surviennent lorsque les parties voisines sont affectées, que les Médecins se trompent souvent sur le siège des maladies de l'épiploon; tantôt c'est dans les intestins qu'ils le fixent; tantôt c'est dans l'estomac qu'ils l'établissent, & quelquefois c'est dans le foie ou dans la rate qu'ils le supposent, quoiqu'il soit dans l'épiploon lui-même.

On commet journellement des fautes bien différentes; c'est dans l'épiploon qu'on recherche la cause de la maladie, lorsqu'elle a son siège dans les viscères voisins, & comme l'épiploon change de place suivant la situation du corps, ce qui n'a pas été assez examiné jusqu'ici, les Médecins croient souvent l'épiploon malade lorsqu'il est sain, ou le regardent comme sain lorsqu'il est malade. J'ai d'abord compté leurs méprises par les miennes, mais je puis me flatter de m'être éclairé par mes propres erreurs; je ne craindrai pas d'en rapporter plusieurs dans ce Mémoire, il est utile de les connoître pour pouvoir les éviter.

Sur des Épiploons engorgés de diverses matières.

PREMIÈRE OBSERVATION.

Un homme assez bien constitué, âgé de cinquante ans, se plaignoit d'une tumeur vers la région iliaque gauche; cette tumeur se mouvoit facilement lorsqu'on la poussoit de gauche à droite; mais elle revenoit à gauche lorsqu'on la livroit à elle-même & que le sujet étoit debout.

Cette tumeur étoit si molle au tact que quelques Chirurgiens furent d'abord d'avis de l'ouvrir, craignant qu'il n'y eût quelque abcès de caché; cependant comme elle n'étoit point accompagnée de symptômes notables & urgens, on l'abandonna à elle-même.

Elle resta plus de cinq ans dans le même état, elle étoit seulement devenue un peu plus dure; après cette époque elle augmenta de volume & continua de croître pendant six ans: le bas-ventre étoit devenu monstrueux, il descendoit jusqu'au milieu des cuisses & il falloit le soutenir avec une ceinture; il n'y avoit pas de fluctuation sensible, & le malade n'éprouvoit pas de tiraillement dans l'estomac, il urinoit librement, & à l'exception de sa respiration qui étoit un peu gênée, il remplissoit bien ses fonctions.

Cet homme vécut ainsi jusqu'à l'âge de soixante-un ans, il se vit alors obligé de diminuer la quantité des alimens qu'il prenoit à chaque repas; il disoit que son estomac ne pouvoit en contenir davantage. Cependant le bas-ventre se tuméfioit de plus en plus, & le malade se trouva réduit au point qu'il ne pouvoit manger à chaque fois que deux ou trois bouchées d'alimens; il maigrit, des vomissemens survinrent, & il périt dans le marasme.

Un Chirurgien qui l'avoit vu dans sa maladie, me pria d'assister à l'ouverture de son corps, ce que je fis avec d'autant plus de plaisir que le cas me parut intéressant: voici ce que nous trouvâmes.

1.^o Le cerveau & les viscères de la poitrine en bon état.

2.^o L'estomac si rapetissé que sa cavité auroit à peine pu contenir une petite pomme.

3.^o L'épiploon étoit si volumineux qu'il couvroit entièrement tous les viscères du bas-ventre, il avoit plus de cinq pouces

d'épaisseur, la surface antérieure étoit bosselée, & parut fort élevée en divers endroits & enfoncée dans d'autres.

La paroi postérieure étoit plus mince, quoique fort inégale; on voyoit vers ses bords, & sur-tout à la partie inférieure, des appendices d'inégale grosseur; j'en pressai quelques-unes avec mes doigts, & j'observai que les unes résistoient moins que les autres.

J'en ouvris quelques-unes avec le scalpel, & il en sortit de la liqueur en plus ou moins grande quantité; cette liqueur étoit limpide dans certains follicules, dans d'autres elle étoit rousseâtre, on voyoit aussi qu'elle étoit plus ou moins coulante; quelques follicules contenoient une vraie sérosité, d'autres une espèce de gelée, quelques-uns enfin une humeur concrète comme du miel, du suif ou du plâtre.

Je fis détacher l'épiploon qui contenoit tant de matières différentes, des parties du bas-ventre avec lesquelles il est annexé, il pesoit dix-huit livres; ses tuniques étoient si fermes & si épaisses, qu'elles paroissoient cartilagineuses; semblables aux rayons de miel, plusieurs cellules communiquoient ensemble, d'autres étoient distinctes & séparées par des cloisons plus ou moins épaisses, plus ou moins compactes. On put en séparer plusieurs de la masse de l'épiploon, pleines de l'humeur qu'elles contenoient; ces cellules avoient jusqu'à un pouce & demi de diamètre.

Elles étoient communément de cette grandeur vers le bord inférieur & flottant de l'épiploon; plusieurs de ces cellules n'étoient attachées à l'épiploon que par quelques filets; cependant j'observai dans quelques-unes d'elles des vaisseaux sanguins qui flottoient dans l'humeur qu'elles contenoient, ces vaisseaux étoient des branches de ceux de l'épiploon.

C'est en vain que je cherchai dans cet épiploon la cavité épiploïque naturelle, les parois antérieure & postérieure de cette cavité étoient collées, & comme elles avoient acquis un surcroît considérable d'épaisseur, il sembloit que l'épiploon étoit divisé au milieu par un cartilage fort épais, ainsi qu'on voit le muscle crotaphite divisé par une aponévrose.

Cependant la matière qui remplissoit les vésicules & les cellules

épiploïques, m'avoit paru si différente, que je crus devoir l'examiner de plus près, elle différoit 1.^o par la consistance, & quoique la position des cellules qui la contenoient fût très-variée, on observa néanmoins que les cellules les plus près de l'estomac contenoient pour la plupart une substance fluide, que les cellules du milieu de l'épiploon étoient pleines d'une humeur gélatineuse, & que celles qui étoient situées vers les bords de ce viscère, contenoient une substance aussi dure que le plâtre.

2.^o La matière des cellules différoit par la couleur, celle des cellules supérieures étoit beaucoup plus claire, celle des cellules moyennes étoit jaunâtre, & la couleur des cellules inférieures étoit blanchâtre.

3.^o La liqueur qui remplissoit les cellules supérieures, se mêla si intimement avec l'eau froide, qu'à peine elle en troubla la transparence; soumise à l'ébullition; elle s'évapora presque entièrement.

4.^o La matière contenue dans les cellules moyennes de l'épiploon, fut bientôt dissoute dans l'eau chaude, elle ne se précipita point lorsqu'elle fut refroidie, & on ne la vit point surnager; exposée sans addition d'eau à un feu très-doux, elle se fondit facilement. Ne reconnoît-on pas la matière gélatineuse à toutes ces expériences?

5.^o La substance contenue dans la plupart des cellules du bord inférieur & flottant de l'épiploon, fournit d'autres résultats, elle ne se fondoît pas, mais elle s'épaississoit davantage par la chaleur; elle se coaguloit dans l'eau bouillante; elle ne s'enflammoit pas exposée au feu; elle acquéroit un nouveau degré de consistance lorsqu'on la faisoit infuser dans l'esprit-de-vin; propriétés communes à toutes les matières lymphatiques.

Après avoir réfléchi sur les différens résultats des expériences que je viens de rapporter, je crus pouvoir présumer que l'engorgement de l'épiploon avoit été séreux, gélatineux & lymphatique, peut-être pensai-je que l'engorgement qui a été d'abord séreux, est devenu gélatineux & à la fin lymphatique, cette idée me paroissoit d'autant mieux fondée que l'engorgement qu'on avoit senti, avoit d'abord paru mou & qu'il avoit acquis de la dureté dans

dans la suite; je me fondois encore sur ce que j'avois observé dans le tissu cellulaire des embryons, des foetus & des adultes; dans les premiers, le tissu cellulaire n'est sensiblement imbu que d'une liqueur séreuse, elle a acquis de la consistance dans les foetus de six à sept mois, elle est encore plus gluante & épaisse dans les foetus des derniers temps, & elle est très-épaisse & visqueuse dans les adultes.

La Nature change les humeurs par une espèce d'animalisation, en diverses parties du corps dans l'état naturel; ne pourra-t-elle pas le faire dans l'épiploon par état de maladie? & peut-être qu'en divers cas cette dégénération est plus ou moins prompte.

Quoi qu'il en soit, la matière épanchée dans les cellules de l'épiploon avoit divers caractères, & ne pourroit-on pas établir que dans certaines cellules elle étoit séreuse, qu'elle étoit gélatineuse dans d'autres, & enfin lymphatique? & comme l'on fait que les substances gélatineuses restent long-temps renfermées dans des kystes sans se corrompre, on peut croire que les engorgemens gélatineux de l'épiploon subsistent long-temps sans dégénérescence, & que les engorgemens lymphatiques sont très-disposés à dégénérer en squirre.

Jusqu'ici les Anatomistes s'étoient peu occupés à développer le caractère des matières épanchées dans l'épiploon, ils ont plutôt dirigé leurs recherches sur les parois des tumeurs formées dans ce viscère, d'abord ils leur ont donné le nom d'*hydatides*, lorsqu'elles contenoient une humeur séreuse.

La figure globuleuse que ces hydatides ont quelquefois, avoit fait imaginer à *Warthon* qu'elles étoient formées par des glandes dont les canaux excréteurs étoient oblitérés, mais *Ruifsch* ayant trouvé plusieurs hydatides dans des parties dépourvues de glandes, prétendit qu'elles étoient produites par les extrémités des vaisseaux sanguins.

Cette opinion qui n'est pas plus vraisemblable que la première, plut d'abord, mais des hydatides ayant été trouvées isolées & détachées de toutes les parties voisines, on n'osa plus en attribuer la cause à des dilatations vasculaires sanguines, on s'imagina alors qu'elles étoient formées par les vaisseaux lymphatiques, les valvules

qu'on avoit observées dans ceux-ci, leur parurent suffisantes pour les divers nœuds des hydatides. On trouvera dans les Mémoires de cette Académie, des remarques multipliées que M. Morand a faites pour expliquer la formation des hydatides, par la dilatation des vaisseaux lymphatiques ; mais aucune n'est plausible quand il s'agit de rendre raison d'une hydatide qui contenoit quelques pintes d'eau & qui pesoit neuf livres, telle qu'elle a été observée par Caldesius. M. Morgagni parle d'une autre hydatide dont le diamètre étoit de deux pouces, & dans l'épiploon dont nous avons donné la description plus haut, il y en avoit une qui avoit la grosseur du poing.

En effet, comment concevoir qu'un vaisseau lymphatique puisse se distendre au point de former de si grosses tumeurs ? ne se romproit-il pas avant d'avoir acquis un tel diamètre ? mais quand bien même il pourroit parvenir à ce degré d'extension sans se rompre, ses parois seroient du moins amincies. Or c'est tout le contraire de ce qu'on a observé & de ce que j'ai vu plusieurs fois, & notamment dans l'épiploon dont j'ai parlé ci-dessus, il y avoit des hydatides dont les parois étoient épaissies de plus de six lignes. J'ai fait macérer dans de l'eau tiède plusieurs de ces hydatides, & je suis parvenu à les diviser en plus de vingt tuniques ou feuilletts membraneux ; bien plus, j'ai introduit de l'air dans les parois de l'hydatide qui avoient été ramollies par l'eau, & je les ai réduites en tissu cellulaire.

C'est donc le tissu cellulaire qui forme les parois des hydatides ; l'eau ou tout autre liquide épanché dans quelque cellule du tissu cellulaire en écarte les parois, celles-ci s'appliquent sur les cellules voisines, & plus la première cellule se dilate, plus il y a de cellules qui s'effacent, leurs parois s'appliquent sur la cellule qui s'agrandit & plus celle-ci est ample, plus ses parois sont épaissies.

Mais ce qui prouve encore que les parois des hydatides sont formées par du tissu cellulaire, c'est qu'on y trouve quelquefois de la graisse qui a son siège dans le tissu cellulaire ; il y a quelquefois des vaisseaux sanguins qui flottent dans l'intérieur de l'hydatide, comme Tyson l'a observé & comme nous l'avons vu dans l'épiploon que nous avons décrit. En fixant le siège des

hydatides dans le tissu cellulaire, on peut expliquer pourquoi certaines hydatides sont divisées en plusieurs cellules.

Suivant M. Morgagni (*Epist. XXXVII, art. 36*) les hydatides de l'épiploon se déchirent ordinairement tant leurs parois sont minces, ce qui donne lieu à l'ascite; cela peut être en divers cas, mais cela n'avoit pas lieu dans l'épiploon dont nous venons de parler, puisque bien loin d'être fragiles & minces, les parois de quelques hydatides avoient cinq à six lignes d'épaisseur.

DEUXIÈME OBSERVATION.

En 1764, on porta dans mon amphithéâtre à Montpellier, un cadavre d'homme âgé d'environ quarante-cinq ans & mort d'une pleurésie; il avoit au bas-ventre une tumeur placée au-dessous & à gauche de l'ombilic, laquelle paroissoit au tact de la grosseur d'un œuf de poule & très-proche des muscles du bas-ventre.

Cette tumeur étoit si mobile qu'elle passoit de droite à gauche avec la plus grande facilité; quand on la comprimoit latéralement, elle étoit assez dure au tact, mais incomparablement moins que plusieurs autres que j'ai touchées depuis, elle paroissoit inégale; j'enlevai les muscles du bas-ventre avec précaution, & je vis que la tumeur avoit son siège dans le bord inférieur & flottant de l'épiploon, environ à quatre travers de doigt de l'estomac; elle n'avoit contracté aucune adhérence avec les parties voisines; son poids étoit d'une livre, on voyoit plusieurs vaisseaux variqueux qui la traversoient en divers sens, & la matière qu'elle contenoit avoit l'aspect d'une vraie gelée.

TROISIÈME OBSERVATION.

Au commencement de cet hiver (1771) j'ai été appelé pour une femme, âgée de plus de quatre-vingts ans, logée dans la rue de la Harpe; elle portoit une tumeur très-grosse au bas-ventre, cette tumeur avoit joui pendant long-temps d'une si grande mobilité, qu'elle passoit facilement de droite à gauche, dans les divers mouvemens que faisoit la malade & lorsqu'elle s'inclinoit à droite.

La malade attribuoit l'origine de cette tumeur à une diarrhée

supprimée, dix ans s'étoient écoulés sans aucun symptôme notable; elle ressentait seulement des cardialgies quand elle avoit resté quelque temps sans prendre d'alimens; mais un jour les cardialgies augmentèrent, les vomissemens survinrent, ils n'avoient d'abord lieu que de deux ou de trois en trois jours; mais ils se rapprochèrent à un tel point que la malade vomissoit dix ou douze fois par jour : à peine avoit-elle avalé une bouchée d'alimens, qu'elle commençoit à la vomir.

Cependant la tumeur devint lancinante, elle perdit sa mobilité & parut plus superficielle & plus grosse, la fièvre lente survint, les extrémités inférieures s'enflèrent & la malade mourut.

J'ouvris le corps de cette femme, & je trouvai l'épiploon prodigieusement tuméfié dans toute sa substance, mais principalement au côté gauche où il formoit la tumeur; elle étoit collée au péritoine, & celui-ci qui s'étoit beaucoup épaissi, adhéroit aux aponévroses des muscles du bas-ventre: la tumeur avoit aussi contracté des adhérences avec les intestins grêles, plus cependant avec l'intestin *jejunum* qu'avec l'*ileum*, dont elle rétrécissoit singulièrement le canal.

La substance de l'épiploon dans les lieux où il n'étoit point enflammé ni adhérent, étoit plutôt gélatineuse que grasseuse, car elle se fondoit exposée à la plus douce chaleur, & elle ne s'enflammoit pas comme la graisse, elle ne s'épaissit pas non plus; jetée dans de l'eau bouillante, comme fait la lymphe, mais s'y dissolvait au contraire,

La substance de la tumeur étoit différente de celle du reste de l'épiploon, elle étoit plus compacte & plus ferme; des vaisseaux sanguins très-gros la traversoient en divers sens, & des veines variqueuses la recouvroient; exposée au feu, elle s'y durcit & ne s'enflamma point.

On remarquera dans les deux observations précédentes, l'extrême mobilité dont jouissoient les deux tumeurs de l'épiploon; ce signe joint à l'histoire des symptômes qu'éprouva la malade, peut servir à faire découvrir le siège de l'obstruction dans la tumeur; mais il ne faut pas oublier que lorsque ces tumeurs prennent

un mauvais caractère, elles contractent des adhérences avec les parties voisines.

QUATRIÈME OBSERVATION.

En ouvrant le corps d'une femme qu'on avoit porté à mon amphithéâtre, je trouvai l'épiploon d'un volume extraordinaire, il étoit beaucoup plus pesant qu'on ne le voit communément, mais moins qu'on auroit pu le croire, si on en eût jugé d'après son volume. Il y avoit une grosse tumeur à la partie inférieure de ce viscère.

Je fis bouillir un morceau de la tumeur dans l'eau & je la vis se dissoudre, excepté quelques membranes qui surnagèrent & que j'enlevai; je laissai refroidir le reste & je ne vis rien ou très-peu de chose se précipiter ni surnager.

Cette expérience, toute simple qu'elle est, me donne lieu de penser que la portion de l'épiploon que j'avois examinée, étoit gélatineuse; si elle eût été lymphatique, la lymphe se seroit coagulée; & si elle eût été graisseuse, j'eusse aperçu la graisse nager sur l'eau.

Pour mieux m'en convaincre, je pris une autre portion du même épiploon & je l'exposai au feu sur une assiette, elle se fondit à un très-petit degré de chaleur, bien loin de se durcir comme eût fait la lymphe.

CINQUIÈME OBSERVATION.

Une femme fit une chute sur le ventre, elle ne s'en plaignit pas d'abord; quinze jours après, elle sentit une tumeur vers l'ombilic: elle la négligea, la tumeur s'accrut, & un mois après l'accident, elle étoit telle qu'elle paroissoit au tact aussi grosse qu'une pomme de renette, quoique la malade fût assez grasse. Les vomissemens étoient fréquens, & la malade se plaignoit de douleurs & de tiraillemens inouïs vers l'estomac; je jugeai que la tumeur avoit son siège dans l'épiploon, & je prescrivis divers remèdes; cependant la tumeur s'accrut dans très-peu de temps, le bas-ventre devint douloureux, les jambes de la malade s'enflèrent, tout le corps se tuméfia, & la malade périt.

J'ouvris le cadavre, & je trouvai l'épiploon plus volumineux qu'il n'a coutume d'être; vers le milieu de ce viscère, plus près cependant du bord inférieur que du bord supérieur, il y avoit une tumeur aussi grosse que le poing, dont il transudoit une humeur roussâtre & très-fétide; le bas-ventre contenoit beaucoup de cette humeur, & la tumeur, qu'on coupa par le milieu, en parut pleine; à côté de cette tumeur on en découvrit deux autres moins grosses, mais plus dures; je les détachai, & les ayant voulu partager par le milieu avec le scalpel, je trouvai au centre de l'une d'elles une concrétion extrêmement dure.

La première obstruction exposée au feu s'y durcit; je divisai l'autre tumeur en plusieurs parties, j'en mis une dans de l'esprit-de-vin, & elle s'y durcit considérablement; une autre partie fut encore endurcie par le même moyen.

Je fis bouillir pendant quelque temps une partie de cette même tumeur dans de l'eau; elle s'y coagula toute entière, comme auroit fait un blanc d'œuf.

Ces expériences ne prouveroient-elles pas que la tumeur épiploïque dont je viens de parler n'étoit ni séreuse, ni gélatineuse, ni graisseuse, mais lymphatique; & c'est peut-être parce qu'elle étoit de cette nature qu'elle a fait des progrès si rapides, la lymphe épanchée hors de ses couloirs s'épaissit d'abord, durcie elle forme le squirre; & l'on connoît les fâcheuses terminaisons de cette tumeur.

La difficulté de guérir les obstructions de l'épiploon est démontrée par les observations précédentes; formées par des matières différentes, il faut les attaquer par des remèdes différens; le dissolvant d'une espèce n'agit pas sur l'autre, ou, qui pis est, coagule au lieu d'atténuer.

Des Tumeurs adipeuses de l'épiploon.

S'il est prouvé que la graisse circule avec le sang dans nos vaisseaux, il est aussi constant qu'elle se dépose dans certaines parties en plus grande quantité que dans d'autres; celles qui jouissent de beaucoup de sensibilité, sont dépourvues de graisse, & celles dont la sensation est émoussée en sont surchargées. L'âge apporte aussi quelques changemens dans la distribution de la graisse, les enfans,

comme M. Hunauld l'a observé, en ont beaucoup plus à l'extérieur & dans leurs extrémités que dans l'intérieur de leur corps, & principalement dans l'épiploon, ce qui est le contraire dans les adultes, chez lesquels ce viscère se charge de graisse en proportion beaucoup plus grande que les autres parties; cela arrive sur-tout vers l'âge de trente-trois ou trente-huit ans. Un épiploon est dans son état ordinaire, quand dans un sujet de trente ans, il pèse depuis demi-livre jusqu'à une livre, s'il pèse moins il est maigre: au-dessous de cet âge, l'épiploon pèse ordinairement beaucoup moins, & on le trouve en général dans les sujets de trente-trois à quarante ans d'un poids un peu plus considérable. Mais par état de maladie, la graisse peut s'accumuler à un tel point dans l'épiploon que Bonnet & Boërhaave l'ont trouvé du poids de trente livres *, & l'on conçoit bien qu'alors ce viscère tire le fond de l'estomac auquel il est attaché; que celui-ci ne peut se relever, & que les alimens trouvent plus de facilité à revenir par l'œsophage, qu'à passer par le pylore; ce qui donne lieu à des vomissemens qui peuvent devenir mortels.

* Præl. Acad.
t. III, p. 110.

PREMIÈRE OBSERVATION.

Une femme très-maigre avoit au ventre une tumeur qui faisoit principalement saillie vers l'ombilic, des vomissemens survinrent & ils furent si opiniâtres que cette femme en périt. A l'ouverture du corps, je trouvai un amas prodigieux de graisse dans l'épiploon & autour du pylore.

L'amas de graisse dans l'épiploon peut produire d'autres symptômes, on voit par deux observations, l'une rapportée par Bonnet, & l'autre par Rhodius, qu'il a été trouvé tel dans deux sujets asthmatiques; par une autre observation détaillée par M. Lieutaud, il est prouvé qu'un asthmatique périt principalement d'ischurie, par la compression que l'épiploon faisoit sur les voies urinaires, & l'on sait qu'Hippocrate comptoit parmi les causes de la stérilité, la compression que l'épiploon pouvoit faire sur l'utérus.

DEUXIÈME OBSERVATION.

Il y a quelque temps qu'on porta dans mon amphithéâtre le

cadavre d'un homme âgé d'environ trente-six à quarante ans, dont l'extérieur du corps paroïssoit assez maigre, mais dont l'épiploon fut trouvé si chargé de graisse, qu'il remplissoit presque toute la cavité du bas-ventre, soulevoit considérablement les muscles de cette capacité, & faisoit une plus grande saillie du côté gauche que du côté droit; j'eus la curiosité de le faire peser & je le trouvai du poids de vingt-deux livres; j'examinai ensuite sa structure, & je vis que la grande cavité de ce viscère étoit tellement rétrécie; qu'à peine on pouvoit la distinguer, les parois s'étoient tellement épaissies, qu'elles avoient plus de trois travers de doigt d'épaisseur, sur-tout suivant le trajet des vaisseaux, où elles étoient plus épaisses qu'ailleurs.

L'épiploon n'avoit pas contracté d'adhérences contre nature, & il n'y avoit dans sa texture aucune collection humorale ni aucun noyau steatomateux.

TROISIÈME OBSERVATION.

Un enfant de douze ans qui avoit le ventre très-dur & fort gros, vomissoit fréquemment les alimens qu'il avoit mangés; il fut confié à mes soins, & j'observai, 1.^o que la tumeur étoit plus apparente du côté gauche que du côté droit; 2.^o que ce jeune malade vomissoit plus facilement les alimens qu'il prenoit pendant le jour que ceux qu'il prenoit le soir. Je crus d'abord que ce vomissement n'étoit suspendu que par le sommeil; mais après un mûr examen, je vis que c'étoit dans la position-seule de son corps qu'il falloit en rechercher la cause. En effet, l'ayant tenu dans le lit plusieurs jours, il ne vomit pas, mais dès qu'il fut levé, il eut de fréquentes envies de vomir; je pensai alors que la tumeur du bas-ventre ne dépendoit que de l'épiploon, & que celui-ci tiraillait l'estomac lorsque le sujet étoit debout, ce qui n'arrivoit pas lorsqu'il étoit couché horizontalement. Dans cette persuasion, je fis faire une large ceinture à l'enfant, pour pouvoir soutenir son ventre & en le comprimant légèrement de bas en haut; ce qui réussit assez bien; le vomissement fut suspendu: mais l'enfant s'étant dégoûté de toute espèce de remède, le ventre augmenta en grosseur, les vomissemens revinrent, l'écoulement de l'urine fut gêné, & la respiration

respiration devint si difficile que cet enfant mourut de suffocation.

A l'ouverture du corps qui fut faite en ma présence par M. Leduc mon prévôt, je vis l'épiploon si gros qu'il remplissoit la capacité du ventre, il adhéroît en bas au fond de la vessie, le diaphragme étoit refoulé dans la poitrine par le foie & la rate, l'estomac étoit enflammé & les poumons tuberculeux.

Je pourrois étayer ces deux observations qui me sont propres, de plusieurs autres que les Auteurs rapportent; on peut consulter là-dessus les ouvrages de M.^{rs} Morgagni & Lieutaud, qui laissent peu à désirer sur cette matière.

De l'hydropisie de l'épiploon.

Il est rare que cette hydropisie soit simple, elle est ordinairement compliquée avec l'ascite; cependant des observations fides prouvent qu'il se ramasse quelquefois de l'eau dans les cavités de l'épiploon ou entre les lames de ce viscère, sans qu'il y ait d'autre épanchement dans le bas-ventre; mais comme il arrive que l'eau épanchée dans la cavité du bas-ventre reflue dans celle de l'épiploon, il survient aussi que l'eau contenue dans ce viscère tombe dans le bas-ventre: voilà pourquoi il est ordinaire de trouver l'hydropisie de l'épiploon compliquée avec celle du bas-ventre.

Une femme logée dans la rue de la Huchette, au coin de celle de Zacharie, se plaignit, il y a environ quatre ans, d'une tumeur vers la région hypogastrique; d'abord elle paroissoit petite, mais elle s'accrût dans peu; des cardialgies & des vomissemens survinrent: jusqu'ici les extrémités n'étoient point enflées; la partie inférieure du bas-ventre ne l'étoit pas non plus, ou du moins l'étoit fort peu; la tumeur étoit mobile, & la malade se trouvoit mieux étant couchée que lorsqu'elle étoit debout; il vint même un temps où elle ne pouvoit s'y tenir après avoir mangé, parce qu'elle vomissoit & respiroit très-difficilement: les purgatifs & les diurétiques furent mis en usage sans succès. M. de Larrey, qui suivoit alors mes leçons d'Anatomie, me fit appeler pour voir la malade; je lui tâtai la tumeur, que je trouvai mobile, mais, à ce qu'on m'a dit, beaucoup moins qu'elle ne l'avoit été: elle étoit médiocrement dure,

la malade prétendoit qu'elle avoit été plus molle ; j'observai que lorsque cette femme s'inclinoit vers le côté droit , la tumeur s'y portoit un peu , mais qu'elle se rejetoit vite du côté gauche lorsque la malade se renversoit de ce côté. Lorsque cette malade étoit couchée horizontalement , on faisoit facilement courir la tumeur de droite à gauche ; ces signes , la situation & les symptômes de la tumeur me firent penser qu'elle avoit son siège dans l'épiploon , mais je n'osai décider qu'il y eût de l'eau dans la cavité de ce viscère. Cependant les symptômes devinrent plus urgens ; la malade se plaignit d'une soif brûlante , elle céda à l'usage des boissons nitrées ; la langue se chargea d'une humeur un peu visqueuse. L'émétique fut administré en mon absence , la malade fit beaucoup d'efforts & vomit peu ; le soir elle se félicitoit cependant de ses bons effets : la tumeur du bas-ventre avoit diminué , la respiration étoit plus libre. Deux jours s'écoulèrent , alors les pieds s'enflèrent , le visage se bouffit , la région hypogastrique se tuméfia , & dans moins de six jours , la malade fut atteinte d'une ascite avec fluctuation manifeste ; elle fit de si rapides progrès , que son ventre devint énorme : la ponction fut faite , elle fournit beaucoup d'eau sanguinolente , & la malade mourut le surlendemain.

Les particularités que j'avois observées dans cette maladie me déterminèrent à faire l'ouverture du sujet qui venoit d'en être la triste victime ; je trouvai , comme cela arrive ordinairement , beaucoup d'eau épanchée dans la cavité du bas-ventre ; le foie , la rate & les autres parties du bas-ventre me parurent dans l'état naturel , mais l'épiploon étoit si gros & si épaissi , qu'il pesoit plusieurs livres ; les parois de la cavité étoient unies , polies & presque cartilagineuses , nullement adhérentes entr'elles , mais la paroi antérieure étoit percée par un orifice arrondi inégalement , & dont les bords étoient extraordinairement relevés ; il y avoit encore dans le fond de la grande cavité épiploïque beaucoup de sérosités sanguinolentes , &c. les viscères de la poitrine & le cerveau parurent en assez bon état.

Remarques sur cette Observation.

La tumeur dont la malade s'est plaint d'abord étoit petite & molle, parce qu'il n'y avoit pas encore beaucoup d'eau épanchée dans la cavité de l'épiploon ; mais lorsque la quantité de liquide a augmenté, la fluctuation est devenue plus équivoque, soit parce que les parois de la cavité de l'épiploon ont été plus distendues, soit parce qu'elles se sont épaissies par l'irritation qu'elles ont éprouvée. Dans les corps des animaux, les fluides se portent vers le point d'irritation, & de-là résulte & l'inflammation & l'épaississement de la partie, sur-tout si elle est membraneuse.

Cependant, à proportion que le liquide se ramassoit dans l'épiploon, l'estomac étoit plus tiraillé, & de-là des vomissemens qui devoient être moins violens lorsque la malade étoit couchée : elle eût peut-être vécu plus long-temps avec l'hydropisie, mais l'émétique qui fut administré ayant excité de fortes contractions des muscles du bas-ventre & de l'estomac, l'épiploon s'est rompu, l'eau s'est épanchée dans la cavité du bas-ventre ; alors la malade crut être dans un meilleur état, mais le liquide s'étant ramassé dans la cavité même du bas-ventre, y a produit une irritation sur les intestins, la soif en a peut-être été la suite, & l'enflure des extrémités inférieures, a été produite tant par la compression que le liquide, épanché dans la cavité du bas-ventre, a fait sur les veines iliaques, que par l'infiltration qui s'en est faite par le tissu cellulaire.

Cet exemple prouve, à ce que je crois, 1.^o qu'il y a des hydropisies particulières de l'épiploon ; 2.^o que ces hydropisies peuvent, par la rupture des parois qui renferment l'eau, dégénérer en vraies ascites, l'observation suivante ne prouveroit-elle pas qu'il y a des ascites qui donnent lieu à l'hydropisie de l'épiploon. Un homme dont parle M. Storck avoit une ascite & une anasarque bien caractérisées, elles cédèrent à l'usage du vin scillitique, la cure paroissoit complète, lorsque le malade se plaignit d'une certaine dureté dans le bas-ventre, elle étoit immobile & vers l'estomac : l'hydropisie survint de nouveau ; après quelques semaines, il survint une strangurie, le bas-ventre s'enfla alors prodigieusement,

on eut recours à la ponction & l'on évacua quatre-vingts pintes d'une eau trouble & épaisse; cependant la tumeur qu'on avoit déjà sentie dans la région épigastrique, s'étoit de beaucoup accrue; un mois de temps s'écoula, on revint de nouveau à la ponction & l'on évacua une quantité d'eau à peu-près pareille à celle qui en avoit déjà sorti par la première opération, sept fois on fut obligé d'y recourir; mais le bas-ventre s'étant enflé encore plus qu'il n'avoit fait dans les intervalles des autres ponctions, il survint des frissons, la fièvre & des sueurs nocturnes; la huitième ponction fut faite, & elle fournit cent livres d'une eau trouble: le malade périt bien-tôt après dans l'épuisement.

A l'ouverture du corps on trouva l'épiploon distendu jusqu'au bassin, il étoit creux comme un sac & les parois étoient fort épaissies, l'antérieure étoit adhérente au pubis & la postérieure aux intestins; il y avoit de l'eau dans la cavité de ce viscère, & une tumeur steatomateuse*.

* Voy. l'Hist.
Anatomique
de Lieutaud.

Cette observation doit nous apprendre que si après la ponction du bas-ventre dans une ascite, il subsistoit une tumeur plus ou moins molle vers la région ombilicale, il faudroit la réitérer sur l'élévation même, sans cela on laisseroit un foyer d'eau; bien plus, il pourroit arriver que l'épiploon n'étant plus soutenu par l'eau épanchée dans le bas-ventre, fût déchiré par celle qu'il renfermeroit: on trouva dans un cadavre qui fut porté dans mon amphithéâtre, beaucoup d'eau dans le bas-ventre; elle s'écoula à la première incision, mais on s'aperçut que l'épiploon, qui étoit rempli d'eau, ne la laissa échapper que lorsque celle du bas-ventre fut vidée: or par l'examen de l'épiploon, je vis que la paroi extérieure étoit déchirée; l'eau qui s'est ramassée dans le bas-ventre pourroit-elle pénétrer l'épiploon par le trou ovale dont M. Winslow nous a donné une si bonne description, mais dont Galien avoit eu connoissance? & si l'épiploon étoit percé, comme Heister le dit, de divers trous, l'eau pourroit-elle s'y amasser & s'y conserver? non sans doute, l'air même s'y ramasse; j'ai trouvé l'épiploon si fort gonflé, qu'il ressembloit à une véritable vessie.

On pourroit joindre aux observations que je viens de rapporter

sur l'hydropisie de l'épiploon, celles qu'on trouve dans les Actes d'Édimbourg & dans les ouvrages de M. de Haen.

Du gonflement de l'Épiploon par de l'air.

Rien n'est moins douteux aujourd'hui que la formation ou le développement de l'air dans toutes les parties du corps; les Anciens n'ont presque parlé que de l'emphysème qui survient aux plaies de la poitrine, on a décrit aussi la tympanite ou gonflement du bas-ventre par des vents, mais à peine a-t-on déterminé en quels endroits ils se ramassoient *. Nous ne nous occuperons ici que de ce qui concerne l'épiploon, & nous dirons qu'en divers cas les parois de la cavité épiploïque sont tellement écartées l'une de l'autre par de l'air, qu'elle est de beaucoup agrandie, que les muscles du bas-ventre en sont soulevés & qu'il en résulte une tumeur vers la région épigastrique, qui balotte & roule de droite à gauche suivant la situation du corps, & qui descend ou remonte selon que l'estomac est plus ou moins plein; les hommes mélancoliques & les femmes hystériques qui sont si sujets à des vents, en ont souvent dans les cavités de l'épiploon.

P R E M I È R E O B S E R V A T I O N.

On porta dans mon amphithéâtre en 1767, un cadavre dont les viscères du bas-ventre étoient fort sains, excepté l'épiploon, qui parut enflammé & dont la cavité étoit tellement pleine d'air, que l'épiploon ressembloit à une espèce de vessie; les parois étoient plus épaisses qu'elles n'ont coutume d'être, le foie étoit fort gros, sur-tout le petit lobe d'Eustache: je fus d'abord frappé de cette collection d'air dans l'épiploon, mais je pensai ensuite qu'il pouvoit être l'effet d'une putréfaction commençante, d'ailleurs je croyois que l'air avoit pu successivement refluer dans le bas-ventre par le trou ovale de l'épiploon, malgré le gonflement du petit lobe du foie.

* Bartholin paroît être le premier qui se soit aperçu que l'emphysème n'étoit pas toujours la suite des blessures de la poitrine. *Morgagni, quest. LIV, n.º 2.*

DEUXIÈME OBSERVATION.

Cependant deux ans après j'eus occasion d'être appelé pour *tâter* un Abbé, d'un tempérament très-sec, mélancolique, lequel avoit une tumeur au bas-ventre, qui se portoit à droite lorsqu'il se couchoit sur ce côté, & qui se portoit du côté opposé s'il s'y inclinoit; cette tumeur remontoit deux ou trois heures après que le malade avoit pris des alimens, elle n'occasionnoit aucun tiraillement d'estomac, & elle paroissoit au tact molle & élastique; les jambes de ce malade n'étoient point enflées & il n'éprouvoit ni rots ni hoquets, qui seroient vraisemblablement survenus si l'air avoit été ramassé dans l'estomac; des bains qui furent pris en grand nombre au 25.^e degré du thermomètre de Reaumur, firent disparaître la tumeur & les symptômes de la mélancolie, le malade reprit ses forces & son embonpoint: il y a beaucoup d'apparence que l'air chez les hypocondriaques, se ramasse dans les cavités épiploïques (*a*), comme il se raréfie dans les voies alimentaires & ailleurs.

Je pourrois étayer cette observation d'une autre qui y a beaucoup de rapport.

TROISIÈME OBSERVATION.

Un Abbé demeurant dans la rue du Cimetière Saint-André-des-Arts (M. l'abbé Sydoux) croyoit avoir de l'eau dans la poitrine parce qu'il entendoit, ainsi que les assistans, au moindre mouvement qu'il faisoit, un bruit semblable à celui qu'on entend lorsqu'on secoue une bouteille à demi-pleine d'eau, cet Abbé étoit très-maigre & sans aucune enflure aux jambes; je lui ordonnai les rafraîchissans, & je lui conseillai l'équitation, ce qui le détermina à faire un voyage d'assez long cours, cet Abbé revint plus gras & n'avoit plus ces bruits, ce qui prouve qu'il n'étoit occasionné que par des vents. . . Il est mort trois ou quatre ans après d'une maladie très-différente.

* Fabricius prétendoit que l'épiploon étoit le siège des vents des hypocondriaques *de omento*.

REMARQUES sur les Observations précédentes.

On lit dans l'Ouvrage de M. Morgagni, *de sedibus & causis morb.* (Epist. LIV, art. 2) qu'un jeune homme de vingt-deux ans, qui avoit été blessé à l'aîne par la corne d'une vache, eut un gonflement dans tout le corps, qu'on ne pouvoit rapporter à l'œdème, qu'il survint une difficulté prodigieuse de respirer & d'avaler, laquelle n'étoit produite que par des vents. M. Morand vient de nous donner dans ses Opuscules, l'histoire d'une tumeur à la cuisse, qui ne contenoit que de l'air; mille autres faits prouvent que l'air se ramasse ou se développe quelquefois dans les cavités de notre corps ou dans les interstices des parties, ainsi il n'est pas étonnant qu'ils se soient accumulés dans la cavité de l'épiploon.

L'air séjourne dans les cavités du corps pendant un long espace de temps sans y produire de fâcheux effets, mais il donne lieu à des symptômes déplorables lorsqu'il se ramasse dans les vaisseaux sanguins, ce point de doctrine est fondée sur les observations des Médecins les plus certaines; on voit tous les jours des personnes atteintes d'un emphysème, d'une tympanite, vivre très-long-temps avec cette incommodité, on peut même dire que les collections aériennes ne deviennent mortelles que parce qu'elles donnent lieu à l'hydropisie; je puis confirmer ce fait par des expériences sur des animaux vivans; avec un soufflet, j'ai fait remplir d'air le ventre d'un chien, & par des précautions que j'avois prises, l'air a été maintenu dans cette cavité; mais soit que l'air ait perdu son ressort, soit qu'il ait été absorbé ou qu'il se soit frayé une issue par l'ouverture même qu'on avoit pratiquée pour l'introduire, le bas-ventre s'est affaissé & est revenu dans son état naturel, & les fonctions de l'animal n'ont point été troublées.

Cependant s'il nous est permis de raisonner sur ce fait, nous dirons que l'affaissement du bas-ventre nous parut avoir été plutôt produit par la destruction de l'élasticité de l'air que par les deux autres causes: la petite plaie qu'on avoit faite au bas-ventre pour y introduire le bout d'un tuyau, avoit été fermée avec toutes les

précautions possibles, il y avoit par-dessus un emplâtre aglutinatif soutenu par un bandage.

2.^o L'absorption de l'air par les vaisseaux n'est pas démontrée, que dis-je! on sait que l'air ne pénètre pas les tuyaux capillaires, & qu'il suffit même que quelque bulle s'y soit insinuée pour qu'aucun liquide ne puisse les pénétrer.

3.^o On sait au contraire, que l'air perd de son ressort lorsqu'il se mêle avec les vapeurs animales; on en a un exemple frappant en faisant respirer à un animal le même air qu'on tenoit renfermé dans une vessie, elle devient flasque à proportion que l'animal respire : nous avons fait cette expérience après Hoocke & elle nous a réussi. Voyez l'Extrait des expériences de Physiologie que j'ai faites au Collège royal en 1771, publié par M. Collomb.

Quoi qu'il en soit, l'air peut rester long-temps accumulé dans les cavités sans donner lieu à des symptômes dangereux, cependant il y a une distinction à faire des cavités où l'air se ramasse; dans la tête il produit des symptômes si funestes, qu'on fait périr un animal en lui soufflant dans le crâne; dans la poitrine, il peut être accumulé en plus grande quantité & y séjourner plus long-temps, mais dans le bas-ventre il faudroit qu'il y fût ramassé en une quantité prodigieuse pour éteindre le principe de la vie.

Il n'en est pas de même de l'air qui pénètre les vaisseaux sanguins, la plus petite quantité qui s'y introduit, nuit à la circulation; un chat à qui on a soufflé dans la veine jugulaire, est mort apoplectique presque dans l'instant; un chien dans lequel on a introduit de l'air par la veine crurale, a été atteint de battemens de cœur effroyables & qui n'ont cessé qu'à la mort: j'ai fait ces expériences plusieurs fois, & elles m'ont fourni des résultats analogues, je n'ignore pas qu'elles ont été faites par des Physiologistes, mais comme ils ne sont pas d'accord sur les effets qui s'ensuivent, j'ai cru devoir les réitérer: ces expériences ne sont pas de pure spéculation, elles nous apprennent comment on peut périr d'apoplexie par de l'air qui se feroit développé dans la tête, comme Hippocrate l'avoit dit; & comment après des palpitations de cœur mortelles, on n'a trouvé que de l'air renfermé dans les ventricules du cœur *.

* *Henricus Graëvius de hydropo pericardii.*

Sur le racornissement de l'Épiploon.

L'épiploon est naturellement étendu sur tous les intestins grêles dans les adultes; il n'est même pas rare de le voir descendre beaucoup plus bas, tant chez ceux qui l'ont surchargé de graisse, que chez ceux qui ont quelqu'épiplocèle; mais alors on peut dire que l'épiploon pèche par trop d'extension: nous examinerons ici l'état contraire, je veux dire celui où l'épiploon ne descend pas aussi bas qu'il convient.

Or, il arrive souvent alors que l'épiploon s'épaissit en raison de ce qu'il est froncé, & que formant une tumeur plus ou moins considérable, il soulève les parties charnues du bas-ventre, & forme une tumeur qu'il est souvent aisé de reconnoître par le tact. On peut établir deux causes de cette rétraction; l'une est externe, & l'autre est interne; la première dépend fréquemment d'un obstacle quelconque qui empêche l'épiploon de s'étendre librement, ou qui le refoule vers la région épigastrique: cet effet arrive dans les hydropisies, dans les grossesses, & à la suite de quelques tumeurs qui ont leur siège dans la région hypogastrique.

Qu'on ouvre les livres de l'Art, & qu'on consulte l'histoire des lésions observées dans le bas-ventre des hydropiques, & l'on verra qu'à la suite de cette maladie l'épiploon a été trouvé fréquemment racorni, repoussé vers l'estomac & vers l'hypocondre gauche sur-tout. On a peut-être porté dans mon amphithéâtre plus de trente cadavres qui sont morts d'ascite, & dans la plupart desquels j'ai trouvé l'épiploon considérablement épaissi & refoulé: or, si l'on joint ces faits à ceux qui ont été rapportés par M.^{rs} Morgagni & Lieutaud, on conviendra qu'une telle altération dans l'épiploon est très-commune.

Il y a environ neuf ans que M. Fournier fit faire l'opération de la paracentèse à un malade de l'hôpital Saint-Éloi de Montpellier; il coula beaucoup d'eau, & quelques jours après le bas-ventre du malade étant prodigieusement affaissé; je le tâtai avec quelques autres Étudiants, & je découvris une dureté considérable vers la partie latérale gauche & moyenne du bas-ventre; le sujet

ne s'en plaignoit point, & il sortit quelque temps après, guéri en apparence; j'ignore s'il l'aura été réellement.

Quelque temps après, ayant assisté à une opération de la paracentèse, je n'eus rien de plus à cœur, dès que l'eau fut évacuée, que de tâter le bas-ventre pour voir si je ne découvrirais point la tumeur que j'avois déjà observée; même fait: enfin, pour ne pas insister davantage, je puis assurer que sur le plus grand nombre de ceux qui ont souffert cette opération, j'ai vu une tumeur vers la partie latérale gauche de l'ombilic, & je ne doute pas qu'en pareil cas, les Médecins ne fassent la même observation.

Cette tumeur n'occupe cependant pas toujours la même partie du bas-ventre, on l'a vue du côté opposé; mais ordinairement comme elle dépend de l'épiploon qui s'est racorni, elle est plus ou moins mobile, à moins que par une plus grande altération la tumeur n'ait contracté des adhérences avec les parties voisines.

Un homme, dont il est question dans les Éphémérides des Curieux de la Nature, fut atteint de la fièvre-quarte vers l'âge de trente ans; elle dégénéra en ascite: le malade en mourut. A l'ouverture du corps on trouva l'épiploon extraordinairement retiré vers l'estomac.

Un porte-faix fait un effort, il se plaint d'une douleur aux lombes, la fièvre survient, son ventre se tuméfie, & bientôt il est reconnu hydropique. A l'ouverture du corps, M. Morgagni * trouva parmi plusieurs lésions l'épiploon qui étoit rapetissé & refoulé dans l'hypocondre gauche.

* Morgagni
epist. XXXIV,
art. 25.

Je pourrais confirmer, par beaucoup d'autres observations; s'il étoit nécessaire, que l'épiploon se retire lorsqu'il y a de l'eau dans le bas-ventre, & que souvent il reste tel après l'évacuation des eaux; heureusement cette espèce de tumeur n'est point dangereuse, & c'est de ce dont il faut être instruit pour n'en pas porter un pronostic funeste, ou pour ne pas faire des remèdes inutiles, comme je l'ai vu faire.

C'est sous le même point de vue que nous regarderons ces tumeurs que les femmes qui ont fait beaucoup d'enfants, portent ordinairement vers la région ombilicale. La matrice, à proportion

qu'elle se distend, soulève les intestins, & par conséquent l'épiploon; c'est ce que les Accoucheurs & les Anatomistes savent généralement; mais ils ignorent, ou au moins ils n'y font pas assez d'attention, que l'épiploon pressé pendant plusieurs mois se retire, se contracte & s'épaissit, au point que la matrice revenue sur elle-même, & les intestins descendus vers l'hypogastre, il reste une dureté ou une tumeur vers la région de l'ombilic & quelquefois plus haut. Plusieurs femmes que j'ai vues portent cette tumeur sans accident; mais il en est d'autres qui éprouvent des tiraillemens d'estomac prodigieux & des coliques plus ou moins vives. Le meilleur remède qu'on puisse employer alors, c'est de faire porter à la malade une ceinture qui lui serre médiocrement le bas-ventre.

Une femme, mère de plusieurs enfans, se plaignoit d'une pareille incommodité depuis long-temps; elle avoit consulté divers Médecins, elle prenoit, de leur avis, des stomachiques sous diverses formes & sans aucun succès. J'eus occasion de la voir, & m'ayant appris qu'elle éprouvoit des tiraillemens d'estomac depuis la dernière couche, je tâtai alors son bas-ventre, & je sentis une dureté considérable qui s'étendoit de l'ombilic vers le rein gauche; je ne doutai pas que ce ne fût l'épiploon qui s'étoit retiré, & qui n'étant pas suffisamment soutenu par les intestins, tirailloit l'estomac & produisoit les symptômes dont la malade se plaignoit. Je conseillai l'usage d'une ceinture, & cela réussit sans autre remède.

Ces sortes de rétractions de l'épiploon sont si communes, qu'on peut avancer qu'elles ont lieu dans toutes les femmes qui ont fait des enfans, & qu'elles ne diffèrent que du plus au moins: qu'on ouvre les cadavres & qu'on compare les épiploons des femmes & des filles, & l'on verra que ceux des premières sont d'autant moins développés, épanouis, distendus, qu'elles ont fait plus d'enfans; on pourroit encore ajouter, & qu'elles se sont moins serré le ventre pendant la grossesse; car il y a des mères si malheureuses, que pour conserver une certaine régularité dans la taille, elles ne craignent pas de porter, pendant les derniers temps de la grossesse, les corps les plus serrés; la matrice ne peut alors se porter en devant, comme

elle devroit, le fond remonte plus haut, comprime l'épiploon avec plus de force, & le moindre des inconvéniens qu'il en résulte, c'est que l'épiploon reste très-dur & tuméfié.

La cause de cette maladie n'est donc point équivoque, on peut même dire qu'elle est si évidente qu'il est extraordinaire que les Médecins ne l'aient pas connue, ayant été si souvent consultés pour des tumeurs au bas-ventre, qui sont survenues après l'accouchement. Nous ne comprenons cependant pas dans ce nombre Bauhin (a) ni Ruysch (b); ces célèbres Anatomistes ont trouvé, dans des cadavres de femmes qui avoient fait plusieurs enfans, des tumeurs dans l'épiploon, mais ils n'ont pas cru qu'elles fussent aussi fréquentes qu'elles le sont en effet.

Les tumeurs du mésentère, des ovaïres, peuvent donner lieu à la rétraction de l'épiploon de la même manière que la matrice le fait lorsqu'elle est trop distendue, & la vessie elle-même violemment distendue par l'urine, a produit le même effet. Voyez-en des observations bien constatées dans l'ouvrage de *Sed. & Causis morbor.* de M. Morgagni, *epist. IV, n.º 19.*

Dans tous les cas dont nous venons de parler, l'épiploon n'a souffert que par la compression que les parties ont faite sur lui, mais il est des causes qui agissant sur lui, sans même agir sur les viscères voisins, le crispent, l'épaississent, le durcissent. On trouve quelquefois ce viscère si compacte & d'un tissu si resserré qu'il est aussi dur que de la corne, si dur qu'on a de la peine à le couper avec le scalpel. (M. Cavalier, mon ancien Prevôt, en trouva un dans mon amphithéâtre dont la solidité égaloit celle d'un cuir à demi-brûlé: nous n'eumes pas de détails sur la maladie qui avoit précédé) J'ai fait plusieurs observations semblables dans mon amphithéâtre, mais comme ces observations sont toujours incomplètes, l'histoire de la maladie étant le point le plus essentiel, je n'en parlerai pas davantage.

(a) *Theat. Anat.*

(b) *Centur. obs. Anat. Chirurg.* — Cette observation est aussi rapportée dans l'histoire anatomique de M. Lieutaud, page 55; & dans le livre *III, epist. XLVIII, art. 46, de sed. & causis morbor.* de M. Morgagni.

Telles sont les observations que j'ai cru devoir communiquer à l'Académie, sur les tumeurs & les engorgemens de l'épiploon; ces maladies sont si communes, elles sont si obscures, le traitement en est si difficile, & leur terminaison si fâcheuse, qu'aucune matière n'est plus digne de notre attention: c'est d'après ces motifs que j'ai cru devoir m'en occuper & publier mon travail. Je sens mieux qu'un autre combien il est éloigné de la perfection dont il est susceptible; c'est aux Médecins à y ajouter ce qui y manque, & à rectifier ce qu'il y a de défectueux; je me féliciterai s'il peut fixer assez leur attention, pour qu'ils s'en occupent à l'avantage de l'humanité!



REMARQUES

SUR LES

PROBLÈMES DE SITUATION.

Par M. VANDERMONDE.

4 Mai
1771.

QUELLES que soient les circonvolutions d'un ou de plusieurs fils dans l'espace, on peut toujours en avoir une expression par le calcul des grandeurs; mais cette expression ne seroit d'aucun usage dans les Arts. L'ouvrier qui fait une *treffe*, un *réseau*, des *nauds*, ne les conçoit pas par les rapports de grandeur, mais par ceux de situation: ce qu'il y voit, c'est l'ordre dans lequel sont entrelacés les fils. Il seroit donc utile d'avoir un système de calcul plus conforme à la marche de l'esprit de l'ouvrier, une notation qui ne représentât que l'idée qu'il se forme de son ouvrage, & qui pût suffire pour en refaire un semblable dans tous les temps.

Mon objet ici n'est que de faire entrevoir la possibilité d'une pareille notation, & son usage dans les questions sur des tissus de fils. Je me servirai, pour exposer mon idée, d'un Problème qui se rapporte à ce genre, & qui est très-connu, celui de la *marche du cavalier des échecs*, qui a été résolu par M. Euler, *Mémoires de Berlin*, 1759. Le procédé de ce grand Géomètre suppose qu'on a l'*échiquier* sous les yeux; je le réduis à une simple opération d'Arithmétique, faite sur des nombres qui ne représentent point des quantités, mais des rangs dans l'espace.

Les nombres nombrans, *un*, *deux*, *trois*, &c. ont été les seuls soumis au calcul, jusqu'au moment où Viète parut: il y soumit les nombres généraux, *l'un*, *un autre*, *un troisième*, &c. qu'il désigna par les lettres de l'alphabet; & ce fut l'époque d'une révolution dans les Mathématiques. Quant aux nombres ordinaux, *le premier*, *le second*, *le troisième*, &c. que Leibnitz introduisit dans les calculs ordinaires, & que je propose ici d'appliquer aux recherches sur les Situations, ils ne paroissent pas avoir encore fixé suffisamment l'attention des Géomètres.

Leibnitz promet un *calcul des Situations*, & mourut sans rien publier. C'est un sujet où tout reste à faire, & qui méritoit bien qu'on s'en occupât.

(1.) Je conçois l'espace partagé en élémens finis & arbitraires, distingués par leur quantième; c'est-à-dire, 1.^o que je conçois un espace plan, partagé par des parallèles en une suite de bandes, puis partagé de nouveau par une autre suite de parallèles qui coupent les premières; & que je distingue les différentes bandes par la dénomination de première, deuxième, troisième, quatrième, &c. dans l'une & dans l'autre division. Je puis désigner alors un point déterminé, comme appartenant à l'un quelconque des parallélogrammes nés de cette double division, en posant simplement l'un au-dessus de l'autre, deux nombres, dont l'un soit le quantième de la première division, & l'autre, celui de la seconde. Ainsi $\frac{3}{4}$, par exemple, appartient au parallélogramme qui est commun à la quatrième bande dans la première division, & à la troisième dans la seconde. *Voyez figure 1.* Je conçois 2.^o un espace solide partagé d'abord par des plans parallèles en une suite de tranches, puis partagé de nouveau par une autre suite de plans parallèles qui coupent les premiers, & enfin partagé une troisième fois par une nouvelle suite de plans parallèles qui coupent les uns & les autres; & je puis désigner par $\frac{2}{3}$, par exemple, un point déterminé, comme appartenant au parallélépipède commun à la troisième tranche dans la première division, à la deuxième tranche dans la seconde, & à la première dans la troisième. *Voyez figure 2.*

(2.) En général, trois nombres assemblés ainsi, c_a^b , désignant un certain lieu dans l'espace, comme compris entre des limites données, une suite de pareilles expressions c_a^b , c_a^b , c_a^b , peut servir à assigner une route dans l'espace, ou bien le cours d'un fil; & suivant qu'on aura besoin de plus ou moins de précision, on resserrera plus ou moins les limites, & l'on sous-entendra plus ou moins de passages à travers les parallélépipèdes contigus.

C'est ainsi, par exemple, qu'en supposant le fil médiocrement

flexible & abandonné en liberté, excepté dans les points désignés ci-après, on aura, ce me semble, une expression suffisante de la *treffe*, *fig. 3*, au moyen de la suite

$$2^3_2, 1^2_3, 2^1_3, 1^1_1, 2^2_1, 1^3_2, \quad 2^3_4, 1^2_5, 2^1_5, 1^1_3, 2^2_3, 1^3_4, \dots$$

On aura de même l'expression d'un système de *mailles de bas*, *fig. 4*, au moyen des suites

$$2^4_1, 1^3_1, 1^2_1, 2^1_1, 2^1_2, 1^2_2, 1^3_2, 2^4_2, \quad 2^4_3, 1^3_3, 1^2_3, 2^1_3, \dots$$

$$2^6_1, 1^5_1, 1^4_1, 2^3_1, 2^3_2, 1^4_2, \dots$$

$$2^8_1, \dots$$

&c.

On doit sentir qu'il ne faudroit pas beaucoup de complication dans des expressions de ce genre, pour qu'il devînt impossible d'y suppléer par un discours ou par un dessin; & je ferai voir ci-dessous, comment, par un procédé mécanique, on pourroit toujours reproduire & se représenter l'espèce de tissu qu'elles indiqueroient.

Voici maintenant un essai de l'usage de cette façon de noter dans les questions auxquelles les circonvolutions de fils peuvent donner lieu.

(3.) Faire parcourir au *cavalier* toutes les cases de l'*échiquier* sans passer deux fois sur la même, se réduit à déterminer une certaine trace du *cavalier* sur l'*échiquier*, ou bien, en supposant une épingle fixée au centre de chaque case, à déterminer le cours d'un fil passé une fois autour de chaque épingle, d'après une loi dont nous allons chercher l'expression. *Voyez fig. 5.*

(4.) b désignant une case quelconque de l'*échiquier*, a & b ne peuvent avoir pour valeur que l'un des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Deux positions immédiatement successives d'une *pièce* du jeu d'*échecs*, étant $\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$, la *marche* de cette *pièce* est une condition entre a & a , b & b .

La

5 en 4 & vice versa, soit dans les nombres supérieurs seulement, soit dans les inférieurs, ou à la fois dans les deux, il n'en résulteroit aucun changement dans l'expression totale.

(8.) Il s'agiroit donc de trouver seize pas consécutifs du cavalier, ou seize termes de la suite cherchée, qui fussent tels (Voyez l'exemple ci-dessous, article 9), qu'il ne s'y trouvât aucun terme commun avec les seize qui en proviendroient, en y changeant 8 en 1, 7 en 2, 6 en 3, 5 en 4, & vice versa, dans les nombres inférieurs, ni aucun enfin avec les seize qui en proviendroient en y faisant le même changement dans les nombres supérieurs, ni aucun enfin avec les seize résultans de ce même changement, fait dans les supérieurs & dans les inférieurs à la fois. On auroit, après la transformation, quatre suites de pas du cavalier, qui comprendroient les soixante-quatre cases de l'échiquier sans aucune répétition, & dont la trace seroit une figure symétrique; & pour résoudre le problème proposé, il resteroit à lier les quatre suites en une seule, où la loi régneroit d'un bout à l'autre.

(9.) Pour obtenir les seize termes en question, je commence par écrire dans un ordre quelconque, les soixante-quatre termes

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 2 & 2 & 2 & \dots & 3 & 3 & \dots & 8 & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 1 & 2 & 3 & \dots & 1 & 2 & \dots & 8 & \end{array}$$

J'en prends d'abord un arbitrairement, comme $\frac{5}{3}$, & j'écris au-dessous les trois termes transformés $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{4}$ & $\frac{4}{4}$. Aucun de ces termes ne devant plus me servir, je les efface tous, des soixante-quatre. Entre les soixante restans, j'en prends arbitrairement un autre qui se lie avec $\frac{5}{3}$ selon la marche du cavalier, comme $\frac{4}{3}$; (la différence entre les nombres supérieurs de ces deux termes étant 1, tandis que la différence entre les inférieurs est 2) j'écris au-dessous de $\frac{4}{3}$ les trois transformés correspondans $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{6}$ & $\frac{5}{6}$; & les effaçant des soixante termes, il m'en reste cinquante-six; sur lesquels je continue le même procédé.

Par-là j'obtiens, par exemple, les quatre suites symétriques

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6.

4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6.

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3
4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6
4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

(10.) La facilité de former ces suites, dépend de l'observation suivante: si, par exemple, on eut pris cette route-ci

5 4 2 1 3 2 1 3 4 2 1 3 1
5, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 1

on eut été arrêté, parce que 1 ne se lie qu'avec $\frac{3}{2}$ ou $\frac{2}{3}$ qui sont déjà dans la suite; mais il étoit facile d'apercevoir que $\frac{2}{3}$, l'un des termes moyens, & le terme extrême 1 , se liant entre eux, l'ordre de la suite pouvoit être changé, sans que la loi cessât d'avoir lieu, en écrivant les sept derniers termes dans l'ordre inverse, ce qui amenoit comme ci-dessus

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1
5, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 1

où rien n'arrête plus.

En général, lorsqu'un terme extrême se lie avec un terme moyen, en écrivant dans l'ordre inverse tous les termes depuis celui-ci exclusivement jusqu'à ce terme extrême, on change la suite sans changer la loi.

Au moyen de cela, il est facile d'obtenir des suites où les deux termes extrêmes se lient, ou, ce qui est la même chose, des routes rentrantes sur elles-mêmes; telles sont celles de l'article précédent.

Il est facile aussi de lier deux suites entre elles, puisqu'il ne s'agit que d'amener pour termes extrêmes dans l'une & dans l'autre, des termes qui se lient. Voyez le *Mémoire* de M. Euler, cité précédemment.

(11.) Des quatre suites de l'article 9, la première se lie
C c c c ij

avec la quatrième, & par conséquent aussi, la seconde avec la troisième. L'union faite, on a les deux suites résultantes,

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3 4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6 5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

qui sont encore symétriques entr'elles, & rentrantes sur elles-mêmes.

En les réunissant, il faut altérer un peu la symétrie; mais si, par exemple, on intercale la seconde suite entre les termes $\frac{2}{4}$ & $\frac{1}{2}$ de la première, la suite totale demeure rentrante, & satisfait par conséquent, à partir de telle case qu'on voudra. Voyez figure 5, la forme de la trace du cavalier sur l'échiquier, déterminée par cette suite.

(12.) Si l'on proposoit de disposer un fil dans l'espace, suivant une loi analogue à celle qui a lieu ici sur le plan, le procédé seroit de la même facilité.

Je suppose, par exemple, que la question se réduise à ranger de suite les soixante-quatre termes

1_1^1 2_1^1 3_1^1 1_2^1 2_2^1 1_3^1 4_4^1
 1_1^2 2_1^2 1_2^2
 1_1^3
&c.

dans un ordre tel, qu'il règne par-tout cette loi entre les nombres homologues de deux termes contigus, que les uns (les supérieurs, par exemple) diffèrent de deux unités; les autres, (par exemple, les nombres latéraux) diffèrent d'une unité, & que les troisièmes ne diffèrent point. J'emploie la symétrie, de même que ci-dessus.

Son symptôme est ici, qu'en changeant 1 en 4, 2 en 3, & vice versa, soit dans les nombres inférieurs, soit dans les supérieurs, soit dans les latéraux, ou bien dans deux quelconques à la fois, ou dans tous, l'expression totale reste la même.

(13.) Je cherche donc huit termes, entre lesquels règne la loi prescrite, & qui soient tels, qu'en y faisant les différentes transformations de l'article précédent, il n'en résulte que des termes nouveaux. Comme la manière de procéder est parfaitement analogue à celle du Problème ci-dessus, je ne ferai qu'exposer mon résultat.

Je trouve les huit suites

$$4_1^3, 3_3^3, 3_2^1, 1_1^1, 1_3^2, 1_2^4, 2_4^4, 3_4^2.$$

$$4_4^3, 3_2^3, 3_3^1, 1_4^1, 1_2^2, 1_3^4, 2_1^4, 3_1^2.$$

$$4_1^2, 3_3^2, 3_2^4, 1_1^4, 1_3^1, 1_2^3, 2_4^1, 3_4^3.$$

$$1_1^3, 2_3^3, 2_2^1, 4_1^1, 4_3^2, 4_2^4, 3_4^4, 2_4^2.$$

$$4_4^2, 3_2^2, 3_3^4, 1_4^4, 1_2^3, 1_3^1, 2_1^1, 3_1^3.$$

$$1_4^3, 2_2^3, 2_3^1, 4_4^1, 4_2^2, 4_3^4, 3_1^4, 2_1^2.$$

$$1_1^2, 2_3^2, 2_2^4, 4_1^4, 4_3^3, 4_2^1, 3_4^1, 2_4^3.$$

$$1_4^2, 2_2^2, 2_3^4, 4_4^4, 4_2^3, 4_3^1, 3_1^1, 2_1^3.$$

Je vois qu'elles se lient deux à deux, la première avec la sixième, la seconde avec la quatrième, la septième avec la cinquième, & la huitième avec la troisième.

J'écris les quatre nouvelles suites résultantes de cette liaison,

$$1_4^3, 2_2^3, 2_3^1, 4_4^1, 4_2^2, 4_3^4, 3_1^4, 2_1^2, 4_1^3, 3_3^3, 3_2^1, 1_1^1, 1_3^2, 1_2^4, 2_4^4, 3_4^2.$$

$$1_1^3, 2_3^3, 2_2^1, 4_1^1, 4_3^2, 4_2^4, 3_4^4, 2_4^2, 4_4^3, 3_2^3, 3_3^1, 1_4^1, 1_2^2, 1_3^4, 2_1^4, 3_1^2.$$

$$4_4^2, 3_2^2, 3_3^4, 1_4^4, 1_2^3, 1_3^1, 2_1^1, 3_1^3, 1_1^4, 2_3^2, 2_2^4, 4_4^1, 4_3^3, 4_2^1, 3_4^1, 2_4^3.$$

$$4_1^2, 3_3^2, 3_2^4, 1_1^4, 1_3^3, 1_2^1, 2_4^1, 3_4^3, 1_4^2, 2_2^2, 2_3^4, 4_4^4, 4_2^3, 4_3^1, 3_1^1, 2_1^3.$$

qui sont symétriques & rentrantes sur elles-mêmes. J'observe que le second terme 2_2^3 de la première se lie avec le sixième 4_2^4 de la seconde, & par conséquent aussi, le second de la troisième,

avec le sixième de la quatrième. Je réunis ces suites deux à deux, ce qui me donne

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{1}, \frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{3}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{3}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{1}, \frac{2}{3}, \frac{2}{2}, \frac{4}{1}, \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{4}{1}, \frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{2}, \frac{4}{3}, \frac{4}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3} \end{array}$$

Ces deux suites sont encore rentrantes sur elles-mêmes, & symétriques entre elles : & comme le dernier terme $\frac{4}{3}$ de la première se lie avec le premier $\frac{3}{4}$ de la seconde, & le dernier $\frac{1}{3}$ de celle-ci, avec le premier $\frac{2}{3}$ de la première ; en les réunissant, j'ai une suite totale, symétrique & rentrante, qui satisfait à la question proposée.

(14.) Pour se représenter la forme décrite par cette suite, on pourroit disposer quatre rangées de chacune quatre tiges verticales, percées de quatre trous sur leur longueur, & il faudroit passer le fil dans ces trous : espèce de construction qui peut convenir à toutes sortes de cas.

(15.) Après avoir supposé un fil plus ou moins tendu entre deux points désignés, on peut supposer une toile plus ou moins tendue entre trois ou plusieurs fils désignés ; on peut considérer les fils comme les arêtes d'une surface, & les toiles comme ses différens hédres, & définir par-là la forme d'un corps. Je n'ajoute ceci que pour mieux faire sentir l'utilité & l'étendue du travail à faire en cette partie. Je me suis livré à ce travail à différentes reprises ; mais avant de communiquer ces recherches à l'Académie, je leur voudrois un ensemble qu'elles n'ont point encore.



OBSERVATIONS
SUR LA
SITUATION DES VISCÈRES
DU
BAS-VENTRE CHEZ LES ENFANS,
Et sur le déplacement qu'ils éprouvent dans un âge
plus avancé.

Par M. P O R T A L.

LA connoissance du lieu précis qu'occupe un viscère du bas-ventre suppose celle de cette capacité. Pour me faire entendre, je la diviserai en trois régions, une supérieure, une moyenne, une inférieure. La supérieure est celle qui est bornée par le diaphragme & par les côtes; la moyenne s'étend depuis les côtes jusqu'au bassin; l'inférieure est formée par le bassin lui-même.

Ces trois régions ne forment qu'une seule cavité qui renferme tous les viscères du bas-ventre. La capacité de ces trois régions que nous avons supposées, varie dans les divers âges de la vie, dans divers sujets, & par état de maladie. Dans les enfans qui viennent de naître, l'espace qu'il y a du sternum au bassin est environ le tiers de la longueur de tout leur corps; c'est un fait dont je me suis assuré par diverses mesures. Dans l'adulte, la longueur du bas-ventre n'est pas même la cinquième partie de celle du corps. Dans les enfans de trois pieds de haut, le bas-ventre avoit presque un pied de longueur, tandis que dans les adultes de cinq pieds de haut, je n'y trouvois qu'environ un pied.

Cet excès de capacité ne se trouve que dans la région moyenne du bas-ventre, qui est beaucoup plus longue dans les enfans que dans les adultes. Mais si les enfans ont la région moyenne du bas-ventre plus longue, ils l'ont encore plus grande en tous les sens; elle est plus large de devant en arrière, proportions gardées, car

à cet âge la colonne vertébrale est presque droite, au lieu qu'elle se courbe considérablement dans la suite. Elle est plus large en travers, parce que les fœtus ont les côtes plus renversées en dehors; c'est à quoi les Anatomistes n'ont pas fait assez d'attention; ainsi il résulte que les enfans ont la région moyenne du bas-ventre beaucoup plus grande que les adultes; le contraire s'observe dans les deux autres régions. Les deux voûtes qu'on voit sous le diaphragme des enfans ne sont pas proportionnellement aussi profondes chez eux que dans les adultes. On peut dire que les hypocondres ne sont presque point creusés dans les enfans.

Le bassin est incomparablement plus petit dans les fœtus que dans les adultes; l'os sacrum est alors très-incliné vers les os pubis par sa partie inférieure; la branche horizontale du pubis est très-courte & aplatie, & les tubérosités de l'os ischium sont elles-mêmes renversées en arrière.

Tout concourt donc à rétrécir la cavité des hypocondres & du bassin; aussi dans les enfans du premier âge, tous les viscères du bas-ventre sont-ils contenus dans la région moyenne jusqu'à ce que les hypocondres & la région du bassin venant à s'agrandir, une partie des viscères s'y insinue; mais avant que de traiter de ce changement de situation des viscères, donnons une idée de leur situation générale dans les enfans.

L'estomac des enfans, bien loin d'être situé transversalement, comme celui de l'adulte, est presque dans une direction perpendiculaire, & c'est à M. de Lassone que nous devons cette remarque. Il se prolonge de la région vulgairement appelée *épigastrique*, jusqu'à l'ombilic, & il est un peu incliné à gauche, en haut, & à droite en bas. La convexité de ce viscère, ou la grande courbure est tournée à gauche, & la concavité ou la petite courbure est tournée à droite.

Le grand épiploon qui est attaché à la grande courbure de l'estomac, se trouve nécessairement plus à gauche qu'à droite; c'est ce qui a induit en erreur plusieurs Médecins, ils ont pris des obstructions de ce viscère pour des embarras dans le colon qu'on a trouvé très-libre à l'ouverture du cadavre de quelques jeunes sujets. Le foie, dont le volume est incomparablement plus gros dans le fœtus

foetus que dans l'adulte, proportions gardées avec les autres parties, est placé, dans les enfans, presque tout entier dans la région moyenne du bas-ventre; on sent aussi par le tact que son bord antérieur est beaucoup plus près de la ligne blanche qu'il ne l'est dans l'adulte; la forme & la figure de ce viscère sont très-différentes à cet âge de celles qu'il a dans la suite.

A cet âge, l'intestin duodenum est presque entièrement placé derrière l'estomac; les contours sont beaucoup plus marqués, & le paquet intestinal est plus relevé dans les enfans que dans les gens d'un certain âge. La rate dans les enfans se distingue par le tact au-dessous des fausses côtes, ce qu'on ne peut faire dans l'adulte, à moins que son volume ne soit contre nature, on en voit facilement les raisons par ce qui a été dit. Dans les enfans, une grande partie de ce viscère est placée dans la région moyenne du bas-ventre, au lieu que dans les adultes elle est logée dans l'hypocondre gauche.

Dans les jeunes sujets, la vessie est entièrement placée hors du bassin, elle se prolonge jusqu'à très-peu de distance de l'ombilic; sa capacité est très-grande, & elle se termine supérieurement par une espèce de pointe à laquelle l'ouraque est implanté. La vessie pleine d'urine fait une saillie très-apparente vers la partie moyenne & inférieure du bas-ventre. Cette position de la vessie au-dessus des os pubis mérite la plus grande considération, car s'il s'agissoit de tailler un enfant calculeux, il faudroit préférer l'opération au haut appareil, à toutes les autres méthodes qu'on pratique au périnée. Mais rien n'est plus mal vu que cette pratique; une des principales conditions dans l'opération de la taille, est d'arriver à la vessie par le chemin le plus court & sans danger, ce qu'on feroit en pratiquant le haut appareil dans les enfans, & non le petit appareil, puisque la vessie est chez eux très-éloignée du périnée. La matrice des jeunes filles & ses deux ovaires sont considérablement élevés au-dessus des os pubis, & s'ils sont engorgés, ce qui est très-rare à cet âge, on les sent avec facilité par le tact. Mais tout change avec l'âge, les côtes s'abaissent & le diaphragme se voûte, les hypocondres se creusent; alors le foie remonte, & à quinze ans il est presque tout caché sous les côtes lorsque le sujet est couché.

Mém. 1771.

D d d d

Je me suis encore convaincu par l'examen de nombre de sujets, que le lobe horizontal étoit beaucoup plus gros, proportions gardées, dans les enfans que dans les adultes; que le changement de position du foie & le décroissement du lobe horizontal de ce viscère, donnent lieu à un changement manifeste de l'estomac, de perpendiculaire qu'il étoit il devient transversal, alors l'épiploon abandonnant la partie latérale gauche se porte vers le milieu du bas-ventre, à proportion que l'estomac auquel il est attaché change de place.

On sent facilement, dans la région épigastrique des adultes, l'extrémité du lobe horizontal du foie, mais moins que dans les enfans; elle est placée sur l'extrémité inférieure de l'œsophage, & lorsqu'elle devient trop grosse, elle comprime le canal, & empêche les alimens d'entrer dans l'estomac; c'est ce que nous avons vu deux fois dans des personnes qui sont mortes après avoir éprouvé des vomissemens énormes.

Pendant que les hypocondres se creusent, le bassin s'agrandit en tout sens, les os pubis s'élèvent & s'allongent, l'os sacrum se déjette en arrière; les tubérosités des os *ischium* se renversent en dehors & s'éloignent réciproquement de l'os *coccix*: ainsi le bassin augmente en profondeur, en travers & en largeur. Une augmentation si considérable de la capacité inférieure du bas-ventre donne lieu à un changement bien digne d'attention dans la situation des viscères; ceux qui sont flottans de leur nature dans la capacité moyenne du bas-ventre se précipitent dans le bassin, la vessie qui s'étendoit presque jusqu'à l'ombilic, tombe dans le bassin, & la partie supérieure se porte en avant; l'ouraque est tirailé & ne s'implante plus, dans les adultes, à la partie supérieure de la vessie, comme dans l'enfant; observation qui a été faite par M. Lieutaud, & qui est contraire à l'opinion de plusieurs Anatomistes. L'étude de l'Anatomie, dans les divers âges de la vie offre un nouveau champ de découvertes, & il n'est pas douteux qu'en la cultivant, on ne parvienne à concilier les opinions des divers Anatomistes, parce qu'ils ont regardé comme constant ce qu'ils n'ont vu que dans un seul âge de la vie. La même cause qui change la position de la vessie, change aussi celle de la matrice; ce viscère, qui chez les enfans est placé au-dessus des os pubis, s'enfonce peu à peu dans le bassin,

en forte que dans la femme adulte, hors l'état de grossesse & dans l'état naturel, il y est entièrement plongé; cependant la descente des intestins dans le bassin donne souvent lieu à une obliquité de la vessie & de la matrice; cette obliquité presque naturelle de la vessie & de la matrice a été aperçue par *Gunzius* & *Camper*. J'ai depuis comparé les diverses observations que nous avons des hernies de la vessie, par les anneaux des muscles abdominaux, & j'ai vu que cette hernie a plus souvent lieu à droite qu'à gauche. L'inspection répétée des cadavres m'a appris que l'ovaire gauche est fréquemment plus élevé que l'ovaire droit.

En effet, le fond de la matrice ne peut s'incliner dans la partie latérale droite du bassin, que l'ovaire qui lui est attaché du côté droit ne descende; la position respective des ovaires change par deux raisons; la première, parce que l'ovaire droit se précipite dans le bassin; la seconde, parce que l'ovaire gauche se place un peu plus haut qu'il n'étoit avant le renversement de la matrice. J'ai ouvert cet hiver les corps de trois femmes, & j'ai trouvé en elles l'ovaire gauche presque de niveau avec la première pièce de l'os sacrum. Un autre changement de position qu'il ne faut pas ignorer lorsqu'on touche un bas-ventre, c'est que dans quelques femmes l'ovaire gauche est très-rapproché de la dernière vertèbre lombaire. J'ai vu, avec deux Médecins célèbres, une dame atteinte d'une tumeur squirreuse, placée à quatre travers de doigt au-dessous & un peu à gauche de l'ombilic, laquelle produisoit des symptômes très-fâcheux: mon opinion fut que cette tumeur étoit squirreuse & adhérente au fond de la matrice, & qu'elle n'étoit point produite par les ovaires que je croyois placés plus à côté; cependant la dame étant morte, à l'ouverture du cadavre, nous vîmes la matrice renversée à droite & entièrement plongée dans le bassin; l'ovaire droit étoit par-dessous, tandis que le gauche qui étoit d'un volume prodigieux & d'une dureté extraordinaire étoit placé vers la dernière vertèbre lombaire, & au-dessus du bord gauche de la matrice il formoit la tumeur que nous avions sentie, & dont je n'avois pas connu le vrai siège.



M É M O I R E
S U R L E S
INÉGALITÉS DE LA LUMIÈRE
D E S
S A T E L L I T E S D E J U P I T E R ,
Sur la mesure de leurs diamètres; & sur un moyen,
aussi simple que commode, de rendre les Observations
comparables, en remédiant à la différence des vues
& des lunettes.

Par M. B A I L L Y.

P R E M I È R E P A R T I E.

13 Novemb.
1771.

§. I. **M.** DE FOUCHY fit connoître le premier, en 1732, que le moment des immersions & des émerfions des Satellites de Jupiter étoit affujetti à une inégalité optique, qui est dûe aux variations du segment éclairé, devenu infensible par la diminution de la lumière.

Lorsque le Satellite entre dans l'ombre, sa lumière diminue par degrés, & il y a un certain terme de cette diminution où la lumière qui reste ne fait plus d'impression sur l'œil; c'est le moment de la disparition du Satellite. Il y a donc un segment de son disque qui n'est pas éclipsé, mais qui cesse d'être visible, parce que la lumière qu'il renvoie est trop foible pour être aperçue. Cette quantité de lumière infensible est à la lumière totale dans le même rapport que le segment non éclipsé au disque entier du Satellite. Il est certain que cette quantité est constante pour le même Observateur, tant que l'organe ne s'affoiblit point, mais il n'en est pas de même du segment invisible. Si, dans certaines circonstances, la dixième partie de la lumière du Satellite est

insensible, ce segment sera aussi la dixième partie du disque. Mais si la lumière totale vient à augmenter, & qu'elle devienne, par exemple, double de ce qu'elle étoit, quoique la quantité insensible ne change pas, son rapport à la lumière totale ne sera plus le même; au lieu d'en être la dixième partie, elle n'en fera plus que la vingtième, & le segment invisible ne sera également que la vingtième partie du disque. Or, l'intensité de la lumière totale augmente toutes les fois que Jupiter est plus près du Soleil, & la Terre plus près de Jupiter. M. de Fouchy fit voir que l'équation qui avoit lieu pour les éclipses, en vertu de ces variations de la lumière, suivoit la raison inverse du carré de ces deux distances.

Depuis quarante ans on n'a fait aucun usage de cette découverte, parce que M. de Fouchy, en indiquant l'inégalité, n'en avoit point déterminé la quantité. Livré depuis aux fonctions de Secrétaire de l'Académie, il n'a pu suivre cet objet. Dès l'année 1765, je prévoyois que cette équation étoit très-importante, & j'ai dit dans l'Histoire de l'Astronomie des Satellites de Jupiter *, que c'étoit peut-être de cet élément que dépendroit à l'avenir la perfection de leur théorie.

* Page xxxviii.

§. 2. M. de Fouchy avoit cependant imaginé un moyen fort ingénieux pour découvrir la quantité ou le *maximum* de cette équation. C'est cette idée qu'il m'a communiquée, à laquelle je dois toutes les différentes expériences que j'ai imaginées pour mesurer la lumière des Satellites. Voici sa méthode. Il faut avoir deux lunettes égales en longueur & en force, & diminuer l'ouverture de l'une de ces lunettes par un diaphragme, de manière que les deux ouvertures soient alors dans le rapport de la plus grande à la plus petite distance de la Terre à Jupiter. Il est sûr que la lumière reçue dans les deux lunettes sera dans le rapport de la lumière que la Terre reçoit de Jupiter dans ces deux positions extrêmes. Elle sera comme le carré des ouvertures; c'est-à-dire comme les carrés de la plus grande à la plus petite distance à Jupiter; & l'on peut croire que la différence entre les temps observés de la même immersion, donnera la quantité de l'équation dont il s'agit ici. Cette méthode a deux inconvéniens; le premier, d'exiger deux Observateurs; le second, de supposer

que leurs vues & leurs lunettes sont égales en force & en bonté. Cette égalité est rare à rencontrer & difficile à reconnoître.

§. 3. J'ai pensé que je pouvois en venir à bout, seul, & avec une seule lunette. Je me suis servi d'une lunette achromatique de 5 pieds de foyer, qui porte 24 lignes d'ouverture, & qui grossit environ soixante-quatorze fois. Lorsqu'il devoit y avoir une immersion d'un Satellite je diminuois l'ouverture de ma lunette dans le rapport de la plus grande distance de Jupiter à la Terre, à la distance actuelle, au moyen d'un diaphragme de carton que j'appliquois extérieurement à l'objectif, & que j'étois le maître d'enlever à l'aide d'un fil. La lunette étant ainsi préparée, & l'ouverture diminuée par le diaphragme, j'observois la disparition du Satellite; ensuite, en faisant sauter le diaphragme, & rendant toute la lumière, j'apercevois de nouveau le Satellite. J'observois la seconde, ou la véritable immersion, en comptant exactement les secondes qui s'écouloient dans l'intervalle.

§. 4. C'est ainsi que j'ai fait les Observations suivantes. Le 2 Février 1768, à 2^h du matin, il y avoit une immersion du troisième Satellite. J'ai rétréci l'ouverture de ma lunette par un diaphragme qui avoit 19 lignes d'ouverture. Après avoir observé la première disparition, j'ai enlevé le diaphragme, & j'ai revu très-distinctement le Satellite pendant une minute; après laquelle minute s'est faite la seconde immersion.

Le 18 Mars, à 1 heure du matin, immersion du premier Satellite; avec un diaphragme qui porte 17 lignes d'ouverture, j'ai vu la seconde immersion 48 secondes après la première.

Le 25 Mars, à 3 heures du matin, immersion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la seconde immersion 55" après la première.

Le 11 Mars 1769, à 1 heure du matin, immersion du second Satellite; avec le diaphragme qui porte 19 lignes d'ouverture, j'ai vu la seconde disparition 32 à 33" après la première.

Le 21 Mars, à 4 heures du matin, immersion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la seconde immersion 26 à 28" après la première.

Le 1.^{er} Avril, vers 1 heure du matin, immersion du troisième

Satellite; avec le diaphragme qui porte 17 lignes d'ouverture, j'ai observé la seconde immersion 2' 40" après la première.

Le 5 Avril, vers 1 heure du matin, immersion du second Satellite; avec le même diaphragme, j'ai observé la seconde disparition 1' 7" après la première.

Le 6 Avril, à 2 heures & demie du matin, immersion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la seconde immersion 38 à 40" après la première.

Je n'ai pu observer le quatrième satellite, parce qu'il ne s'éclipsait point alors, & que cette année 1771, le temps a été couvert tous les jours où il devoit s'éclipser.

S. 5. Quand j'ai voulu faire usage de ces Observations pour déterminer le *maximum* & la marche de l'équation, je me suis aperçu que la lumière varioit bien, comme on l'avoit pensé, en raison composée des carrés des distances de Jupiter au Soleil, & de la Terre à Jupiter; mais j'ai vu en même-temps que l'équation ne suivoit point cette loi.

S. 6. En effet, soit $ABED$ le disque d'un Satellite; supposons qu'au moment d'une éclipse la distance de la Terre à Jupiter étant x , & celle de Jupiter au Soleil a , le Satellite ait disparu lorsqu'il étoit entré dans l'ombre jusqu'en f , le segment Abd étant encore éclairé au moment de sa disparition totale. Il est sûr que, si au moment d'une autre éclipse, Jupiter s'est éloigné du Soleil, & que la distance à cet astre soit devenue b , la quantité de lumière qu'il en recevra dans les deux cas, sera dans le rapport de aa à bb .

Si, en même-temps Jupiter s'est éloigné de la Terre, la distance étant devenue z , l'intensité de la lumière de Jupiter, qui parviendra jusqu'à la Terre, sera, dans les deux cas, comme xx est à zz . Ainsi le rapport composé sera comme $aa xx$ est à $bb zz$.

Si l'on fait $aa xx : bb zz ::$ le segment Abd : segment ABD , il est évident que, lors de la seconde éclipse, le Satellite disparaîtra lorsqu'il sera entré dans l'ombre jusqu'en F , parce que, dans les circonstances de la seconde Observation, le segment ABD ne renvoie pas plus de lumière que le segment Abd n'en renvoyoit dans les circonstances de la première. Si l'on vouloit donc ramener toutes les observations à une mesure

Fig. 1.

commune, à un point fixe, il faudroit tenir compte du temps que la petite partie fF du diamètre du Satellite met à entrer dans l'ombre. Cette petite partie fF est l'équation de M. de Fouchy. On voit que cette ligne ne varie pas dans la raison des carrés de la distance de Jupiter à la Terre, & de Jupiter au Soleil; mais elle est la différence des flèches de ces segmens, lesquels segmens varient suivant cette raison.

On pourra m'objecter que l'ombre de Jupiter, sur le disque du Satellite, est terminée par une portion de cercle, & non point par une ligne droite. Cela est vrai, rigoureusement parlant; mais j'avoue que j'ai été rebuté par la longueur des calculs que cette considération eût exigés; d'ailleurs, je ne la crois pas nécessaire.

1.^o Parce que le diamètre de l'ombre étant près de vingt fois plus grand que celui des disques des Satellites, la courbure n'est pas fort sensible; l'arc ACB (*fig. 4*), qui est le plus grand de tous, n'est pas de 6 degrés. 2.^o Quand on voudra comparer deux observations, l'intervalle gh , entre les lignes AB & DF , ne diffère pas sensiblement de l'intervalle entre les arcs ACB , DEF .

Cette considération ne pourroit être tout au plus nécessaire que lorsque des observations d'une même immersion ou d'une même émerison, on voudra conclure le moment où le centre s'est trouvé sur le bord de l'ombre. Cette quantité négligée, qui ne fera rien sur les momens comparés, tombera toute entière sur le moment absolu de ce passage. Mais je ne crois pas cette exactitude fort utile, & j'ai craint d'effrayer par la longueur des calculs. On est le maître de les entreprendre si on veut *.

Fig. 2.

S. 7. Soit ADB l'ombre de Jupiter, ED la route d'un Satellite, MQ le demi-diamètre du disque de ce Satellite, Q le lieu du centre du Satellite, au moment d'une immersion quelconque, on suppose que le Satellite a disparu lorsque le point G

* Il suffit de faire une fausse position. Le segment ABE (*figure 5*) étant donné: il faudra trouver une demi-lunule AFG , qui lui soit égale; elle est la différence de deux segmens AFK , GFK , dont le premier appartient au disque du Satellite, & l'autre à l'ombre de Jupiter. Voyez ci-après.

est entré dans l'ombre, quoique le segment MG fût encore éclairé; c'est ce segment que j'appellerai toujours le *segment invisible*. Soit, pour le moment d'une autre immersion, F le lieu du centre du Satellite, & mg le segment invisible, il s'agit de déterminer la valeur de QF !

Avant tout, il faut remarquer que le diamètre de l'ombre, que l'on trouve dans les Tables, n'est pas le véritable; il est beaucoup plus petit. Si Aa (fig. 3) est le véritable diamètre, celui des Tables est Pp . Supposons que NA ou na fût le segment invisible au temps des observations qui ont servi à déterminer ce diamètre; lors de l'immersion, le Satellite a disparu, lorsque son centre étoit en P , & il a reparu lorsque le même centre étoit en p . Le chemin du centre Pp est donc le diamètre des Tables, trop petit de la quantité $Ap + ap$; c'est-à-dire, de presque le diamètre entier du Satellite.

Cela posé, soit

$CP = R$, le demi-diamètre de l'ombre; tiré des Tables.

Fig. 2.

$MG = ar$, flèche du segment MG .

$mg = br$, flèche du segment mg .

$MQ = r$, rayon du disque du Satellite.

$OF = \frac{1}{2}d$, demi-durée des Tables.

Soit tiré du centre C le petit arc QK . KF est égale à $(a - b)r$. QF , est le chemin que le Satellite a fait entre les instans des deux immersions, l'inégalité qui a lieu à raison de la variation du segment éclairé, enfin l'équation de M. de Fouchy.

Il s'agit de déterminer la valeur de QF en temps, QCK est un très-petit angle; ainsi l'on peut regarder l'arc QK comme une perpendiculaire sur CK , & l'on aura

$$OF : CF :: KF : QF = \frac{CF \cdot KF}{OF} = \frac{2Rr(a-b)}{d};$$

qui selon que r sera exprimé en degrés ou en temps, donnera la valeur de QF de même en degrés ou en temps.

§. 8. On voit que cette expression renferme deux indéterminées, les valeurs de a & de b , qui n'en font qu'une, parce

Mém. 1771.

E e e

que leur rapport est donné ; & le diamètre r du disque du Satellite ; mais on peut remarquer encore quelle inégalité il résulte de cette expression, comme elle est multipliée par $\frac{2R}{d}$, il s'ensuit que quand l'entrée est fort oblique, quand la durée de l'Éclipse est fort petite, il en naît une différence considérable sur le moment des Éclipses, & une très-grande incertitude sur les mouvemens des Satellites qu'on en déduit ; cela n'est pas de conséquence quand les deux phases peuvent être observées, parce que l'inégalité étant à peu-près la même pour les immersions & pour les émerfions, la conjonction se détermine assez bien, mais toutes les Éclipses du troisième & du quatrième Satellite où les deux phases n'ont pas été observées, ne sont point susceptibles d'exactitude à cause de la grande différence des durées des Éclipses au diamètre de l'ombre.

§. 9. Pour réduire toutes les observations à un terme fixe, il faut choisir le moment de l'entrée du centre dans l'ombre, si c'est une immersion, ou de sa sortie hors de l'ombre si c'est une émerfion.

Il est clair que EQ , exprimée en temps est l'intervalle écoulé entre l'entrée du centre dans l'ombre & l'immersion ; or on a

$$EQ \times QD = GQ (CQ + CG).$$

$$QD = d + EQ.$$

$$*CG = R + r.$$

$$GQ = r(1 - a).$$

$$CQ = R + ar.$$

$$\text{Soit } EQ = x.$$

On a donc

$$2dx + xx = 2Rr(1 - a) + rr(1 - a^2).$$

* On fait ici CG égale à $R + r$, quoique AP ou Gr ne soit pas tout-à-fait égale à r ; on néglige la valeur du sinus versé NA (fig. 3) du segment invisible qui avoit lieu le jour des observations qui ont fondé la déter-

mination du diamètre de l'ombre. On néglige ici cette petite quantité, 1.^o parce qu'elle est assez difficile à apprécier ; 2.^o qu'elle n'influeroit que pour quelques secondes sur la demi-durée. J'en ai fait le calcul.

ou

$$x = -\frac{1}{2}d \pm R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR}(1-a^2) + \frac{dd}{4RR}\right]},$$

De ces deux racines, la plus petite est celle qui donne EQ , l'autre donne EL ou QD .

La quantité

$$-\frac{1}{2}d + R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR} + \frac{dd}{4RR}\right]}$$

retranchée du temps de l'immersion, ou ajoutée au temps de l'émerfion, donne le moment où le centre s'est trouvé sur le bord de l'ordre.

§. 10. Quand ces deux phases auront été observées, on prendra pour d la durée qui en aura été conclue, sinon on prendra celle des Tables.

§. 11. On pourra rectifier la théorie, en déterminant, 1.^o la véritable grandeur du diamètre de l'ombre; 2.^o celle des cercles que le Satellite décrit dans l'ombre, suivant les différentes latitudes; 3.^o enfin l'inclinaison de l'orbite qui en résulte.

§. 12. Quand les Tables contiendront ces données, on ne pourra plus se servir des formules précédentes, alors

$$CG = R. CQ = R - r(1-a). EQ = x, \& GQ = r(1-a). QD = d - x. EQ = \frac{GQ}{QD}(CG + CQ)$$

deviendra donc

$$\begin{aligned} dx - xx &= (r - ar)(2R - r + ar). \\ xx - dx &= (r - ar)(r - 2R - ar) = r^2 - 2Rr - 2arr \\ &+ 2aRr + a^2r^2 = r^2(1 - 2a + a^2) - 2Rr(1-a); \end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$x = -\frac{1}{2}d \pm R\sqrt{\left[\frac{r^2}{R^2}(1 - 2a + a^2) - \frac{2r}{R}(1-a) + \frac{dd}{4RR}\right]},$$

il faut bien faire attention que dans la supposition présente les Tables donneront le temps de l'entrée du centre, & qu'il faudra y ajouter la quantité x pour conclure le moment de l'immersion.

§. 13. À l'égard de la quantité QF , si dans la supposition d'une pareille construction des Tables, on vouloit calculer la différence QF entre deux immersions quelconques, ou entre les

Eeee ij

temps de la même immersion, observée avec des instrumens différens, il faudroit calculer la quantité x , comme dans le paragraphe précédent, en employant pour a la flèche du plus petit des deux segmens, afin d'avoir pour x la quantité EF , laquelle retranchée de la demi-durée des Tables, donnera FO , qui alors

sera employée pour d dans l'expression $QF = \frac{2Rr(a-b)}{d}$,

tandis qu'on prendra pour R le véritable demi-diamètre de l'ombre, moins r demi-diamètre du Satellite, afin d'avoir toujours

$$QF = \frac{KF \cdot CF}{FO}.$$

§. 14. Comme toutes ces formules supposent que l'on connoisse le diamètre des Satellites & la grandeur du segment éclairé, qui devient insensible, il s'agissoit de chercher les moyens de déterminer ces deux inconnues. J'ai pensé qu'on pouvoit imiter, dans tous les momens, ce qui arrive dans les éclipses où la lumière diminue par degrés, & qu'en diminuant de même l'ouverture de la lunette, on parviendroit peut-être à faire disparaître le Satellite. Ma lunette a 24 lignes d'ouverture; j'ai taillé des diaphragmes dont les ouvertures diminuoient de demi-ligne en demi-ligne; j'ai couvert l'objectif successivement de ces différens diaphragmes, & j'ai réussi à faire disparaître à volonté chacun des Satellites; les uns avec une ouverture plus grande, les autres avec une ouverture plus petite. L'année dernière, au mois d'Août, qui est le temps où j'ai commencé ces expériences, j'ai trouvé assez constamment que les Satellites étant dans leurs plus grandes digressions, le troisième dispafoissoit lorsque l'ouverture étoit réduite à 3 lignes, les trois autres dispafoissoient par une ouverture de 5 à 6 lignes.

§. 15. Comme la lumière est proportionnée au carré des ouvertures, j'ai conclu que lorsque la lumière du troisième satellite étoit réduite à une soixante-quatrième partie, elle devenoit insensible; à l'égard des trois autres, c'étoit environ la seizième.

§. 16. La seconde conclusion que j'en ai tirée, c'est que le troisième satellite réfléchissant plus de lumière, étoit beaucoup plus gros que les trois autres, parce qu'il est assez naturel de penser qu'ils sont également éclairés. Tous les Astronomes, en effet, ont

regardé jusqu'ici le troisième Satellite comme le plus gros ; on verra, dans la troisième partie, qu'il est réellement un peu plus gros que le second & le quatrième, mais il est plus petit que le premier. Voici ce qui produit cette apparence ; le premier est presque toujours plus près de Jupiter que le troisième ; en conséquence, il perd beaucoup de son éclat, & sa lumière est fort affoiblie. On en peut dire autant du second ; d'ailleurs, il est réellement un peu plus petit. A l'égard du quatrième, qui est le plus loin de Jupiter, ses taches contribuent sans doute à le faire paroître plus petit.

§. 17. Je me suis bientôt aperçu que cette mesure de la lumière des Satellites n'étoit constante qu'à la même hauteur sur l'horizon, & lorsque le Satellite étoit dans sa plus grande digression. La partie insensible de la lumière devenoit plus grande à mesure que Jupiter descendoit vers l'horizon, ou que le Satellite s'approchoit du disque de la planète. En effet, par rapport à ce dernier cas, il y a long-temps que l'on a remarqué que vers le temps de l'opposition au Soleil, où les immersions & les émerfions arrivent très-près du bord de Jupiter, les observations en sont défectueuses. J'espère qu'au moyen de la théorie & des expériences contenues dans ce Mémoire, ces observations ne seront plus dans le cas d'être rejetées, & seront aussi utiles que les autres. On trouvoit qu'elles s'éloignoient davantage du calcul, & cela devoit être en effet, puisque le segment invisible étant plus grand dans cette circonstance, l'immersion devoit arriver plus tôt & l'émerfion plus tard.

§. 18. Voilà donc deux nouvelles équations qu'il faut joindre à celle que M. de Fouchy a remarquée. Il y en a encore une autre qui est dûe à l'effet des Lunettes de différentes forces, mais toutes les quatre ont la même source, c'est-à-dire la variation du segment éclairé & invisible. Je rapporterai, dans la seconde partie, les mesures de ce segment, relativement à la distance du Satellite à Jupiter, & à sa hauteur sur l'horizon. Je donnerai, dans la troisième, les observations que j'ai faites pour la mesure du diamètre des Satellites ; la quatrième traitera de l'effet des lunettes ; je terminerai celle-ci par l'exposition de quelques tentatives qui ont été faites sur ces différens objets.

§. 19. M. Cassini, dans ses Tables astronomiques, donne une Table du temps que les Satellites mettent à entrer sur le disque de Jupiter; ce qui suppose la mesure ou du moins l'estimation de leurs diamètres. Ces temps sont;

Pour le premier Satellite.....	6' 58"
le second.....	9. 0
le troisième.....	10. 56
le quatrième.....	15. 14

D'où l'on peut conclure que les diamètres sont :

Du premier.....	0 ^d 59' 4" en degrés.
Du second.....	0. 38. 1
Du troisième.....	0. 22. 56
Du quatrième.....	0. 13. 42

Les temps que nous avons rapportés ici sont ceux de l'entrée perpendiculaire dans l'ombre; mais M. Cassini donne aussi les temps qui ont lieu suivant les différentes obliquités de la route du Satellite à l'égard de l'ombre. Ces temps sont défectueux, parce qu'on ne connoissoit alors ni la vraie quantité des inclinaisons, ni leurs variations; mais ils prouvent que M. Cassini avoit apprécié les diamètres des Satellites, & qu'il avoit reconnu que le temps de l'entrée de ce diamètre sur le disque ou dans l'ombre, croît avec la Latitude du Satellite.

§. 20. M. Maraldi, dans les Mémoires de 1734, a rapporté trois observations, d'où il conclut que les diamètres des deux premiers sont environ $\frac{1}{20}$ de celui de Jupiter, & le diamètre du troisième $\frac{1}{18}$. Ces mesures reviennent à peu-près à celles que nous venons de donner, d'après M. Cassini; & en effet elles sont fondées sur ses observations; mais M. Maraldi reconnoît qu'il est très-difficile de faire ces observations avec exactitude: « j'ai voulu, » dit-il, essayer d'en faire, mais j'avoue que je n'y ai pas réussi. La » lumière de Jupiter les rend très-douteuses. On hésite pendant » long-temps, si le Satellite touche le bord de Jupiter, & s'il est » entièrement entré sur le disque. J'ai souvent perdu de vue un » Satellite qui n'étoit pas à moitié entré sur le disque, & je n'ai » pu le voir à sa sortie, que lorsqu'il étoit à moitié sorti. Cependant

on trouve de ces observations dans les registres de l'Observatoire, „ qui paroissent avoir été faites avec précision. » C'est la difficulté de la méthode qui a ôté toute confiance à ces déterminations. Si l'on perd de vue un Satellite qui n'étoit pas à moitié entré, il s'ensuit une incertitude de plus de 3 à 4 minutes sur la mesure du diamètre; & cette incertitude suffit pour que l'on n'ose se servir d'un élément qui pourroit produire des erreurs aussi grandes que celles que l'on veut éviter.

§. 21. Par les observations de M. Linn, rapportées dans les Transactions Philosophiques, M. Whiston trouve que lorsque les Satellites entrent perpendiculairement dans l'ombre; le premier emploie 1' 10"; le second, 2' 20"; le troisième, 3' 40"; le quatrième, 5' 30". En conséquence, M. Whiston estime que le premier est un peu plus gros que Mars; le second de la grosseur de Mercure; que le troisième est grand comme la Terre; enfin, que le quatrième ne paroît pas plus grand que la Lune.

De-là ces diamètres, vus de Jupiter, paroissent devoir être ainsi:

IV	0 ^d 11' 19"
III	0. 53. 40
II	0. 28. 25
I	1. 0. 58

M. Whiston ne donne aucun détail sur les conjectures qui l'ont conduit à donner ces valeurs des diamètres des Satellites. Il faut nécessairement qu'il ait fait quelque supposition, car sans cela si le 1.^{er} Satellite emploie 1' 10" à entrer perpendiculairement dans l'ombre, il s'ensuit que son diamètre est d'environ 10 minutes de degrés, ce qui est bien loin de la vérité & de ce que M. Whiston estime qu'il est à peu-près de la grosseur de Mars. M. Whiston ne peut pas s'être trompé ainsi; mais sans doute il aura supposé que l'on ne pouvoit s'apercevoir de la diminution de la lumière que lorsque le Satellite étoit entré à moitié ou plus d'à moitié dans l'ombre, & il aura calculé le diamètre en conséquence, ce qui est certain, c'est qu'il ne s'est pas beaucoup éloigné de la vérité sur les diamètres du premier & du second; seulement

le diamètre du troisieme est plus que double du véritable; il falloit donc des observations susceptibles d'une certaine exactitude pour être assuré de la grandeur des diamètres, car les Astronomes ne regardoient toutes ces déterminations que comme conjecturales, je donnerai ces observations dans la troisieme partie.

§. 22. M. de Barros, Correspondant de cette Académie, a eu les mêmes vues que moi; il a tenté de mesurer la lumière des satellites de Jupiter, & il en a rendu compte dans le Recueil des Mémoires de l'Académie de Berlin; je n'avois aucune connoissance de son Mémoire lorsque j'ai entrepris ce travail, & on le comprendra facilement quand on verra combien nos moyens sont différens; il se servoit de différens morceaux de glace dont il couvroit l'objectif, & qui diminuoient la lumière du Satellite; le P. François-Marie avoit proposé en 1700 ce moyen pour mesurer les intensités de la lumière, on peut voir dans le Traité d'Optique de M. Bouguer, *page 47*, les réflexions qu'il fait sur cette méthode, dont les résultats dépendent du plus ou moins de transparence des morceaux de glace; les diaphragmes de carton me paroissent un moyen plus simple, plus commode & plus exact; ils ont d'ailleurs l'avantage de fournir une méthode très-utile pour rendre les observations comparables; en applaudissant au Mémoire de M. de Barros, qui est rempli d'excellentes vues, j'espère qu'on reconnoitra que ces deux Mémoires n'ont rien de commun que leur objet; aussi M. de Barros convient-il qu'il ne fait qu'indiquer toutes les équations optiques, qui manquent à la théorie des Satellites de Jupiter, en attendant qu'il puisse entreprendre un ouvrage complet sur cette matière. Outre les équations optiques dont j'ai traité dans ce Mémoire, M. de Barros en propose deux qui sont relatives, l'une à la distance des Satellites à la Lune, l'autre à la hauteur du baromètre, dont je n'ai point fait usage. A l'égard de cette dernière, je présume qu'elle doit être fort peu considérable: celle qui est due à la lumière de la Lune, peut l'être davantage, sur-tout quand cette Planète est très-près de Jupiter; j'aurai peut-être occasion de faire quelque jour des expériences relatives à ces deux objets.

SECONDE PARTIE.

De la mesure de la lumière des Satellites de Jupiter.

S. 23. **T**OUTES ces observations pour la mesure de la lumière des Satellites, ont été faites avec les diaphragmes de carton; j'ai remarqué, 1.^o comme je l'ai déjà dit, que ces mesures n'étoient constantes que lorsque les Satellites étoient dans leur plus grande digression; 2.^o lorsqu'ils étoient à la même hauteur; 3.^o que cette mesure devenoit fort difficile lorsque deux Satellites étoient trop voisins, parce que leur lumière étant ainsi réunie, on les apercevoit avec une plus petite ouverture, mais aussi il falloit pour les distinguer l'un de l'autre, une ouverture plus grande que celle qui eût été nécessaire pour les voir chacun en particulier, s'ils avoient été séparés.

S. 24. Pour bien répéter ces observations, il faut se rappeler l'esprit dans lequel elles ont été entreprises & dans lequel elles doivent toujours être faites; c'est de déterminer la quantité de lumière, la portion éclairée du disque qui subsiste encore au moment où le Satellite disparoit. Quand on diminue l'ouverture de la lunette par degrés pour faire disparoitre le Satellite, il faut le juger disparu, quand on ne l'aperçoit plus, après avoir considéré avec des yeux bien reposés, pendant une demi-minute environ, la place qu'il occupe; car si on s'attachoit à le considérer plus long-temps, il pourroit arriver qu'on le revît par momens paroître comme par éclair & disparoitre aussitôt; je l'ai toujours jugé disparu quand il a été réduit à cet état d'affoiblissement. Il est essentiel de convenir de ceci, afin que les mesures se rapportent. Ces variations sont dûes sans doute au mouvement de l'atmosphère. Il y a toujours dans les momens où le temps est le plus serein, une infinité de vapeurs dont les particules nagent dans l'atmosphère; selon que ces particules s'accumulent sur la route du rayon de lumière, ou qu'elles s'en écartent, elles ôtent ou rendent plus de lumière au Satellite, qui en conséquence se cache ou se laisse voir. C'est ce qui n'arrive point dans les Éclipses, où une grande partie de la lumière est réellement détruite. Ici l'ouverture

Mém. 1771. F f f f

de la lunette diminuée en détruit aussi réellement une grande quantité; mais cette quantité est toujours relative à l'état actuel de l'atmosphère: si l'état de l'atmosphère change, cette quantité devient alternativement sensible ou insensible, selon que les vapeurs lui opposent moins ou plus d'obstacles. C'est ce mouvement des vapeurs qui produit la scintillation des fixes. Au reste cette difficulté ne prouve que la délicatesse de ces observations, qui sont susceptibles d'une assez grande exactitude lorsqu'on se conformera à la règle établie dans ce paragraphe.

§. 25. On doit avoir attention de placer au centre de la lunette le Satellite qu'on observe, par la raison, qu'en général, l'image y est toujours plus nette, mieux terminée, & par conséquent plus distincte. Quand on répétera ces expériences, il ne faut pas diminuer trop subitement l'ouverture; car alors le Satellite ne seroit pas aperçu, quoiqu'il pût l'être. Les yeux ne sont pas faits à la grande obscurité qui en résulte. Il faudroit beaucoup de temps pour s'y accoutumer. On doit en diminuant l'ouverture, en choisir une avec laquelle on voie encore facilement le Satellite: on la diminue ensuite par degrés, en faisant passer successivement des diaphragmes toujours moindres d'une demi-ligne, & les yeux s'accoutument à la diminution de la lumière, qui n'a lieu qu'insensiblement. Ce que je dis ici est arrivé à M. Messier; j'avois réduit à 7 à 8 lignes l'ouverture de la lunette de M. de Saron, qui est de 40 lignes; il ne voyoit absolument pas le Satellite; quoiqu'ensuite il le vit avec une ouverture de 3 lignes & demie, lorsqu'il y étoit venu par degrés.

§. 26. Les observations suivantes ont été faites l'année dernière 1770, lorsque les Satellites étoient dans leur plus grande digression, & à peu-près à la même hauteur.

Quatrième Satellite.

2 Août, il a disparu par un diaphragme de.....	61
10.....	5.
Milieu.....	5,5.

Troisième Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 3 ¹	
6 Août.....	3.
Milieu.....	3.

Second Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 6,5.	
23.....	5,5.
31.....	6,5.
Milieu.....	6,1.

Premier Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 6,5.	
23.....	5,5.
31.....	6,5.
Milieu.....	6,1.

S. 27. Comme la lumière est dans le rapport des carrés des ouvertures, il s'ensuit que, pour le quatrième Satellite, la quantité de lumière insensible est à la lumière totale, comme le carré de 5,5 lignes est au carré de 24 lignes. Donc, si l'on prend le double du logarithme de $\frac{5,5}{24}$, on aura le logarithme d'une fraction, qui est l'expression de la lumière insensible; la lumière totale étant prise pour unité.

Ainsi, l'on aura, pour le quatrième Satellite, la portion insensible, égale à 0,0525, ou à la dix-neuvième partie de la lumière totale.

Pour le troisième, 0,0156, ou la soixante-quatrième partie de la lumière totale.

F f f f ij

Enfin, pour les deux autres, 0,0646, ou un peu moins de la quinzième partie.

§. 28. Ces déterminations sont relatives aux circonstances suivantes, que j'ai choisies pour époques; savoir, à la distance de Jupiter au Soleil, 5,2207; à la distance de la Terre à Jupiter, 4,8456 (le rayon de l'orbite de la Terre étant pris pour unité), à la hauteur de 15^d sur l'horizon, & à la distance des Satellites, chacun dans les plus grandes digressions. Cependant je dois dire que ces observations étant les premières de ce genre que j'aie faites, elles ne sont pas les plus exactes; mais aussi ce ne sont pas celles dont on fait usage, parce qu'on n'a besoin de la mesure de la lumière des Satellites que pour leurs éclipses, qui n'arrivent jamais qu'à peu de distance des bords de Jupiter.

§. 29. Quand on voudra réduire ces quantités insensibles à d'autres circonstances, on fera 5,2207 = a , 4,8456 = b , la quantité 0,4635, qui exprime la force de la lumière, à 15^d de hauteur, égale à m ; on nommera x une distance quelconque de Jupiter à la Terre; y une distance de Jupiter au Soleil; z la force de la lumière à une hauteur quelconque; p la quantité insensible de la lumière, établie dans les circonstances du paragraphe précédent: toutes les autres que nous déterminerons par la suite y seront également réduites; u , la quantité insensible aux distances x & y & pour la force z de la lumière, on aura donc

$$p : u :: a^2 b^2 : x^2 y^2$$

$$p : u :: \frac{1}{m} : \frac{1}{z}.$$

Car la quantité insensible de la lumière croît en raison directe du carré des distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, & en raison inverse de la quantité de lumière qui a pénétré la masse d'air relative à la hauteur de Jupiter sur l'horizon. Quand je dis ici que la quantité insensible de la lumière croît, je ne m'éloigne point du principe que j'ai établi plus haut, que la quantité de lumière insensible est toujours la même pour le même Observateur; je n'entends ici, par la quantité insensible que son rapport avec la quantité totale & actuelle de la lumière du Satellite, rapport qui est variable.

On aura donc $p : u :: \frac{aabb}{m} : \frac{xyxy}{z}$,

$$\& u = p \frac{xyxy}{aabb} \frac{m}{z}.$$

Comme la quantité $\frac{m}{a^2 b^2}$ est constante, on peut y substituer une lettre A , & l'on aura $u = p A \frac{xyxy}{z}$. Le logarithme de cette quantité A sera 6,844453.

§. 30. On trouvera dans l'Optique de M. Bouguer, *page 332* de l'édition de M. l'Abbé de la Caille, une Table des quantités m, z , relatives à chaque degré de hauteur. On y suppose la force de la lumière, avant d'entrer dans l'atmosphère, exprimée par 10000. J'ai toujours regardé ces quantités comme des fractions de l'unité, partagée en 10000 parties, & j'avertis que le logarithme constant 6,844453 est déterminé en conséquence. Je crois la Table de M. Bouguer très-bonne. On doit beaucoup de confiance à ce qui vient de cet estimable Académicien. Je n'ai pas été à portée de la vérifier souvent par des observations faites à des hauteurs très-différentes sur l'horizon: on sera plus à portée de le faire quand Jupiter s'élèvera davantage. Cependant on verra, §. 33, deux expériences qui donnent lieu de croire qu'elle est fort exacte.

§. 31. J'ai voulu éprouver si les variations de la quantité insensible de la lumière, produites par le changement de distance de Jupiter, pouvoient être observées à l'aide de mes diaphragmes. Cette quantité insensible a été déterminée pour le quatrième Satellite de 0,0525, dans le §. 27.

Le soir du 22 Juillet 1771, la hauteur de Jupiter étant $13^d 9'$, le Satellite a disparu avec un diaphragme de 4 lignes & demie.

Le même soir, Jupiter étant à la hauteur de $18^d 19'$, le Satellite a disparu avec un diaphragme de 4 lignes.

Si l'on fait comme $\frac{24}{24} : 4\frac{1}{2} :: 1 : u$

$$\frac{24}{24} : 4 :: 1 : u.$$

On aura, dans le premier cas, la quantité insensible relative

au 22 Juillet, ou $u = 0,0352$; & dans le second,
 $u = 0,0278$.

Maintenant le 22 Juillet;

Distance de Jupiter au Soleil.... 5,1366...logarithme 0,710576.

à la Terre.... 4,1446..... 0,617486.

1,328062.

Carré..... 2,656124.

$z = 0,4087$ logarithme 9,611405.

3,044719.

Logarithme constant A ... 6,844453.

$p = 0,0525$logarithme 8,720159.

Logarithme u 8,609331.

Donc

$u = 0,0407$.

0,0352.

Erreur..... 0,0055.

Pour apprécier quelle peut être cette erreur, il faut réduire $u = 0,0407$ à l'ouverture du diaphragme qu'elle suppose, on verra qu'elle répond à une ouverture de 4,8 lignes, au lieu que l'ouverture a été déterminée, par observation, de 4,5 lignes; mais les ouvertures de mes diaphragmes ne varient que d'une demi-ligne; ainsi ils ne comportent que cette précision. On voit que l'erreur ici est inférieure à ce degré de précision, puisqu'elle ne va qu'à $\frac{3}{10}$ de ligne.

On trouvera de même pour la seconde observation.

2,656124.

$z = 0,5201$logarithme.... 9,716003.

2,940121.

Logarithme A 6,844453.

Logarithme p 8,720159.

0,0320.... 8,504733.

0,0278.

Erreur..... 0,0042.

	9,252366.
Logarithme 24 ¹	1,380211.
4.3.....	0,632577.

On trouve donc que l'ouverture auroit dû être observée de 4,3 lignes, tandis qu'elle l'a été de 4 lignes.

On voit encore que ces deux mesures, qui ont été prises à 13^d & 18^d de hauteur, sont dans le rapport qu'elles doivent suivre, conformément à la Table de M. Bouguer; &, conséquemment, que les nombres de cette Table sont exacts dans ce cas.

§. 32. Il ne faut pas espérer de déterminer des variations relatives à la distance de Jupiter par expérience: on voit que d'une année à l'autre il n'y a qu'une ligne ou une ligne & demie de différence; l'erreur de l'observation, & l'état différent de l'atmosphère suffisent pour la produire. Mais cette variation est trop bien établie par la théorie, pour avoir besoin d'être confirmée par l'expérience. Il suffit de mettre tous ses soins à en bien déterminer la quantité pour une certaine époque, & le calcul déterminera les quantités qui auront lieu pour les autres.

§. 33. J'ai eu l'occasion de faire deux observations qui constateront mieux l'exactitude de la Table de M. Bouguer.

Le 26 Juin 1771, Jupiter étant élevé seulement de 4^d 36' sur l'horizon, & le troisième Satellite n'étant éloigné du centre de Jupiter que de 1,88 $\frac{1}{2}$ demi-diamètres, je l'ai fait disparaître avec un diaphragme de 12 lignes.

Le 1.^{er} Août de la même année, la hauteur de Jupiter étant 16^d 14', & la distance du troisième Satellite étant 1,53, je l'ai fait disparaître avec un diaphragme de 7 lignes.

Pour comparer ces deux observations avec exactitude, il faudroit qu'elles eussent été faites à la même distance du Satellite à Jupiter. Mais comme il ne s'agit que d'examiner la marche de cette Table, & que les deux quantités sont données par l'expérience, on peut supposer pour un moment que le Satellite étoit à la même distance dans les deux cas.

Le diaphragme de 7 lignes, qui répond à 1,53 de distance,

donne une quantité insensible de 0,08507; la force de la lumière à 16^d 14' est à la force de la lumière à 5^d 36' :: 0,4800 : 0,1450. Pour avoir la quantité insensible à 5^d 36' de hauteur, il faut donc augmenter 0,08507 dans le rapport de 0,0450 à 0,4800 : cette quantité devient 0,28096, qui répond à un diaphragme de 12,72 lignes, à la hauteur de 5^d 36', & à la distance du centre de 1,53; mais cette distance étoit 1,88, le diaphragme devoit donc être un peu plus petit, parce que la lumière totale étoit plus grande : aussi n'a-t-on trouvé que 12 lignes; ce qui me paroît fort exact, & ce qui suppose que les nombres de la Table de M. Bouguer sont bien dans le rapport de la diminution que la lumière éprouve en traversant les différentes couches de l'atmosphère.

OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la diminution de la lumière du premier Satellite, à raison de sa proximité au bord de Jupiter.

§. 34. La diminution de la lumière du Satellite est sensible à la vue; on le voit s'éteindre par degrés à mesure qu'il s'approche de Jupiter.

§. 35. Les observations relatives à cet objet doivent être faites; 1.^o par le même Observateur, on sent que la différence des vues dont nous ne connoissons pas les effets, pourroit rendre les mesures inégales; 2.^o le même jour, autant qu'il est possible, & par un beau ciel, car le moindre changement dans l'état de l'atmosphère, s'y rend sensible.

§. 36. Il y auroit une manière de faire ces observations, qui seroit très-commode, & qui je crois doit réussir; c'est de prendre un micromètre objectif ou un héliomètre, & de faire venir l'image du Satellite à côté, ou à la distance que l'on veut de l'image de Jupiter. On pourra, avec cet instrument & par la méthode de la diminution des ouvertures, mesurer la lumière des Satellites à toutes les distances de Jupiter, & cela dans la même nuit & en très-peu de temps; on pourra varier, répéter, recommencer, vérifier les expériences à volonté: il faut seulement que l'héliomètre soit

soit propre à mesurer de petites distances, & qu'il soit adapté à un télescope afin d'être aisé à manier. La délicatesse de ces observations ne permettroit pas de se servir d'une lunette de 15 ou 18 pieds.

§. 37. Quand on a déterminé le diaphragme qui fait perdre de vue le Satellite, on calcule la quantité de lumière insensible; en disant, le quarré de l'ouverture entière de la lunette de 24 lignes, est au quarré de l'ouverture diminuée, de 8 lignes par exemple, comme la lumière totale, exprimée par l'unité, est à la quantité de lumière insensible, exprimée par une fraction, qui dans la supposition présente est un neuvième.

§. 38. J'ai dit plus haut, que le segment invisible qui est encore éclairé quand le Satellite disparoit, est au disque entier comme la quantité de lumière insensible est à la lumière totale. En effet, il est évident que si la lumière insensible est la neuvième partie de la lumière totale, quand le corps du Satellite sera entré dans l'ombre jusqu'au $\frac{8}{9}$ de son disque; la neuvième partie de ce disque, qui sera hors de l'ombre, ne renverra plus que la neuvième partie de la lumière totale, & sera par conséquent invisible.

§. 39. J'ai supposé la plus grande distance du premier Satellite au centre de Jupiter, de 5,667, demi-diamètre de cette planète.

§. 40. Ensuite, pour calculer la distance du Satellite au centre de Jupiter, j'ai cherché le temps vrai de la conjonction géocentrique, & la différence entre le temps de la conjonction & celui de l'observation m'a donné un angle dont le sinus multiplié par la plus grande digression, détermine la distance apparente du Satellite au centre de la planète, au moment de l'observation.

§. 41. Il y a des cas où cette manière de trouver la distance n'est pas suffisamment exacte, c'est lorsque le Satellite est dans sa plus grande latitude, & qu'il est fort près de Jupiter. La distance trouvée comme dans le paragraphe précédent, est AB , la véritable est AC , en supposant que C soit le lieu du Satellite, & BC sa latitude. La différence seroit très-grande si ce Satellite étoit en G , car alors sa distance au centre seroit AG , tandis que par le paragraphe précédent, on trouveroit l'arc AE pour la distance.

Si donc le Satellite est en G , il faut chercher l'arc AE ;

Mém. 1771.

Gggg

ensuite la Latitude GF étant donnée par les Tables, calculer dans le triangle sphérique rectangle AEG , AG , qui est la véritable distance.

S. 42.

	Distance du Satellite.	Diaphrag.	Segment.
Le 17 Juillet 1771, à 9 ^h 58'	1,36	10 ¹	0,1736.
10. 17	1,62	8	0,1111.
10. 43	1,96	7	0,0851.
23 Juillet 1771, 11. 5	1,49	8	0,1111.
11. 20	1,32	9	0,1406.
11. 28	1,21	10	0,1736.
11. 35	1,11	10 $\frac{1}{2}$	0,1914.
11. 39	1,06	11	0,2101.
Le bord de π est entamé, 11. 42	1,02	12	0,2500.

S. 43. On ne peut pas faire usage de la dernière observation, parce que le Satellite étant déjà entré sur le disque, le diaphragme (12 lignes) donne le rapport de la portion insensible à la portion du disque du Satellite, qui étoit encore dehors, & non au disque.

S. 44. Il s'agit maintenant de réduire les segmens invisibles; donnés par les observations précédentes, à l'époque que nous avons choisie, S. 28,

17 { Juillet } Distance de Jupiter à la Terre 4,1577.
23 { } au Soleil 5,1384.

	Hauteur de Jupiter.	Distance du Satellite.	Segment réduit.
17 Juillet, 9 ^h 58'	15 ^d 0'	1,36	0,2485.
10. 17	16. 9	1,62	0,1677.
10. 43	17. 36	1,96	0,1361.
23 11. 5	18. 58	1,49	0,1862.
11. 20	19. 4	1,32	0,2357.
11. 28	19. 4	1,21	0,2910.
11. 35	19. 0	1,11	0,3201.
11. 39	18. 56	1,06	0,3521.

S. 45. Pour déterminer la loi que suivent ces variations, loi qui ne paroît pas s'éloigner de la raison inverse du carré des distances au centre de Jupiter, je suppose qu'elle est représentée par l'équation $b \frac{1}{x^2} + c \frac{1}{x} = y$.

Je choisis les deux observations les plus éloignées entr'elles, & faisant successivement y égal à 0,1862 & à 0,3521; prenant pour x les distances au centre correspondantes, je détermine les coefficients b & c , & j'ai $0,3397 \frac{1}{x^2} + 0,0495 \frac{1}{x} = y$.

Voilà donc la loi de la diminution de la lumière, ou plutôt la loi suivant laquelle augmente le segment insensible, à mesure que le Satellite s'approche de Jupiter.

S. 46. Pour éprouver si cette loi représente bien les observations, je calcule, suivant les distances au centre, les segments qui ont dû être observés.

	Segment calculé.	Segment observé.	Erreur.
23 Juillet, 1 ^h 32'	0,2363	0,2357	+ 0,0006.
1. 21	0,2731	0,2910	— 0,0179.
1. 11	0,3206	0,3201	+ 0,0005.
17 idem.. 1. 36	0,2201	0,2485	— 0,0284.
1. 62	0,1602	0,1677	— 0,0075.
1. 96	0,1138	0,1361	— 0,0223.

S. 47. On voit par la colonne de ces erreurs, que la précision est plus grande qu'on n'auroit osé l'espérer : car, parmi ces erreurs, celle de 0,0179 ne répond qu'à un quart de ligne sur la mesure du diaphragme; 0,0284 à une demi-ligne; 0,0075 à un quart de ligne; & enfin 0,0223, à peu-près à une demi-ligne. Sur quoi je remarquerai, 1.^o que ces mesures ont été prises avec des diaphragmes qui différoient d'une demi-ligne; ainsi les observations ne peuvent donner que cette précision. 2.^o La transparence de l'air, quoique le temps fût beau, pouvoit n'être pas la même le 17 Juillet, qu'elle a été le 23. Les quantités observées ce jour-là sont toutes plus grandes que celles qui ont été calculées; il ne faut qu'un degré de transparence de moins pour produire

G g g g ij.

cet effet. Il est bon d'observer qu'une loi qui donne des quantités plus petites est toujours préférable, parce que les quantités ne peuvent être que plus petites, en supposant plus de transparence dans l'atmosphère. En conséquence, comme cette loi représente fort bien toutes les observations faites le 23 Juillet, comme les erreurs dans le calcul des observations du 17, n'excèdent pas les erreurs possibles & inévitables dans cette espèce d'observations; que d'ailleurs elles sont par défaut, & peuvent supposer moins de transparence dans l'atmosphère le 17 que le 23 : je crois qu'on peut regarder cette loi, fondée sur les observations, comme suffisamment exacte.

§. 48. Par le moyen de cette loi, j'ai dressé la Table suivante; qui est suffisamment étendue, parce que les éclipses du premier Satellite n'arrivent jamais plus loin du centre de Jupiter, que de deux de ces demi-diamètres.

1,05.....	0,3553.
1,10.....	0,3258.
1,15.....	0,2999.
1,20.....	0,2771.
1,25.....	0,2571.
1,30.....	0,2396.
1,35.....	0,2231.
1,40.....	0,2086.
1,45.....	0,1957.
1,50.....	0,1840.
1,55.....	0,1733.
1,60.....	0,1636.
1,65.....	0,1548.
1,70.....	0,1467.
1,75.....	0,1393.
1,80.....	0,1324.
1,85.....	0,1260.
1,90.....	0,1211.
1,95.....	0,1148.
2,00.....	0,1097.

§. 49. Il faut observer que cette loi ne peut être exacte au-delà de cette distance, & que, par exemple, on ne pourroit pas en conclure la valeur du segment insensible, qui a lieu vers la plus grande digression du Satellite, que j'ai rapportée §. 26. Il est certain que le segment insensible, qui diminue dans une plus grande raison que le carré de la distance au centre, à certaines distances du bord, doit diminuer dans une bien moindre raison, quand il s'éloigne davantage.

§. 50. Si l'on veut avoir une idée de l'équation que peut produire la variation du segment invisible, je vais en donner un exemple. Je suppose qu'on ait observé une éclipse du premier Satellite, dans le temps où la parallaxe de l'orbe annuel est la plus grande, & où, par conséquent, l'éclipse arrive le plus loin du disque de Jupiter; par exemple à 1,95. Je suppose qu'on ait observé, dans le temps de l'opposition, une autre éclipse très-près du disque, à 1,10 par exemple. Je suppose que toutes les autres circonstances soient les mêmes; c'est-à-dire que les distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, à la hauteur, soient les mêmes.

On aura,

dans le premier cas $Abd = 0,1148;$

dans le second... $ABD = 0,3268.$

Fig. 1.

On aura encore, Ae étant 1,

$$Af = 0,07282,$$

$$AF = 0,72436,$$

$$fF = 0,65154.$$

Or, comme on verra par la suite que le rayon du disque du Satellite est à peu-près de 3' 30" de temps, il s'ensuit que la différence Ff produit une équation de 2' 17".

Je fais que la distance de Jupiter à la Terre étant plus grande vers les quadratures qu'au temps de l'opposition dans le rapport de 5,5 à 4,5 à peu-près; le rapport des segments Abd & ABD doit être diminué comme les carrés de ces nombres. Mais nous avons supposé que les observations avoient été faites à la même hauteur; & la différence de hauteur peut compenser & excéder de beaucoup la différence produite par celle des

distances de Jupiter à la Terre ; de sorte que cette équation pourroit très-bien aller au-delà de 3 minutes ; ce qui fait voir qu'on ne doit point rejeter une observation , par la raison qu'elle seroit seule à s'éloigner beaucoup du calcul. Une inégalité qu'on n'avoit pas appréciée suffit pour la ramener à s'accorder avec les autres. C'est ce que j'aurai occasion d'examiner par la suite.

OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la diminution de la lumière du second Satellite , à raison de sa proximité au bord de Jupiter.

§. 51. Le 22 Juillet.

	<i>Dist. du Satell.</i>	<i>Diaphragme.</i>	<i>Segment.</i>
à 9 ^h 10'.....	1,30.....	11 $\frac{1}{2}$	0,2296.

Il y avoit quelques vapeurs : on voyoit cependant bien les bandes. Ensuite le temps est devenu fort serein.

9. 47.....	1,70.....	9.....	0,1406.
10. 40.....	2,27.....	7 $\frac{1}{2}$	0,0977.

Le 27 Juillet, le temps étoit parfaitement beau : il y avoit du clair de Lune.

	<i>Distance du Satellite.</i>	<i>Diaphragme</i>	<i>Segment.</i>
à 9 ^h 59'	2,83	7 ¹	0,0851.
10. 32	2,67	7 $\frac{1}{2}$	0,0977.
10. 50	2,30	8	0,1111.
11. 17	2,00	8 $\frac{1}{2}$	0,1254.
12. 4	1,48	9 $\frac{1}{2}$	0,1563.
12. 33	1,17	10	0,1736.
12. 42	1,07	11 $\frac{1}{2}$	0,2296.
12. 44	le Satellite paroît avoir touché.		

§. 52. Le 22 Juillet.

Distance de Jupiter au Soleil.....	5,1366.
à la Terre.....	4,1446.

	<i>Hauteur de Jupiter.</i>	<i>Distance du Satellite.</i>	<i>Segment réduit.</i>
9 ^h 10'	13 ^d 9'	1,30	0,2962.
9. 47	15. 45	1,70	0,2086.
10. 40	18. 19	2,27	0,1662.
le 27 Juillet 9. 59	17. 36	2,83	0,1353.
10. 32	18. 6	2,67	0,1581.
10. 50	18. 54	2,30	0,1833.
11. 17	18. 51	2,00	0,2085.
12. 4	17. 36	1,48	0,2487.
12. 33	16. 13	1,17	0,2613.
12. 42	15. 31	1,07	0,3349.

§. 53. En jetant les yeux sur la progression de ces segmens, on aperçoit d'abord qu'ils ne suivent point la loi du carré des distances, comme ceux du premier Satellite : cependant je crois ces observations très-exactes. J'avoue que j'ai été fort étonné de cette différence ; mais je donne ici les observations telles que je les ai faites. En se fondant sur l'analogie, il auroit paru naturel de croire que tous les Satellites avoient la même loi dans la diminution de leur lumière, & que leur grandeur seule pouvoit introduire quelque différence dans les quantités qui ont lieu pour les différens Satellites, à la même distance du bord. Il ne semble pas que les taches puissent produire un pareil effet : elles peuvent changer l'intensité, mais non les variations de la lumière, à moins que la rotation du Satellite ne soit assez rapide pour les faire disparaître en deux ou trois heures.

§. 54. J'ai supposé, comme pour le premier Satellite, que la loi de la diminution de la lumière étoit représentée par

$$b \frac{1}{x^2} + c \frac{1}{x} = y.$$

J'ai fait successivement y égal 0,3349, & a 0,2487 ; x égale à 1,07, & a 1,48 ; j'en ai déduit $b = - 0,0375$, $c = 0,3933$; & par conséquent la valeur d'un segment quelconque est $0,3933 \frac{1}{x} - 0,0375 \frac{1}{x^2} = y.$

§. 55. J'ai ensuite calculé, pour toutes les observations du

§. 51, les segmens, afin de les comparer à ceux qui ont été observés. Voici la comparaison.

	<i>Dist. du Satel.</i>	<i>Segment calculé.</i>	<i>Segment observé.</i>	<i>Erreur.</i>
Le 22 Juillet...	1,30	0,2883	0,2962	— 0,0159.
	1,70	0,2184	0,2086	+ 0,0098.
	2,27	0,1661	0,1602	+ 0,0059.
Le 27.....	1,07	0,3349	0,3349	0,0000.
	1,17	0,3054	0,2613	+ 0,0443.
	1,48	0,2488	0,2487	+ 0,0001.
	2,00	0,1872	0,2085	— 0,0213.
	2,30	0,1639	0,1833	— 0,0194.
	2,67	0,1525	0,1581	— 0,0056.
	2,83	0,1342	0,1353	— 0,0011.

dans lesquelles erreurs il n'y en a qu'une assez forte; on doit penser que l'observation a été mal faite, car sept ou huit observations qui s'accordent avec la loi que nous avons établie, prouvent davantage qu'une seule qui lui est contraire.

§. 56. *TABLE de la diminution du segment insensible, à raison des distances du II.^e Satellite au centre de Jupiter.*

1,05.....	0,3405.
1,10.....	0,3265.
1,15.....	0,3137.
1,20.....	0,3018.
1,30.....	0,2803.
1,40.....	0,2618.
1,50.....	0,2456.
1,60.....	0,2312.
1,70.....	0,2184.
1,80.....	0,2069.
1,90.....	0,1966.
2,00.....	0,1872.
2,10.....	0,1788.
2,20.....	0,1711.
2,30.....	0,1639.

2,40	0,1574
2,50	0,1513
2,60	0,1458
2,70	0,1406
2,80	0,1357

*OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la variation
de la lumière du troisième Satellite, à raison
de sa distance au centre de Jupiter.*

S. 57. Je n'ai pu parvenir à faire assez d'observations dans une seule nuit pour déterminer cette variation, le troisième Satellite s'éclipse depuis le bord de Jupiter jusqu'à environ 2,65 de distance de ce bord; il est assez long-temps à parcourir cet intervalle, & il est rare de réunir toutes les circonstances nécessaires pour le lui voir parcourir dans une même nuit, j'ai donc été forcé de me servir d'observations faites à différens jours.

S. 58.		Distance du Satellite.	Diaphragme.	Segment.
Le 21 Mai à 14 ^h 9'		3,25	6 ^l	0,06250.
26 Juin... 9. 56		1,92	12.	0,25000.
1 Août. 9. 27		1,80	7.	0,08507.
26..... 7. 57		1,12	10.	0,17361.

Le 21 Mai, distance de Jupiter à la Terre..... 4,5403.
au Soleil..... 5,1588.
Hauteur de Jupiter..... 15^d 20'
Segment réduit..... 0,07390.

Le 26 Juin, distance de Jupiter à la Terre..... 4,1930.
au Soleil..... 5,1450.
Hauteur de Jupiter..... 5^d 44'
Segment réduit..... 0,01580.

Le 1.^{er} Août, distance de Jupiter à la Terre..... 4,1756.
au Soleil..... 5,1322.
Hauteur de Jupiter..... 17^d 0'
Segment réduit..... 0,13130.

Mém. 1771.

H h h h

3,20.....	0,07463.
3,30.....	0,07230.
3,40.....	0,07000.
3,50.....	0,06780.
3,60.....	0,06576.
3,70.....	0,06382.

§. 61. Je n'ai pu, ni cette année, ni la dernière, faire aucune observation du 4.^e satellite de Jupiter, tant pour déterminer la grandeur de son diamètre, que pour établir la loi de la diminution de la lumière, à raison de ses distances au centre de Jupiter; ainsi je suis obligé de remettre cette recherche à un autre temps & à un autre Mémoire.

§. 62. Je vais donner ici la Table où l'on trouvera la valeur des flèches de chaque segment; le segment étant exprimé par son rapport à la surface du cercle, prise pour unité; & la flèche par son rapport avec le rayon du disque du Satellite, pris aussi pour unité.

§. 63. La première colonne contient les degrés des arcs AB , la seconde les demi-segments ABF ; la troisième, les flèches du sinus versé AF ; la quatrième les logarithmes des différences des sinus versés, divisées par les différences des segments correspondans.

DEGRÉS des Arcs.	SEGMENTS.	SINUS versés ou FLÈCHES.	LOGARITHMES du rapport des Différences.
2...	...0,00000...	...0,00061...	...1,770852.
4...	...0,00003...	...0,00244...	...1,482874.
6...	...0,00013...	...0,00548...	...1,424261.
8...	...0,00029...	...0,00973...	...1,305829.
10...	...0,00056...	...0,01519...	...1,221414.
12...	...0,00096...	...0,02185...	...1,138095.
14...	...0,00153...	...0,02970...	...1,086936.
16...	...0,00227...	...0,03874...	...1,030876.
18...	...0,00322...	...0,04894...	...0,980213.
20...	...0,00441...	...0,06031...	...0,944969.
22...	...0,00583...	...0,07282...	...0,904047.
24...	...0,00753...	...0,08645...	...0,872421.
26...	...0,00951...	...0,10121...	...0,838027.
28...	...0,01181...	...0,11705...	...0,813427.
30...	...0,01441...	...0,13397...	...0,784968.
32...	...0,01736...	...0,15195...	...0,760468.
34...	...0,02066...	...0,17096...	...0,738083.
36...	...0,02432...	...0,19098...	...0,718200.
38...	...0,02834...	...0,21199...	...0,698377.
40...	...0,03274...	...0,23396...	...0,679499.
42...	...0,03753...	...0,25686...	...0,663927.
44...	...0,04269...	...0,28066...	...0,647270.
46...	...0,04815...	...0,30534...	...0,633305.
48...	...0,05419...	...0,33087...	...0,619212.
50...	...0,06062...	...0,35721...	...0,606727.
52...	...0,06720...	...0,38434...	...0,594489.
54...	...0,07432...	...0,41221...	...0,583627.
56...	...0,08178...	...0,44081...	

DEGRÉS des Arcs.	SEGMENTS.	SINUS versés ou FLÈCHES.	LOGARITHMES du rapport des Différences.
56...	...0,08178...	...0,44081...	...0,573328.
58...	...0,08958...	...0,47008...	...0,563740.
60...	...0,09775...	...0,50000...	...0,555308.
62...	...0,10621...	...0,53053...	...0,547784.
64...	...0,11507...	...0,56163...	...0,540104.
66...	...0,12419...	...0,59326...	...0,532995.
68...	...0,13361...	...0,62540...	...0,527176.
70...	...0,14329...	...0,65798...	...0,521565.
72...	...0,15322...	...0,69098...	...0,516165.
74...	...0,16339...	...0,72436...	...0,512528.
76...	...0,17275...	...0,75808...	...0,508355.
78...	...0,18440...	...0,79209...	...0,505403.
80...	...0,19500...	...0,82635...	...0,502137.
82...	...0,20585...	...0,86083...	...0,500567.
84...	...0,21689...	...0,89547...	...0,499023.
86...	...0,22781...	...0,93024...	...0,498055.
88...	...0,23888...	...0,96509...	...0,496845.
90...	...0,25000...	...1,00000...	

N. B. Que comme la Table ne contient que les demi-segments ABF ; quand on aura pour le moment d'une observation un segment ABD , il en faudra prendre la moitié ABF , qui servira à chercher dans la troisième colonne le sinus versé correspondant au segment ABD .

§. 64. L'usage de cette Table fera mieux compris par un exemple, que par une explication; soit pour un instant quelconque un segment 0,04470, il est plus grand que 0,04269, avec une différence de 201; en ajoutant le logarithme de 201 au loga-

arithme 0,647270, on aura tout de suite 0,00892, ou ce qu'il faut ajouter au sinus versé 0,28066, correspondant à 0,04269, pour avoir celui qui répond à 0,04470, c'est-à-dire 0,28958.

TROISIÈME PARTIE.

De la détermination des diamètres des Satellites.

§. 65. **L**A méthode dont je me suis servi pour mesurer les diamètres des Satellites est fort simple, & sur-tout fort exacte. Quelques minutes avant l'immersion ou après l'émerision, je détermine le diaphragme qui me fait perdre de vue le Satellite. Cette observation n'exige d'autre attention que d'avoir la vue reposée quelque temps dans l'obscurité, comme pour l'observation même de l'éclipse, & de choisir un instant qui sans être trop éloigné du temps de la phase observée le soit assez cependant pour être sûr que le Satellite n'a pas encore touché l'ombre, si c'est pour une immersion, ou qu'il en est tout-à-fait sorti si c'est une émerision. Il faudra se régler à cet égard par le temps que le Satellite met à entrer dans l'ombre, c'est-à-dire environ 7 minutes pour les deux premiers, & 11 minutes pour le troisième, lorsqu'ils entrent perpendiculairement : à l'égard du second, & sur-tout du troisième, il faut prendre garde que le temps de l'entrée oblique est beaucoup plus long ; de manière que s'il s'agissoit d'une observation du troisième, & que ce Satellite fût à 90 degrés des nœuds, ce temps, au lieu de 11 minutes, seroit augmenté jusqu'à plus de 27 minutes. Il faudroit donc pour déterminer le diaphragme dont il est question s'y prendre 30 minutes avant l'immersion ou après l'émerision. On en sera quitte pour faire à cette observation une réduction qui sera indiquée plus bas. D'après le principe que j'ai exposé §. 8, il n'y a qu'à multiplier le diamètre du Satellite en temps par le demi-diamètre de l'ombre, aussi en temps, & le diviser par la demi-durée des Tables pour le jour de l'observation, on aura un certain nombre de minutes, qui retranché du temps de l'immersion, ou ajouté au temps de l'émerision, donnera l'instant où l'on sera sûr que le Satellite est hors de l'ombre, & où on peut faire l'observation du diaphragme.

Ayant trouvé par observation le diaphragme qui fait disparaître le Satellite, je connois le rapport du segment invisible au disque entier, au moment où le Satellite disparaîtra, je couvre ensuite l'objectif de ma lunette d'un diaphragme un peu plus grand, qui me laisse apercevoir le Satellite, mais foible & très-petit, de manière que ce Satellite cesse d'être visible dès que sa lumière sera tant soit peu diminuée. Je suis ainsi averti du moment où il commence à toucher l'ombre, & l'intervalle de temps écoulé entre cet instant, & celui de la véritable immersion, me donne la mesure d'une grande partie du diamètre, d'où il est aisé de conclure le diamètre entier.

Quant au choix de ce second diaphragme; 1.^o si c'est une immersion on le prendra plus ouvert d'environ 2 lignes que celui qui aura été déterminé comme on vient de le dire; on l'appliquera extérieurement, & l'on marquera le moment où le Satellite disparaîtra: on enlèvera le diaphragme; on observera la véritable immersion, & l'on marquera l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations.

2.^o Si c'est une émerſion, & qu'on veuille mesurer la plus grande partie possible du diamètre, on calculera le segment invisible qui doit avoir lieu pour le moment de l'observation, de la manière qui a été expliquée dans la première & dans la seconde Partie; alors on choisira un diaphragme plus grand d'environ 2 lignes que celui qui résultera de ce segment, & après avoir observé l'émerſion, on garnira l'objectif de ce diaphragme pour obtenir une seconde émerſion; & comme on aura marqué les instans des deux émerſions, on aura l'intervalle des temps écoulés.

§. 66. Le premier diaphragme déterminé donnera le segment *BFG*; mais ce segment, qui a lieu pour l'ouverture entière de la lunette, doit être augmenté dans le rapport inverse du carré de cette ouverture au carré de celle du second diaphragme, afin d'avoir le segment *BDE*, qui a lieu pour l'ouverture diminuée: la différence *KH* des flèches de ces segments est la partie du diamètre qui est entrée dans l'ombre pendant l'intervalle des deux observations.

§. 67. Ce segment *BFG* a besoin d'une correction; on a

marqué l'instant où le diaphragme a été déterminé & l'instant de la véritable éclipse: on calculera pour ces deux instans les distances du Satellite au centre: on cherchera dans les Tables des *§. 48, 56 & 60*, les segmens invisibles qui répondent à ces distances, & l'on fera le plus petit est au plus grand, comme le segment *BFG* est à celui qui aura véritablement lieu pour le moment de l'éclipse: c'est de ce nouveau segment qu'on fera usage pour déterminer le segment *BDE*, comme dans le paragraphe précédent, & la différence des flèches *KH*. Ce n'est point une supposition gratuite d'établir que quel que soit l'état de l'atmosphère, la diminution de la lumière relative à la distance de Jupiter suit toujours la même loi. Seulement à raison du plus ou moins d'intensité de la lumière, les segmens invisibles, toujours dans le même rapport entr'eux, seront plus ou moins grands. Or ce rapport est donné par les Tables, & l'intensité actuelle de la lumière est donnée par l'observation du diaphragme. On verra, *§. 72*, un exemple de la nécessité de cette réduction.

§. 68. Il faut faire aussi une réduction à l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations, à cause de l'entrée oblique dans l'ombre (*voyez §. 8*). Cet intervalle de temps doit être diminué dans le rapport du demi-diamètre de l'ombre à la demi-durée des Tables.

Il est évident que cette méthode n'est sujette à aucun autre inconvénient que celui des taches qui peuvent se rencontrer sur le disque du Satellite & faire varier l'intensité de la lumière autrement que je ne l'ai supposé. Mais cet inconvénient a lieu également pour toutes les méthodes qu'on peut employer: la mienne a l'avantage d'être plus susceptible de précision. L'expérience & l'observation apprendront l'incertitude qui peut naître des taches du disque des Satellites.

Du diamètre du premier Satellite.

§. 69. Le 30 Juin 1771, il devoit y avoir, vers 11^h 50' du soir, une immersion du premier Satellite; je me suis préparé à l'observer: 24 minutes avant l'observation, j'ai déterminé le diaphragme qui faisoit perdre de vue, & je l'ai trouvé de 10 lignes & demie; ensuite

ensuite j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 13 lignes; j'ai observé l'instant de la disparition du Satellite, & ayant enlevé le diaphragme, la véritable immersion est arrivée 4' 54" après la première.

§. 70. Je vais calculer cette observation, d'abord sans avoir égard à la correction du §. 67, & ensuite je la calculerai rigoureusement; on verra la différence qui en résulte.

§. 71. Un diaphragme de 10 lignes & demie; donne un segment de 0,1914; donc $BFG = 0,1914$, la moitié est 0,0957, avec laquelle on trouve, dans la Table du §. 63, la flèche $BK = 0,49222$, le rayon BC étant pris pour unité. Le segment BEG qui a lieu pour une ouverture de 24 lignes, a dû augmenter, §. 66, pour une ouverture de 13 lignes dans le rapport du carré de 13 au carré de 24. On a donc $BDE = 0,6534$; d'où résulte la flèche $BH = 1,23885$; donc $KH = 0,74563$, pour une partie du diamètre qui est entrée dans l'ombre en 4' 54" de temps; cet intervalle de temps, réduit à celui de l'entrée perpendiculaire, §. 68, devient 4' 51". Je fais $0,74563 : 2 :: 4' 51''$ est au diamètre du premier satellite de 13' 1" en temps, ou de 1^d 50' 21", diamètre visiblement trop grand. Vu de la Terre, il paroîtroit de près de 4 secondes, & ce diamètre dans de forts instrumens pourroit être terminé.

§. 72. Pour calculer cette observation rigoureusement, on trouvera que dans l'instant de l'immersion, la distance du satellite au centre de Jupiter, étoit 1,25; 24 minutes auparavant elle étoit 1,57. Les segments correspondans à ces distances dans la Table du §. 48 sont 0,2571 & 0,1695; il faut donc faire comme 0,1695 est à 0,2571; ainsi 0,1914 est à 0,2903, qui est le segment invisible qui doit avoir lieu pour une distance 1,25, déduit de celui qui a été observé pour une distance 1,57.

J'augmente ce segment dans la raison du carré de 13 au carré de 24, & j'ai 0,9895 pour le segment BDE . Ce qui prouve qu'à la première disparition du Satellite, il étoit à peine entré dans l'ombre, puisqu'il n'étoit entamé que d'environ la centième partie de son disque.

On a alors

<i>BK</i>	0,66400.
<i>BH</i>	1,99852.
<i>KH</i>	1,33452.
Donc diamètre en temps.....	7' 17"
en degrés.....	1 ^d 1' 45"

§. 73. Le 2 Septembre 1771, à 7^h 22' du soir, il devoit y avoir une émerfion du premier Satellite. Après avoir vu le Satellite sortir de l'ombre, j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 11 lignes, & j'ai vu la seconde émerfion 3' 28" après la première.

Environ 10 minutes après la première émerfion, j'ai mesuré le diaphragme qui faisoit perdre de vue le Satellite, & je l'ai trouvé de 9 lignes.

Au sortir de l'ombre, la distance du Satellite au centre étoit 1,79, 10 minutes après elle étoit 1,92 ; les segmens correspondans de la Table sont 0,1338 & 0,1186 ; celui qui résulte du diaphragme de 9 lignes est 0,1406 ; en faisant 0,1186 : 0,1388 :: 0,1406 : un quatrième terme. On trouve que

le segment insensible, au sortir de l'ombre, a dû être..	0,15860.
Segment augmenté.....	0,75522.
<i>BK</i>	0,43097.
<i>BH</i>	1,41334.
<i>KH</i>	0,98237.
Demi-durée.....	1 ^h 7' 39"
Temps corrigé.....	0. 3. 27
Diamètre.....	0. 7. 1
en degrés.....	0 ^d 59. 29

§. 74. Le 1.^{er} Août 1771, à 10^h 38', il y avoit une émerfion du premier Satellite.

J'étois persuadé que quand le Satellite commence à paroître, il est plus gros que lorsqu'on cesse de le voir dans une immersion. En conséquence de cette idée, je me proposai de mesurer la lumière du Satellite, dans le moment même que je l'apercevois,

c'est-à-dire de déterminer le diaphragme qui le feroit disparaître; mais comme il faut essayer & choisir différens diaphragmes, ce qui ne laisse pas que de prendre du temps, je fus obligé de renoncer à cette expérience. J'avois marqué le moment de l'émerfion, je garnis l'objectif d'un diaphragme de 13 lignes, & quand je revins à ma lunette il s'étoit écoulé 2' 11" : je voyois le Satellite; mais très-foiblement, de manière qu'il n'y avoit tout au plus que quelques fécondes que la féconde émerfion étoit arrivée.

Un petit nuage qui a couvert Jupiter m'a empêché de mefurer le diaphragme; ainfi je vais y fuppléer en le calculant par les Tables. Voici les élémens du calcul.

Distance de Jupiter à la Terre	4,1785.
au Soleil	5,1349.
Hauteur de Jupiter	18 ^d 50'
Distance du Satellite au centre	1,28.
Segment des Tables	0,2501.
Segment réduit	0,1522.
Segment augmenté	0,5190.
<i>B K</i>	0,41888.
<i>B H</i>	1,02982.
<i>K H</i>	0,61094.
Demi-durée	1 ^h 7' 32"
Temps corrigé	0. 2. 10
Diamètre en temps	0. 7. 3
en degrés	0 ^d 59. 46

§. 75. Voilà donc trois déterminations du diamètre du premier Satellite.

30 Juin 1771	0 ^h 7' 17"
1. ^{er} Août	0. 7. 3
2 Septembre	0. 7. 1
milieu	0. 7. 7 en temps.
	1 ^d 0' 20" en degrés.

Ainfi nous établirons le diamètre du premier Satellite de 7' 7" en temps, ou de 1^d 0' 20" en degrés.

§. 76. J'aurois defiré pouvoir faire un plus grand nombre

miné 22 minutes après l'émerſion, & que le Satellite s'étoit déjà éloigné de Jupiter de 0,26 demi-diamètres. A 11^h 13', il étoit éloigné de 2,22; à 11^h 35', il devoit être éloigné de 2,48. Les ſegmens des Tables pour ces diſtances ſont 0,1697 & 0,1525. Le ſegment doit donc être augmenté dans la raifon de 1525 à 1697, pour l'avoir tel qu'on l'auroit obtenu ſi on l'avoit meſuré au moment de l'émerſion totale. Il ſera 0,02938, ce ſegment augmenté encore dans la raifon du carré de 11 au carré de 40, ouverture de la lunette de M. de Saron, deviendra 0,38784. Les flèches de ces deux ſegmens ſont 0,13568 & 0,82286, dont la différence 0,68718 détermine un diamètre de 7' 2".

M. Meſſier ne regarde pas cette obſervation comme très-exacte, par la raifon que j'ai déjà dite dans le paragraphe précédent, que le Satellite étoit ſorti trop près du premier; mais il juge que ces obſervations ſont ſuſceptibles d'une précision aſſez grande.

De la détermination du diamètre du troiſième Satellite.

§. 81. Le 26. Juin 1771, à 9^h 56' du ſoir, il y avoit une immerſion du troiſième Satellite.

J'ai déterminé le diaphragme de 12 lignes, qui faiſoit diſparaître le Satellite 5 à 6. minutes avant l'émerſion.

Enſuite j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 17 lignes, & j'ai compté 2' 18" entre les deux immerſions.

On n'a pas beſoin ni des ſegmens des Tables ni des réductions, quand le ſegment a été meſuré immédiatement avant l'obſervation, il eſt affecté de toutes les inégalités optiques, qui peuvent changer le temps de l'obſervation.

Segment meſuré	0,25000.
Segment augmenté	0,49827.
<i>B D</i>	0,59602.
<i>C D</i>	0,99884.
<i>B C</i>	0,40282.
Demi-durée	1 ^h 40' 55"
Temps corrigé	0. 2. 10
Diamètre en temps	0. 10. 46
en degrés	0. 22. 34

§. 82. Le 1.^{er} Août 1771, à 9^h 15' du soir, il y avoit une émerſion du troiſième Satellite.

Après avoir vu l'émerſion, j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 8 lignes, & j'ai obſervé la ſeconde émerſion 6' 24" après la première; 3 à 4 minutes après j'ai meſuré le diaphragme qui faiſoit perdre de vue le Satellite, je l'ai trouvé de 7 lignes.

Diaphragme meſuré.....	0,08507.
Diaphragme augmenté.....	0,76562.
BD.....	0,27994.
CD.....	1,43098.
BC.....	1,15104.
Demi-durée.....	1 ^h 42' 35"
Temps corrigé.....	0. 6. 8.
Diamètre en Temps.....	0. 10. 40.
en degrés.....	0 ^d 22' 22"

QUATRIÈME PARTIE.

De l'effet des Lunettes & des Télescopes de différente force.

§. 83. **N**ous avons établi dans les trois premières Parties de ce Mémoire, les portions du diſque des Satellites qui deviennent inſenſibles, relativement aux diſtances de Jupiter à la Terre & au Soleil, du Satellite au centre de Jupiter, & relativement à la hauteur de Jupiter. Ces quantités ſont déterminées & fixées pour une lunette qui porte 24 lignes d'ouverture, & qui groſſit à-peu-près ſoixante-quatorze fois. Il faut bien faire attention que la quantité de lumière qui eſt inſenſible ne change point, elle eſt relative à l'organe, & conſtante pour le même individu, tant que l'organe ne ſ'afſoiblit pas; il n'y a de variable que la portion du diſque qui renvoie cette quantité de lumière. Cette portion fera d'autant plus petite que l'intenſité de la lumière ſera grande. (*Voyez §. 1.*)

§. 84. D'où il ſuit que dans les différentes lunettes les portions inſenſibles du diſque d'un Satellite ſeront, toutes choſes égales d'ailleurs, en raiſon inverſe du carré des ouvertures. En effet,

nous avons établi que ces portions insensibles varioient en raison inverse des carrés des distances de Jupiter ; mais quand on observe un Satellite avec deux lunettes , dont la première a quatre fois plus de lumière que la seconde , c'est comme si ce Satellite étoit une fois moins éloigné du Soleil dans la première lunette que dans la seconde.

§. 85. Nous pouvons donc regarder comme certain ce principe déduit de la théorie , que les portions insensibles doivent varier en raison du carré des ouvertures des lunettes.

§. 86. Mais quoique ce principe fût évident , il étoit cependant important de le soumettre à l'expérience , qui doit décider seule dans la Physique. M. Messier , de cette Académie , a entre les mains une excellente lunette de Dollond , de trois pieds & demi de longueur , qui appartient à M. le Président de Saron. Cette lunette porte 40 lignes d'ouverture. Le 20 Août de cette année , je me suis transporté chez M. Messier pour comparer cette lunette à la mienne ; nous nous sommes servis du second Satellite , qui ce jour-là paroissoit dans la lunette à la droite de Jupiter , & qui en étoit assez éloigné. Pendant que l'un regardoit dans la lunette , l'autre faisoit passer successivement les diaphragmes de différentes ouvertures. Dans la lunette de M. de Saron , M. Messier a perdu de vue le Satellite par un diaphragme de 3 lignes : il a trouvé de même que dans ma lunette il falloit un diaphragme de 3 lignes pour faire disparaître le Satellite.

On a pour la première lunette $(40)^2 : 9 :: 1 : \frac{9}{(40)^2}$

pour la seconde..... $(24)^2 : 9 :: 1 : \frac{9}{(24)^2}$

D'où l'on voit que conformément au principe , les portions insensibles sont en raison inverse des carrés des ouvertures.

§. 87. Quand on voudra donc calculer la portion insensible qui aura lieu un certain jour , pour une certaine lunette dont l'ouverture sera m , on prendra dans les Tables de la première Partie la portion insensible , relative à la distance actuelle du Satellite à Jupiter , on y fera les changemens nécessaires pour avoir égard aux distances de la Terre & du Soleil à Jupiter , &
pour

pour avoir égard à la hauteur sur l'horizon ; & l'on multipliera la quantité ainsi trouvée par $\frac{(24)^2}{m^2}$, m étant exprimée en lignes.

D'où il suit que l'effet des lunettes de différentes forces est déterminé, puisque cet effet consiste dans la variation du segment invisible, qui diminue en raison inverse du carré des ouvertures.

§. 88. Quant aux télescopes, on présume en général qu'ils perdent par la réflexion environ les trois quarts de leur lumière ; c'est-à-dire de la lumière relative à leur ouverture *.

J'ai fait quelques expériences avec M. Messier dans la vue de déterminer leur effet, comparé à celui des lunettes, en faisant usage de la méthode de faire disparaître un Satellite par la diminution de l'ouverture.

Pour cela j'ai remarqué qu'il ne falloit pas se servir de diaphragmes qui laissent à découvert le centre de l'ouverture, parce que dans la plupart des télescopes le petit miroir est à l'extrémité du tuyau ; ce petit miroir fermeroît donc, en tout ou en partie, l'ouverture diminuée, & l'on ne pourroit avoir que des résultats incertains. J'ai imaginé de faire glisser transversalement un carton qui couvrît une grande partie de l'ouverture, en laissant seulement à découvert un segment qu'il est aisé de mesurer en déterminant le rapport de la corde au diamètre. Ce carton étoit carré, & l'un de ses côtés étoit divisé en parties égales, avec lesquelles nous avons mesuré & la corde & le diamètre.

Le 20 Août, M. Messier, dans son télescope Grégorien de 30 pouces, a vu disparaître le second Satellite, lorsque l'ouverture circulaire qui a 74 lignes, a été réduite à un segment dont la corde contenoit $29\frac{1}{2}$ parties, des mêmes parties dont le diamètre en contenoit $87\frac{1}{2}$.

J'ai fait la même observation, & la corde du segment étoit de $28\frac{1}{2}$ parties.

§. 89. Il paroît peut-être singulier que les mesures de M. Messier

* Voyez le Mémoire de M. de Buffon, année 1747.

Mém. 1771.

K k k k

& les miennes diffèrent si peu, mais on ne doit point imaginer qu'aucune prévention, ni aucun desir de trouver les mêmes résultats ait pu nous induire en erreur; car cela eût été impossible. Pendant que j'avois l'œil dans la lunette, M. Messier faisoit glisser le carton sur l'ouverture du télescope, jusqu'à ce que je l'avertisse que je ne voyois plus le Satellite, & réciproquement je lui rendois le même service; ainsi nous ne savions ni l'un ni l'autre en observant, à quel point le carton en étoit, ni si nous étions dans le cas de nous accorder ou non.

§. 90. J'observe avant de calculer les deux observations que je viens de rapporter, que pour évaluer la quantité de lumière que reçoit un télescope, il faut 1.^o en mesurer l'ouverture, & estimer la lumière par la surface de cette ouverture, comme nous avons fait pour les lunettes; 2.^o en déduire la surface du petit miroir, qui étant placé devant l'ouverture, intercepte une partie de la lumière proportionnelle à la surface de ce petit miroir.

Fig. 7. §. 91. En calculant dans un cercle $ABCD$, dont le diamètre $AB = 87\frac{1}{2}$, un segment DC , dont la corde $CD = 29\frac{1}{2}$, on trouve que le segment est au cercle entier comme 0,00844 est à 1.

En supposant que la corde CD soit égale à $28\frac{1}{2}$, comme dans mon observation, on aura, pour le rapport de ce segment à la surface du cercle entier, celui de 0,00762 à 1.

§. 92. Mais cette unité représente l'ouverture entière du télescope, dont nous avons dit qu'il falloit déduire la surface du petit miroir, l'ouverture entière a 74 lignes de diamètre, le petit miroir a 15 lignes; les surfaces seront dans le rapport des carrés des diamètres, & l'on aura $(74)^2 : (15)^2 :: 1 : 0,0411$. Donc, la lumière qui entreroit dans le télescope, s'il n'y avoit point de petit miroir, est à celle qui y est reçue réellement comme 1 : 0,9589. Les quantités du paragraphe précédent doivent donc être augmentées dans le rapport de 0,9589 à 1; d'où l'on trouve 0,00880, par l'observation de M. Messier, & 0,00795 par la mienne. Ces quantités représentent, le rapport de la partie de la lumière des Satellites, qui devient insensible,

à leur lumière totale, exprimée par l'unité, ou bien le rapport du segment éclairé, qui seroit insensible dans une éclipse, à la surface du disque, représentée aussi par l'unité.

§. 93. M. Messier a trouvé, pour la valeur du segment insensible, la fraction 0,00880, & j'ai trouvé 0,00795. Il semble d'abord que cette différence doive être attribuée à l'effet de la différence des vues; cependant on a vu que sur ma lunette & sur celle de M. de Saron, il n'y avoit point de différence sensible. Il semble, à l'égard du télescope Grégorien, que la vue de M. Messier demande plus de lumière que la mienne, puisqu'il lui faut un plus grand segment pour distinguer le Satellite; mais on verra plus bas qu'à l'égard du télescope Newtonien, j'ai trouvé un segment plus grand que le sien; d'où je conclus, jusqu'à ce que ce point soit plus éclairci, que cette légère différence peut être regardée comme l'erreur inévitable dans les observations, & que pour avoir l'effet du télescope Grégorien, il faut prendre un milieu entre les deux déterminations.

Ce milieu sera à peu-près 0,00847.

§. 94. Maintenant, pour comparer l'effet de ce télescope à la lunette de M. de Saron & à la mienne, il faut calculer la valeur du segment insensible dans ces deux lunettes. On la trouvera par les deux analogies suivantes :

$$(24)^2 : (3)^2 :: 1 : x = 0,01563.$$

$$(40)^2 : (3)^2 :: 1 : x = 0,00562.$$

de sorte que le rapport du télescope Grégorien de M. Messier à ma lunette achromatique de 5 pieds, sera exprimé par $\frac{0,00867}{0,01563}$; c'est-à-dire que si l'on veut trouver le segment insensible qui aura lieu pour un moment quelconque, il faudra calculer suivant les méthodes expliquées, le segment qui auroit lieu pour ma lunette & le multiplier par la fraction précédente.

Le rapport de ce télescope à la lunette de M. de Saron, sera celui de $\frac{0,00847}{0,00562}$, c'est-à-dire que toutes choses égales d'ailleurs,

K k k k ij

les segmens insensibles pour ces deux instrumens seront dans le rapport de 0,00562 à 0,00847.

§. 95. Nous allons chercher à découvrir par l'effet de ce télescope, quelle est la quantité de lumière qui se perd par les deux réflexions, & peut-être par les défauts du miroir.

Il est certain que la lumière d'un instrument quelconque est en raison du carré du diamètre de son ouverture. Ainsi en comparant ma lunette, qui porte 24 lignes, à une lunette qui en porteroit 74 comme ce télescope, la lumière de ces deux instrumens seroit dans la raison du carré de 24 au carré de 74; c'est-à-dire, comme 1 à 9,51; mais à cause du petit miroir qui oppose à la lumière une surface de 15 lignes de diamètre, cette quantité doit être diminuée, comme on l'a vu §. 92, dans la raison de 1 à 0,9589, & réduite par conséquent à 9,12; donc un télescope tel que le télescope Grégorien de M. Messier, dont les miroirs réfléchiroient toute la lumière qu'il reçoit, devoit donner 9,12 fois plus de lumière que ma lunette; le segment insensible dans ce télescope seroit donc 9,12 fois moindre que dans ma lunette. Or nous avons vu, §. 96, que le 20 Août, ce segment étoit 0,01563 dans ma lunette; il auroit donc dû être pour le télescope 0,00270, tandis qu'il étoit le même jour 0,00847. Donc il se perd dans ce télescope les quatre cinquièmes de la lumière, puisque la portion insensible y est cinq fois plus grande qu'elle ne le seroit s'il ne s'en perdoit pas.

On estimoit que ces télescopes perdoient les trois quarts de leur lumière. Cette expérience n'en diffère pas beaucoup, il n'y a qu'un vingtième de différence; encore est-il bon d'observer que depuis quelques années M. Messier s'aperçoit que ce télescope a perdu de sa bonté, les miroirs se sont sans doute dépolis; c'est l'inconvénient de cette espèce d'instrumens; mais l'expérience que nous venons de rapporter indique un moyen de les éprouver pour reconnoître de temps en temps ce qu'ils peuvent avoir perdu à cet égard.

§. 96. Nous avons ensuite, M. Messier & moi, éprouvé un ancien télescope Newtonien de 4 pieds & demi, qui a appartenu à M. de l'Isle, pour le comparer aux deux lunettes. Je crois que

cette observation a besoin d'être répétée; mais en attendant que nous en ayons l'occasion je vais la rapporter ici.

Le tuyau de ce télescope est un octogone assez régulier, dont le diamètre a $75\frac{1}{2}$ lignes, ou $89\frac{1}{2}$ parties de l'échelle du carton dont nous avons déjà parlé. Le côté de l'octogone étoit par conséquent de 28,9 lignes. J'en ai calculé la surface, qui contient 4030,7 lignes.

Le petit miroir est elliptique, & ses axes sont de 17 & de 11 lignes. La surface de cette ellipse est donc égale à celle d'un cercle qui auroit 13,5 lignes de diamètre, égale par conséquent à 543,5 lignes. Donc la lumière du télescope peut être représentée par une surface de 3887,1 lignes.

Le 20 Août, M. Messier a perdu de vue le Satellite, lorsque l'ouverture a été réduite à un triangle ABC , dont le côté AC avoit... 28 $\frac{3}{4}$ parties = 24,2 lignes, Fig. 8.

$$AB \text{ \& \> } BC \quad 15\frac{1}{4} \quad = \quad 12,9.$$

On trouve la surface de ce triangle de 52,55 lignes; ainsi dans ce télescope le segment insensible est $\frac{52,55}{3887,1}$, ou 0,01352.

J'ai trouvé, en faisant la même observation, que lorsque j'ai perdu de vue le Satellite, les côtés du triangle ABC étoient AC de 33 $\frac{1}{2}$ parties = 28,3 lignes,

$$AB \quad 16\frac{2}{3} \quad = \quad 14,1,$$

$$BC \quad 19\frac{1}{2} \quad = \quad 16,5.$$

La surface de ce triangle est de 81,4 lignes, & la portion insensible de 0,02094. J'ai fait cette observation à la hâte, parce que Jupiter alloit se couvrir, cependant je l'ai marquée bonne sur mon registre.

§. 97. Il y a une grande différence entre l'observation de M. Messier & la mienne; mais je préférerai cette dernière, par les raisons que je vais exposer; 1.^o la lunette de 15 pieds dont M. Maraldi s'est servi jusqu'à présent pour les éclipses des Satellites de Jupiter, a été reconnue pour être égale en force au

télescope Newtonien de M. Messier; or cette lunette de M. Maraldi doit être inférieure à celle dont je me sers, puisqu'elle ne porte que 20 lignes d'ouverture, tandis que la mienne en porte 24; si l'on augmente le segment insensible 0,01563 qui appartient à ma lunette, dans le rapport du carré de 20 au carré de 24, ou aura pour la lunette de M. Maraldi, & conséquemment pour le télescope reconnu de la même force, un segment insensible de 0,02251, qui diffère peu de celui que j'ai trouvé par mon observation; 2.^o M. Messier a reconnu qu'il y a une différence très-grande, quant à l'effet, entre ces deux télescopes. Le 25 Janvier 1763, il trouva 3' 30" de différence sur l'immersion du troisième Satellite, faite à ces deux instrumens successivement. Ce même jour il n'y eut que 2' 33" de différence entre les temps de la même immersion observés par M. Maraldi & par M. Messier, avec son télescope Grégorien. Il sembleroit donc par cette preuve de fait que l'instrument de M. Maraldi auroit l'avantage de près d'une minute. Je n'ai donc rien fait de trop en les supposant égaux.

J'ajouterai encore pour prouver cette égalité, que la meilleure manière de comparer la lumière de deux instrumens, c'est de comparer leur grossissement. La lunette de M. Maraldi grossit, je crois, soixante fois, & le télescope soixante-six fois; cela est presque égal.

Il n'est pas difficile d'expliquer comment la détermination de M. Messier peut s'écarter ainsi de la véritable. Tandis qu'il observoit, je faisois glisser le carton le plus insensiblement qu'il m'étoit possible, tant qu'il apercevoit le Satellite. Le dernier pas que j'aurai fait faire au carton aura été trop fort, & nous avons trouvé une quantité trop foible.

§. 98. Ainsi j'établirai le rapport de ce télescope à ma lunette, celui de $\frac{0,02094}{0,01563}$.

§. 99. Il s'agit d'examiner quelle est la perte de la lumière dans ce télescope. L'ouverture est de 75 $\frac{1}{2}$ lignes; ainsi la lumière de ce télescope devroit être à celle de ma lunette dans la raison de 9,9 à 1. Cette lumière diminuée dans le rapport de 4030,7

à 3881,1, (S. 98) ne fera plus que comme 9,57 à 1. Divisant 0,01563 par 9,57, on aura pour le segment insensible dans ce télescope, s'il ne perdoit rien de sa lumière, 0,00163; mais ce segment est 0,02094, ou près de treize fois plus grand; il s'en suit que le télescope ne conserve qu'un peu plus de la treizième partie de sa lumière.

On concluroit de l'observation de M. Messier qu'il ne conserve qu'à peu-près la huitième partie de sa lumière. D'où il suit que les télescopes Newtoniens, comme on le savoit déjà, ont un grand désavantage & perdent beaucoup plus de lumière que les télescopes Grégoriens.

§. 100. J'ai éprouvé un petit télescope Grégorien de 16 pouces environ, qui étoit très-bon; l'ouverture avoit 22 lignes, & le diamètre du petit miroir 5 lignes.

On trouve que la lumière qui entre dans ma lunette est à celle qui entre par l'ouverture de ce télescope comme 1 est à 0,8403. Cette quantité doit être encore diminuée dans le rapport de 1 à 9483, à cause de l'obstacle du petit miroir; ainsi la lumière des deux instrumens étoit dans le rapport de 1 à 0,7968. J'ai fait disparaître un Satellite dans le télescope avec un diaphragme de 12 lignes; il ne m'en a fallu qu'un de 5 lignes pour le faire disparaître dans ma lunette. 5 lignes donnent la quantité de lumière insensible dans ma lunette 0,0434; cette quantité augmentée dans le rapport de 0,7968 à 1, donne 0,0545 pour la quantité insensible de la lumière dans le télescope, s'il n'en perdoit point du tout; mais comme on ne voyoit pas le Satellite dans ce télescope avec un diaphragme de 12 lignes, il s'en suit que le quart de sa lumière, ou 0,2500, étoit insensible; donc ce télescope perd un peu moins des quatre cinquièmes de sa lumière.

§. 101. Nous avons vu que le télescope Grégorien de M. Messier perd également quatre cinquièmes de sa lumière; il seroit intéressant de faire ces expériences sur des télescopes neufs, dont les miroirs eussent encore tout leur poli, pour connoître si dans cet état ils ne perdent que les trois quarts, & si ce qu'il y a de perte de plus dans l'effet du télescope de M. Messier doit être attribué

à ce qu'il a perdu par le temps & par l'usage. Quoi qu'il en soit, on peut prendre un milieu entre les trois quarts & les quatre cinquièmes, & supposer en général qu'un bon télescope ne conserve que 0,225 de sa lumière totale, exprimée par l'unité. Ainsi, quand on voudra comparer à ma lunette un télescope dont l'ouverture sera m , on multipliera le segment insensible trouvé pour cette lunette par $\frac{(24)^2}{(m)^2}$ 0,225, & l'on aura le segment insensible pour le télescope; mais il vaudra mieux en déterminer l'effet directement par une bonne ou par plusieurs observations.

§. 102. Il est aisé de calculer, d'après l'effet des deux télescopes, que le Grégorien est équivalant à une lunette de 27 à 28 pieds, qui porte 34 lignes d'ouverture & qui grossit environ cent quatre fois, & le Newtonien répond à une lunette de 11 pieds qui porte 22 lignes d'ouverture & qui grossit environ soixante-six fois. De manière que quand on voudra calculer l'effet des instrumens, si leurs ouvertures sont données, on suivra les procédés que je viens d'indiquer; si c'est le grossissement qui est connu, on cherchera dans la Table qui est dans les élémens d'Optique de M. l'abbé de la Caille, l'ouverture qui y correspond, & on fondera son calcul sur cette ouverture; on pourra même réduire les télescopes de réflexions à ceux de réfraction par la même Table, parce que cela sera plus commode. Si seulement les longueurs des instrumens étoient données, on pourroit encore se servir des mêmes Tables, mais les résultats seroient incertains, parce qu'il s'en faut bien que les instrumens de la même longueur soient également bons. M. Wargentin mande à M. Messier, que sa lunette de 10 pieds peut augmenter cent quarante fois les objets sans rien perdre de la clarté & de la netteté de l'objet. Dans la Table ci-dessus indiquée, une lunette de 50 pieds qui porte 47 lignes d'ouverture grossit cent quarante-une fois; j'en conclus que l'objectif de M. Wargentin porte environ 45 à 46 lignes d'ouverture,

634 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

durée, divisée par la demi-durée actuelle; ce qui est dit ici une fois pour toutes les observations pareilles.

On trouve en conséquence

La différence calculée de l'effet des instrumens de . . .	1' 52"
Différence observée	2. 33
Erreur	0. 41

Je crois que cette erreur doit être attribuée aux observations.

Pour l'émerfion, hauteur de Jupiter	47 ^d 55'
Distance du Satellite au centre	3,17.
Segment des Tables	0,07553.
réduit	0,04262.
M. Maraldi	0,05998.
M. Messier	0,02310.
AF	0,22003.
Af	0,11526.
Ff	0,10477.
Différence calculée de l'effet des instrumens	1' 30"
observée	1. 20.
Erreur	0. 10.

§. 104. Le 1.^{er} Février 1763.

Immersion du III. ^e Satellite, par M. Maraldi	9 ^h 40' 14"
par M. Messier	0. 42. 11
Différence	0. 1. 57
Émerfion du même, par M. Maraldi	11. 8. 25
par M. Messier	11. 5. 46
	0. 2. 39
Pour l'immersion, distance de Jupiter à la Terre	5,0639.
au Soleil	4,9916.
Hauteur de Jupiter sur l'horizon	22 ^d 6'
Distance du Satellite au centre	2,44.

deux demi-durées observées, il faut avoir attention de prendre la plus petite des deux. On a pris ici celle de M. Messier, la plus grande est exprimée par QO.

Segment des Tables.....	0,10115.
réduit.....	0,08631.
suivant M. Maraldi.....	0,12428.
suivant M. Messier.....	0,04776.
<i>A F</i>	0,36329.
<i>A f</i>	0,18858.
<i>F f</i>	0,17471.
Demi-durée.....	41' 47"
Différence calculée des instrumens.....	2. 24 $\frac{1}{2}$
observée.....	11. 57
Erreur.....	0. 27
Pour l'émerision, hauteur de Jupiter.....	8 ^d 3'
Distance du Satellite au centre.....	3. 17
Segment des Tables.....	0,07553.
réduit.....	0,13818.
suivant M. Maraldi.....	0,19894.
suivant M. Messier.....	0,07486.
<i>A F</i>	0,50619.
<i>A f</i>	0,25646.
<i>F f</i>	0,24973.
Différence calculée des instrumens.....	3' 26"
observée.....	2. 39
Erreur.....	0. 47

§. 105. Si l'on veut réduire les temps de ces observations au moment du passage du centre, il faut déterminer la ligne *QE*, Fig. 2. le moment de l'immersion étant supposé être arrivé, lorsque le centre du Satellite s'est trouvé en *Q*, la ligne *EQ*, exprimée en temps, est l'intervalle écoulé depuis le passage du centre jusqu'au moment de l'immersion. On trouvera par la formule du §. 10, *EQ* ou *x* égale à

$$-\frac{1}{2}d \pm R \sqrt{\left(\frac{2r}{R} [1 - a] + \frac{rr}{RR} + \frac{dd}{4RR}\right)}.$$

De ces deux valeurs la plus petite est celle qui donne *EQ*, l'autre donne *EL* ou *QD*.

§. 106. M. Maraldi a trouvé pour le 25 Janvier 1763;
 $d = 1^h 25' 49''$. $1 - b = 0,72956$, $r = 5' 20''$ & $R = 1^h 47' 0''$.

On trouve

$$x = -42' 54'' \frac{1}{2} + 51' 57'' = 9' 2'' \frac{1}{2}.$$

Donc l'immersion ayant été observée à $5^h 39' 6''$, l'entrée du centre est arrivée à $5^h 30' 3'' \frac{1}{2}$.

Pour l'émerfion on a $(1 - b) = 0,77997$, & l'on trouve

$$x = -42' 54'' \frac{1}{2} + 52' 31'' \frac{1}{2} = 9' 37''.$$

L'émerfion ayant été observée à $7^h 4' 55''$, la sortie du centre est arrivée à $7^h 14' 32''$; d'où l'on conclut la véritable durée de $1^h 44' 28'' \frac{1}{2}$, c'est-à-dire le temps que le centre du Satellite a employé à traverser l'ombre.

M. Meffier, le même jour, a observé la demi-durée de $1^h 21' 56''$. $(1 - b) = 0,86213$, l'immersion à $5^h 41' 39''$, on trouve

$$x = -40' 58'' + 51' 52'' = 10' 54''.$$

Donc l'entrée du centre à $5^h 30' 45''$, plus tard de $43'' \frac{1}{2}$ que M. Maraldi.

Pour l'émerfion

$$1 - b = 0,88404;$$

on trouve

$$x = -40' 56'' + 52' 17'' \frac{1}{2} = 11' 1'' \frac{1}{2};$$

l'émerfion à $7^h 3' 35''$; donc sortie du centre à $7^h 14' 44'' \frac{1}{2}$, & $0' 12''$ plus tard seulement que M. Maraldi.

§. 107. Le 1.^{er} Février 1763, M. Maraldi a trouvé la demi-durée de $1^h 28' 11''$.

Pour l'immersion

$$(1 - b) = 0,63671;$$

D'où l'on conclut

$$x = -44' 5'' \frac{1}{2} + 51' 57'' = 7' 51'' \frac{1}{2}.$$

Immersion à	$9^h 40' 14''$
	$0. 7. 52 \frac{1}{2}$

Entrée du centre	$9. 32. 22 \frac{1}{2}$
------------------------	-------------------------

Pour l'émerſion

$$(1 - b) = 0,49381;$$

on trouve

$$x = -44' 5'' \frac{1}{2} + 50' 22'' = 6' 16'' \frac{1}{2}.$$

Émerſion à	11 ^h 8' 25"
	<u>0. 6. 16 $\frac{1}{2}$</u>
Sortie du centre	11. 14. 41 $\frac{1}{2}$

M. Meffier a trouvé la demi-durée de 1^h 23' 35".

Pour l'immersion

$$(1 - b) = 0,79154.$$

D'où l'on aura

$$x = -41' 47'' \frac{1}{2} + 51' 58'' = 10' 10'' \frac{1}{2}.$$

Immersion à	9 ^h 42' 11"
	<u>0. 10. 10 $\frac{1}{2}$</u>
Entrée du centre	9. 32. 0 $\frac{1}{2}$
M. Maraldi l'avoit trouvée de	<u>9. 32. 22 $\frac{1}{2}$</u>
Différence	0. 0. 21

Pour l'émerſion,

$$(1 - b) = 0,79154.$$

Donc

$$x = -41' 47'' \frac{1}{2} + 51' 13'' = 9' 25'' \frac{1}{2}.$$

Émerſion à	11 ^h 5' 46"
	<u>0. 9. 25 $\frac{1}{2}$</u>
Sortie du centre	11. 15. 11 $\frac{1}{2}$
M. Maraldi l'avoit trouvée de	<u>11. 14. 41 $\frac{1}{2}$</u>
Différence	0. 0. 30

§. 108. Il me ſemble qu'on ne peut guère eſpérer un accord plus heureux que celui des trois dernières obſervations; déterminer l'entrée du centre du troiſième Satellite dans l'ombre, à moins de 10 ou 15" près, par deux obſervations faites avec des inſtrumens d'une force très-différente eſt un accord auquel je ne m'attendois pas en commençant cette recherche. Il n'y a que

l'entrée du centre dans l'ombre, le 25 Janvier, sur laquelle il y a 20" d'incertitude entre M. Maraldi & M. Messier. Mais il faut observer que la Lune étoit alors sur l'horizon, que d'ailleurs il pouvoit y avoir des vapeurs dans l'air qui aient rendu les segmens invisibles plus grands, ce qui fait que le calcul ne s'accorde pas avec l'observation; c'est à quoi l'on peut obvier, au moyen de la méthode que j'ai proposée, si on veut l'adopter.

§. 109. Le 25 Janvier 1763, M. Messier observa l'immersion & l'émerfion du troisieme Satellite avec ses deux télescopes. Dans le télescope Newtonien, que nous regardons comme égal en force à la lunette de M. Maraldi, il a vu l'immersion 3' 30" plus tôt, & l'émerfion 3' 40" plus tard que dans le télescope Grégorien. Le 1.^{er} Février, il a vu dans le même télescope l'immersion 2 minutes plus tôt que dans le Grégorien, & il l'a vue presque dans la même seconde que M. Maraldi, ce qui prouve l'égalité des deux instrumens. Ce jour-là, au moment de l'immersion, l'équation des deux instrumens étoit 2' 24", ce qui s'accorde assez bien avec l'observation. Mais le 25 Janvier les équations étoient 1' 52" & 1' 30"; équations fort différentes de celles qui ont été observées, 3' 30" & 3' 40". Il faut nécessairement supposer que l'état de l'atmosphère a contribué à produire cette différence, & peut-être aussi l'erreur de l'observation.

§. 110. Le 23 Juin 1761,

M. Maraldi a observé l'immersion du III. ^e Satellite à . .	15 ^h 20' 6"
M. Messier à	15. 21. 4
Différence	0. 0. 58
Distance de Jupiter à la Terre	4.9215.
au Soleil	4.9654.
Hauteur de Jupiter	30 ^d
Distance du Satellite	2.77.
Segment des Tables	0.08723.
réduit	0.05506.
selon M. Maraldi	0.08113.
selon M. Messier	0.02924.

<i>AF</i>	0,27084.
<i>Af</i>	0,13702.
<i>Ff</i>	0,13382.
Demi-durée des Tables	1 ^h 26' 17"
Différence calculée des instrumens	0. 0. 54
observée	0. 0. 58
Erreur	0. 0. 4

Pour trouver le temps de l'entrée du centre, on a

pour l'observation de M. Maraldi, $x = 4' 51''$ entrée du centre 15 ^h 15' 15"	
pour celle de M. Messier. $x = 5. 41$	15. 15. 23
Erreur ou Différence	0. 0. 8

§. III. Le 29 Juillet 1761:

Immerfion du III. ^e Satellite, par M. Maraldi	11 ^h 18' 49"
par M. Messier	11. 19. 31
Différence	0. 0. 42
Distance de Jupiter à la Terre	4,3885.
au Soleil	4,9616.
Hauteur de Jupiter	16 ^d
Distance du Satellite	2,45.
Segment des Tables	0,10064.
réduit	0,07013.
felon M. Maraldi	0,10100.
felon M. Messier	0,03800.
<i>AF</i>	0,31533.
<i>Af</i>	0,16140.
<i>Ff</i>	0,15393.
Demi-durée des Tables	1 ^h 23' 19"
Différence calculée des instrumens	0. 1. 14
observée	0. 0. 42
Erreur	0. 0. 22

Enfuite

$x = 4' 43'' \frac{1}{2}$ entrée du centre 11 ^h 14' 5" $\frac{1}{2}$, d'après M. Maraldi.	
$x = 5. 43$	11. 13. 48, d'après M. Messier.
Erreur	0. 0. 17 $\frac{1}{2}$

§. 112. Le 9 Mars 1763 :

Émerſion du III. ^e Satellite, par M. Meſſier.....	7 ^h 17' 20"
par M. Maraldi.....	7. 20. 28*
Différence.....	0. 3. 8
Distance de Jupiter à la Terre.....	5,5986.
au Soleil.....	4,9990.
Hauteur de Jupiter.....	28 ^d 18'
Distance du Satellite au centre.....	2,54.
Segment des Tables.....	0,09668.
réduit.....	0,08206.
ſelon M. Maraldi.....	0,11816.
ſelon M. Meſſier.....	0,04446.
<i>A F</i>	0,35090.
<i>A f</i>	0,17955.
<i>F f</i>	0,17135.
Demi-durée.....	1 ^h 17' 37"
Différence calculée des inſtrumens.....	0. 2. 20
obſervée.....	0. 3. 8
Erreur.....	0. 0. 48

Cette erreur doit être moindre à cauſe de la note de M. Maraldi.

$x = 8' 18''$ fortie du centre 7^h 28' 46", d'après M. Maraldi.

$x = 10. 12$ 7. 27. 32, d'après M. Meſſier.

Erreur..... 0. 1. 14.

§. 113. Il faut remarquer que dans la formule du §. 9, pour trouver le temps du paſſage du centre, j'ai employé également pour ces deux obſervations la demi-durée des Tables : l'exaſtitude auroit demandé que pour l'obſervation de M. Maraldi on eût employé cette demi-durée, augmentée de 3' 8", ſuivant la méthode employée §. 106. Mais j'ai ſuppoſé que chaque Obſervateur réduiſoit ſon obſervation ſéparément. N'ayant pas

* M. Maraldi déclare que cette obſervation a été marquée trop tard ſur le regiſtre; ainſi la différence 3' 8" eſt trop forte.

obſervé

observé les deux phases, il ne peut faire usage que de la demi-durée des Tables; & j'ai voulu voir l'accord qui en résulteroit. Il faut se souvenir que quand les deux phases auront été observées, on emploiera pour *d* la durée tirée de chaque observation.

§. 114. Le 29 Avril 1767:

Émerſion du III. ^e Satellite, par M. Meſſier.	10 ^h 13' 9 ou 14"
par M. Maraldi.	10. 14. 13
Différence.	0. 1. 4 ou 59
Distance de Jupiter à la Terre.	4,8178.
au Soleil.	5,4370.
Hauteur de Jupiter.	43 ^d 59'
Distance du Satellite au centre.	2,88.
Segment des Tables.	0,08403.
réduit.	0,05441.
ſelon M. Maraldi.	0,07838.
ſelon M. Meſſier.	0,02948.
<i>A F</i>	0,26113.
<i>A f</i>	0,13598.
<i>Ff</i>	0,12515.
Demi-durée.	1 ^h 27' 49"
Différence calculée des instrumens.	0. 0. 50
observée.	0. 1. 4 ou 59
Erreur.	0. 0. 14 ou 9
<i>x</i> = 4' 48" fortie du centre 10 ^h 19' 1", d'après M. Maraldi.	
<i>x</i> = 5. 37. 10. 18. 46 ou 51, d'après M. Meſſier.	
Erreur.	0. 0. 15 ou 10,

§. 115. Le 6 Mai 1767:

Immerſion du III. ^e Satellite, par M. Maraldi.	11 ^h 17' 20"
par M. Meſſier.	11. 17. 37
	0. 0. 17

Je remarquerai qu'il n'est pas possible qu'il n'y ait pas erreur d'une minute sur l'instant de l'une de ces deux observations. Jamais entre les observations du troisième, faites par M. Maraldi & M. Meſſier, il n'y a eu si peu de différence. On vient de voir

Mém. 1771.

M m m m

642 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

que le 29 Avril, il y avoit au moins une minute. Dans l'observation présente, Jupiter étoit plus bas; le Satellite étoit plus près de cette Planète; il n'est nullement probable qu'il n'y ait eu que 17 secondes entre ces deux observations.

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,9135.
au Soleil.....	5,4398.
Hauteur de Jupiter.....	32 ^d 44'
Distance du Satellite au centre.....	1,62.
Segment des Tables.....	0,16209.
réduit.....	0,14972.
selon M. Maraldi.....	0,21560.
selon M. Messier.....	0,08112.
<i>AF</i>	0,53510.
<i>Af</i>	0,27084.
<i>Ff</i>	0,26426.
Demi-durée.....	1 ^h 27' 44 ^{''} .
Différence calculée des instrumens.....	0. 1. 44

§. 116. Le 18 Juin 1769:

Immersion du III. ^e Satellite par M. Messier.....	8 ^h 29' 32 ^{''} .
par M. Maraldi.....	8. 27. 30
Erreur.....	0. 2. 2
Émerision du même, par M. Messier.....	10. 1. 22
par M. Maraldi.....	10. 1. 9
Erreur.....	0. 0. 13

Le temps étoit ferein, il y avoit un crépuscule considérable au moment de l'immersion. On voyoit cependant bien les bandes, & même mieux qu'à l'émerision. M. Maraldi se servoit d'une lunette achromatique de 3 pieds, qui porte 29 lignes d'ouverture; M. Messier d'une excellente lunette achromatique de même longueur qui porte 39 lignes d'ouverture. Ainsi, quand on aura calculé le segment des Tables réduit au jour de l'observation, il faudra le multiplier par $(\frac{24}{29})^2$ pour la réduire à la lunette de M. Maraldi, & par $(\frac{24}{39})^2$ pour la réduire à celle de M. Messier.

Mais qu'on me permette quelques réflexions sur ces observations. N'est-il pas très-singulier que M. Messier ayant vu l'immersion $2' 2''$ plus tard, voie l'émergence $13''$ plus tard, au lieu de la voir $2'$ plus tôt. Il y a certainement quelque erreur dans l'observation, & ce ne peut être que sur l'émergence, car l'observation de l'immersion du 25 Juin, fait voir que la différence $2' 2''$ n'est pas beaucoup trop considérable. Je soupçonne que M. Maraldi auroit pu marquer $1' 9''$ pour $2' 9''$; alors tout rentreroit dans la vraisemblance.

S'il n'y a point d'erreur dans l'observation, le temps étant resté également beau, & les instrumens étant les mêmes, il faut convenir que le même Observateur, le même jour, peut voir différemment, que sa vue a été altérée dans l'une ou l'autre observation. Ceci prouve la nécessité de la méthode que je proposerais pour rendre les observations comparables. Il n'y auroit pas de difficulté si les segmens invisibles avoient été mesurés par des diaphragmes. J'avoue qu'il est difficile de croire que la vue puisse s'altérer dans un même jour au point de produire des différences si considérables.

Calcul de l'Immersion.

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,6206.
au Soleil.....	5,3872.
Hauteur de Jupiter.....	25 ^d 51'
Distance du Satellite au centre.....	1,46.
Segment des Tables.....	0,17951.
réduit.....	0,12538.
selon M. Maraldi.....	0,08588.
selon M. Messier.....	0,04748.
<i>AF</i>	0,28177.
<i>Af</i>	0,18781.
<i>Ff</i>	0,09396.
Demi-durée.....	45' 55"
Différence calculée des instrumens.....	1. 12
observée.....	2. 2
Erreur.....	0. 50
M m m m ij	

Calcul de l'Émerfion.

Hauteur de Jupiter.....	24 ^d 40'
Distance du Satellite au centre.....	2,24.
Segment des Tables.....	0,11153.
réduit.....	0,07920.
selon M. Maraldi.....	0,05448.
selon M. Messier.....	0,03000.
<i>A F</i>	0,20561.
<i>A f</i>	0,13757.
<i>F f</i>	0,06804.
Différence calculée des instrumens.....	0' 52"

Si l'on ajoutoit une minute à l'observation de M. Maraldi, la différence observée seroit 47"; mais suivant le calcul il a dû voir l'émerfion 52" après M. Messier, & suivant son observation il l'a vue 13" avant.

$x = 9' 26''$ entrée du centre...	8 ^h 20' 6", d'après M. Messier.
$x = 8. 18$	8. 19. 12, d'après M. Maraldi.
Erreur.....	0. 0. 54
$x = 9. 57$ sortie du centre....	10. 11. 19, d'après M. Messier.
$x = 9. 5$	10. 10. 14, d'après M. Maraldi.
Erreur.....	0. 1. 5.

§. 117. Si l'on suppose que M. Maraldi a marqué une minute de moins sur l'émerfion qui seroit alors arrivée à 10^h 2' 9", on aura

$x = 8' 14''$ entrée du centre.....	8 ^h 19' 16"
$x = 9. 0$ sortie du centre.....	10. 11. 9.

Avec une erreur de 50" sur l'immersion, & de 10" seulement sur l'émerfion.

§. 118. Il est bon de remarquer qu'une minute de différence sur la durée ne produit que 4 ou 5" sur le moment de l'entrée ou de la sortie du centre.

§. 119. Le 25 Juin 1769:

Immersion du III. ^e Satellite, par M. Maraldi, à.....	12 ^h 24' 55"
par M. Messier.....	12. 27. 36
Erreur.....	0. 2. 41
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,7538.
au Soleil.....	5,3858.
Hauteur de Jupiter.....	7 ^d 10'
Distance du Satellite au centre.....	1,69.
Segment des Tables.....	0,15418.
réduit.....	0,33958.
selon M. Maraldi.....	0,22732.
selon M. Messier.....	0,12568.
<i>AF</i>	0,55683.
<i>Af</i>	0,36619.
<i>Ff</i>	0,19064.
Demi-durée.....	45' 11"
Différence calculée des instrumens.....	2. 26
observée.....	2. 41
Erreur.....	0. 15
$\kappa = 5' 34''$ entrée du centre à... 12 ^h 23' 10", d'après M. Messier.	
$\kappa = 7. 40$ 12. 32. 35, d'après M. Maraldi.	
Erreur.....	0. 0. 35.

On n'auroit trouvé que 15" d'erreur si l'on eût employé une demi-durée différente pour chacune de ces observations.

§. 120. Le 31 Juillet 1769:

Immersion du III. ^e Satellite, par M. Maraldi.....	8 ^h 18' 47"
par M. Messier.....	8. 21. 8
Erreur.....	0. 2. 21

M. Maraldi se servit de la même lunette; mais M. Messier employa la lunette de M. de Saron, qui a 40 lignes d'ouverture.

Distance de Jupiter à la Terre.....	5,1932.
au Soleil.....	5,3770.

646 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Hauteur de Jupiter.....	19 ^d 20'
Distance du Satellite au centre.....	2,24.
Segment des Tables.....	0,11143.
réduit.....	0,11334.
selon M. Maraldi.....	0,07762.
selon M. Messier.....	0,04060.
<i>AF</i>	0,26277.
<i>Af</i>	0,16889.
<i>Ff</i>	0,09388.
Demi-durée.....	47' 8"
Différence calculée des instrumens.....	1. 9
observée.....	2. 21
Erreur.....	1. 12.
$x = 8' 24''$ entrée du centre.....	8 ^h 10' 23", d'après M. Maraldi.
$x = 9. 25$	8. 11. 43, d'après M. Messier.
Erreur.....	0. 1. 20.

*De l'effet des instrumens de M. Maraldi & de M. Messier ;
savoir de la Lunette de 15 pieds & du Télescope de
30 pouces, déduit du calcul & comparé aux Observations
du second Satellite.*

§. 121. Le 8 Septembre 1761:

Immersion du II. ^e Satellite, par M. Maraldi.....	10 ^h 37' 59"
par M. Messier.....	10. 38. 37
Erreur.....	0. 0. 38
Distance de Jupiter à la Terre.....	3,9828.
au Soleil.....	4,9579.
Hauteur de Jupiter.....	31 ^d 39'
Distance du Satellite au centre.....	1,36.
Segment des Tables.....	0,26920.
réduit.....	0,10920.
selon M. Maraldi.....	0,15724.
selon M. Messier.....	0,05916.
<i>AF</i>	0,42869.
<i>Af</i>	0,21818.
<i>Ff</i>	0,21051.

Demi-durée.....	1 ^h 20' 22"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 47
observée.....	0. 0. 38
Erreur.....	0. 0. 9

§. 122. Le 26 Septembre 1761, M. Messier observa l'émerfion du fecond Satellite avec fon télescope de 30 pouces, à 8^h 1' 5"; & avec fon télescope * de 4 pieds & demi à 8^h 2' 8"; différence des deux instrumens, 1' 3".

Distance de Jupiter à la Terre.....	3,9604.
au Soleil.....	4,9567.
Hauteur de Jupiter.....	20 ^d 24'
Distance du Satellite au centre.....	1,06.
Segment des Tables.....	0,03377.
réduit.....	0,16468.
pour le télescope de 30 pouces.....	0,08920.
pour le télescope de 4 pieds $\frac{1}{2}$	0,23712.
<i>A F</i>	0,57374.
<i>A f</i>	0,28914.
<i>F f</i>	0,24897.
Demi-durée.....	1 ^h 20' 5"
Différence calculée des instrumens.....	0. 1. 4
observée.....	0. 1. 3
Erreur.....	0. 0. 1

§. 123. Le 25 Mars 1765:

Émerfion du II. ^e Satellite, par M. Maraldi.....	7 ^h 32' 15"
par M. Messier.....	0. 31. 21
Erreur.....	0. 0. 54
Distance de Jupiter à la Terre.....	5,0485.
au Soleil.....	5,2409.
Hauteur de Jupiter.....	61 ^d 31'
Distance du Satellite.....	2,60.

* On a calculé pour le télescope de 4 pieds & demi, comme si c'étoit pour la lunette de 15 pieds de M. Maraldi, parce que l'on présume qu'ils font absolument le même effet. Voyez §. 97.

648 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Segment des Tables.....	0,14580.
réduit.....	0,09043.
selon M. Maraldi.....	0,13018.
selon M. Messier.....	0,04898.
<i>A F</i>	0,37528.
<i>A f</i>	0,19170.
<i>F f</i>	0,18358.
Demi-durée.....	1 ^h 24' 3"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 39 $\frac{1}{2}$
observée.....	0. 0. 54
Erreur.....	0. 0. 14 $\frac{1}{2}$

§. 124. Le 3 Décembre 1766:

Immersion du II. ^e Satellite, par M. Maraldi.....	14 ^h 18' 8"
par M. Messier.....	14. 19. 0
Erreur.....	0. 0. 52
Distance de Jupiter à la Terre.....	5,4871.
au Soleil.....	5,4173.
Hauteur de Jupiter.....	18 ^d 34'
Distance du Satellite.....	2,53.
Segment des Tables.....	0,15020.
réduit.....	0,18114.
selon M. Maraldi.....	0,26080.
selon M. Messier.....	0,09812.
<i>A F</i>	0,61444.
<i>A f</i>	0,30925.
<i>F f</i>	0,30419.
Demi-durée.....	1 ^h 24' 54"
Différence calculée des instrumens.....	0. 1. 04
observée.....	0. 0. 52
Erreur.....	0. 0. 12

§. 125. Le 28 Avril 1767:

Émerfion du II. ^e Satellite, par M. Maraldi.....	9 ^h 32' 26"
par M. Messier.....	9. 32. 10
Erreur.....	0. 0 16
	Distance

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,6989.
au Soleil.....	5,4389.
Hauteur de Jupiter.....	47 ^d 39'
Distance du Satellite au centre.....	2,19.
Segment des Tables.....	0,17190.
réduit.....	0,10474.
selon M. Maraldi.....	0,15042.
selon M. Messier.....	0,05674.
<i>A F</i>	0,41639.
<i>A f</i>	0,21212.
<i>F f</i>	0,20427.
Demi-durée.....	1 ^h 17' 52"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 47
observée.....	0. 0. 16
Erreur.....	0. 0. 31

§. 126. Nous avons cru devoir calculer aussi quelques observations du premier Satellite; mais comme le plus souvent les différences sont fort petites, il est tout simple que l'erreur de l'observation, & sur-tout l'état de l'atmosphère, qui influe beaucoup sur ces différences, s'y montrent davantage. Voici les observations telles que je les ai prises dans la Connoissance des temps pour 1767.

§. 127. Le 22 Juillet 1761.

Immerfion du 1. ^{er} Satellite, par M. Maraldi.....	12 ^h 45' 15"
par M. Messier.....	12. 45. 30
Différence.....	0. 0. 15
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,4356.
au Soleil.....	4,9623.
Hauteur de Jupiter.....	25 ^d 30'
Distance du Satellite au centre.....	1,93 $\frac{1}{2}$
Segment des Tables.....	0,11680.
réduit.....	0,06386.
selon M. Maraldi.....	0,11578.
selon M. Messier.....	0,04256.
<i>A F</i>	0,34627.
<i>A f</i>	0,17709.

Mém. 1771.

Nnnn

<i>Ff</i>	0,16918.
Demi-durée	1 ^h 6' 15"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 37
observée.....	0. 0. 15
Erreur.....	0. 0. 22

§. 128. Le 29 Juillet 1761.

Immersion du premier Satellite par M. Maraldi.....	14 ^h 38' 35"
par M. Messier.....	14. 39. 13
Différence.....	0. 0. 38
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,3421.
au Soleil.....	4,9616.
Hauteur de Jupiter.....	39 ^d 50'
Distance du Satellite au centre.....	1,87.
Segment des Tables.....	0,12410.
réduit.....	0,05564.
selon M. Maraldi.....	0,08014.
selon M. Messier.....	0,03014.
<i>AF</i>	0,26858.
<i>Af</i>	0,13799.
<i>Ff</i>	0,13059.
Demi-durée.....	1 ^h 6' 15"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 30
observée.....	0. 0. 38
Erreur.....	0. 0. 8

§. 129. Le 21 Août 1761:

Immersion du premier Satellite par M. Maraldi.....	14 ^h 51' 56"
par M. Messier.....	14. 52. 20
Différence.....	0. 0. 36
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,0939.
au Soleil.....	4,9594.
Hauteur de Jupiter.....	39 ^d 52'
Distance du Satellite au centre.....	1,55.
Segment des Tables.....	0,17330.
réduit.....	0,06904.
selon M. Maraldi.....	0,08940.

selon M. Messier.....	0,03740.
<i>AF</i>	0,31200.
<i>Af</i>	0,15967.
<i>Ff</i>	0,15233.
Demi-durée.....	1 ^h 6' 7"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 33
observée.....	0. 0. 36
Erreur.....	0. 0. 3

§. 130. Le 23 Août 1761 :

Immersion du premier Satellite par M. Maraldi.....	9 ^h 20' 49"
par M. Messier.....	9. 21. 8
Différence.....	0. 0. 19
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,0793.
au Soleil.....	4,9593.
Hauteur de Jupiter.....	13 ^d 19'
Distance du Satellite au centre.....	1,52.
Segment des Tables.....	0,17970.
réduit.....	0,12428.
selon M. Maraldi.....	0,17896.
selon M. Messier.....	0,06734.
<i>AF</i>	0,46972.
<i>Af</i>	0,23831.
<i>Ff</i>	0,23141.
Demi-durée.....	1 ^h 6' 7"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 50
observée.....	0. 0. 19
Erreur.....	0. 0. 31

§. 131. Le 17 Octobre 1761 :

Émerison du premier Satellite par M. Maraldi.....	8 ^h 36' 38"
par M. Messier.....	0. 0. 25
Différence.....	0. 0. 13
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,0567.
au Soleil.....	4,9556.
Hauteur de Jupiter.....	33 ^d 38'
Distance du Satellite au centre.....	1,45.

652 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Segment des Tables.....	0,19570.
réduit.....	0,08044.
selon M. Maraldi.....	0,11582.
selon M. Messier.....	0,04358.
<i>AF</i>	0,34635.
<i>Af</i>	0,17711.
<i>Ff</i>	0,16924.
Demi-durée.....	1 ^h 5' 49
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 37
observée.....	0. 0. 13
Erreur.....	0. 0. 29

Nous avons rapporté cette observation & la précédente, quoique l'erreur y soit plus grande que la différence de l'effet des instrumens. Mais on peut croire que cette erreur vient de la différence des vues & de l'état de l'atmosphère. On en aura la preuve par les observations rapportées §. 135 & suivans, qui ont été faites par moi seul, le même jour & avec le même instrument; l'effet de ce même instrument, avec différentes ouvertures, qui représente alors différens instrumens, y est très-exactement représenté.

§. 132. Le 22 Janvier 1763 :

Émerfion du premier Satellite par M. Maraldi.....	7 ^h 6' 55
par M. Messier.....	0. 6. 1
Différence.....	0. 0. 54
Distance de Jupiter à la Terre.....	4,8920.
au Soleil.....	4,9815.
Hauteur de Jupiter.....	48 ^d 28'
Distance du Satellite au centre.....	1,98.
Segment des Tables.....	0,11170.
réduit.....	0,06118.
selon M. Maraldi.....	0,08808.
selon M. Messier.....	0,03314.
<i>AF</i>	0,28665.
<i>Af</i>	0,14744.
<i>Ff</i>	0,13921.
Demi-durée.....	1 ^h 3' 50"

Différence calculée des instrumens.....	o. o. 32
observée.....	o. o. 54
Erreur.....	o. o. 22

§. 133. Le 9 Mars 1763:

Émerfion du premier Satellite par M. Maraldi.....	7 ^h 40' 16"
par M. Meffier.....	o. 39. 26
Différence.....	o. o. 50
Distance de Jupiter à la Terre.....	5,5855.
au Soleil.....	4,9990.
Hauteur de Jupiter.....	24 ^d 17'
Distance du Satellite au centre.....	1,73.
Segment des Tables.....	0,14220.
réduit.....	0,12816.
felon M. Maraldi.....	0,18454.
felon M. Meffier.....	0,06942.
<i>AF</i>	0,47993.
<i>Af</i>	0,24051.
<i>Ff</i>	0,23942.
Demi-durée.....	1 ^h 3' 52"
Différence calculée des instrumens.....	o. o. 54
observée.....	o. o. 50
Erreur.....	o. o. 4

§. 134. Les observations rapportées dans le §. 5, avoient été faites en 1768 & en 1769, comme je l'ai dit, dans la vue de déterminer l'équation de M. de Fouchy: mais après avoir reconnu que cette équation ne pourroit être déterminée que quand on auroit connu la valeur du segment invisible, & la grandeur du diamètre; j'ai pensé que ces observations pourroient être utiles pour la recherche des diamètres; mais les parties mesurées de ce diamètre sont trop petites, & l'erreur multipliée rendroit ces déterminations trop incertaines. Ces observations ne peuvent servir qu'à vérifier le calcul de l'effet des instrumens, & elles sont très-propres à cet examen, parce que lorsque j'ai observé deux fois la même éclipse avec deux ouvertures différentes, c'est précisément comme si deux Observateurs avoient fait la même observation, excepté que la différence des vues n'y entre pour

654 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

rien, & que l'on a directement la différence de l'effet de deux instrumens d'une bonté égale, mais qui seulement n'ont pas la même ouverture & la même lumière.

§. 135. Le 17 Mars 1768, vers $13^h \frac{1}{4}$ immersion du premier Satellite, observée d'abord avec une ouverture de 17 lignes, ensuite avec une ouverture de 24; différence, 48 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,5142.
au Soleil.....	5,4521.
Hauteur de Jupiter.....	34 ^d 35'
Distance du Satellite au centre.....	1,33.
Segment des Tables.....	0,22970.
réduit.....	0,14040.
Segment pour 17 lignes ou segment augmenté.....	0,28000.
<i>AF</i>	0,64705.
<i>Af</i>	0,39639.
<i>Ff</i>	0,25066.
Demi-durée.....	1 ^h 4' 45"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 56
observée.....	0. 0. 48
Erreur.....	0. 0. 8

§. 136. Le 24 Mars 1768, vers $15^h \frac{1}{4}$ immersion du premier avec les deux mêmes ouvertures; différence, 55 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,4781.
au Soleil.....	5,4518.
Hauteur de Jupiter.....	27 ^d 12'
Distance du Satellite au centre.....	1,20.
Segment des Tables.....	0,27710.
réduit.....	0,18200.
augmenté.....	0,36260.
<i>AF</i>	0,78304.
<i>Af</i>	0,47522.
<i>Ff</i>	0,30782.
Demi-durée.....	1 ^h 4' 45"
Différence calculée des instrumens.....	0. 1. 9
observée.....	0. 0. 55
Erreur.....	0. 0. 14

§. 137. Le 20 Mars 1769, vers 16^h immersion du premier, d'abord avec une ouverture de 19 lignes, ensuite avec l'ouverture de 24 lignes; différence, 26 ou 28 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre	4,7329.
au Soleil	5,4072.
Hauteur de Jupiter	23 ^d 0'
Distance du Satellite au centre	1,74.
Segment des Tables	0,14080.
réduit	0,10960.
augmenté	0,17480.
<i>A F</i>	0,46172.
<i>A f</i>	0,33290.
<i>F f</i>	0,12882.
Demi-durée	1 ^h 3' 50"
Différence calculée des instrumens	0. 0. 29
observée	0. 0. 28 ou 26
Erreur	0. 0. 1 ou 3

§. 138. Le 5 Avril 1769, vers $14^{\text{h}} \frac{1}{2}$ immersion du premier, d'abord avec une ouverture de 17 lignes, ensuite avec une ouverture de 24 lignes; différence, 38 ou 40 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre	4,5557.
au Soleil	5,4040.
Hauteur de Jupiter	23 ^d 46'
Distance du Satellite au centre	1,51.
Segment des Tables	0,18020.
réduit	0,12780.
augmenté	0,25480.
<i>A F</i>	0.60421.
<i>A f</i>	0,37333.
<i>F f</i>	0,23098.
Demi-durée	1 ^h 3' 50"
Différence calculée des instrumens	0. 0. 52
observée	0. 0. 40 ou 38
Erreur	0. 0. 12 ou 14

§. 139. Le 10 Mars 1769, vers $15^h \frac{1}{3}$ immersion du second,

Satellite, d'abord avec une ouverture de 19 lignes, ensuite avec celle de 24 lignes; différence, 1' 0".

Distance de Jupiter à la Terre.....	5,0127.
au Soleil.....	5,4352.
Hauteur de Jupiter.....	29 ^d 2'
Distance du Satellite au centre.....	3,09.
Segment des Tables.....	0,07751.
réduit.....	0,06201.
augmenté.....	0,09894.
<i>AF</i>	0,31092.
<i>Af</i>	0,24496.
<i>Ff</i>	0,08596.
Demi-durée.....	1 ^h 4' 53"
Différence calculée des instrumens.....	0. 0. 46
observée.....	0. 1. 0
Erreur.....	0. 0. 14

§. 142. Le 31 Mars 1769, vers 12^h $\frac{2}{3}$, immersion du troisième Satellite, d'abord avec une ouverture de 17 lignes, ensuite avec celle de 24 lignes; différence, 2' 40".

Distance de Jupiter à la Terre.....	4,6064.
au Soleil.....	5,4050.
Hauteur de Jupiter.....	19 ^d 0'
Distance du Satellite au centre.....	2,28 $\frac{5}{2}$
Segment des Tables.....	0,10892.
réduit.....	0,08878.
augmenté.....	0,17692.
<i>AF</i>	0,46582.
<i>Af</i>	0,28821.
<i>Ff</i>	0,17761.
Demi-durée.....	0 ^h 43' 18"
Différence calculée des instrumens.....	0. 2. 22
observée.....	0. 2. 40
Erreur.....	0. 0. 18

§. 143. Comparaison générale des calculs & des Observations rapportées ci-dessus.

Troisième Satellite.

	<i>Différence observée.</i>	<i>Différence calculée.</i>	<i>Erreur.</i>
25 ^e Janvier 1763. Immersion...	2. 33.	1. 52.	— 0. 41.
Émerfion...	1. 20.	1. 30.	+ 0. 10.
1. ^{re} Février..... Immersion...	1. 57.	2. 24.	+ 0. 27.
Émerfion...	2. 39.	3. 26.	+ 0. 47.
23 Juin 1761. Immersion...	0. 58.	0. 54.	— 0. 4.
29 Juillet..... Immersion...	0. 42.	1. 04.	+ 0. 22.
9 Mars * 1763. Émerfion...	3. 8.	2. 20.	— 0. 48.
29 Avril 1767. Émerfion...	0. 59.	0. 50.	— 0. 09.
6 Juin 1767. Immerf. dout...	0. 17.	1. 44.	+ 1. 27.
18 Juin 1769. Immersion...	2. 2.	1. 12.	— 0. 50.
25..... Immersion...	2. 41.	2. 26.	— 0. 15.
31 Juillet..... Immersion...	2. 21.	1. 9.	— 1. 12.

Second Satellite.

8 Septem. 1761. Immersion...	0. 38.	0. 47.	+ 0. 9.
26..... Émerfion...	1. 3.	1. 04.	+ 0. 1.
25 Mars 1765. Émerfion...	0. 54.	0. 39 $\frac{1}{2}$.	— 0. 14 $\frac{1}{2}$.
3 Décemb. 1766. Immersion...	0. 52.	1. 04.	+ 0. 12.
28 Avril 1767. Émerfion...	0. 16.	0. 47.	+ 0. 31.

Premier Satellite.

22 Juillet 1761. Immersion...	0. 15.	0. 37.	+ 0. 22.
29..... Immersion...	0. 38.	0. 30.	— 0. 08.
21 Août..... Immersion...	0. 36.	0. 33.	— 0. 3.
23..... Immersion...	0. 19.	0. 50.	+ 0. 31.
17 Octobre..... Émerfion...	0. 13.	0. 37.	+ 0. 25.
22 Janvier 1763. Émerfion...	0. 54.	0. 32.	— 0. 22.
9 Mars..... Émerfion...	0. 50.	0. 54.	+ 0. 4.

* Voyez la note, §. 112.

*Par mes Observations.**Troisième Satellite.*

		<i>Différence observée.</i>	<i>Différence calculée.</i>	<i>Erreur.</i>
2	Février 1768. Immersion...	1. 0.	0. 46.	— 0. 14.
31	Mars 1769. Immersion...	2. 40.	2. 22.	— 0. 18.

Second Satellite.

10	Mars Immersion...	0. 33.	0. 34.	— 0. 1.
4	Avril Immersion...	1. 7.	1. 1 $\frac{1}{2}$.	— 0. 5 $\frac{1}{2}$.

Premier Satellite.

17	Mars 1768. Immersion...	0. 48.	0. 56.	+ 0. 8.
24 Immersion...	0. 55.	1. 9.	+ 0. 14.
20	Mars 1769. Immersion...	0. 28.	0. 29.	+ 0. 1.
5	Avril Immersion...	0. 40.	0. 52.	+ 0. 12.

§. 144. On voit par la Table précédente, que l'effet des lunettes, déduit de l'observation, est assez bien représenté par le calcul. Ce calcul suppose trois élémens principaux; savoir, le diamètre du Satellite; les segmens invisibles relatifs aux circonstances de chaque observation; enfin la différence de l'effet des deux instrumens, une fois connue par observation. Malgré les petites erreurs qui peuvent se trouver dans la détermination de ces élémens, cependant l'effet des deux instrumens se déduit assez bien du calcul; ce qui prouve d'abord l'exactitude des principes qui fondent ce Mémoire; ensuite la précision des observations qui ont servi à établir ces trois élémens.

Il faut faire attention que nous ne pouvons tenir compte de l'effet des vapeurs qui ont pu se trouver dans l'air au moment des observations; effet auquel on aura égard par la méthode que je vais indiquer. L'erreur de l'observation même me paroît plus considérable qu'on ne l'a peut-être cru jusqu'ici; & j'en vais mettre quelques exemples sous les yeux.

§. 145. On peut passer comme un principe indépendant de

O o o o ij

toute hypothèse, que vu l'éloignement des Satellites de Jupiter ; il y a toujours, quand ils disparoissent, une partie de leur disque qui est encore éclairée, & qui n'est pas entrée dans l'ombre. Il est également certain que quelle que soit cette partie, elle sera plus petite dans un instrument fort que dans un instrument plus foible. Cela établi, il s'ensuit nécessairement une différence dans les temps observés par des Astronomes qui se serviront de ces deux instrumens. On conçoit que cette différence peut être plus grande ou plus petite, suivant les circonstances ; mais il est évident qu'elle ne peut jamais être nulle, tant que les mêmes Observateurs emploieront les mêmes instrumens.

§. 146. C'est cependant ce qui est arrivé. Par exemple, on a vu qu'il y a quelquefois une minute & plus de différence sur la même éclipse du second Satellite, observée par M. Maraldi & par M. Messier. Le 3 Septembre 1763, M. Maraldi & M. Messier observèrent l'immersion du second Satellite dans la même seconde ; il y eut seulement 37 secondes de différence sur l'émerision. Il paroissoit heureux d'avoir observé ainsi l'immersion dans la même seconde ; cependant il est évident qu'il y a eu quelque erreur dans l'observation de part ou d'autre ; car la différence ne peut jamais être nulle. Le calcul donne 44 secondes pour l'immersion, & 1' 22" pour l'émerision. On peut concevoir que le ciel étant fort serein & l'air très-transparent, la différence 1' 22" donnée par le calcul ait été réduite à 37 secondes que donne l'observation : mais les 44 secondes qu'on trouve par le calcul de l'immersion ne peuvent jamais être réduites à rien.

§. 147. Voici quelque chose de plus fort. S'il est évident que cette différence ne peut jamais être nulle ; il est encore plus certain qu'elle ne peut jamais changer de signe ; c'est-à-dire que s'il est établi par un grand nombre d'observations des quatre Satellites, que M. Maraldi, avec sa lunette de 15 pieds, voit plus tôt les immersions & plus tard les émerisions, que M. Messier avec son télescope de 30 pouces ; il est clair que M. Maraldi ne peut jamais voir les immersions plus tard & les émerisions plus tôt que M. Messier. Ce seroit ce que j'appellerois une différence négative ; parce qu'en effet elle changeroit de signe : or, c'est ce qui est

arrivé à l'émerſion du troiſième Satellite du 18 Juin 1769, (*Voyez S. 116.*) où M. Meſſier n'a vu paroître le Satellite qu'à 10^h 1' 22", tandis que M. Maraldi l'avoit vu à 10^h 1' 9"; c'eſt-à-dire 13 ſecondes plus tôt. On dira que cette différence eſt petite; mais en voici de plus ſingulières. La différence de l'eſſet des inſtrumens doit être plus forte ſur les obſervations du quatrième Satellite, par la lenteur de ſon mouvement, en comparaiſon du mouvement des autres, & par l'obliquité ſous laquelle il entre quelquefois dans l'ombre. Il me ſeroit aisé de démontrer qu'il y a un cas où cette différence eſt infinie; c'eſt-à-dire que le quatrième Satellite pourroit paroître éclipſé tout-à-fait dans une certaine lunette, tandis que dans une autre il ne s'éclipſeroit point. Mais ſans aller chercher ce cas extrême & très-rare, le 19 Novembre 1761, M. Maraldi vit l'immerſion du quatrième Satellite 4' 47" avant M. Meſſier, & l'émerſion 5' 21" plus tard. Le 25 Janvier 1762, il vit l'immerſion 12' 19" avant M. Meſſier; mais cette fois il vit l'émerſion 49 ſecondes avant lui: ce qui eſt aſſurément très-extraordinaire, d'après les principes que je viens d'établir.

Au commencement de l'année 1761, M. Meſſier ſe ſervoit du téleſcope Newtonien de 4 pieds & demi, & M. Maraldi toujours de ſa lunette de 15 pieds. Les deux obſervations ſuivantes ont été faites avec ces inſtrumens.

Le 10 Août, M. Maraldi obſerva l'immerſion 1' 17" avant M. Meſſier, ce qui ſemble établir que la vue de M. Meſſier, combinée avec la force de ſon inſtrument, avoit de l'avantage ſur la vue & l'inſtrument de M. Maraldi. Le 27 du même mois, au contraire, M. Maraldi a vu l'émerſion 2' 8" avant M. Meſſier, ce qui met tout le déſavantage du côté de ce dernier Obſervateur. On ne haſarde point trop en diſant que jamais théorie, quelque-exacte qu'elle ſoit, n'expliquera ces bizarreries. Il faut néceſſairement qu'elles viennent de quelque-erreur dans la réduction de l'heure de la pendule au temps vrai, ou de quelques vapeurs élevées dans l'air, & qui par l'eſſet d'une parallaxe ont affecté l'obſervation faite par l'un de ces Aſtronomes, ſans nuire à celle de l'autre, ou enfin de quelque'inégalité accidentelle & ſubite dans la ſenſation de la vue. A l'égard de la réduction au temps vrai, les erreurs

de ce genre ne sont pas sans exemple, mais elles arrivent rarement à des Observateurs exacts & soigneux, tels que M.^{rs} Maraldi & Messier. Quant aux vapeurs de l'air, l'Observatoire royal étant dans la même ville que l'hôtel de Clugni, & d'ailleurs n'en étant pas fort éloigné, il semble qu'on pourroit raisonnablement supposer que l'état de l'atmosphère est le même pour ces deux Observatoires. Cependant quand on considère que l'Observatoire royal est à l'extrémité de la Ville, & n'a que la campagne à son midi, au lieu que l'hôtel de Clugni a au midi les quartiers Saint-Jacques & Saint-Marceau, quartiers fort habités, d'où il s'élève par conséquent, sur-tout pendant l'hiver, beaucoup de fumée & d'exhalaisons; on sent que l'état de l'atmosphère peut être différent pour ces deux Observatoires. A l'égard de l'inégalité dans la sensation de la vue, je conviens qu'il est difficile de l'admettre sans preuves, du moins quant à l'inégalité nécessaire pour produire des effets si sensibles. Mais quand on voudra y réfléchir, on sentira que le sens de la vue peut n'avoir pas toujours la même puissance. La vision distincte peut varier dans le même individu. Si nous ne nous en apercevons pas dans l'usage ordinaire de la vie, c'est que nous n'y sommes pas assez attentifs; ces nuances délicates nous échappent; c'est sur-tout que nous manquons d'une mesure commune à laquelle on puisse rapporter chaque sensation présente pour en exprimer le degré d'intensité. Quoi qu'il en soit de cette inégalité du sens de la vue, il est certain qu'il existe une différence très-réelle entre les vues des différens Observateurs; différence qu'il seroit difficile d'apprécier. Il est certain de plus que l'état de l'atmosphère ne peut être le même dans les lieux différens & très-éloignés où s'observent en même-temps les éclipses des Satellites. L'une & l'autre de ces causes, jusqu'ici inappréciables, a laissé une grande incertitude sur les observations. Le moyen que je propose remédie à tous ces inconvéniens d'une manière facile & commode. Il suffit que chaque Observateur, en faisant l'observation de l'éclipse, détermine le diaphragme qui fait disparaître le Satellite. Cette mesure de la lumière, ou plutôt du segment invisible est affectée de l'état de l'atmosphère & de la vue de l'Observateur. Ainsi l'on tient compte de l'effet de ces deux causes. Au moyen

des diamètres que j'ai déterminés, & du segment invisible ainsi connu, on réduira l'instant de l'éclipse à celui où le centre du Satellite s'est trouvé sur le bord de l'ombre. J'ose croire que toutes les observations étant ramenées à ce terme fixe, elles seront entièrement comparables & susceptibles d'un accord qu'on a souhaité jusqu'ici sans avoir pu y atteindre. On sent d'ailleurs tous les avantages qui doivent en résulter pour la théorie des Satellites & pour la précision des longitudes terrestres.

§. 148. Quelques minutes avant l'immersion, on déterminera le diaphragme qui fait perdre de vue le Satellite. J'ai dit dans le §. 65, quel devoit être à peu-près ce nombre de minutes; j'ajouterai qu'il vaut mieux s'y prendre encore quelques minutes plus tôt, afin de faire cette observation tranquillement & sans précipitation. On calculera le segment ABD qui répond à ce diaphragme, en divisant le carré du diamètre de l'ouverture du diaphragme par le carré du diamètre de l'ouverture totale: cette fraction exprimera la valeur du segment insensible, la surface du cercle étant prise pour unité. On sera sûr qu'au moment de l'observation le Satellite étoit entré dans l'ombre jusqu'en F , & qu'il avoit parcouru l'arc CF depuis que son centre étoit entré. Il s'agit donc de connoître l'arc CF ; pour cela on prendra la moitié du segment ABD , & on cherchera dans la Table du §. 63, la flèche AF qui y répond. Cette fraction retranchée de l'unité, donnera la valeur de CF ou $1 - a$, ensuite par la formule

$$-\frac{1}{2}d + R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR} + \frac{dd}{4RR}\right]} \quad \text{§. 9,}$$

on calculera le temps que le Satellite a mis à parcourir cette ligne CF . On prendra pour r le diamètre du Satellite, déterminé dans les §. 75, 78, 80, 81, 82. Pour R le demi-diamètre de l'ombre en temps tiré des Tables; pour d la durée de l'éclipse tirée aussi des Tables, à moins qu'elle ne soit connue par observation.

Ce temps par CF , retranché du moment de l'immersion, donnera le moment de l'entrée du centre qui doit être le même pour tous les Observateurs, sauf les erreurs inévitables dans les observations Astronomiques, tant sur la réduction au temps vrai, que sur l'instant de la disparition du Satellite que chaque Observateur ne peut pas saisir dans la seconde.

Il en est de même d'une émerſion, excepté que le diaphragme ne ſe déterminera qu'après l'obſervation, & que le temps par *CF* ſ'ajoutera au moment de l'émerſion pour avoir celui de la ſortie du centre.

§. 149. Il eſt évident que ſi on employoit un inſtrument aſſez foible pour que le diaphragme meſuré donnât un ſegment inſenſible *AGH*, plus grand que 0,50000; c'eſt-à-dire plus grand que la moitié du cercle, alors on prendroit ſon complément à l'unité, on chercheroit la flèche *EK* de la partie éclipsée; & le temps, par *CK*, ſ'ajouteroit au temps de l'immerſion, ou ſe retrancheroit du temps de l'émerſion pour avoir celui du paſſage du centre ſur le bord de l'ombre. C'eſt un des avantages de cette méthode que tous les inſtrumens deviennent également bons pour l'obſervation des éclipses des Satellites.

§. 150. Pour mettre de l'exactitude dans ce calcul, il faudra néceſſairement faire uſage de la correction déjà indiquée §. 67. En effet, ſi vous meſurez 15 minutes avant une immerſion ou après une émerſion du 1.^{er} Satellite, le diaphragme qui vous en dérobe la vue, vous avez la quantité de lumière inſenſible ou la valeur du ſegment inviſible qui auroit lieu, ſi le Satellite diſparoiſſoit dans ce moment; mais il ne ſ'éclipse que 15 minutes après, ou bien il a reparu 15 minutes avant; & pendant cet intervalle de temps, il ſ'eſt approché ou ſ'eſt éloigné de Jupiter; & dans l'inſtant de l'obſervation le ſegment inviſible doit avoir été plus grand que celui que vous avez déterminé par l'obſervation du diaphragme. Pour avoir égard à cette différence, il faut calculer pour l'inſtant marqué de l'obſervation du diaphragme & pour celui de l'éclipse, les diſtances du Satellite au centre, chercher dans les Tables des §. 48, 56 & 60, les ſegmens qui y répondent, & augmenter, dans la raiſon du plus petit au plus grand de ces ſegmens, le ſegment donné par l'obſervation du diaphragme. C'eſt avec la moitié de ce ſegment ainſi augmenté; qu'il faudra chercher la flèche *AF*, & le reſte comme dans le §. 105.

§. 151. A l'égard des Obſervateurs qui ſe ſerviront d'un téleſcope pour leurs obſervations, ils ne peuvent guère faire uſage des

des diaphragmes, par la raison que j'ai exposée dans le §. 88; ils doivent employer la méthode dont je me suis servi pour mesurer la quantité insensible de la lumière dans les deux télescopes de M. Messier, & qui est expliquée dans le même paragraphe. Cette méthode a l'inconvénient d'exiger deux Observateurs; tandis que l'un a l'œil dans la lunette, l'autre fait glisser le carton. Pour remédier à cet inconvénient, voici ce que je propose: il n'y a point d'Astronome qui n'ait ou une lunette achromatique de 2 pieds ou une lunette ordinaire de 7 à 8 pieds; on peut faire l'observation du diaphragme avec cette lunette, pourvu que l'on ait déterminé une fois le rapport de la lunette au télescope, de la manière que je l'ai fait dans le §. 94. Quand on aura déterminé la grandeur du segment invisible dans cette lunette, on le réduira facilement au segment invisible, qui a lieu dans ce télescope au moyen du rapport connu des deux instrumens.

§. 152. Je suppose qu'un Astronome se serve d'un télescope de 30 pouces, comme celui de M. Messier, ou qu'il ait une lunette de 7 pieds, qui porte 16 lignes d'ouverture, & que pour une éclipse quelconque il ait déterminé le diaphragme de 12 lignes, il s'ensuit que dans cette lunette le segment invisible sera $\frac{9}{16}$ du disque. Je suppose que par une épreuve antérieure, cet Astronome connoisse que les segmens sont toujours neuf fois plus grands dans la lunette de 7 pieds que dans son télescope de 30 pouces; il en conclura que le jour de l'observation, le segment dans la lunette étant $\frac{9}{16}$, il étoit d'un seizième du disque dans son télescope.

§. 153. Je propose également ce moyen aux Astronomes qui feroient usage de lunettes fort longues, comme de 20 à 24 pieds, où l'observation du diaphragme seroit longue & incommode. Dans ce cas même, cela sera d'autant plus facile qu'on pourra se passer d'observations antérieures, parce que les segmens sont dans la raison inverse du carré des ouvertures; c'est-à-dire, seize fois plus petits dans une lunette de 24 pieds que dans une lunette de 6. Voyez §. 83, 84, 85 & 86.

§. 154. Cette méthode est très-facile, j'en ai pour garant M.^{rs} Maraldi, Messier & Cassini le fils, qui ont bien voulu en

Mém. 1771.

Pppp

faire l'épreuve; elle n'exige qu'un calcul fort simple, mais son avantage principal est de n'être soumise à aucune hypothèse. On ne suppose rien sur les variations de la lumière; on mesure immédiatement la lumière du Satellite augmentée ou diminuée par toutes les causes que j'ai indiquées dans ce Mémoire, & on mesure même l'impression présente de la lumière sur l'œil, quel que soit son état actuel.

Je sou mets ces méthodes aux réflexions des Astronomes de l'Académie & de l'Europe; je me croirai bien récompensé de mon travail s'ils le jugent utile, & s'ils daignent l'adopter.

ADDITION À CE MÉMOIRE.

J'AI supposé dans ce Mémoire, que la lumière varioit en raison inverse & composée des distances de Jupiter au Soleil, & de la Terre à Jupiter, en sorte que ces distances étant a & b , & la surface réfléchissante étant m , la lumière est comme $\frac{m}{aabb}$.

Il est certain d'abord que la quantité de lumière, qui partant du Soleil S , touche sur la surface réfléchissante, est en raison directe de cette surface, & en raison inverse du carré de la distance de cette surface au Soleil; ainsi elle sera à cet égard comme $\frac{m}{aa}$.

A l'égard de la diminution qui naît de la distance de la Terre au Satellite, on peut distinguer deux cas: il est certain que si la surface réfléchissante étoit un plan, le foyer virtuel F , qui est derrière cette surface seroit à une distance FG , égale à la distance SG , alors la lumière réfléchie vers la Terre T , varieroit en raison inverse du carré de $GT + GF$, ou $GT + SG$. Mais dans le cas dont il s'agit, le foyer virtuel de tous les rayons tombés sur la surface sphérique ABD se trouve dans la caustique par réflexion; or on sait que la caustique du cercle est une cycloïde à base circulaire $BFEA$, telle que le point de rebroussement E , partage en deux parties égales le rayon CD & la courbe $A FEB$.

La distance FG du foyer virtuel à la surface réfléchissante devient donc infiniment petite en comparaison de la distance de cette surface à la Terre, d'où on doit conclure, 1.^o qu'on peut supposer, sans aucune erreur sensible, ces foyers virtuels sur la surface même du Satellite, la force de la lumière qu'elle reçoit étant exprimée par $\frac{m}{a^2}$; 2.^o que cette lumière renvoyée vers la Terre décroît simplement en raison du carré de la distance GT du Satellite à la Terre, &c que par conséquent l'intensité de la lumière en T sera $\frac{m}{a^2 b^2}$, GT étant égale à b .



M É M O I R E

S U R L E

MÉTÉORE ou GLOBE DE FEU,

*Observé au mois de Juillet dernier, dans une grande
partie de la France.*

Par M. LE ROY.

Lû à la
rentrée de
la S.^e Martin
1771.

P ARMI cette multitude d'objets de toute espèce qu'embrasse la Physique, il n'y en a point de plus importants ni qui méritent plus notre attention que les météores. Variés à l'infini, l'admiration que nous inspirent les uns, par leurs spectacles magnifiques, & l'épouvante que nous causent les autres, par leur aspect menaçant & leurs effets terribles; enfin leur vaste influence sur la Nature entière, tout nous engage à les observer attentivement & à les étudier avec soin, pour en former une histoire fidèle, & parvenir, s'il est possible, à en découvrir les causes.

Perfuadée en conséquence qu'on ne peut trop s'occuper de cette partie importante de la Physique, l'Académie ne manqua pas, dès son origine, d'observer attentivement les météores, mais encore de rassembler & de recueillir de toutes parts les différentes observations qui pouvoient nous les faire mieux connoître.

Lorsqu'au commencement de ce siècle, l'Aurore boréale sembla reparoître avec un nouvel éclat, l'Académie chargea un homme illustre, dont elle regrette aujourd'hui la perte, & dont l'Assemblée vient d'entendre l'éloge (a), de rendre compte au Public de ce curieux phénomène; elle me charge aujourd'hui de la même fonction, au sujet du météore observé au mois de Juillet dernier; puisse-je, imitant ce grand homme, remplir comme lui les vues de l'Académie, & répondre à la confiance qu'elle veut bien me témoigner en cette occasion!

(a) M. le Secrétaire venoit de prononcer l'Éloge de M. de Mairan.

Quelque barbares que soient les peuples, les grands phénomènes de l'atmosphère ne leur échappent pas. Le globe de feu a été observé dans les temps les plus reculés. Il répandit autrefois la terreur dans Rome. Aristote, Sénèque & Pline l'ont décrit; ils rapportent même les noms qu'on donnoit de leur temps à ce météore. Et ce qui est vraiment remarquable, le nom que le Philosophe Grec lui donne, & qui signifie *muid* ou *tonneau* (b), est entièrement semblable à celui que donnèrent en 1761 (près de deux mille ans après) les Paylans de la Bourgogne à un de ces météores qui éclata au-dessus de cette province; car ils l'appelèrent *le muid*. Tant il est vrai que les objets qui frappent vivement les hommes, leur inspirent toujours les mêmes expressions pour les peindre, malgré la différence des langues, des temps & des lieux.

Si on ouvre nos Annales & nos anciennes Chroniques, on y trouve encore ce météore décrit, mais avec tous les traits qui caractérisent l'ignorance & la superstition de ces temps-là. Comme alors on ne voyoit dans toutes les apparences célestes, qui pouvoient avoir quelque chose d'extraordinaire, que des marques de la colère du Ciel; on ne voyoit dans les globes de feu que des *épées flamboyantes*, des dragons volans, qui vomissoient des flammes, ou d'autres figures non moins épouvantables; & ces *dragons volans* (car c'est le nom qu'on leur donnoit le plus souvent) ne manquoient jamais, comme on l'imagine bien, d'annoncer la mort d'un Grand, la guerre, la famine ou la peste. Il y a même, selon quelques Historiens, une ancienne tradition dans l'Orient, qui fait venir une maladie contagieuse qui ravagea presque toute la terre, d'une matière empestée, qui tomba, dit-on, du ciel avec un de ces globes. Mais je me garderai bien de rapporter tous les contes absurdes & ridicules qu'on trouve sur ces météores dans les Auteurs. J'ai cru seulement qu'on me permettroit ce peu de mots sur l'histoire d'un phénomène qui a paru à beaucoup de personnes, si nouveau & si extraordinaire; je me hâte d'en venir au globe de feu qui fait l'objet de ce Mémoire. J'observerai cependant, avant

(b) *Πῖθος* qui veut dire *muid* en grec, est aussi le nom qu'Aristote donne au météore que nous appelons *globe de feu*.

d'en parler, que pour répandre plus de jour sur une matière de cette importance, j'ai divisé ce Mémoire en deux parties. Dans la première, je décris ce globe en général; je parle ensuite des circonstances les plus remarquables de son apparition, & j'expose ce qu'elles peuvent avoir de singulier & d'intéressant. Dans la seconde, je rapporte ce qu'on a observé relativement aux mêmes circonstances, dans plusieurs autres globes de feu célèbres, pour faire voir que ce que l'on a remarqué dans celui-ci, n'a rien de plus surprenant ni de plus extraordinaire; je décris ensuite les phénomènes & les apparences que nous présentent en général ces météores; enfin je donne une idée de ce qu'un grand Homme a imaginé pour les expliquer.

PREMIÈRE PARTIE.

Description du Météore, &c.

LE 17 de Juillet dernier, vers les 10 heures & demie du soir, le temps étant parfaitement serein, à la réserve de quelques nuages qui bordoient l'horizon du côté du couchant, on vit paroître tout d'un coup dans le Nord-Ouest un feu semblable à une grosse étoile tombante, qui augmentant à mesure qu'il approchoit, parut bientôt sous la forme d'un globe, & ensuite avec une queue qu'il traînoit après lui. Ce globe ayant traversé une partie du ciel, à peu-près du Nord-Nord-Ouest au Sud-Sud-Est (c), avec une extrême rapidité, & dans une direction fort inclinée à la Terre, son mouvement parut se rallentir & sa forme devenir semblable à celle d'une larme batavique; il répandit alors la plus vive lumière, étant d'une blancheur éblouissante & pareille à celle du métal en fusion. Sa tête paroissoit environnée de flammèches de feu dont les unes, sembloient appartenir au corps même du météore, les autres en être détachées, & la queue bordée de rouge étoit parsemée des couleurs de l'arc-en-ciel. Le globe étant devenu comme stationnaire parut prendre encore une forme moins

(c) On verra dans la suite que de nouvelles observations, & plus exactes, m'ont fait rectifier cette direction & la porter un peu plus à l'Est.

allongée, comme celle d'une poire, & avoir dans son milieu des bouillonnemens accompagnés d'une matière fumeuse; alors ayant comme épuisé tout son mouvement, il éclata (*d*) en répandant un grand nombre de parties lumineuses semblables aux brillans des feux d'artifices. Ces brillans produisirent une si vive lumière & si éblouissante que la plupart des spectateurs ne purent en soutenir l'éclat & s'imaginèrent, l'instant d'après, être au milieu des plus profondes ténèbres.

Quelques personnes crurent que le météore s'étoit évanoui dans un instant & sans faire d'explosion; mais elle leur échappa sans doute par la vive lumière dont ils furent éblouis; car un grand nombre d'Observateurs, & sur le témoignage desquels on peut compter, parlent tous de cette explosion & des brillans de lumière dans lesquels le globe a éclaté. Leur récit paroît d'autant plus certain que c'est la manière ordinaire dont se terminent ces météores, comme je le dirai dans la suite.

La durée du phénomène n'a guère paru à Paris que de 4 secondes; je dis à Paris, parce qu'il est comme certain qu'on n'en a pas observé le commencement dans cette ville.

Le globe, à l'instant de son explosion, étoit élevé de 45 degrés; ou à peu-près, & sembloit avoir 12 à 15 pouces de diamètre: mais il parut plus gros, à quelques Observateurs, du côté de Corbeil & de Melun.

Deux minutes ou aux environs après qu'il eût éclaté, on

(*d*) Depuis la lecture de ce Mémoire, à la rentrée, j'ai reçu deux observations curieuses, que M. Antheaume, demeurant à Melun & très-avantageusement connu dans le Monde s'avant, a bien voulu me communiquer. Ces observations, dont l'une a été faite sous les murs de Melun même, & l'autre à l'abbaye du Jard, à trois quarts de lieue de distance au nord, paroissent avoir été faites par des personnes très-intelligentes & contiennent des détails fort intéressans, dont je ne manquerai pas de parler successivement, lorsque

je traiterai des circonstances de l'apparition du météore, qui y ont rapport. Selon l'observation faite au Jard, au centre de la base de ce globe de feu, qui étoit en cul-de-lampe il y avoit une grande fermentation, & ce globe s'ouvrit dans cette partie: l'Observateur de Melun dit la même chose. Un homme, qui me paroît aussi l'avoir bien observé à Paris, m'a dit pareillement qu'il s'ouvrit par-dessous, & que ce fut alors qu'il répandit ces brillans de lumière. Le globe qui éclata en Bourgogne en 1761, parut s'ouvrir de même.

entendit ici un bruit, que les uns ont comparé à un coup de tonnerre qui gronde au loin, d'autres à une charrette fort chargée qui roule sur le pavé, d'autres enfin à un bâtiment qui s'écroule. Du côté de Melun ce bruit parut beaucoup plus fort, & ce qui est très-remarquable, c'est qu'on en entendit un second distinctement après ce premier, mais sensiblement plus foible; phénomène singulier dont je rendrai compte quand je parlerai plus en détail de ce météore.

A peu-près dans le même-temps qu'on entendit ici le bruit dont nous avons parlé, il y eut une espèce de commotion dans l'air qui fit trembler les vitres & les meubles dans les parties de cette ville, situées au Sud-Sud-Est, particulièrement dans les lieux élevés, comme à l'Observatoire.

On a attribué cet effet à un tremblement de terre; c'est une erreur, il n'y en a eu aucun: ce mouvement des vitres & des meubles n'est que l'effet ordinaire de la vive commotion qu'excite dans l'air, la forte explosion de ces globes.

En 1756, il y en eut un qui éclata au-dessus de la ville d'Aix en Provence, en faisant un bruit épouvantable (e). La commotion qu'il excita dans l'air, fut si forte & ébranla tellement les maisons que plusieurs cheminées tombèrent de la secousse: les habitans alarmés prirent ce fracas pour l'effet d'un tremblement de terre, mais dès le lendemain ils furent détrompés & rassurés par des gens de la campagne qui avoient vu le globe descendre du ciel & éclater au-dessus de la ville. On voit souvent, il est vrai, des feux dans les tremblemens de terre; mais ils ont la forme de flammes légères; ils voltigent ou rampent sur le terrain & ne sont en aucune façon de la nature des globes dont il est ici question.

Je me suis un peu écarté de mon sujet, mais il étoit important de faire voir qu'il n'étoit nullement question de tremblement de terre, dans la légère commotion qu'on observa après l'explosion du globe, je reviens à ce météore.

(e) Comme ce globe éclata vers les deux heures du matin, les Dames d'Aix toutes effrayées, arrivèrent presqu'en chemise au Cours, où tout le

monde se rendoit, craignant les suites funestes de ce prétendu tremblement de terre.

Nombre de personnes trompées par la hauteur & par la grandeur, ont cru (quoiqu'elles en fussent fort éloignées) qu'il avoit éclaté près d'elles. Plusieurs même, en voyant les différentes parties de lumière dans lesquelles il se divisa en éclatant, s'imaginèrent que ces parties étoient tombées jusqu'à terre : cette dernière circonstance forme un point de fait important qu'il est essentiel de discuter, aussi je l'examinerai soigneusement dans la suite.

Tout le monde fait que ce météore a été vu, non-seulement dans des endroits fort éloignés de Paris, mais encore très-distans les uns des autres ; ils sont en si grand nombre que la liste en seroit infiniment longue. Je me contenterai de citer les principaux, tels qu'Amiens, Senlis, Compiègne, Dieppe, le Havre, Granville, Rouen, Argentan, Évreux, Laval, Tours, Limoges, Sarlat en Périgord, Moulins, Lyon, Semur, Dijon, Mussy, Joinville, Reims, Auxerre, Corbeil, Melun. Le bruit de son explosion a été entendu à Rouen, à Évreux, à Amiens, à Senlis, à Compiègne, à Melun, à Corbeil, ainsi que dans plusieurs autres villes vers le Sud-Est de Paris.

Après avoir décrit ce phénomène en général, il faut entrer dans l'examen des circonstances les plus intéressantes de son apparition. Mais je dois avouer que, malgré toutes les peines que je me suis données pour recueillir des observations exactes & propres à m'éclairer sur ces différentes circonstances, je n'ai pu y réussir de manière à en parler aussi positivement que je l'aurois désiré.

La surprise & l'épouvante que causent ces sortes de météores, la rapidité de leur mouvement, qui les fait paroître & disparaître presque au même instant, tout diminue le nombre des spectateurs capables de rendre un compte exact de leur apparition. On éprouve encore une autre difficulté, (pour en parler avec précision) c'est la variété dans le récit des circonstances, même les plus faciles à observer, variété qui naît du peu de justesse des idées des hommes & de l'incertitude qui règne dans les témoignages de leurs sens. Il faut l'avoir éprouvé, comme je l'ai fait par mes recherches au sujet de ce météore, pour savoir à quel point cette incertitude est portée. Quoi qu'il en soit, voici ce qui m'a paru résulter de plus constant de ces observations.

Mém. 1771.

Q q q q

Mais avant d'aller plus loin, je saisis, avec grand plaisir, cette occasion de remercier publiquement M. Perrenet du soin obligeant & de l'empressement qu'il a mis à me procurer, par les correspondances que sa place lui donne dans tout le Royaume, non-seulement les observations de ce météore, qui ont été faites dans différentes provinces, mais encore tous les éclaircissemens que je lui ai demandés sur les diverses circonstances rapportées dans ces observations. Après m'être acquitté d'un devoir si juste, je reviens à mon sujet.

A la direction & à la hauteur de ce globe, on ne peut presque pas douter qu'il ne se soit formé au-dessus des côtes d'Angleterre (*f*). Le point du ciel d'où on l'a vu venir au Havre, la grandeur dont il a paru dans cette ville & à Dieppe; tout annonce que c'est de ce côté-là qu'il a pris naissance; de-là courant vers le Sud-Sud-Est, il a passé au-dessus de la Normandie, vers les confins de la Picardie, où on a dû le voir à une très-grande hauteur; enfin, continuant sa route du Nord-Nord-Ouest au Sud-Sud-Est (*g*), il a traversé le ciel presque au

(*f*) Lorsque je m'exprimois ainsi, je n'avois pas encore pu savoir positivement s'il avoit été vu en Angleterre. Depuis, je l'ai su à n'en pas douter, & particulièrement par une observation dont je dois la communication à M. Hornsby, Professeur d'Astronomie à Oxford, qui a bien voulu me la faire parvenir. Selon cette observation, on a vu ce phénomène, des environs d'Oxford, d'une manière très-distincte; il traînoit une queue après lui, il paroissoit presque de la grandeur de la Lune dans son plein; enfin, il disparut dans le Sud-Est. Toutes ces circonstances s'accordent parfaitement avec ce que l'on a observé en Normandie sur la grandeur & la direction, & montrent la justesse de ma conjecture, sur le point de son origine; car tout prouve qu'il prit naissance au-delà de l'extrémité intérieure du comté de Suffex

& des confins de celui de Surrey, comme on peut le voir sur la carte jointe à ce Mémoire. J'aurois pu en changer le texte en conséquence de cette observation, ainsi qu'à plusieurs autres; mais j'ai cru qu'il falloit plutôt le laisser tel que je l'ai lu à la rentrée, on en jugera mieux de ma circonspection dans les choses que j'ai avancées, & à quel degré elles se rapportent avec ce que des observations plus précises m'ont donné.

(*g*) Cette direction étoit un peu trop Sud; de nouvelles observations m'ont appris que la véritable route du météore, en venant d'Angleterre, & traversant la Normandie & l'île de France, étoit à peu-près du Nord-ouest-quart-nord, au Sud-est-quart-sud, & cette direction semble s'accorder très-bien avec le point d'où il est parti dans le comté de Suffex; il ne

zénith de Paris, mais en déclinant un peu vers l'Orient, & est allé éclater vers Melun, à plusieurs lieues dans le Sud-Sud-Est de la Capitale. Je dis à plusieurs lieues dans le Sud-Sud-Est, parce que les observations qui pourroient déterminer le point précis de son explosion, varient tellement entr'elles, que je n'ai pu le fixer d'une manière plus exacte; cependant, cette distance ne peut guère aller au-delà de 9 à 10 lieues; j'en juge par les différens endroits où le bruit qui suit cette explosion a été sensible, & particulièrement par celui dont j'ai parlé, & qu'on a entendu par deux fois à Melun & dans les environs (h): car ce bruit redoublé ne s'entend que dans les lieux voisins du point où ces globes éclatent, comme je le prouverai plus bas. Ainsi, tout donne lieu de présumer que l'explosion de ce météore s'est faite non loin de Melun (i), comme je viens de le dire. Quoi qu'il en soit, telle fut à peu-près la direction & l'étendue de la course.

paroît pas d'ailleurs que dans cette partie de sa course, il se soit sensiblement écarté de sa direction primitive: les lieux situés au Nord de cette ligne ayant vu le météore passer devant eux dans la partie du Sud, & ceux qui étoient au Sud, dans la partie du Nord.

(h) Selon l'Auteur d'une de ces observations envoyées de Melun, & dont j'ai déjà parlé, ce double bruit y a été entendu de la manière la plus distincte. « Deux ou trois minutes, » dit-il, après l'explosion du météore, » j'entendis un bruit sourd & bour- » donnant de six à sept coups suivis » de très-près, mais articulés, *ce bruit se répéta, de la même manière, moitié moins fort, plus d'une minute après* ». Cet Observateur ajoute une circonstance remarquable, c'est que *dans cet instant, il éprouva une commotion pareille à celle qu'il a ressentie plusieurs fois, (il sert dans l'Artillerie) lorsqu'un boulet de gros calibre a passé à cinq ou six pieds de lui*. Je viens de dire que cet Observateur avoit entendu six à sept coups suivis de très-près, mais arti-

culés; il n'est pas inutile d'ajouter qu'un autre Observateur, situé à Fleury, de l'autre côté de la Seine, & qui paroît avoir bien vu l'explosion de ce météore, remarque « qu'il se sépara en sept à huit globules de « feu, qui donnèrent en s'écartant, la « plus grande clarté possible ». J'aurai occasion de parler de cette observation dans la suite.

(i) Les deux observations de Melun, me mettent à portée aujourd'hui de parler d'une manière plus positive, de l'endroit où le globe a éclaté, selon le point d'interfection qui résulte des directions qu'elles donnent à ce météore. Cet endroit se trouve à très-peu près à une lieue & demie de Melun, au Nord-quart-nord-ouest tirant un peu vers l'Ouest de cette ville, entre deux villages, dont l'un à l'Est s'appelle *Montereau-sur-le-Jard*, & l'autre à l'Ouest, *Esprusne*; ainsi on voit que cette position ne s'éloigne que fort peu de celle que j'indique dans le Mémoire; puisque cet endroit se trouve à huit lieues de Paris, au lieu de neuf où

Il partit d'un point si élevé, qu'on aura peine à le croire, par l'habitude où l'on est de regarder la région des nuages, comme le séjour ordinaire des météores; cependant il paroît constant, d'après des calculs fort simples & inutiles à rapporter ici, que lorsqu'on commença à l'apercevoir, il étoit à plus de 41076 toises ou de 18 lieues de hauteur; & qu'à l'instant de son explosion, il se trouvoit encore à plus de 20598 toises ou de 9 lieues au-dessus de l'horizon (*k*), hauteur qui s'accorde très-bien avec celle que lui donne l'intervalle de 2 minutes qui s'écoula entre cet instant & celui où on entendit le bruit de cette explosion (*l*).

Par cette hauteur extraordinaire, on explique sans peine comment on a pu voir ce globe au même instant dans des lieux non-seulement très-éloignés les uns des autres, mais encore de la route qu'il suivoit, comme en Picardie, en basse Normandie, dans le Perche, le Limosin, le Lyonnais & la Champagne; mais quand je dis qu'on a vu ce météore dans différens lieux extrêmement éloignés les uns des autres, il est très-nécessaire de remarquer que je n'entends pas, en m'exprimant ainsi, parler simplement de sa lueur, j'entends parler du corps entier du météore, qu'on a vu dans ces endroits, de manière à pouvoir en reconnoître la forme

je l'ai placé. Or cette détermination se rapporte très-bien avec l'observation de Fleury, où l'on entendit le bruit qui suivit l'explosion, venir du côté de l'Est; & avec une autre, faite auprès de Tournans, où on l'entendit venir du Sud-Ouest: car ces deux endroits se trouvent, l'un vers l'Ouest-quart-nord-ouest du lieu de l'explosion, & l'autre vers le Nord-est. Ce lieu se trouve encore, d'ailleurs à deux degrés près à l'Est, dans le point de l'horizon, où une observation de Limoges, qui paroît assez exacte, fait éclater ce météore; enfin il se trouve encore dans la direction que le météore parut avoir en passant par Paris. Quelques Observateurs, mais fort éloignés, disent qu'il se détourna à l'extrémité de sa course, vers le Sud-ouest; cependant

les observations qui paroissent les mieux faites, ne parlent point de cette déviation de sa route.

(*k*) Le globe n'étant plus par les nouvelles observations qu'à une distance de huit lieues de Paris à l'instant où il a éclaté, il s'ensuit que cette hauteur est trop considérable, & qu'elle ne se trouvera plus que de 18300 toises, ou à peu-près.

(*l*) Je dois prévenir que dans cette détermination, j'ai supposé que la transmission du son dans ces hautes régions de l'atmosphère, se faisoit dans le même temps que dans les nôtres; il paroît très-vraisemblable cependant qu'à cause de la rareté de l'air, elle doit y être plus lente; mais la difficulté d'en déterminer le degré, m'a décidé à supposer qu'elle étoit à peu-près la même.

& en déterminer la grandeur. C'est ainsi en effet qu'il a été vu à Amiens, à Granville, à la Flèche, à Limoges, à Dijon, à Joinville, à Reims, &c.

Cette considération est importante, & sert à prévenir l'objection qu'on pourroit me faire, en supposant que je n'ai donné une si grande hauteur à ce météore, qu'en la déterminant d'après la distance des lieux où sa simple lueur a été aperçue.

En effet, il n'est pas nécessaire qu'un feu ou un corps lumineux soient fort élevés dans l'atmosphère pour que leur lueur soit aperçue à de très-grandes distances. On tira en Angleterre, il y a quelques années, des fusées volantes, pour faire un essai de ce genre; elles ne montèrent qu'à 300 toises ou aux environs; cependant on en vit la lumière à plus de 15 lieues: & M. Cassini de Thury fit voir, en 1739, dans un essai de son ingénieuse méthode pour déterminer la Longitude des lieux qui ne sont pas fort éloignés, que six livres de poudre enflammées sur une montagne peu élevée, produisoient une lumière qu'on apercevoit à une distance de près de 2 degrés d'un grand cercle. Enfin, un nuage lumineux qui se trouveroit à une hauteur de 3600 toises, qui est la plus grande où les nuées s'élèvent, pourroit être vu à près de 70 lieues de distance, en supposant la Terre exempte d'inégalités; mais, comme nous l'avons remarqué, ce n'est point simplement la lueur, c'est le corps même du météore qu'on a vu dans les lieux que nous avons cités.

Si nous n'avions considéré que ceux, où cette lueur s'est fait apercevoir, nous aurions parlé d'endroits beaucoup plus éloignés, puisqu'on l'a vue aux environs de Sarlat en Périgord, à plus de 120 lieues de Paris, & encore dans un lieu dominé par une haute montagne, du côté où elle se fit voir. Aussi je ne doute pas qu'un Observateur placé sur cette montagne n'eût vu le météore parfaitement & en entier, & que sa lueur n'eût pu être aperçue de bien plus loin, dans les parties méridionales de la France.

Les Observateurs diffèrent tellement entr'eux sur le temps pendant lequel on a vu ce météore, qu'il en résulte une très-grande difficulté pour déterminer avec quelque précision la vitesse de son mouvement; mais comme les plus éclairés le fixent à

4 secondes, & que le plus grand nombre n'en a point vu le commencement; je supposerai en général qu'ils ont fait cette durée trop courte, & que n'ayant pas vu le globe au premier instant où il a paru dans l'atmosphère, il s'est écoulé, avant qu'ils l'aient aperçu, un temps égal à celui pendant lequel ils l'ont vu. Enfin, je supposerai encore, pour réduire les choses aux moindres termes que l'intervalle entre le premier instant de son apparition & celui où il a éclaté, a été de 10 secondes. Or, comme dans cet intervalle de temps il a parcouru une ligne de plus de 60 lieues de longueur, ou de plus de 2 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, un espace qui s'étend depuis les côtes d'Angleterre jusqu'à Melun; il s'ensuit que malgré toutes mes suppositions pour réduire sa vitesse, elle se trouvera encore incroyable, puisqu'elle sera de plus de 6 lieues par secondes (*m*). On observera encore que dans cette estimation je ne tiens compte, ni de ce que la ligne qu'il décrivait étoit fort inclinée à la Terre, ni de ce qu'il partit d'un point qui étoit à plus de 18 lieues de hauteur.

Mais si l'extrême vitesse de ce météore a lieu de nous surprendre, son énorme volume n'a pas moins lieu de nous étonner; car, par une estimation fort au-dessous de ce que les observations donnent, il avoit plus de 500 toises de diamètre (*n*).

On ne peut se défendre d'une sorte de terreur, en pensant à un globe de feu d'un volume si prodigieux. Quelle ville pourroit échapper à un incendie général & à une ruine totale, si un pareil globe tomboit dans ses murs! mais ce malheur ne paroît pas à craindre par la nature même des choses. En effet la

(*m*) Comme l'observation des environs d'Oxford, & plusieurs autres, établissent le lieu du départ de ce météore au-dessus d'un point situé plus intérieurement dans les terres, que je ne l'avois estimé, & que l'étendue de sa course, qui en résulte, devient par-là de plus de 70 lieues, (de 2500 toises) & de près de 80 (de lieues communes); il s'ensuit que la vitesse du météore plus grande encore que je ne l'avois

déterminée, étoit de 7 lieues par seconde, ou même de près de 8, en comptant par lieues communes.

(*n*) On avoit tellement réduit le diamètre du globe, que, quoique par les nouvelles observations, sa hauteur & sa distance aient été moins considérables à l'instant de sa chute, son diamètre s'est trouvé encore au-dessous de ce que donnent les observations.

vitesse incroyable de ce météore, & de ceux de son espèce qui s'approchent de nos régions, fait penser que s'ils y descendoient à des hauteurs où l'air se trouvât d'une certaine densité, ils s'y diviseroient nécessairement par la résistance qu'ils éprouveroient de la part de ce fluide, à peu - près comme ces nuées qui, en tombant, se réduisent en pluie, par la résistance de l'air qui s'oppose à leur passage.

Dans les anciennes Chroniques dont j'ai parlé, il est souvent dit que *des dragons de feu volans* sont tombés sur terre; mais il n'est dit nulle part qu'ils aient produit quelque embrasement considérable. Il y eut, vers l'an 1000, un de ces dragons volans, ou plutôt de ces globes de feu d'une grosseur prodigieuse, qui inspira la plus grande terreur dans tous les lieux où il fut aperçu; mais quoique la relation de ce météore porte qu'il tomba sur la terre (ce dont je doute cependant beaucoup), elle n'ajoute rien qui puisse nous faire croire que cet immense volume de feu produisit aucun incendie. Enfin le globe qui éclata au-dessus d'Aix y répandit bien l'épouvante, par la commotion terrible qu'il excita dans l'air, mais nullement par les effets de son feu.

Il paroît en conséquence que si ces globes s'approchent quelquefois de la terre, ils n'y tombent jamais *en corps de feu*, si cela se peut dire, & qu'il n'y a que les parties qui s'en détachent, avant ou dans l'explosion, qui puissent parvenir jusqu'à nous.

On sera peut-être surpris de m'entendre dire que ces météores ne descendent point sur la Terre en entier, ou en corps de feu; lorsque le célèbre Musschenbroëck avance précisément le contraire en parlant de vaisseaux dématés & fracassés par ces globes, de l'odeur de soufre qu'ils répandent, &c. Mais tout ce qu'il a dit à ce sujet paroît venir uniquement de ce qu'il les a confondus avec les *globes de foudre*, quoique ceux-ci en diffèrent à tous égards; je dis des *globes de foudre*, parce qu'elle paroît assez souvent sous cette forme, & fait les mêmes ravages que sous la forme ordinaire. Il n'est donc pas étonnant que ce savant Physicien ait pu confondre ces globes de foudre avec ceux dont il est ici question, & qu'il ait parlé en conséquence de ces derniers, comme s'ils descendoient jusqu'à nous en entier, ou avant d'éclater.

M. le Chevalier Pringle, aussi habile Physicien que grand Médecin, & qui a publié deux Mémoires intéressans sur un de ces globes de feu, qu'on vit en Angleterre en 1758, est à peu-près du même sentiment que moi; il pense que ces globes ne tombent point sur la Terre, ou que si cela arrive, ce phénomène doit être infiniment rare. Il va même plus loin, il imagine que ce sont des corps *permanens*, & qui pourroient peut-être bien faire des révolutions. Mais en cela, quelqu'opinion que j'aie de ses lumières, je ne puis être de son sentiment; car toutes les observations que nous avons de ces météores paroissent prouver le contraire; c'est-à-dire que leur explosion est toujours accompagnée d'une véritable dispersion de leurs parties. Il semble même que plusieurs de ces parties enflammées descendent jusque sur la Terre. Ce dernier point de fait méritant d'être soigneusement examiné, je n'ai rien négligé pour tâcher d'acquérir des connoissances, qui pussent me mettre en état de l'éclaircir. J'ai parcouru en conséquence avec la plus grande attention nombre de descriptions de ces météores, & après avoir bien pesé toutes les circonstances de leur disparition, il m'a paru qu'on ne pouvoit guère révoquer en doute qu'il ne s'en soit détaché dans l'explosion, ou auparavant, des parties de feu qui sont descendues ensuite dans les régions les plus basses de notre atmosphère.

Quand le globe de feu qu'on vit en Bourgogne en 1761; & dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire, quand ce globe, dis-je, éclata, on observa une espèce de pluie de feu qui paroît avoir été vue en tant d'endroits différens, suivant ce que rapporte M. de Fouchy, dans l'Histoire de l'Académie de cette année, qu'on ne peut guère s'empêcher de la regarder comme certaine, & quoique toutes les histoires que l'on a racontées de personnes brûlées à Paris, à Vanvres & ailleurs, par le feu qui étoit tombé, disoit-on, du météore de Juillet, n'aient pas le moindre fondement, comme je m'en suis assuré par moi-même, il y a cependant plusieurs faits qui semblent établir, d'une manière si plausible, qu'à l'instant de son explosion, & même auparavant, nombre de parties de feu se sont fait voir très-près de terre, qu'il me paroît bien difficile d'en douter. Mais il faut rapporter quelques-uns

quelques-uns de ces faits, on sera plus en état de juger de ce qu'ils établissent.

Un habile Jurisconsulte, (o) homme très-digne de foi, étoit avec plusieurs personnes dans un appartement au second, rue de l'Observance, presque vis-à-vis l'église des Cordeliers ; il étoit assis en face des fenêtres, qui étoient ouvertes, à une distance de 9 ou dix pieds. « Un clin-d'œil avant que le météore s'éteignît il le vit faire une espèce d'explosion, sans aucun bruit, « qui poussa *une lame de feu* jusque dans la salle où il étoit ; *cette « lame qui paroissoit remplir tout l'horizon*, ajoute-t-il, n'avança vers « nous, qu'avec une espèce de lenteur, car nous vîmes sa marche « très-distinctement, & sa célérité ne nous parut pas excéder la « vitesse du vol d'un oiseau de proie. Cette lame nous couvrit « d'une lumière aussi éclatante que celle d'un beau soleil à midi, & « s'éteignit à l'instant ». Voilà ce que me mandoit ce Jurisconsulte, homme d'un sang-froid remarquable, quelques jours après l'apparition du météore, & qu'il m'a confirmé plusieurs fois depuis de vive-voix.

Dans une seconde lettre, il me marqua « que ce corps blanc & très-lumineux, (c'est-à-dire l'apparence sous laquelle il vit le météore, « avant qu'il fit explosion) ressembloit à l'éclair qui accompagne « le tonnerre. J'ai vu trois fois en ma vie, ajoute-t-il, l'éclair de « très-près, c'étoit la même figure : c'est par cette raison que voyant « la *flamme* venir de mon côté, je fis un geste de la main droite pour « pousser l'air vers ma gauche, sachant que la moindre pulsation « peut déranger la direction du tonnerre lorsqu'il a fait son premier « effet ». J'ai rapporté tout au long les propres paroles de cet Observateur afin qu'on puisse mieux juger de la force de son témoignage par rapport à la flamme qu'il dit avoir observée dans l'appartement. Il semble qu'ayant déjà vu plusieurs fois le feu de l'éclair, il étoit bien en état de distinguer si cette flamme qu'il voyoit étoit réellement de la même nature, ou si ce n'étoit qu'une illusion.

Dans le même-temps, ou à peu-près, qu'il étoit frappé de cette apparition dans la rue de l'Observance, des personnes qui

(o) M. Clément de Malleran, Avocat au Parlement & Professeur de Droit français.

étoient à table, rue de Clichy, & qui par leur position ne pouvoient avoir la vue directe du météore, & ainsi être éblouies par son éclat, virent très distinctement sur le carreau de petites flammes qui avoient l'air de s'agiter en différens sens, & qui ensuite disparurent. Je pourrois citer encore plusieurs autres observations, qui semblent toutes établir qu'on a vu ainsi des flammes légères (*p*) dans les parties les plus basses de nos régions. Il y a dans ce phénomène encore une circonstance singulière & qui mérite de n'être pas oubliée, c'est que plusieurs de ces flammes, ou des parties du feu de ce météore, se sont fait voir, comme on a pu le remarquer, dans des lieux extrêmement distans les uns des autres, & même, ce qui est plus extraordinaire encore, fort éloignés du point où il a éclaté. Telles sont celles qu'on a vues dans la rue de Clichy & dans celle de l'Observance, à près de deux mille toises de distance. On en a vu encore ailleurs, comme je l'ai déjà dit. Ce phénomène paroît d'abord fort difficile à expliquer, cependant cette difficulté s'évanouit bientôt, quand on se rappelle que la tête de ce globe étoit comme environnée de flammèches qui sembloient voltiger autour de lui; car il paroît fort vraisemblable que ces parties ont pu s'en détacher, même avant l'explosion, & descendre ensuite jusqu'à terre. Cette explication au moins paroît fondée sur plusieurs observations, & particulièrement sur la pluie de feu qu'on vit en Bourgogne en 1761, & dont j'ai parlé un peu plus haut; en effet elle fut observée dans des cantons éloignés les uns des autres de plusieurs lieues. J'avoue que cette solution de la difficulté suppose toujours que ces parties de feu descendent jusqu'à nous, & je conviens que cela est difficile à croire. Je conviens qu'il est difficile de se persuader qu'un globe éclatant à une si prodigieuse

(*p*) L'Auteur de l'observation de l'abbaye du Jard auprès de Melun, qui étoit à peu de distance du point au-dessus duquel le globe a éclaté, puisqu'il n'en étoit guère qu'à une demi-lieue, rapporte que quelques minutes après l'explosion du globe, il entendit autour de ses oreilles un

bourdonnement pareil à celui que font des abeilles dans une ruche, & qu'aussitôt il fut frappé de quelque chose à la nuque du cou qui lui parut chaud &c comme s'il avoit été électrisé. Je dois observer cependant qu'il ne dit pas avoir vu autour de lui aucunes parties de feu.

hauteur, les parties de feu dans lesquelles il se divise, descendent jusque dans nos régions (*q*), & qu'on pourroit attribuer les apparences de flammes qu'on a vues, à des reflets de la vive lumière que le globe répandit dans les appartemens à l'instant de son explosion. Mais soit que ces apparences tiennent à cette illusion, soit que par la nature & le volume de ces parties de feu, elles descendent réellement sur la terre, ou enfin qu'elles occasionnent l'inflammation de quelques autres parties intermédiaires dans l'atmosphère, ce phénomène m'a paru appuyé d'un trop grand nombre d'observations pour être légèrement révoqué en doute. Les observations des siècles postérieurs décideront de ce qu'on en doit penser.

Un autre phénomène, dont j'ai promis de rendre compte, c'est le double bruit qu'on a entendu après l'explosion du météore, particulièrement du côté de Melun; phénomène d'autant plus intéressant, que ne se faisant jamais entendre, comme je l'ai remarqué, que dans les lieux voisins de celui où se fait l'explosion, il peut servir en conséquence à en déterminer la position ou la distance (*r*). Personne, que je sache, ne l'avoit expliqué jusqu'ici; cependant rien de plus simple, comme on va le voir.

Quand les globes de feu éclatent, leur entière explosion est presque toujours l'effet de deux explosions successives, l'une du globe qui éclate en différentes parties, l'autre de ces mêmes parties qui éclatent à leur tour. Cette double explosion, presque constamment observée, l'a encore été, comme je l'ai rapporté, dans le météore qui nous occupe aujourd'hui. Par-là, ces globes ressembloient, en quelque façon, à cette espèce de fusée volante, qui contenant d'autres petites fusées dans un chapeau, fait son effet en deux temps, la grande éclatant d'abord, & les petites ensuite. Le bruit qu'on entend après qu'un globe de feu a éclaté, & qui ressemble souvent à une décharge instantanée de plusieurs batteries

(*q*) On pourroit cependant supposer que ces parties de feu, raréfiant extrêmement l'air autour d'elles, peuvent par-là descendre rapidement & d'une grande hauteur, comme nous voyons une étincelle, toute légère qu'elle est, descendre pendant quelle est enflammée

& remonter à l'instant où elle s'éteint.

(*r*) Je dois dire même qu'il a beaucoup contribué à me faire fixer l'explosion du météore dont il est ici question, aux environs de Melun, dans l'incertitude où me laissoient les premières observations.

de canon, est l'effet de l'explosion du corps du globe, si on peut s'exprimer ainsi; le bruit plus clair, moins fort, que l'on entend après, & que les Observateurs comparent ordinairement à une décharge de mousqueterie, résulte de l'explosion des parties du globe, qui éclatent à leur tour. Or, comme ce bruit ne peut être, à beaucoup près, aussi fort que celui de l'explosion du globe, on ne doit l'entendre, comme l'observation le prouve, qu'à de petites distances du lieu où elle s'est faite.

Le météore de Juillet nous offre encore une circonstance trop importante, par rapport à la Météorologie, pour ne pas nous y arrêter un moment.

La plupart des Observateurs qui nous en ont donné des relations, remarquent, avec étonnement, que lors de son apparition le temps étoit très-beau & le ciel parfaitement serein. Ils insistent sur cette circonstance comme sur quelque chose de fort extraordinaire; cependant, cette circonstance qui les a tant frappés, est précisément une condition nécessaire, sans laquelle ils n'auroient pu le voir; car les globes de feu se formant beaucoup au-dessus de la région des nuages, dès que le temps est couvert, il est évident qu'on ne doit plus les voir; & lorsque dans cette circonstance on les aperçoit, ce n'est que comme la lueur d'un éclair; ainsi qu'on l'a déjà observé plusieurs fois. En effet, on aperçoit quelquefois un globe de feu dans différens endroits, très-éloignés les uns des autres, tandis que dans plusieurs endroits intermédiaires, & où par conséquent on devoit le voir de même, on ne l'aperçoit point du tout, ou on n'en voit que la lueur, à cause des nuages dont le ciel est couvert. De-là naît la vive surprise & l'épouvante qu'éprouvent ceux qui entendent le bruit inattendu de son explosion. Or, comme l'apparition de ces globes est beaucoup plus fréquente qu'on ne le pense, l'effet dont on vient de parler doit être aussi bien moins rare qu'on ne pourroit l'imaginer. Je suis très-persuadé en conséquence, que c'est à leur explosion qu'on doit rapporter ces bruits extraordinaires qu'on entend quelquefois, & que, faute d'en connoître la cause, on attribue mal-à-propos au tonnerre.

Mais quoi qu'il en soit, de cette conjecture, le témoignage

unanime de tant de personnes, & si éloignées les unes des autres, sur la beauté du ciel au moment où on vit le globe de Juillet, fournit une observation aussi curieuse qu'importante, relativement à la vaste étendue de pays où peut régner le même temps à la même heure & à la même minute; car il suit des observations de ce météore, que le 17 de Juillet dernier, vers les 10 heures $\frac{1}{2}$ du soir, à Paris, le ciel étoit très-serein dans un espace circulaire de près de 200 lieues de diamètre.

SECONDE PARTIE;

Dans laquelle on traite des apparences que les globes de feu nous présentent en général, & des conjectures qu'on a imaginées pour les expliquer.

Ayant exposé les circonstances les plus intéressantes du météore du 17 Juillet, & parlé de l'extrême rapidité de son mouvement, de sa grande hauteur & de son prodigieux volume, je pourrois passer outre; mais la crainte d'être taxé d'avoir voulu répandre du merveilleux sur ces sortes de phénomènes, m'a fait penser que je devois, pour ma justification, dire un mot de ce que plusieurs Savans illustres ont rapporté sur ces mêmes circonstances, observées dans quelques-uns de ces météores. On verra qu'elles n'ont pas moins lieu de surprendre que celles du météore, objet de ce Mémoire.

En 1676, un globe de feu volant, partant de la Dalmatie; passa par-dessus une partie de l'Italie, & alla éclater sur les côtes de Corse. Le célèbre *Montanari* trouva, par ses calculs, qu'il avoit parcouru 160 milles en une minute, ou que sa vitesse étoit de près de 3 milles par seconde; que sa hauteur étoit de 38 milles, & son diamètre de près d'un demi-mille. Ce globe produisit un bruit affreux dans son explosion, qui fut suivi du second bruit dont j'ai fait mention.

En 1719, un globe de feu qui fut aperçu en Écosse, en France & en Hollande, alla éclater dans la province de Cornouailles (f),

(f) Je fixe son explosion au-dessus de ce Comté, malgré l'autorité du savant Astronome que je cite ici, qui la met plus au Sud, parce que le grand bruit qu'on y a entendu, suivi du *second bruit plus clair*, &c. me paroît prouver que c'est véritablement au-dessus de ce Comté qu'elle s'est faite.

en Angleterre. Le savant Halley, qui nous en a donné la relation ; dit qu'il parcouroit 5 milles par seconde, qu'il étoit à 60 milles de hauteur, & que son diamètre avoit près d'un mille & demi ; il ajoute, qu'on entendit, après son explosion, un bruit si terrible ; qu'on le compara à une bordée d'un des plus grands Vaisseaux de guerre. Ce bruit ne manqua pas d'être suivi de ce second bruit, plus clair & plus foible, dont j'ai déjà tant parlé.

Enfin, selon ce que nous rapporte le Chevalier Pringle, du globe de feu de 1758, qui traversa presque toute l'Angleterre, du Sud au Nord ; sa vitesse étoit tellement rapide, qu'il parcouroit près de 25 milles par seconde ; sa hauteur fut, dans les premiers instans, de 90 milles, & il avoit plus d'un demi-mille de tour.

Il faut convenir que toutes ces déterminations de la hauteur ; de la vitesse & de la grandeur de ces globes, n'ont pu être établies (par l'incertitude des observations dont j'ai fait mention) avec une aussi grande précision qu'on pourroit le désirer ; mais, & M. Halley & le Chevalier Pringle ont eu soin, dans leurs calculs ; de diminuer ce que donnoient les différentes observations, de manière à réduire les résultats autant que la chose étoit possible ; & quant à la hauteur prodigieuse que le Chevalier Pringle donne à son météore, elle est fondée sur une observation qui, ayant été faite auprès de Dublin (dans un lieu dont le rayon visuel étoit perpendiculaire à la route du météore), semble ne laisser aucun doute sur l'exactitude de sa détermination.

On imagine bien que les globes de feu ne se forment pas tous à une si prodigieuse hauteur, ne se meuvent pas avec la même rapidité, enfin, n'ont pas un si énorme volume que ceux dont je viens de parler. Quelques-uns sont stationnaires & ne paroissent pas si élevés ; leur explosion, pour l'ordinaire, n'est pas fort considérable ; ils semblent pour la plupart se dissiper peu-à-peu, en ne laissant après eux qu'un nuage blanchâtre.

On pourroit penser, comme le fit autrefois un Homme célèbre, que ces météores ont une direction particulière ; on se tromperoit, ils se meuvent dans tous les sens, de haut en bas, de bas en haut, du midi au Nord, de l'Est à l'Ouest, &c. mais ceux qui se meuvent avec l'extrême rapidité que j'ai rapportée, descendent tous vers la terre, dans une direction très-inclinée ; ceux qui montent de bas

en haut semblent se mouvoir beaucoup plus lentement, soit parce que leur direction est contraire à la gravité, soit par quelque autre cause. Enfin, ces globes paroissent à toutes les heures du jour & de la nuit, & dans toutes les saisons de l'année, en été, en hiver, au printemps, en automne. En vain, croyant qu'ils sont produits par la chaleur, a-t-on supposé qu'ils paroissent plus souvent en été qu'en hiver : les observations, pour la plupart, semblent prouver le contraire. Il résulte en effet de toutes celles que j'ai parcourues, & j'en ai parcouru beaucoup, qu'il paroît moins de globes de feu dans la première de ces saisons que dans la seconde, soit par quelque cause inconnue, soit par la longueur des nuits d'hiver, qui compensent ce qu'elles ont de moins favorable que les nuits d'été.

Ce seroit une entreprise immense & superflue, que de prétendre rapporter dans le détail tout ce qu'on a observé sur les globes de feu, mais je puis assurer, d'après un très-grand nombre de descriptions que j'ai examinées avec la plus grande attention, que ces globes, & particulièrement ceux qu'on appelle *globes de feu volans*, prennent naissance à une très-grande hauteur; que leur volume paroît d'abord très-peu considérable, & leur forme circulaire; qu'après s'être mus pendant quelques instans, on aperçoit la traînée de feu qui les suit ou qui les accompagne; qu'ayant achevé une partie de leur course, & étant près d'éclater, leur mouvement semble se ralentir; qu'ils se terminent presque toujours par une espèce d'explosion, où le globe se divise tantôt dans un grand, & tantôt dans un petit nombre de parties, qui éclatent à leur tour (1) : que c'est dans cet instant qu'on observe le redoublement de lumière qui a été si frappant à Paris dans le météore de Juillet; enfin, que quelque temps après cette double explosion, on entend les deux bruits successifs, qui en sont les suites.

Ce que j'ai rapporté de la queue de ces météores & de leur forme, m'oblige à dire un mot de la ressemblance qu'ils ont avec les comètes, & sur laquelle on m'aura sans doute prévenu. Cette

(1) On a pu voir dans ce que j'ai cité de l'Observateur de Fleury, qu'il vit éclater le globe en sept ou huit globules de feu, & que celui de Melun entendit, après l'explosion, sept ou huit coups articulés.

resemblance est si frappante en effet (u) que je ne doute pas qu'elle n'ait donné lieu à l'opinion qui a fait si long-temps regarder ces astres comme des feux sublunaires & appartenans à notre atmosphère ; car la queue de ces globes de feu, la figure ronde de leur partie antérieure, les feux dont cette partie est environnée, ressemblans à la chevelure des comètes, tout dut conspirer, dans les temps d'ignorance, à les faire prendre pour des corps de la même nature que ces astres. Et comme on les voyoit souvent éclater, ou se dissiper dans l'atmosphère, on crut qu'il en étoit de même des comètes. Il ne faut qu'ouvrir les Auteurs qui en ont écrit pour reconnoître la vraisemblance de cette conjecture. Le célèbre Hévélius, dans sa Cométographie, nous donne souvent pour des comètes, des feux qui ne sont évidemment que les globes dont nous parlons ; & le savant Wallis, trompé de même par leur apparence, nous annonce comme une comète un phénomène que l'on vit en Angleterre en 1676, & qui n'étoit cependant autre chose qu'un globe de feu.

Après avoir exposé les principaux phénomènes qu'on observe dans l'apparition des globes de feu, arrêtons-nous un moment pour considérer ces étonnans météores, & tout ce qu'ils nous présentent d'extraordinaire.

L'imagination est épouvantée quand on pense à des masses de feu d'un si énorme volume, & qui se meuvent avec une rapidité si prodigieuse. On ne conçoit pas comment, dans des régions aussi élevées que celles où ils prennent naissance, il peut se trouver & se rassembler une aussi grande quantité de matière inflammable ; comment ces météores peuvent y acquérir un mouvement aussi rapide ; comment, dans des espaces où le froid est beaucoup plus grand que celui de nos plus rudes hivers, la matière qui les compose peut s'enflammer ; quelle est la nature de cette matière, qui produisant un feu si rare en apparence

(u) Dans le grand nombre d'observations que j'ai recues sur le météore qui a donné lieu à ce Mémoire, la plupart des Observateurs le comparent à une Comète.

paroît avoir cependant une si grande force d'explosion, &c. &c? Cette seule énumération, que je pourrois néanmoins pousser encore beaucoup plus loin, suffit pour faire voir combien il seroit téméraire d'entreprendre d'expliquer la cause de ces globes, & combien il est extraordinaire en même-temps qu'on ait avancé, qu'elle étoit bien connue des Physiciens: il n'y en a pas un de ceux qui ont entrepris de l'expliquer, qui ait seulement dit sur ce sujet des choses vraisemblables. J'en excepte toutefois l'illustre Halley, que j'ai déjà cité; & comme son hypothèse, quoique sujette à mille difficultés, a cependant une sorte de vraisemblance, je l'exposerai ici en peu de mots.

Ayant expliqué, par des raisons beaucoup plus ingénieuses que solides, comment des parties inflammables peuvent s'élever & se rassembler dans ces hautes régions, dont nous avons parlé, il entreprend ensuite de rendre raison de ce qu'on observe dans ces météores. L'hypothèse dont il part semble entièrement fondée sur l'opinion où l'on est que les étoiles tombantes sont l'effet d'une traînée de matière qui s'enflamme. Il suppose donc, dans ces régions élevées où les globes de feu se forment, une vaste traînée de matière inflammable, & que, prenant feu par une de ses extrémités, cette traînée nous présente, en s'enflammant successivement, toutes les différentes apparences que nous observons dans ces globes. Mais comment expliquer dans cette hypothèse l'inflammation de cette traînée dans des régions si froides? Comment cette inflammation se fait avec une rapidité si grande qu'elle parcourt six lieues & plus par seconde? Rien ici bas, si l'on en excepte l'électricité, ne peut nous donner l'idée d'une inflammation si rapide. Comment imaginer qu'il puisse se trouver dans ces régions une traînée de matière dont toutes les parties se trouvent, dans une si grande étendue, toujours dans la même direction, ou à peu-près? Je ne finirois pas, si je voulois rapporter tout ce qu'on pourroit objecter contre cette hypothèse.

Cependant il faut convenir qu'on observe différentes apparences dans les globes de feu, qui semblent lui être favorables. Lorsque la lumière de la queue de ces météores est passée, on

remarque presque toujours une espèce de petit nuage blanchâtre qui lui succède (x). On observe le même nuage après la disparition des globes de feu stationnaires qui, pour l'ordinaire, s'évanouissent sans faire d'explosion. Or, cette explosion exceptée, ces derniers globes de feu nous présentent à peu-près les mêmes apparences que les autres. Il y a donc lieu de penser qu'ils sont composés ou formés de la même substance, & par conséquent que la tête & la queue de ces météores sont en général de la même nature : je veux dire d'une substance qui, l'inflammation passée, laisse après elle une espèce de fumée ou de nuage blanchâtre. Que si ce nuage ne s'observe pas à la tête ou à la partie antérieure des globes qui font explosion, il y a toute apparence que c'est uniquement parce que cette explosion, en divisant & répandant à une très-grande distance les parties qui composoient la tête du météore, les empêche par-là de pouvoir former aucune apparence de nuage, comme le font les globes stationnaires qui ordinairement n'éclatent pas, ainsi que nous l'avons déjà observé.

D'après cette conjecture sur l'identité de substance des différentes parties du météore, on voit, en reprenant l'hypothèse de Halley ; que la première apparence du globe de feu doit être peu considérable ; qu'elle doit avoir la forme circulaire, que la queue ne se doit faire apercevoir que lorsque l'inflammation a fait un certain progrès ; que le foyer de cette inflammation devant naturellement avoir une lumière plus éclatante & plus vive que les parties postérieures, ou qui ont été déjà enflammées, la traînée, dans le point actuel de son inflammation, doit paroître d'un plus grand diamètre, ou d'un plus grand volume que ses parties postérieures ; & ainsi, que cette traînée, par l'inflammation successive de ses parties, présentera toujours une forme conique plus ou moins étendue, & semblable à l'espèce de queue que nous observons dans les globes de feu. Je dois dire encore qu'on

(x) L'observateur de Melun, remarque, qu'après l'explosion du globe, il vit quelques particules de feu, qui s'écartèrent d'environ 15 à 16 pouces du centre de l'explosion, & qui bordoient un *cordon de fumée très-blanc*, de 18 à 20 pieds de long, sur 3 pouces de large.

a souvent vu les queues de ces globes faire explosion comme le globe même : nouvelle preuve de l'identité de leur substance. Je pourrois étendre davantage cette comparaison , entre les divers phénomènes résultans de cette traînée , successivement enflammée , & ce que nous remarquons dans les globes de feu ; je pourrois même faire voir qu'ils ont beaucoup de rapport avec quelques-uns de ceux qu'on observe dans l'électricité ; mais je me garderai bien de pousser plus loin mes conjectures en faveur d'une hypothèse qui , malgré ce que je viens de dire pour l'appuyer , comporte encore tant de difficultés. Nous ne devons jamais oublier les nombreuses & vaines explications qu'on a données de la foudre. Un grand homme est venu , qui par une expérience hardie a renversé en un instant toutes ces chimères , en faisant voir qu'elle est uniquement l'effet d'une violente électricité dans les nuages.

L'atmosphère est un vaste laboratoire Chimique où se font mille différentes combinaisons , dont nous ne connoissons encore qu'un très-petit nombre de résultats. C'est du temps qu'il faut espérer la connoissance des autres. Amassons toujours des observations , sans nous presser d'en tirer des conséquences & d'expliquer des phénomènes sur lesquels nous avons aujourd'hui si peu de lumières. Que dis-je , nous ne connoissons pas même encore la hauteur de cette atmosphère où ils se forment ; car , toujours bornés dans notre manière de concevoir les choses , nous avons voulu trop gratuitement en fixer les limites , & nous avons supposé , aussi mal-à-propos , que dans ces hautes régions , il ne pouvoit pas se former des phénomènes dont nous n'avons que peu de connoissance. Un de mes confrères , que plusieurs Souverains ont voulu nous enlever , a dit dans la Préface de l'Encyclopédie , que plus nous faisons de progrès dans la Philosophie & dans les Sciences , plus nous nous rapprochions des Anciens. Il seroit assez extraordinaire , & cependant ce temps n'est peut-être pas fort éloigné , qu'on reconnût enfin la vérité de ce qu'ils ont dit autrefois sur cette région de feu , qu'ils avoient placée au-dessus des nuages ; & qu'elle se trouvât être au moins celle où se forment les étoiles tombantes , les globes de feu , les aurores boréales , & autres météores ignés.

Mais il est temps de terminer ce Mémoire. Cependant , avant de finir , je ne puis m'empêcher de remarquer que si tout ce que nous savons des globes de feu & autres météores de ce genre , se borne presque à des connoissances historiques , sans que nous en connoissions les causes ; l'indifférence avec laquelle les peuples des pays policés les considèrent aujourd'hui , montre combien nous devons au progrès des Sciences & de l'esprit Philosophique , qui nous ont délivré des vaines terreurs qui sont toujours le partage de l'ignorance & de la superstition.

EXPLICATION DES PLANCHES.

LA première contient une petite partie de la France & de l'Angleterre , prise sur la Carte de l'Europe de M. d'Anville ; on voit , dans le comté de Suffex , près des confins de celui de Surrey , l'endroit au-dessus duquel il semble que le météore ait pris naissance ; & dans l'Isle de France , auprès de Melun , celui au-dessus duquel il paroît qu'il a éclaté.

La seconde Planche représente les différentes apparences sous lesquelles on l'a vu.

La première Figure A , celle de forme batavique , qu'il avoit avant d'éclater.

La seconde B , celle de poire , qu'il prit presque à l'instant de son explosion.

La troisième D , représente le météore tel que l'a vu M. *Landfman* , (Professeur de Fortifications à l'Ecole Militaire) sur les Boulevards neufs , quelque temps avant d'éclater.



THÉORÈMES

SUR LES QUADRATURES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

THÉORÈME PREMIER.

SOIT $Ay^2 + By + C = 0$, l'Équation d'une courbe, & par conséquent $\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} dx$ l'élément de l'aire; je dis que si je fais $B^2 - 4AC = 4C'$, je pourrai toujours trouver une fonction rationnelle de x & de z , qui soit une différentielle exacte, & telle que mettant $\sqrt{C'}$ au lieu de z , & au lieu de dz la valeur, elle deviendra $\frac{\sqrt{C'}}{A} dx$, & que par conséquent l'intégration de $\frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ fera rappelée aux fonctions rationnelles.

DÉMONSTRATION.

Soit $\frac{Pdx + Qdz}{R}$ la fonction cherchée & qui doit être une différentielle exacte; il est clair :

1.^o Que je puis supposer que R ne contienne que des puissances paires de z ; en effet, supposant qu'il en contienne d'impaires, il n'y auroit, le degré de z étant n , qu'à multiplier haut & bas par une fonction du degré n , avec des coefficients indéterminés en x ; alors le degré de z seroit $2n$ dans R , & il y auroit un nombre n de termes où z seroit à une puissance impaire; supposant nuls les coefficients de ces termes, on aura n équations linéaires pour déterminer les n coefficients arbitraires; donc on pourra toujours satisfaire à ces n conditions.

2.^o Que puisqu'après la substitution, $\frac{Pdx + Qdz}{R}$ doit devenir

$\frac{\sqrt{C'}}{A}$ ou $\frac{z}{A}$, P doit être de la forme $(a + bz^2 + cz^4 \dots)z$ & Q de la forme $a' + b'z^2 + c'z^4$, & par conséquent faisant $P = P'z$ que dans $\frac{z^{P'dx} + Qdz}{R}$ P' , Q , R seront des fonctions paires de z , ce qui est encore confirmé, parce que si R est une fonction paire & qu'on ait.....
 $\frac{(P'z + P'')dx + (Q + Q'z)dz}{R}$ une différentielle exacte, P' , P'' , Q & Q' étant des fonctions paires, il faut alors que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ & $\frac{P''dx + Q'zdz}{R}$ soient chacune des différentielles exactes.

3.° Que pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ soit différentielle exacte, ce qui donne l'équation de condition $R P' + R z \frac{dP'}{dz} - P' z \frac{dR}{dz} = R \frac{dQ}{dx} - Q \frac{dR}{dx}$; il faut que P' étant $a + bz^2 + cz^4$ &c. & Q , $a' + b'z^2 + c'z^4$ &c. x , soit d'un degré plus élevé dans a' , b' , c' , &c. que dans a , b , c , &c.

Cela posé, supposons que R soit par rapport à z^2 du degré n' ; que m étant le degré de la fonction C' , le coefficient de $z^{2n'}$ dans R soit constant; que celui de $z^{2n'-2}$ soit du degré m , en sorte que celui du terme sans z , soit du degré $n'm$; que semblablement $2n$ soit la plus haute puissance de z , dans P' & Q' ; que le coefficient de z^{2n} dans P' soit constant, celui de z^{2n-2} du degré m , & a du degré nm ; que dans Q le coefficient de z^{2n} soit du premier degré, celui de z^{2n-2} du degré $m+1$, & a' du degré $nm+1$; on trouvera que d'après ces suppositions le nombre des conditions:

1.° Pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ soit une différentielle exacte, est $\frac{n + n' + 1.nm + n'm + 2}{2}$;

2.° Pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ devienne $\frac{z}{A} dx$, après la

substitution, est $nm + m + m'$, m' étant le degré où monte A . Mais le nombre des coefficients indéterminés, est

$$\text{dans } P' \frac{n + 1.nm + 2}{2},$$

$$\text{dans } Q \frac{n + 1.nm + 4}{2},$$

$$\& \text{ dans } R \frac{n' + 1.n'm + 2}{2} - 1.$$

Donc, puisqu'on peut prendre n , & n' aussi grands qu'on veut, il suffit (pour que le nombre des coefficients surpasse celui des équations) que $m.n^2 + \frac{mn'^2}{2}$ surpasse $\frac{m^2}{2}n^2 + 2nn' + n'^2$ d'une quantité de l'ordre n'^2 qui soit plus grande que $pn + qn' + r, p, q, r$, étant des nombres entiers déterminés; or c'est ce qui est toujours possible; donc $\frac{P'z^{dx} + Qdx}{R}$ peut être une différentielle exacte, & en même-temps devenir $\frac{\sqrt{C}}{A}$. Donc, &c.

R E M A R Q U E.

On voit qu'on peut trouver une infinité de fonctions P, Q, R , &c. qui satisfassent aux conditions; & cela est une suite de la nature du Problème, puisqu'il a toujours pour chaque fonction de x une infinité de fonctions de x & z , qui deviennent cette même fonction; en y faisant $z^2 = C$.

Mais si A est cette fonction rationnelle & entière de x , par exemple, & que $a + bz^2 + cz^4$, &c. représente A , il faut, si a, b, c , &c. sont d'un degré plus élevé que A , que a étant du degré p , b soit du degré $p - m$, c du degré $p - 2m$, & sans quoi il y auroit dans la fonction qui résulte après la substitution des termes en x , d'un degré plus élevé que A , qu'on ne pourroit supposer égaux à zéro, sans rabaisser le degré des a, b, c , ce qui est contre l'hypothèse.

T H É O R È M E I I.

Soit l'équation $Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0$,

où A est constant, B du premier degré, C du second, & D du troisième. Je dis qu'on peut toujours trouver une fonction rationnelle de x & de y , qui soit une différentielle exacte, & qui devienne $y dx$, en y mettant pour y^3 & dy leurs valeurs.

D É M O N S T R A T I O N.

Soit $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ cette fonction différentielle. On voit d'abord

que P doit être plus élevé d'un degré, par rapport à y , & Q par rapport à x , sans quoi on ne pourroit satisfaire à l'équation de condition. Supposons donc que n' soit le degré de R , $n + 1$ celui de P & de Q , en sorte que P contienne y^{n+1} , & Q, x^{n+1} . D'abord, le nombre des équations de comparaison entre les coefficients que produit la condition d'être une différentielle exacte sera $\frac{n + n' + 1 . n + n' + 2}{2}$,

Ensuite le nombre des équations de condition qui naîtra de la supposition que la fonction devienne y , après la substitution, se trouvera ainsi. Soit $\frac{dy}{dx} = \frac{B'y^2 + C'y + D'}{B''y^2 + C''y + D''}$ où B' est constant ainsi que B'' , C' & C'' sont du premier degré, & D' & D'' du second; on aura $P + Q \frac{B'y^2 + C'y + D'}{B''y^2 + C''y + D''} - Ry = 0$.

Nous aurons, après avoir fait disparaître le dénominateur, y , qui montera au degré $n + 3$; donc, mettant successivement pour y^3 sa valeur, nous aurons une fonction $a''y^2 + b''y + c''$, qui devra être nulle identiquement, & où a'' montera au $n + 1$ degré, b'' au $n + 2$ degrés, c'' au degré $n + 3$; donc, les conditions ne seront qu'au nombre de $3n + 6$.

Maintenant, celui des coefficients indéterminés est, pour le numérateur $n + 1 . n + 2 + 2n + 2 - 1$, & pour le dénominateur $\frac{n' + 1 . n' + 2}{2} - 1$.

Donc, puisque n' & n sont des nombres indéterminés qu'on peut prendre aussi grands qu'on veut, comparant les termes où ils

ils montent au second degré, on aura, pour le nombre des indéterminées $n^2 + \frac{n'^2}{2}$, & pour celui des conditions.....

$$\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}.$$

Donc, on peut prendre n telle que la première surpasse la seconde d'une quantité plus grande que $pn + qn' + r$; p, q, r étant des nombres déterminés; donc, le nombre des indéterminées surpassera celui des équations; donc, &c.

THÉORÈME III.

Si on a une équation $Ay^m + By^{m-1} + Cy^{m-2} \dots + S = 0$, où A soit constant, B du premier ordre, C du second, & S du m^e , on pourra toujours trouver une fonction rationnelle de y & de x , qui soit une différentielle exacte, & qui devienne $y dx$, lorsque l'on y met au lieu de y^m & de dy leurs valeurs.

DÉMONSTRATION.

Soit $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ la différentielle exacte, $n + 1$ le degré de P & de Q , ou P seulement contient y^{n+1} , & Q, x^{n+1} .

Il est clair d'abord que le nombre des équations de condition, pour qu'elle soit une différentielle exacte, sera $\frac{n+n'+1, n+n'+2}{2}$,

Pour trouver les conditions qui ont lieu lorsque $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devient $y dx$ après la substitution, j'observe que.....

$$\frac{dy}{dx} = \frac{B'y^{m-1} + C'y^{m-2} + D'y^{m-3} \dots + S'}{B''y^{m-1} + C''y^{m-2} \dots \dots \dots + S''};$$

or, B' & B'' sont des constantes, C' & C'' des fonctions du premier degré & S', S'' des fonctions du degré $m - 1$. Donc, on aura

$$P(B''y^{m-1} \dots + S'') + Q(B'y^{m-1} \dots + S') - yR(B''y^{m-1} \dots + S'') = 0.$$

Dans cette fonction, qui doit être nulle identiquement après la substitution, le plus haut degré de y est y^{n+m} ; donc, mettant

Mém. 1771.

T t t

ſucceſſivement pour y^m ſa valeur, nous aurons une fonction $B'''y^{m-1} + C'''y^{m-2} \dots + S'''$, qui ſera nulle identiquement; or, dans cette fonction B''' eſt du degré $n + 1$, C''' du degré $n + 2$, S''' du degré $n + m$. Donc le nombre des termes, & par conſéquent celui des conditions, ſera $nm + \frac{m + 1.m + 2}{2}$, où n ne monte qu'au premier degré.

D'un autre côté, le nombre des coefficients indéterminés eſt dans P & dans Q , $n + 1 . n + 2 + 2 (n - 1)$, & dans R $\frac{n' + 1.n' + 2}{2}$. Comparant donc les termes où les n montent à la ſeconde puissance, on aura $n^2 + \frac{n^2}{2}$ pour le nombre des indéterminées, & $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$ pour celui des conditions; donc, on pourra prendre n & n' aſſez grand pour que le premier de ces nombres ſurpaſſe l'autre d'une quantité plus grande que $pn + qn + r$; p, q, r , étant des nombres déterminés; donc, on peut faire en ſorte que le nombre des coefficients ſurpaſſe celui des conditions. Donc, &c.

R E M A R Q U E.

Nous avons ſuppoſé ici que l'équation en y avoit tous ſes termes, parce qu'il eſt toujours poſſible d'y rappeler toute équation, à l'aide d'une ſubſtitution. Cette condition n'eſt pas néceſſaire, comme on l'a vu dans le Théorème I.^{er}, mais elle rend plus facile la démonſtration de la généralité de cette méthode de réduire toutes les quadratures à l'intégration de fonctions rationnelles.

Ces trois Théorèmes ont été lus à l'Académie en 1771; le reſte a été ajouté depuis.

T H É O R È M E I V.

Soit $e^x y dx$, & y donné par une équation $Ay^m + By^{m-1} + Cy^{m-2} \dots + S$, je dis qu'on pourra toujours trouver $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ tel que $e^x \frac{Pdx + Qdy}{R}$ ſoit une différentielle

exacte, & qu'en y mettant pour y^m & dy , leurs valeurs, cette fonction devienne $e^x y dx$.

D É M O N S T R A T I O N.

En faisant pour les fonctions P, Q, R, A, B, C , &c. les mêmes suppositions que dans le Théorème précédent, on aura l'équation de condition, pour que $e^x \frac{Pdx + Qdy}{R}$ soit une différentielle exacte, $QR + \frac{RdQ}{dx} - \frac{QdR}{dx} = \frac{RdP}{dy} - \frac{PdR}{dy}$.

Donc, puisque cette équation contient QR , il faudra que P étant une fonction du degré $n + 1$, sans x^{n+1} , Q soit du degré n , & le nombre des équations entre les coefficients constants, sera $\frac{n + n' + 1 \cdot n + n' + 2}{2}$ comme ci-dessus, la valeur de

dy sera de la même forme, & la condition que $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devienne $y dx$ après la substitution, donnera le même nombre d'équations entre les coefficients. Or, le nombre qui exprimera celui des indéterminées sera le même encore moins $n + 1$; donc, en comparant dans les fonctions qui expriment le nombre des indéterminées & celui des équations, les nombres où les n montent au second degré, on en tirera les mêmes résultats que dans le Théorème précédent.

P R E M I È R E R E M A R Q U E.

La forme précédente n'est pas assez générale pour représenter toutes les fonctions $e^x, X' dX$ où X & X' seroient des fonctions algébriques de x ; pour les représenter en général, supposons que nous ayons X en X' , & que nous fassions

$$X = ax + by + c \text{ \& } X' = a'x + b'y + c';$$

nous aurons, à cause de l'équation entre X' & X , une équation en y & x , qui aura tous ses termes, & la proposée deviendra $e^{ax+by} (a'x + b'y + c') adx + bdy$. Ainsi il faudra chercher si on peut trouver une fonction qui soit une différentielle

exacte, & qui soit telle que sa forme étant $e^{ax+by} \frac{Pdx + Qdy}{R}$;

$\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devienne $a'x + b'y + c'x \, a \, dx + b \, dy$. Or, on

voit que pour satisfaire à la première condition, on peut supposer R une fonction du degré n' ayant tous les termes, P & Q chacun des fonctions du degré n , & que, dans la fonction qui exprime le nombre des indéterminées, les termes où les n sont au second degré, est toujours $n^2 + \frac{n'^2}{2}$, au lieu que pour les conditions, le

même terme est $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$. Ensuite $\frac{dy}{dx}$ étant de la forme

$\frac{B'y^{m-1} + C'y^{m-2} \dots + S'}{B''y^{m-1} + C''y^{m-2} \dots + S''}$, on voit que la seconde condition

devient

$P(B''y^{m-1} \dots + S'') + Q.(B'y^{m-1} \dots + S') - R(a'x + b'y + c')(aB''y^{m-1} \dots + 2S'' + bB'y^{m-1} \dots + bS')$
où les y ne montent qu'au degré y^{n+m-1} , & où par conséquent on a après la substitution de la valeur de y^m , une fonction nulle par elle-même, *

$$B'''y^{m-1} + C'''y^{m-2} \dots \dots \dots + S''',$$

dans laquelle B''' est du degré n , C''' du degré $n - 1$, S''' du degré $n - m$; donc, le nombre de tous les termes, & par conséquent des conditions, ne sera pas de l'ordre de n^2 ; donc, on pourra toujours prendre n assez grand pour que le nombre des indéterminées surpasse celui des conditions. Donc, &c.

DEUXIÈME REMARQUE.

La fonction, tant du Théorème IV que de la Remarque précédente, devient une fonction $e^x \frac{Pdx + Qdy}{R}$. Donc, intégrant

par rapport à y , regardant x comme constant, on aura $e^x P'$ qui sera la véritable intégrale de la proposée, en y ajoutant, lorsque cela sera nécessaire, $\int e^x Q' dx$, Q' étant fonction rationnelle de x ;

soit $Q' = \frac{R'}{S'}$, & qu'on demande si on peut trouver une

fonction $e^* \frac{P''}{Q''}$, telle que la différence égale $e^* \frac{R'}{S'}$ dx . Il est aisé de voir que si on appelle n & n' le degré P'' & de Q'' , on aura, m & m' étant les degrés de x dans R' & dans S' , $n' + n + m$, ou $n' + n' + m'$, conditions, & seulement $n + n'$ indéterminées. Donc en général, on ne pourra point trouver n , tel que le nombre des indéterminées surpasse celui des conditions; donc, &c. Si on cherchoit à déterminer P, Q, R , en sorte que Q' fût zéro; il est aisé de voir que cette détermination étant ajoutée à celle du Théorème ci-dessus, on ne pouvoit plus faire n tel qu'en général le nombre des coefficients surpassât celui des conditions.

THÉORÈME V.

Soit $e^z A dx$, tel que l'on ait $\frac{dz}{dx} = y$ donné en x par une équation du degré m avec tous les termes, que A soit une fonction, ayant aussi tous les termes, de x & de y , & qu'on cherche $e^z \frac{P dx + Q dy + R dz}{S}$ avec les conditions que cette fonction devienne une différentielle exacte, & telle qu'en y mettant pour dz, dy & y^m leurs valeurs, elle soit égale à $e^z A dx$. Je dis que l'on pourra toujours trouver une différentielle exacte par rapport à y & à x , mais qu'on ne la pourra point trouver par rapport à y & z , en sorte qu'il pourra rester une fonction $e^z \frac{P' dy + Q' dz}{R'}$, fonction sans x , & qui ne pourra être réduite par la méthode présente.

I.^{ère} PARTIE. Il est aisé de voir en effet qu'en conservant les mêmes dénominations que ci-dessus, la condition que $e^z \frac{P dx + Q dy + R dz}{S}$ devienne $e^z A dx$ ne peut introduire qu'un nombre de conditions de l'ordre de n . 2.^o Que R sera déterminé lorsque P, Q, S le seront, & que pour déterminer P, Q , on aura seulement, dans la fonction qui exprime le nombre des conditions, pour les termes, où les n sont au second degré,

$\frac{n^2 + 2n'n + n'^2}{2}$, & que dans la fonction qui exprime le nombre des indéterminées, les mêmes termes seront $n^2 + \frac{n'^2}{2}$; donc, on pourra toujours faire en sorte que le nombre des coefficients indéterminés surpasse celui des conditions.

II.^{ème} PARTIE. Soit ensuite $e^z \cdot \frac{P' dy + Q' dz}{R'}$, Q' étant sans z , ainsi que P' , qui doit être une différentielle exacte, il est aisé de voir que le nombre des coefficients indéterminés ne peut surpasser celui des conditions que de quantités où les n ne montent pas au second degré, c'est-à-dire du nombre $n + 1$; mais pour que $e^z \frac{P' dy + Q' dz}{R'}$ devienne la quantité $e^z V dy$ sans x , en mettant pour dz & dy leurs valeurs en y , il est clair que le nombre de conditions sera plus grand que $n + 1$; donc, on ne pourra point faire, en général, que le nombre des indéterminées surpasse celui des équations.

P R E M I È R E R E M A R Q U E.

En examinant la seconde Partie du Théorème précédent, on verra que si on a $e^{\int X dx} X' dx$ à intégrer, X & X' étant rationnels, on ne pourra point en général faire en sorte que $e^{\int X dx} \frac{P dx + Q dz}{R}$, $dz = X dx$ soit une différentielle exacte de x & z , qui devienne la proposée, en y mettant pour dz sa valeur.

S E C O N D E R E M A R Q U E.

Si dans la fonction proposée ci-dessus, l'équation en y n'avoit pas tous les termes, il faudroit faire une substitution semblable à celle du Théorème précédent, & même il est aisé de voir que cette supposition, sur la forme de l'équation en y , n'est pas nécessaire, mais qu'elle sert seulement à rendre la démonstration générale plus facile, parce que sans cela il faudroit, pour chaque

forme de l'équation en y , donner une forme différente aux fonctions P, Q, R .

THÉORÈME VI.

Soit une équation $A dx + B dy = 0$, A & B étant rationnels & entiers, & que je la multiplie par un facteur $\frac{\sqrt{A'}}{B'}$ qui la rende une différentielle exacte, il ne sera point possible, à quelque degré que l'on porte A' & B' , de faire en sorte que le nombre des coefficients surpasse celui des conditions.

DÉMONSTRATION.

Le nombre des coefficients indéterminés est, en supposant A du degré n , & B du degré n' , $\frac{n^2}{2} + \frac{n'n'^2}{2}$ en ne comptant que les termes où n monte à la seconde puissance. Le nombre des conditions sera $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$; donc, on ne pourra, en augmentant n , faire en sorte que le premier nombre surpasse toujours le second; donc, &c.

Si j'avois supposé le facteur donné par l'équation $dA' + (B' dx + C' dy) A' = 0$, $B' dx + C' dy$ étant une différentielle exacte, le résultat auroit été le même.

PREMIÈRE REMARQUE.

Par la même méthode, on trouvera que, quelle que soit la forme algébrique & finie qu'on suppose au facteur, soit pour cet ordre, soit pour les ordres supérieurs, on ne pourra point, à quelque degré qu'on le pousse, parvenir à avoir plus d'indéterminées que de conditions.

SECONDE REMARQUE.

On voit que cette méthode est générale pour toutes les questions de cette espèce, & qu'elle consiste à comparer dans les fonctions qui expriment, l'une les coefficients, l'autre les conditions, les termes où les nombres indéterminés sont à la plus haute puissance.

En effet, leur différence étant de même degré, on peut les supposer assez grands pour que cette différence surpasse une fonction quelconque des degrés inférieurs.

TROISIÈME REMARQUE.

De ce qu'on ne peut parvenir à rendre par cette méthode le nombre des coefficients plus grand que celui des équations, il ne s'ensuit pas que la fonction cherchée soit impossible sous cette forme. On trouvera dans les Mémoires de 1772, un Mémoire qui roulera uniquement sur la manière de distinguer, lorsque cette méthode-ci ne réussit pas, les circonstances où la fonction est possible, & celles où elle est impossible.



M É M O I R E

Sur l'origine & la nature du Basalte à grandes colonnes polygones, déterminées par l'Histoire Naturelle de cette pierre, observée en Auvergne.

Par M. DESMAREST.

P R E M I È R E P A R T I E.

A GRICOLA est le premier qui ait donné la dénomination de Basalte à ces assemblages de pierres noires, en forme de colonnes polygones, qu'il avoit trouvés à Stolpen en Saxe, & dans d'autres provinces d'Allemagne. Les Naturalistes Anglois, qui depuis Agricola ont décrit un des plus beaux monumens de ce genre, connu sous le nom de *Chaussée des Géans*, qu'on voit dans le comté d'Antrim en Irlande, ont aussi adopté cette même dénomination. Ces pierres prismatiques sont de deux sortes, ou d'une seule pièce dans toute leur longueur, ou formées par la réunion de plusieurs articulations qui s'emboîtent les unes dans les autres. Les prismes de Stolpen sont de la première espèce & ceux du comté d'Antrim sont de la seconde: chaque articulation des prismes de cette dernière espèce, a des concavités & des convexités qui s'adaptent très-exactement dans les convexités & dans les concavités des articulations supérieures & inférieures.

Ces colonnes polygones sont placées les unes à côté des autres; dans une situation verticale, & se touchent de telle sorte, que chaque prisme est environné d'autant de prismes qu'il a de côtés. Ces prismes ont depuis trois jusqu'à neuf faces; mais ceux de cinq, de six & de sept faces sont les plus communs, & ceux de trois, de quatre, de huit & de neuf, sont les plus rares: dans un même prisme les côtés sont très-inégaux, mais les côtés contigus de deux prismes sont toujours égaux. Les faces des prismes d'une seule pièce & celles des articulations séparées sont

Mém. 1771.

Y u u u

3 Juillet
1765 & 11
Mai 1771.

fort unies & fort lissés, comme si elles avoient été taillées & polies.

La pierre dont sont composées ces colonnes polygones, est d'un grain ordinairement assez fin, parsemé de quelques points brillans vitreux ; sa couleur est tantôt noirâtre & tantôt d'un gris-cendré ; elle est ordinairement assez dure pour faire feu avec l'acier, & fort souvent elle ne se laisse pas entamer par les outils les mieux trempés ; elle prend un poli dont la beauté dépend de la finesse de son grain & de sa dureté.

Tels sont les principaux caractères du basalte ; telle est la régularité singulière de ses formes, que les Minéralogistes Anglois & Allemands, ont décrites dans le plus grand détail. Ces phénomènes connus, si propres à piquer la curiosité, m'avoient depuis long-temps inspiré le desir de compléter les observations des Naturalistes qui en avoient été témoins, & d'insister particulièrement sur les circonstances capables de décider, s'il étoit possible, l'origine & la nature de cette pierre, sur lesquelles nous n'avions rien de précis. Je jetois de loin les yeux sur la *Chaussée des Géans* ; j'envifageois cette masse comme le monument le plus curieux que nous eussions en ce genre, & comme l'endroit où la Nature avoit marqué plus en grand les traces de ses opérations, & répandu avec plus de profusion, les variétés instructives qui décèlent souvent mieux que la régularité, les agens & les causes.

Je n'espérois pas que le centre de la France, m'offriroit tous ces objets avec les circonstances les plus favorables pour déterminer l'origine & la nature du basalte prismatique. En 1763, je traversai une partie de la province d'Auvergne, où l'on trouve des traces de volcans, & particulièrement depuis Volvic jusqu'aux Monts-Dor. Sur le chemin de Clermont au Puy-de-Dôme, vers le haut de la rampe qui conduit à la plate-forme de Prudelle ; j'aperçus d'abord quelques prismes d'une pierre noire & compacte, semblable à celle qui recouvroit une grande partie de la superficie de la plate-forme. Ces prismes qui se montroient autour des bords escarpés de Prudelle, étoient placés sur un lit de scories & de terres cuites, & enfin sur un massif de granite qui est à découvert dans les sommets inférieurs à la pointe de Prudelle, & à la plate-forme contiguë.

Un peu plus loin, je trouvai d'autres prismes encore plus réguliers, & dont quelques débris servoient à ferrer la grande route. Ils appartenient à cette croûte de pierre noire dont j'ai parlé, laquelle recouvre jusqu'à la *Baraque*, la plaine haute qui conduit au pied du Puy-de-Dôme. Je fis ces deux remarques en allant à cette montagne fameuse : occupé d'une infinité d'objets intéressans, je ne tirai aucune conséquence de cette première apparition des prismes ; leur effet fut seulement de me rendre attentif aux phénomènes semblables qui pourroient se rencontrer dans tout le trajet que j'avois à parcourir.

Mais je restai peu dans le doute à ce sujet. Comme au retour du Puy-de-Dôme, j'avois suivi la croûte pierreuse, dont les prismes faisoient partie, j'y avois reconnu le caractère des laves compactes & à grain ferré. Considérant ensuite le peu d'épaisseur de cette croûte qui étoit établie sur un lit de scories, & qui, prenant son origine au pied des montagnes dont la forme & les matériaux annonçoient des cheminées de volcans, avoit recouvert un massif de granite non altéré par le feu ; elle se présenta tout aussi-tôt à mon esprit, comme le produit d'un courant sorti d'un volcan voisin. J'en déterminai, d'après cette première idée, les limites latérales & les extrémités les plus éloignées : je retrouvai les prismes qui m'offroient dans son épaisseur leurs faces & leurs arêtes & à sa surface me montroient leurs bases, bien distinctes les unes des autres. Je fus très-porté à croire que le basalte prismatique pouvoit appartenir aux productions des volcans, & que cette forme constante & régulière étoit la suite de l'ancien état de fusion où la lave s'étoit trouvée.

Je ne pensai plus qu'à multiplier les observations & je suivis cet objet dans l'intention de constater d'abord les vraies circonstances du phénomène, & ensuite sa conformité avec ce que nous offroit le comté d'Antrim : conformité qui exigeoit encore d'autres points de ressemblance.

Enfin les courses que je fis aux environs de Clermont, me procurèrent une observation correspondante à la première, très-facile à vérifier & en même-temps revêtue de toutes les circonstances les plus décisives. En face des fontaines de Royat, est une

large brèche que le ruisseau de la Font-de-l'arbre, a faite dans un courant échappé du flanc septentrional de la montagne de Gravenoire. Sur les bords de cette coupure, on voit des prismes dont les formes sont assez décidées, & même on distingue dans quelques uns des ébauches d'articulations. Si l'on remonte ensuite des fontaines de Royat, le long des croupes qui conduisent au foyer de Gravenoire, on parvient jusqu'à la bouche de ce volcan, en suivant les courans de laves & les amas de scories qui les accompagnent. Après cet examen on ne doute plus que ces prismes de Royat, qui font partie du courant, ne soient une lave & un produit du volcan de Gravenoire; on se confirme dans ce sentiment, en examinant, dans les environs des prismes, le sol intact sur lequel les matières fondues ont couru & se sont refroidies; enfin en comparant toutes les circonstances de l'observation de Prudelle avec celle de Royat, comme le grain de la pierre, la couleur, les scories & les terres cuites qui lui servent de lit.

Je suis ici les différens progrès de mes observations & de ma découverte qui ne s'établit que par des faits discutés & comparés avec le plus grand soin. La route de Clermont aux Monts-Dor, me présenta des prismes réguliers & toujours à peu-près dans les mêmes circonstances, c'est-à-dire à l'extrémité & sur les bords des courans de matières fondues, dont la direction conduisoit par une rampe plus ou moins rapide, jusqu'au centre des éruptions. Ce fut dans les environs de Saint-Genest, & sur-tout dans l'épaisseur des bords escarpés de la Dordogne, que je reconnus le basalte prismatique en couches plus ou moins épaisses & séparées par des amas de scories, de ponces, de terres cuites & de tripoli; une montagne entière me parut, en allant à la croix du Mont-Dor; composée d'un assemblage de prismes placés à côté les uns des autres: c'est la montagne de Ladrebise. Enfin, les environs de la petite ville de Rochefort, achevèrent de m'offrir à l'extrémité de plusieurs courans, toutes les variétés des formes prismatiques & sur-tout les articulations.

Je ne doutai plus, après ces observations si variées & si multipliées, que les assemblages des colonnes prismatiques d'Auvergne n'appartinissent à la même conformation que ceux du comté

d'Antrim, & que cette forme constante & régulière ne fût produite dans le comté d'Antrim par une cause semblable à celle qui s'annonçoit d'une manière si uniforme en Auvergne. Ce qui acheva de me convaincre de ces vérités, ce furent 1.^o la comparaison de la pierre des prismes d'Auvergne avec celle des prismes de la Chaussée des Géans, dont M. de Montigny, de cette Académie, m'avoit montré un échantillon qui avoit le même grain, la même couleur & la même dureté que le basalte d'Auvergne; 2.^o la vue de la Chaussée des Géans, dans les deux estampes de M. Drury, qui ont pour fond plusieurs croupes de montagnes, dont l'aspect présente un caractère de ressemblance très-sensible avec les vallées des environs du Mont-Dor.

Je tirai de cette conformité reconnue, & des faits qui servoient à l'établir, une conséquence que la force de l'analogie m'autorisoit à tirer: cette conséquence me fit voir, dans la Chaussée des Géans & dans toutes les masses prismatiques qui se montrent sur les bords escarpés de la mer en Irlande, en un mot, dans les sommets tronqués qu'on y aperçoit, l'ouvrage des éruptions d'un ou de plusieurs volcans qui se sont éteints comme ceux d'Auvergne. Bien plus, je me persuadai qu'en général ces assemblages de colonnes polygones étoient une preuve infaillible d'un ancien volcan, pourvu cependant que la pierre qui compose les prismes ait un grain ferré, parsemé de points brillans, & une couleur noire ou grise.

J'avois analysé tous ces faits & achevé la comparaison de deux phénomènes qui portoient l'empreinte du même produit du feu; lorsque je revins passer l'hiver de 1764 à Paris. Je fis part à M. de Balainvilliers, Intendant d'Auvergne, des motifs d'utilité & de curiosité qui pouvoient le déterminer à faire exécuter des opérations géographiques suivies dans cette partie de l'Auvergne, ravagée par les volcans. J'eus la satisfaction de voir qu'il agréoit le plan de travail que je lui proposai.

En conséquence, il fut résolu de lever la Carte de la partie de l'Auvergne, comprise depuis Volvic jusqu'au-delà du Mont-Dor. M. Palumot, Ingénieur-Géographe du Roi, qui a d'ailleurs des connoissances étendues sur la Minéralogie, se chargea de

l'exécution de ce projet. Je lui communiquai le précis de mes observations, & il se livra, dans tout le courant de l'été de 1764, au travail de la Carte, avec beaucoup de zèle & de succès. Les courses que nous avons faites ensemble nous ont mis à portée de revoir les mêmes phénomènes des basaltes prismatiques, dans les mêmes circonstances & avec les variétés les plus instructives. Nous sommes en état d'indiquer un grand nombre d'endroits où l'on trouve des masses de prismes réguliers & irréguliers, dans une situation verticale ou horizontale, ou inclinée à l'horizon, depuis 1 jusqu'à 100 & 150 pieds d'une seule pièce, & depuis 1 pouce jusqu'à 5, 7 & 12 pieds de diamètre; en sorte que nous avons trouvé & indiqué sur la Carte de la partie d'Auvergne qu'on a levée, plus de variétés dans les prismes qu'on n'en a décrit & dessiné dans ceux de la chaussée des Géans ou ailleurs; & ces prismes sont constamment formés d'une pierre qui porte par-tout les marques incontestables d'une production de volcan, & par son grain & par sa position.

C'est pour présenter ce genre de preuves dans tout son jour, que je vais suivre ici, quoique rapidement, les principales masses de basalte prismatique, distribuées dans différens cantons de l'Auvergne; je les partagerai relativement à leur forme & à leur disposition en trois articles différens. Dans le premier, je parlerai des prismes articulés: dans le second, je ferai mention des prismes horizontaux ou inclinés à l'horizon: dans le troisième, j'indiquerai les endroits où se trouvent les prismes d'une seule pièce, verticaux, réguliers & irréguliers (a).

1.^o Les prismes articulés sont les plus rares; nous les avons observés au Puy-de-Crau proche Olby. On trouve sur les croupes de ce Puy, beaucoup d'articulations culbutées, à côté desquelles il subsiste encore quelques rangées de prismes articulés dans une situation verticale. A Rochefort, au pied de la butte du vieux

(a) Je me borne dans ce Mémoire à une indication rapide des masses prismatiques. Je me propose de présenter ces observations avec tous les détails instructifs que j'ai recueillis dans un

ouvrage particulier qui contiendra la description des opérations de la Nature relatives aux volcans, & qui sera accompagné de cartes où tout sera figuré par des caractères distinctifs.

château de cette petite ville (b), on peut en voir de beaux groupes : de même, entre Rochefort & le village de Chez-Dias, on rencontre des articulations déplacées, très-nombreuses, & plusieurs masses de prismes articulés en place. La base du château de Murat-le-Quaire n'est qu'un assemblage de prismes articulés, plus ou moins réguliers, mais dont certaines articulations à peine ébauchées sont très-instructives. Au Puy-de-la-Malroche, situé au Nord-Ouest de Murat-le-Quaire, les articulations sont très-parfaites & se reconnoissent aisément sur le sommet & sur les croupes de cette grande masse, vraiment intéressante. A la Tour-d'Auvergne, le vieux château & le Champ-de-foire sont établis sur des massifs en terrasse, formés par un assemblage immense de prismes articulés (c). Les bords du ruisseau de Burande, depuis le village de Sarsenat jusqu'au moulin, & les environs du Bousquet m'ont présenté des rideaux de prismes articulés, très-beaux & très-réguliers ; à Chastreix, à Chauvet & à Picherande, quelques prismes sont articulés à côté d'autres assemblages de prismes d'une seule pièce. Toute la masse du Puy de Mont-Redon, au Nord-Est de Besse, est composée de prismes articulés, plus ou moins réguliers, & dont quelques masses sont horizontales : la montagne allongée du Treuil ; proche le Puy-de-Canche, en offre, sur sa face méridionale, un rideau dont une grande partie a éprouvé un éboulement considérable. A l'Est de la montagne de Saint-Sandoux & au Crest près de Talande, on voit dessous les ruines de l'ancien château, des prismes articulés ; enfin, tout le sommet de Mont-Redon proche le village de Ponteix & à côté du courant de la Serre, est couvert de quilles prismatiques articulées. J'observerai ici que ces assemblages de prismes appartiennent la plupart à des courans bien visibles & bien suivis ; d'autres qui font partie de masses isolées, peuvent se raccorder très-aisément avec les courans voisins. Tel

(b) On peut voir une articulation de ces prismes dans la cour de M. Boutin, Receveur général, qui a pris un grand intérêt à toutes les opérations que nous avons faites en Auvergne.

(c) On voit plusieurs articulations

de ces prismes au Cabinet du Jardin du Roi, ainsi que de celles de Sarsenat ; & la vue du château de la Tour d'Auvergne, fait partie des planches de l'Encyclopédie sur l'Histoire Naturelle, *Tome VI*.

est le sommet isolé de Mont-Redon proche Ponteix, & celui du Puy de Mont-Redon proche Bessé.

Je puis indiquer plusieurs masses de prismes articulés, qui ne sont pas comprises dans l'étendue de la Carte jointe à ce Mémoire. Le long du canal de l'Allier, au-dessus de Langeac, il y a de beaux assemblages de prismes articulés, à Saint-Arcon & à Chan-teuge; au-dessous de Langeac, sur les bords de la même rivière, une partie du rocher des Blands est articulée, ainsi que plusieurs rideaux de prismes, qu'on voit au village de Chiliac. Proche la petite ville d'Ardres, à l'extrémité d'un courant qui vient de Rantières à Chauffe-bas, on trouve beaucoup de prismes articulés: ces masses sont visiblement les extrémités d'autant de courans établis sur des matières non fondues.

2.^o Les prismes inclinés à l'horizon, ou dont l'axe est assujetti au plan de l'horizon, quoique moins communs que les prismes verticaux, se trouvent en plusieurs endroits de l'Auvergne. Je parlerai ici des masses qui m'ont le plus frappé, & qui sont au nombre de cinq à six. Au fond du cul-de-sac du vallon des bains du Mont-Dor proche la Vacherie de la Cabane, dans un enfoncement appelé *la Cour*, on voit avec étonnement une espèce de mur qui paroît avoir environ quatre cents pieds d'élévation sur cent toises de longueur, & huit à dix toises d'épaisseur. Ce n'est qu'un assemblage de prismes dont les axes traversent l'épaisseur du mur dans une situation parfaitement horizontale. Le pied du mur & son extrémité septentrionale sont couverts de paquets de prismes culbutés en désordre. C'est le produit des éboulemens successifs qu'il éprouve chaque jour. De loin, ce mur offre un aspect assez semblable à celui des chantiers de bois à Paris, excepté cependant que les faces des prismes se touchent bien plus exactement que les quartiers de bois qui sont en piles. Les bases des prismes, dont la réunion forme les deux faces du mur, sont très-unies, & ne présentent que les fentes qui séparent chaque prisme. Il n'y a sur ces bases ni protubérances, ni plans inclinés en biseau, ni d'autres conformations régulières ou irrégulières.

Ce spectacle, vraiment singulier, est encore moins frappant que la face méridionale de la Roche-Sanadoire, placée sur le
chemin

chemin de Rochefort aux Monts-Dor; cette face offre plusieurs enceintes de murs naturels, un peu arrondis, sur lesquels on aperçoit les bases des prismes horizontaux : comme ces enceintes ont été dégradées, on peut suivre sur de larges brèches la longueur des prismes qui se continuent dans toute l'épaisseur des enceintes. L'assemblage de toutes les bases des prismes découpées sur la face de l'enceinte extérieure présente dans cette roche l'aspect de ces anciens murs bâtis par les Romains, dont les revêtissemens sont en pierre d'un appareil uniforme, que Vitruve décrit sous le nom d'*opus reticulatum*. La même roche, dans d'autres parties, est un composé de prismes singulièrement disposés; on en voit plusieurs systèmes qui, après s'être élevés parallèlement & verticalement, se réunissent en une espèce de dôme, ou s'écartent comme les rayons d'un secteur.

La face méridionale du rocher de la Tuilière, opposé à la Roche-Sanadoire, est garnie, comme celle de cette dernière roche, de bases de prismes horizontaux aussi réguliers. Enfin, le rocher de Pereneire, en face de Saint-Sandoux, a la forme d'une boule : on conçoit que les prismes qui la composent doivent avoir toutes sortes de situations, comme peuvent être celles des rayons d'une sphère qui partent d'un centre commun.

A la montagne de Chaffort, proche Saint-Pierre-Collamine, au Puy de Ladrebise, en montant au sommet du Mont-Dor, sur quelques-unes des croupes du Mont-Dor, sur la face de la cascade de Prentegarde, on voit des prismes qui ont des dispositions très-variées. Je dois faire remarquer ici que les masses qui offrent des prismes ainsi distribués, paroissent faire partie de plusieurs courants, & qu'elles appartiennent à plusieurs accès d'écoulemens, quoiqu'elles portent toujours les caractères d'une production du feu.

3.^o Les prismes d'une seule pièce, réguliers ou irréguliers, & assujettis à la situation verticale, sont très-nombreux, & j'en omettrai ici beaucoup; j'en indiquerai les principales masses en partant de Clermont & embrassant dans ma marche une route suivie qui circonscrira les courans des Monts-Dor, à l'extrémité

desquels ces prismes sont placés, comme je l'ai déjà dit ci-devant. Voyez la carte jointe au Mémoire, où cet ensemble est frappant.

On trouve quelques prismes dans le massif du courant de Gravenoire, proche les fontaines de Royat; le long du grand chemin de Clermont à Rochefort, au-dessus de la plate-forme, depuis Prudelle jusqu'à la Barraque; sur le sommet de Mont-Rodeix, en face du pont d'Enval; celle-ci est une masse isolée.

Aux environs d'Olby, sur les deux bords du débouché de l'étang de Fung, à Couhay, à Saint-Pierre-Châtel, à Bonnebaut, on voit plusieurs assemblages de prismes très-réguliers, qui font partie d'un ancien courant interrompu en plusieurs endroits. Tous les environs de Rochefort en offrent des systèmes différens, qui appartiennent visiblement à d'anciens courans; on en trouve dans les coupures du grand chemin, ainsi que le long des bords du ruisseau qui passe à l'Ouest du Château, & assez près des prismes articulés dont j'ai parlé. A Massages, sur le bord de la Sioule, est un massif de gros prismes appuyés sur le granite: c'est sensiblement l'extrémité d'un courant interrompu par le canal de la rivière. Au-dessous, à Rioux, sur le bord de la même rivière, on trouve une belle terrasse toute composée de prismes. Entre ces deux villages, au-delà de la Sioule, il y en a de très-beaux rideaux; ce sont les extrémités de plusieurs courans qui partent des environs du Puy de la Croix-Banfon, & dont les détails ne sont pas figurés dans la Carte.

En suivant le chemin qui conduit de Rochefort aux Monts-Dor, les bords du lac de la Gratade offrent une rangée de quilles prismatiques informes; mais au-delà du village du Crau, sur des hauteurs qui bordent un vallon très-profond, on aperçoit d'un côté la Roche-Sanadoire, & de l'autre le rocher de la Tuilière, composés sur les deux faces de prismes verticaux qui s'élèvent à une hauteur prodigieuse. Ce double spectacle étonne autant par la régularité que par la grandeur des masses. Sur les croupes du cul-de-sac de ce vallon, sur les bords du bassin qui renferme les eaux du lac de Gueric, sur ceux du ruisseau que verse le trop plein de ce lac dans la Dordogne, on en rencontre plusieurs

masses qui sont les extrémités d'autant de courans ; enfin toutes les cascades distribuées le long des ruisseaux qui tombent à Prentegarde, en remontant jusqu'au pied des puys qui dominent cette partie, depuis celui de Fichade, jusqu'au Puy-Barbier, ne sont que des rideaux de prismes plus ou moins réguliers, & les extrémités des produits successifs d'autant d'éruptions de ces volcans.

Les bordures supérieures des deux croupes du vallon des Bains, montrent des rangées de prismes plus ou moins réguliers ; on en voit de fort beaux, sur-tout du côté de Rigoley, haut & bas. Enfin on aperçoit quelques prismes à côté des sources des eaux chaudes & froides aériennes.

Lorsqu'on va au Puy le plus élevé des Monts-Dor, on rencontre Ladrebise, dont la face septentrionale n'est composée que de prismes. Le dôme du Capucin n'est proprement qu'un assemblage de quilles prismatiques peu régulières, de 80 à 100 pieds d'élévation, d'un seul jet, & de 6 à 7 pieds de diamètre. C'est dans ces quilles énormes que les Romains ont pris des tronçons de colonnes pour décorer les bains du Mont-Dor.

En descendant la Dordogne, on voit la tête de Puy-Gros entièrement composée de prismes, & on suit à droite du vallon les extrémités des courans échappés de la Banne Dordenne. On remarque assez constamment dans ce trajet, que lorsque les matières fondues ont été recueillies dans quelque bassin, où elles ont pu se rassembler en certaine quantité, après s'être dégagées des scories qu'elles entraînoient, elles ont formé autant de massifs de basalte prismatique. Tels sont ceux qu'on voit à Pessy, à Murat-le-Quaire, aux Puys de la Mal-Roche & de Muratel, à Pallière & à la Queuille, que je nomme ici entre un très-grand nombre que j'ometts.

En tournant autour des Monts-Dor, qu'on doit considérer comme le centre de plusieurs courans qui se sont répandus vers tous les points de l'horizon, & qui occupent une circonférence de 8 à 9 lieues de diamètre, on trouve à chaque pas les mêmes phénomènes. Tous les courans des environs du village de Liournat, montrent, à leurs extrémités appuyées sur des granites, des rangées

de prismes très-suivies. A côté de la Tour-d'Auvergne, les courans qui passent au Buiffon, à Monteil, à Auliat, à Montbalard, à Vouheix & à Corbet, ne sont que des amas de prismes : le long du ruisseau de Burande, on suit un courant qui a près d'une lieue, dont presque toutes les bordures, ainsi que certaines parties du centre à découvert proche Labro, la Haute Chauderie, le Boufquet, n'offrent que des prismes de la plus grande régularité. Les villages de Chastreix & de Chauvet sont établis sur des plate-formes de prismes ; & dans l'intervalle d'un village à l'autre, on marche sur un pavé naturel, entièrement composé de bases de prismes réguliers, exactement jointes par leurs angles & par leurs faces. *La Masse*, autre plate-forme élevée au-dessus du courant de Chauvet, est bordée par des rangées de prismes qui règnent dans la plus grande partie de son contour, c'est-à-dire, dans une étendue de plus de 2000 toises : on en trouve au Vigier, à Suchères, à l'Espinasse, sur la face méridionale de *la Masse*, & proche les Cabannes-du-Mont à l'origine de ce courant, qui sort du pied de la Cour. Enfin, j'ai trouvé à Picherande & à la butte du château de Ravel, la continuation des mêmes phénomènes, assujettis à l'extrémité d'un autre système de courans.

Aux environs de Bessé, on voit les mêmes prismes de basalte verticaux, tout le long du ruisseau qui va de Bessé à Ourfeyre. Au Puy de Chaffort, en face de Saint-Pierre-Collamine, les croupes escarpées du vallon présentent un des plus étonnans spectacles qu'on puisse voir dans ce genre, tant par la grandeur de la masse que par la variété des situations, dont la plus commune est la verticale. Les environs de Lampras présentent des bordures de prismes correspondantes à celles de Chaffort. A Sauriers, d'un côté, on voit les extrémités de plusieurs courans qui partent des environs de la Chapelle de Brionne, lesquelles présentent de longs rideaux de prismes ; & de l'autre, plusieurs parties du sommet aplati du Crest, qui sont couronnées de semblables prismes.

Si nous suivons maintenant le vallon de Chambon à Champeix, nous trouverons d'abord trois ramifications d'un courant qui se terminent au-dessus du village de Chambon, & qui montrent, dans leur épaisseur, des prismes très-bien formés ;

ensuite de semblables rideaux se remarquent dans le courant de Beaune, sur-tout aux environs du château de Murol. Les croupes du Puy-de-Befolle, du côté de Roche-Romaine, de Jussat, de Saint-Victor; celles du Puy-du-Treuil; le sommet isolé du Puy-d'Éragne; les flancs du courant qui passe à Laval; les Puys de Mazeires, proche le village de Sailhant; ceux qui dominent Sénec-tère; les portions de courans qui aboutissent à Ollois, à Grandeirol, à Sauvagnat, à Chazoux, à Montaigu, présentent à chaque pas des masses de prismes verticaux, plus ou moins réguliers, dont on peut voir l'indication sur la Carte.

Les détails des environs de Champeix sont infiniment précieux, & concourent à l'établissement de la même vérité; en même temps que les hauteurs qui dominent & qui encaissent le vallon, montrent des prismes dans un courant, établi sur des scories, des cailloux roulés & du granite intact; le fond du vallon, le lit du ruisseau au-dessus du village, laisse voir des bûtes de prismes, dans le massif d'un autre courant moderne, qu'on peut suivre depuis son origine, aux environs de Murol, jusqu'à Nechers, où il se termine. C'est encore à Nechers où l'on voit un rideau de prismes verticaux, occupant toute l'épaisseur du même courant, qui est d'environ 20 pieds; ils sont placés sur un lit de scories, & recouverts de semblables matières. Voyez la Carte jointe à ce Mémoire.

Ces phénomènes ne sont pas, à beaucoup près, circonscrits dans l'espace qui renferme la Carte. Pour achever de donner une idée de l'étendue & de la multiplicité de ces formes singulières, je crois devoir indiquer encore ici rapidement les massifs de basalte, dont les prismes sont verticaux, comme je l'ai fait à l'égard des prismes articulés; ils ont été reconnus dans les mêmes courses, & ils appartiennent à la même cause. Voyez la planche d'Issoire, faisant partie de la Carte de France: la plupart des endroits que je vais parcourir s'y trouvent.

L'intervalle entre les Monts - Dor & le Cantal est recouvert par un grand nombre de courans de laves, qui s'étendent sur une largeur de 5 à 6 lieues à l'Est & à l'Ouest; & c'est encore vers les extrémités de ces courans que l'on rencontre aussi fréquemment

qu'autour des Monts - Dor, les prismes verticaux : du côté de l'Ouest, on en voit à Espinhal, à Marfenat, à Saint - Bonnet-la-Rivière, à Apcher proche les Prades : du côté de l'Est, depuis Issoire jusqu'à Lempde, depuis Lempde jusqu'à Blesse & Massiac, les bordures supérieures des croupes des vallons sont couronnées par des prismes qui forment même plusieurs étages ou rangées horizontales, & qui tracent, d'une manière sensible, les limites des matières fondues. Ces couronnemens sont établis ou sur le granite intact ou sur des couches horizontales de matières non altérées par le feu. Les environs d'Ardres & de Rantières présentent à chaque pas les mêmes phénomènes : la forme des courans, leur direction, leur origine ne laissent aucune équivoque sur cette production du feu. Il en est de même le long des bords de la rivière de Sionne, depuis Vèze jusqu'à Auriac ; la tour de Colombine, Escrouzet, Moledes, la Roche-Matonière, Mont-Servet en face de Chabassèyre, offrent des massifs de prismes très-curieux. Si l'on remonte les bords de l'Allagnon, depuis Massiac jusqu'à Murat, on trouve à chaque pas le même spectacle, sur-tout au pont du Vernet & à Murat ; & dans l'intérieur des terres, à Moissac, à Seveyrat & à Merdogne ; mais la plupart des groupes de prismes qu'on voit dans ces trois endroits se lient difficilement avec des courans reconnoissables. Le plateau de Saint-Flour en offre un beau rideau à découvert, vers l'extrémité de la rampe qui conduit à cette ville.

Le canal de l'Allier, au-dessus de Langeac, depuis Chanteuge jusqu'au-delà de l'abbaye des Chazes, est garni, le long de ses bords escarpés, de plusieurs rangées de prismes : c'est sur-tout aux environs de Saint-Arcon & de Chanteuge, où j'ai déjà indiqué des prismes articulés, qu'on en peut voir de verticaux d'une seule pièce, & souvent distribués par rangées horizontales, épaisses de 12 à 15 pieds, & placées les unes sur les autres.

Au-dessous de Langeac, sur le bord de la même rivière, le rocher des Blands, entre Chambon & Peyre, n'est qu'une masse immense de prismes : plus bas encore, le rocher sur lequel est le village de Chilliac, est composé de plusieurs systèmes de prismes, dont la plupart d'une seule pièce ; ils sont appuyés sur des lits de

Fories, de matières spongieuses & sur des amas de cailloux roulés, dont quelques-uns sont des basaltes usés & déposés par l'Allier. La base générale de tous ces dépôts & de tous ces courans est le granite intact : les courans semblent s'être échappés du flanc des puits qui dominent le village & le rocher de Chilliach, & qui ont brûlé : on trouve les mêmes phénomènes en descendant l'Allier, à Brassac, à Saint-Ilpize, &c. Je ne ferai qu'indiquer ici le Puy-d'Usson, les masses des environs de Vic-le-Comte, comme Buron, Couya, Ferragne, les environs du Puy-en-Vélai, le rocher de Lasserroux proche le village de Var, parce que l'état de ces masses, ainsi que leur origine, est plus difficile à décider, en conséquence des changemens survenus dans leur forme primitive : on mettroit très-peu d'analyse dans ses recherches, si l'on se bornoit à ces massifs dont la forme a été altérée par un grand nombre d'événemens : avant de les apporter en preuve, il semble qu'on devroit être en état d'apprécier les effets de ces révolutions.

Tel est l'ensemble des faits sur lesquels je me suis fondé pour conclure que le basalte prismatique étoit une production du feu des volcans. Le concert des circonstances semblables, d'après lesquelles je me suis déterminé, forme un tout de conviction auquel il est difficile de se refuser : ce concert si frappant sur la Carte où les principaux courans sont figurés, l'est bien d'avantage lorsqu'on le contemple dans la Nature. Les indications précédentes suffisent, avec le secours de la Carte jointe à ce Mémoire, pour guider les pas de ceux qui souhaiteront se procurer ce genre d'instruction.

A mesure qu'on parcourt ces cantons, en faisant la recherche & l'énumération des masses prismatiques, qu'on étudie les courans, sur-tout vers leurs extrémités, qu'on suit leur marche depuis le centre des éruptions, leur enchaînement & leur distribution à la superficie des plaines hautes qui séparent les vallons, qu'on détermine leurs limites, qu'on examine les différentes espèces de pierres dont ils sont composés, on reconnoît à chaque pas que ce sont des hors-d'œuvres établis sur le sol naturel. On distingue les produits du feu des substances intactes, & l'on apprécie en même temps les transports immenses des matières fondues, dont les prismes font toujours partie.

La plupart des masses prismatiques que je viens d'indiquer, annoncent clairement par leur situation, leur origine & leur nature de lave compacte. Mais quelques-unes de ces masses, en conséquence des altérations survenues visiblement dans la disposition primitive des courans, soit par les bouleversemens des éruptions postérieures, soit sur-tout par la dégradation des eaux, n'ont plus conservé leur ancienne liaison avec les courans, & pour lors on trouve des prismes sans suite & même guindés sur les sommets de puits isolés, dont la base est une matière qui n'a aucunement souffert du feu. Il est vrai que souvent la correspondance des différentes parties d'un courant est encore assez marquée pour que leur raccordement puisse se faire sans effort; mais d'autres fois il paroît que ces masses prismatiques ne tiennent à rien, & par leur disposition excluent toute correspondance avec des portions de courans interrompus, ou avec des volcans: il est donc nécessaire pour lors de les supposer fondues & refroidies en place; & c'est ce que toutes les circonstances concourent à prouver incontestablement. Ce qui achève de décider entièrement leur état de lave, c'est que le grain & la couleur de la pierre des prismes, dans quelque situation qu'on les trouve, sont les mêmes; que les scories, les matières spongieuses, ou au moins les terres cuites, & les matières noires, friables & pulvérulentes les accompagnent constamment, soit qu'ils fassent partie de courans décidés, ou de masses isolées.

Je vais plus loin; je dis que la forme prismatique n'est pas la seule que prenne le basalte, & la seule qui mérite l'attention des Naturalistes.

Sans parler ici des prismes irréguliers où cette forme n'est presque plus reconnoissable, dans certaines parties de ces mêmes courans, où est le basalte prismatique, on peut suivre des amas de boules accumulés les uns sur les autres, & l'on rencontre cette forme presque aussi fréquemment que la prismatique.

Je pourrais indiquer des amas de boules dans tous les courans; ainsi que dans les massifs isolés; mais je me bornerai ici à parcourir les principaux endroits où l'on peut reconnoître aisément les phénomènes de cette forme. On voit beaucoup de boules sur
le

le sommet du Puy-de-Charade, dans toutes les parties du Puy-de-la-Roudade, entre Ceyrat & Boisseghoux; sur la plate-forme, entre Prudelle & la Baraque; sur Chanturge, sur les côtes de Clermont, & particulièrement le long des croupes qui avoisinent le village de Nohanent; sur la plate-forme du Puy-de-Refolle, entre Gergovia, Jussat & Omme; dessous l'église de S.^t Martin de Tours; au village de Reyviale; entre Rochefort & le village de Chez-Dias; entre Rochefort, Bordas & Buges; à Saint-Pardoux, proche la Tour-d'Auvergne. Tous les environs du Puy-de-Chaffort, la montagne de Tilly, celle de S.^t Sandoux, les courans d'Ollois, de Laval, de Beaune, de Sauvagnat en offrent des suites & des amas qui en occupent la plus grande partie. Voyez la carte jointe à ce Mémoire,

La plupart de ces boules ou ellipsoïdes sont d'une seule masse dure & compacte comme les prismes; mais d'autres fois elles sont composées de couches concentriques assez distinctes les unes des autres.

Le plus souvent, des portions de la matière fondue du basalte qui avoient une tendance à s'arrondir en boules, en ayant rencontré plusieurs autres semblables, il est résulté de leurs divers points d'attouchement, des corps à facettes plus ou moins réguliers: quelquefois les points d'attouchement ont formé des faces planes sur les deux parties des boules en contact; d'autres fois la surface d'une boule a éprouvé une concavité qui admet une convexité de la boule contiguë. J'ai trouvé des boules & des corps à facettes fendus par des plans qui s'étendoient de la superficie au centre, & ces portions séparées par les fentes étoient ou des tronçons pyramidaux ou des trapézoïdes.

Le basalte est aussi dans les courans, en forme de grandes tables accumulées par paquets disposés dans tous les sens. Ces tables se touchent par des surfaces fort unies & fort lisses, comme celles des prismes; elles ont ordinairement 5 à 6 pieds de longueur, sur 2 à 3 de largeur, avec une épaisseur de 4 à 11 pouces. Quand les boules se sont rencontrées dans le voisinage des tables & des prismes, elles ont laissé les impressions de leur convexité en creux, sur les parties qu'elles touchent, si elles n'ont pas été elles-mêmes aplaties par ces corps.

Mém. 1771.

Yyyy

Toutes les variétés des formes que je viens de parcourir, c'est-à-dire, les prismes réguliers & irréguliers, verticaux ou horizontaux, ou inclinés au plan de l'horizon, articulés ou non-articulés, les boules, les corps à facettes, les tronçons pyramidaux, les trapézoïdes, les tables, sont composés d'une pierre qui a le même grain & la même couleur. De-là, il est naturel de conclure que le basalte, comme production du feu, comme lave, a pris, en passant de l'état de fusion à celui de corps solide, toutes sortes de formes, suivant les circonstances qui ont concouru à les modifier; je me propose par la suite de donner à cette considération tout le développement qu'elle peut exiger pour acquérir la certitude dont elle est susceptible, par la réunion des observations qui y sont relatives.

L'examen du basalte me fit aisément saisir les principaux caractères qui pouvoient servir à le distinguer de la pierre de Volvic, la seule substance fondue qu'on risque de confondre avec lui. C'est à Volvic sur-tout que j'ai fait cette comparaison d'une manière très-avantageuse. On voit à Volvic des courans, dont les uns sortis du Puy-de-Nugère, ont formé le massif duquel on tire la pierre de taille qui porte le nom de ce village. Un autre se montre à côté du pied de la montagne de la Bannière: celui-ci suit l'espace d'environ 200 toises, l'extrémité du massif qui a coulé du Puy-de-Nugère; il est composé de quartiers irréguliers de basalte mêlé avec des scories & des matières cuites & fondues, sous une forme pulvérulente: c'est-là qu'on peut faire une comparaison de la pierre de Volvic & du basalte.

La pierre de Volvic se trouve par masses fort épaisses, qui sont coupées dans les carrières par des fentes sensibles, lesquelles sont distribuées sur des intervalles de 15 à 20 pieds: sa couleur est d'un gris-fale qui tire un peu sur le rouge: elle est pleine de trous, & les cloisons qui les séparent ont beaucoup de consistance; en conséquence, elle est assez légère & se taille aisément: on ne pourroit lui donner aucun poli.

Le basalte, au contraire, est d'un grain ferré, quoiqu'il varie pour la finesse; il a le ton de couleur depuis le gris-de-fer jusqu'au

noir le plus foncé; il prend un beau poli; il s'éclate sous le marteau, au lieu de prendre l'appareil.

J'appris, à Volvic même, que cette distinction du basalte & de la pierre de Volvic avoit été aperçue par les habitans de ce Village, qui travaillent aux carrières; ils nomment le basalte, *pierre d'Eragne*, & savent très-bien qu'il ne peut se tailler; aussi n'ont-ils point fait de fouille dans les massifs du courant dont j'ai parlé, & dans deux autres qu'on trouve au-dessus du village de Volvic.

La découverte de la nature du basalte & des agens qui ont contribué à la former, sembleroit incomplète si l'on ne pouvoit pas montrer en même-temps les matériaux que le feu a fondus, pour le produire. J'ai recueilli une suite de granites que je regarde comme ces matériaux: ils ont éprouvé, par le feu, différens degrés d'altérations qui se terminent au basalte: on y voit le spath fusible qui, dans quelques-uns, est grisâtre, & qui dans d'autres forme un fond noir d'un grain ferré; & au milieu de ces échantillons, on démêle aisément le quartz qui reste en cristaux, ou intacts, ou éclatés par lames, ou réduits à une couleur d'un blanc terne, comme les quartz blancs rougis au feu & refroidis subitement. Enfin, j'ai deux morceaux de granite, dont une partie est totalement fondue, pendant que l'autre qui n'est que foiblement altérée, a été réservée pour notre instruction: on y suit des bandes alternatives & distinctes du quartz qui est cuit à blanc, & du spath fusible qui est fondu & noir.

Les échantillons que je présente ici seroient des preuves fortuites qui n'autoriseroient pas la généralisation que je donne aux conséquences que j'en tire, si des observations suivies & répétées ne me mettoient en état d'indiquer dans les Monts-Dor (d)

(d) J'écris Mont-Dor & non pas Mont-d'Or comme plusieurs l'ont écrit. Ils ignoroient sans doute que l'ancien nom latin du Mont-Dor est *Duranus* ou *Duranius*. Dor, d'où vient Dordogne *Doronia*, & ensuite *Dordogna*, est un mot celtique qui signifie eau. M. de Valois, *notice des Gaules*. Je

dois aussi faire remarquer ici qu'on entend communément en Auvergne par les *Monts-Dor*, l'ensemble des principaux puy qui accompagnent le Puy le plus élevé, lequel s'appelle particulièrement le Mont-Dor: il est bon de ne pas confondre ces deux dénominations comme on l'a fait souvent;

des cantons de cinq à six cents toises d'étendue, qui offrent en grand ces nuances si instructives de l'action du feu (e).

L'examen de ces granites fondus à moitié m'a donné lieu de reconnoître que plusieurs espèces de pierres dures, quelques pierres de véroles, certaines ophites, ne sont que des granites dont la base, qui est le spathz fusible, a reçu un degré de fusion assez complet, ce qui en fait le fond, & dont les taches ne sont produites que par les cristaux quartzeux du granite, non altérés (f).

Ceci est une explication simple d'une infinité de variétés qu'un grand nombre de pierres offroient aux Naturalistes, & qui

car ce qui est vrai de l'ensemble des puits ne peut l'être d'une pointe ou cime peu étendue. Cette précision étoit nécessaire pour les détails dans lesquels je suis entré.

(e) J'ai ramassé dans les courans du Vésuve, des granites & autres substances intactes, qui semblent avoir été de même les matériaux primitifs que le feu a fondus. Mais il s'en faut beaucoup que le plus ancien état du Vésuve, soit aussi aisé à reconnoître que dans les Monts-Dor & dans les environs du puy-de-Dôme en Auvergne. J'ai trouvé aussi, soit en Italie, soit en Auvergne, d'autres matières premières que les granites, & même des substances calcaires que le feu paroît avoir altérées, calcinées & même fondues en partie. Ainsi je ne prétends pas qu'il n'entre dans les laves d'autres principes que ceux du granite.

(e) Telle est la pierre appelée par les Italiens *pietra di vermiglione*: la base du granite, c'est-à-dire, le spathz fusible y est fondu d'une couleur de gris-cendré. Outre cela, on y voit des points noirs, qui sont ou le produit de l'altération des laves du *gabbro*, ou le *gabbro* lui-même intact. Le reste est une grande quantité de cristaux quartzeux qui ont résisté au feu. Ils paroîs-

sent dispersés au milieu de ces deux substances, comme ils y étoient au milieu du spathz fusible & du *gabbro* dans le granite intact. Les deux substances fondues ont perdu tout arrangement, & le quartz a conservé sa cristallisation. Cette pierre prend le poli: il y en a de grandes colonnes dans l'église de Saint-Pierre de Rome. J'ai des échantillons de *granites cuits* amassés dans les Monts-Dor, qui, après avoir été polis, font un effet pareil à celui de la *pietra di vermiglione*.

Certaines pierres qu'on tire des bords du lac de Bollene, & dont les Anciens faisoient des meules, sont à peu-près de cette nature. On y démêle les cristaux quartzeux qui sont engagés dans une pâte grise. Quand le fond est un peu noirâtre, & que les points quartzeux sont blancs, elles présentent après leur poli, l'effet d'une ophite; c'est ce qu'a voulu dire Pline, lib. xxxvi, cap. 18. *Sunt & quidam in eo genere molliores, qui & cote lavigantur, ut procul intuentibus ophitæ videri possint*. M. le Duc de la Rochefoucauld a dans sa collection de Danemarck, de semblables ophites, dont le fond est pareil à une lave. M. le Président Ogier en a aussi plusieurs du même pays, qui offrent les mêmes phénomènes.

embarrassoient les Nomenclateurs méthodistes pour les ranger dans un ordre raisonné.

Je remarquerai ici que le quartz, lorsqu'il est pur & vitreux, est de tous les matériaux du granite celui qui résiste le plus au feu des volcans. Je l'ai toujours trouvé intact au milieu des masses de basalte, d'un grain ferré, très-dures & très-noires. Les autres matériaux du granite & le quartz, lorsqu'il n'est pas pur, se ternissent, deviennent friables & disparaissent enfin au milieu d'une fusion parfaite. Les observations que j'ai faites sur de grandes masses m'autorisent à considérer le quartz comme une matière infusible sans mélange. Le foyer des volcans est un laboratoire où nous pouvons suivre, jusqu'à un certain point, les différens degrés de fusibilité des matières premières (g).

J'observerai encore que tout ce qui est vraiment *basalte*, ou, ce qui est la même chose, la lave qui a le grain ferré & une couleur noire plus ou moins foncée, a reçu le contact de la flamme dans la cheminée ou dans le foyer du volcan ; au lieu que les granites que je nomme *cuits*, les tripolis, peut-être les ponces blanches, &c. n'ont été chauffés que par une communication de la chaleur qui a pénétré les masses de proche en proche, sans que la flamme les ait touchés. J'expliquerai quelque jour la cause de cette différence que je ne puis développer actuellement.

SECONDE PARTIE.

JE ne me suis occupé dans la première partie de ce Mémoire, qu'à rechercher, par l'observation, quelle étoit l'origine & la nature du basalte prismatique ; j'ai même adopté la dénomination de *basalte*, qu'a introduit Agricola, d'après une certaine ressemblance qu'il avoit cru entrevoir entre cette pierre & le basalte de Pline. Pour achever de remplir mon plan, je joins ici, aux détails de mes observations, un précis historique de ce que les Natu-

(g) Je disois ceci en Juillet 1765 ; depuis ce temps M. d'Arcet a montré par des expériences intéressantes, que le quartz résiste à l'action d'un feu bien supérieur à celui des volcans.

ralistes nous apprennent du basalte, & j'indique en même temps tous les endroits où on l'a découvert; enfin je termine ce Mémoire par la discussion des opinions que les Nomenclateurs ont eues sur la nature de cette pierre singulière. Je réserve pour un Mémoire particulier, les recherches que j'ai faites sur le basalte des Anciens & sur les différentes espèces de pierres auxquelles on a donné ce nom.

De tous les Naturalistes modernes qui ont parlé du basalte prismatique d'après leurs propres observations, Agricola est celui qui le fait mieux connoître; c'est aussi le premier qui ait annoncé, aux Savans de son temps, celui de Misnie & de quelques autres provinces d'Allemagne, & qui ait tourné leur attention vers cet objet curieux d'Histoire Naturelle, par l'intérêt avec lequel il a su le présenter: aussi depuis lui en a-t-on découvert des masses semblables à celui de Misnie, auquel on les a toujours comparées comme au modèle qu'Agricola sembloit avoir indiqué.

Nous connoissons ce basalte par la description qu'en a faite Agricola, & par une lettre que Kentmann a adressée à Gesner, & que ce dernier nous a conservée. Il résulte de ce que ces deux Observateurs nous en apprennent, que le basalte se trouve à Stolpen en Saxe, à cinq lieues à l'est de Dresde. Le château de Stolpen est placé sur une hauteur isolée de toutes parts, & construit sur un rocher escarpé, qui n'est qu'un assemblage de piliers prismatiques: ils ont communément six ou sept faces, moins fréquemment cinq, & plus rarement encore quatre. Ces faces sont très-unies & très-lisses dans toute leur longueur, de telle sorte qu'elles se touchent très-exactement, & sans qu'aucune matière étrangère ait pu se glisser dans les intervalles d'un prisme à l'autre. Les prismes sont parallèles entr'eux & perpendiculaires à l'horizon; le grain de la pierre dont ils sont composés est très-fin; sa couleur est d'un noir pâle & semblable à celle du fer; sa dureté est telle, qu'elle résiste à la lime qui ne peut mordre dessus: les ouvriers qui travaillent le fer, en prennent des blocs pour leur servir d'enclume*.

* *Agricol. de
natural. fossil.
lib. VII, pag.
310 & 315;
et Gesn. p. 20,
86 & 96.*

Kentmann joint à sa lettre la figure d'un groupe de prismes du basalte de Stolpen, que Boët de Boot a copiée. On voit

dans ce dessin, des prismes de quatre, de cinq, de six & de sept côtés, dont le sommet est coupé par un plan fort uni, & perpendiculaire à leur axe. Cette conformation est parfaitement semblable à celle que l'observation m'a présentée le plus ordinairement; mais j'ai été très-étonné de remarquer dans le même groupe, douze prismes terminés par des pointes pyramidales, du même nombre de côtes que les prismes qui leur servent de bases, à peu-près comme les quilles de cristaux de roche qui sont entières & régulières. Comme ces additions pyramidales sont le fruit de l'imagination d'un Dessinateur qui a mal saisi les formes naturelles, nous opposerons à ce dessin défectueux, les résultats de l'observation.

Quoique communément les courans soient recouverts de scories & de terres cuites, & que les prismes qui en occupent l'intérieur soient comme encaissés sous des croûtes de laves, qui ne permettent pas d'observer leur base dans leur situation primitive, cependant j'ai vu un assez grand nombre de prismes, entièrement dégagés de ces enveloppes, pour pouvoir donner des résultats généraux sur la forme de leurs bases.

Dans les assemblages de prismes d'une seule pièce, dont les colonnes sont verticales, les extrémités supérieures forment un plan parfaitement uni & assez semblable à la surface d'une chambre carrelée. Ces pavés naturels, ces assemblages de bases unies, se voient dans des plaines élevées, de deux à trois cents toises de longueur: je puis en particulier indiquer les environs de Chauvet, de Chastreix, de la Haute-Chauderie & du Bousquet à une lieue de la Tour-d'Auvergne.

Les bases inférieures de ces mêmes prismes, présentent des plans aussi parfaitement unis que les bases supérieures; c'est ce que j'ai remarqué très-fréquemment en considérant des rangées horizontales de prismes verticaux, établis les uns sur les autres, sans aucun intervalle, & sur-tout au Puy-de-Chaffort, à Saint-Arcon, & aux environs de Blesle, de Massiac & d'Ardres. Dans ce cas, la base inférieure des prismes du rang le plus élevé, est un plan uni qui porte sur le sommet des prismes du rang inférieur, & qui le touche dans toute son étendue. Cette disposition a lieu,

soit que les faces des prismes qui occupent les divers lits ou étages étant dans le même plan, forment une seule & même colonne polygone, qui a autant d'assises ou de tronçons prismatiques qu'il y a de lits ou rangées; soit que les faces des prismes ne se raccordant pas d'une rangée à l'autre, les prismes forment autant de colonnes prismatiques distinctes qu'il y a de rangées.

Quand les bases inférieures des prismes portent immédiatement sur les terres cuites ou les scories, étendues par lits assez suivis dessous les courans, ces bases prennent l'impression des inégalités de ce sol. Il en est de même lorsque des croûtes de laves trouées ou compactes informes, recouvrent les prismes à leurs extrémités supérieures, ces sommets participent souvent des irrégularités qui les avoisinent; on trouve malgré cela un assez grand nombre de prismes dont les bases sont coupées net & se séparent sans effort de ces croûtes par un plan fort uni.

Lorsqu'on examine en détail les masses composées de plusieurs systèmes de prismes, on voit dans le passage d'un groupe à l'autre, les sommets coupés en biseau par des plans plus ou moins obliques, suivant la disposition relative des deux groupes contigus; mais ces sommets n'offrent qu'un seul plan, où s'il s'y trouve quelques inégalités, elles sont correspondantes sur les deux bases qui se joignent & elles ne participent d'aucune conformation, dont la régularité paroisse avoir été gênée: d'un autre côté les bases des extrémités opposées à celles qui se touchent, présentent souvent un plan uni & perpendiculaire à l'axe des prismes.

Si nous passons aux prismes horizontaux, nous trouverons leurs bases coupées par un seul plan. C'est ainsi que les deux faces du mur de la Cour, dont j'ai parlé dans la première Partie de ce Mémoire, offrent les bases des prismes dont ce mur semble construit, comme par des pierres d'un appareil régulier. De même, la plus grande partie des enceintes extérieures de la Roche-Sanadoire & du rocher de la Tuilière, présentent la même conformation. Seulement quelques-unes des bases des prismes horizontaux de la Roche-Sanadoire sont recouvertes de lames obliques qui s'étendent dans toute la surface de ces bases, & même d'un prisme à l'autre, comme les tuiles d'un toit. Mais, outre que cette conformation n'est

n'est que locale, il est visible qu'elle est dûe à un certain épanchement de la pâte molle dont ces prismes ont été originairement formés.

Quant à ce qui concerne les prismes articulés, leurs bases m'ont paru avoir des conformations on ne peut pas plus variées. La plupart des grandes masses de prismes articulés, que j'ai observées, parmi lesquelles je puis citer celles du Puy de la Malroche proche Murat-le-Quaire, de la Tour-d'Auvergne, de Saint-Arcon & du Puy de Mont-Redon proche la ville de Bessè, m'ont montré à leur superficie des amas de boules irrégulières, à moitié aplaties, & dont une seule souvent recouroit deux ou trois colonnes polygones; en sorte que les dernières articulations les plus proches de cette surface sembloient avoir été modifiées par ces espèces de boules.

A la Tour-d'Auvergne, le long des faces latérales de la terrasse du Champ-de-soire, ainsi que dans certaines parties de la superficie de cette terrasse, on voit une croûte de matière semblable à celle des prismes, toute composée de boules ou de tronçons prismatiques à moitié ébauchés qui recouvre les prismes réguliers encaissés dans l'intérieur, & même dans le voisinage de cette croûte les formes des articulations sont plus ou moins altérées.

Cette circonstance a lieu souvent, & elle m'a empêché de reconnoître de très-belles masses de prismes, parce que, rebuté par cette irrégularité superficielle, je négligeois de visiter les différentes brèches qui les mettoient à découvert.

Quoiqu'on puisse dire en général que les bases des prismes articulés sont ou concaves ou convexes, sans qu'elles affectent plutôt une de ces formes que l'autre; cependant on trouve assez souvent dans des massifs de prismes articulés leurs sommets supérieurs terminés par des boules assez exactement rondes vers le haut, & qui n'ont guère perdu de leur forme primitive vers le bas: tels sont la plupart des prismes articulés de Murat-le-Quaire, & quelques massifs de prismes aux environs du moulin de Sarsenat, &c. Quelquefois des amas de boules ont visiblement contribué comme des moules aux conformations extérieures des bases des prismes articulés; mais d'autres fois un très-grand nombre

de bafes font concaves vers le haut, fans qu'il paroiffe que le voifinage des boules ait contribué à cette conformation.

Je dois faire remarquer, comme une exception à cette règle; qu'aux environs du Boufquet on peut vifiter des parties de terrasse affez étendues, dont la fuperficie eft toute compofée de bafes de prifmes, qui dans l'intérieur font articulés, & cette fuperficie n'offre ni renflemens, ni concavités, mais un plan auffi uni qu'une glace non polie, & où l'on ne diftingue que les côtés de chaque prifme. En certains endroits, cette fuperficie eft fillonnée par des raies qui font alongées dans le fens du courant, & qui femblent avoir été tracées en creux fur la pâte encore molle, par des matières qui avoient pris une certaine confifftance avant cette pâte.

Il faut obferver ici qu'il y a des fyftèmes de prifmes articulés dont les articulations n'ont prefque point de concavités, ni de convexités, mais fe joignent par des fufaces planes: dans ce cas, les bafes des prifmes compofés de ces tronçons prifmatiques font très-unies; à peine y remarque-t-on le plus foible renflement ou le plus petit enfoncement. Tels font les prifmes du Puy-de-Crau proche Olby, quelques-uns de la butte de Mont-Redon proche Ponteix, ceux de Peyreneire fur la face méridionale, quelques maffes prifmatiques de Chauffe-baffe proche la ville d'Ardres; un fyftème entier à Chiliac fur le bord de l'Allier; ceux dont parle Pococke, & qui fe trouvent dans l'intérieur des terres aux environs de la Chauffée des Géans; ceux que M. le Chevalier d'Arcy a donnés au Cabinet du Roi; ceux des environs de Weilbourg, obfervés par M. Trembley; & ceux trouvés par M. Riiter proche Lauterbach. *Voyez ci-après pages 733 & 734 de ce Mémoire.*

Je ne dois pas omettre ici que quelquefois les colonnes polygones de bafalte ont une forme pyramidale; mais cette forme affecte la totalité de la colonne & n'eft pas bornée au fommét des prifmes, comme dans la figure de Kentmann. J'ai obfervé cette conformation toutes les fois que l'affemblage des prifmes compofe ou une boule, ou une figure approchante. On conçoit que dans ces affemblages une colonne polygone s'aiguife en allant de la circonférence de la boule au centre.

Telles sont les principales observations que j'ai recueillies sur la conformation des bases des prismes. J'ai cru devoir entrer dans ce détail pour donner une idée des variétés qui se rencontrent dans les formes naturelles, & pour prévenir l'idée d'une régularité qu'on supposeroit gratuitement, d'après le dessin de Gesner & de Boët de Boot (g).

Si nous continuons maintenant à parcourir & à indiquer les différens endroits où se trouve le basalte prismatique, nous verrons que Stolpen n'est pas la seule masse qu'on ait observée en Saxe. M. Ritter nous apprend que le château de Koenigstein, situé sur le bord de l'Elbe, à quatre lieues au midi de Stolpen, est aussi établi sur un pareil massif de prismes ^a.

D'un autre côté, M. Helk a découvert cette même pierre en colonnes polygones, avec des boules de semblable matière, sur la montagne de Cottener en face de Gieshubel, village du Cercle de Misnie, dans le voisinage de Koenigstein ^b.

Enfin M. Henckel nous en indique une masse semblable à celle de Stolpen, & qu'il a rencontrée sur une montagne qu'on traverse pour aller à Brandau, entre Saygerhute & Grunenthal, près de Gerckau. Comme cet endroit est à 10 lieues environ

^a Vol. X des
Curieux de la
Nature, page
24.

^b Magasin
de Hambourg,
vol. XII.

(g) Ce détail dans lequel je suis entré pour détruire les conséquences qu'on pourroit tirer de la figure publiée par Gesner, & copiée par Boët de Boot, me paroît propre en même temps à dissiper les doutes que M. de Romé Delisle, dans son savant traité de Cristallographie, a formés sur la vraie configuration de la base des prismes du basalte à grandes colonnes polygones, en conséquence d'une certaine analogie que ce Naturaliste a cru remarquer entre ce basalte & les schorls: il pense que le basalte, malgré la grandeur de ses prismes, doit être terminé comme les schorls & les autres petits cristaux du même genre. C'est pourquoi il ajoute aux caractères de ce basalte, dont il fait la première espèce de ses cristaux basaltiques, d'être

terminé par un sommet trièdre, dont les plans sont le plus souvent rhomboïdes. Les observations dont j'ai présenté ici les résultats, ne me permettent pas d'admettre un caractère aussi remarquable, & que je n'ai rencontré nulle part. D'ailleurs, la nature de ce basalte qui lui donne rang parmi les laves, détruit toute analogie entre cette substance & les schorls, & écarte toute idée de ressemblance entre ses formes & les cristaux des schorls, laquelle seroit fondée uniquement sur cette analogie; que seroit-ce si les cristaux des schorls eux-mêmes, n'étoient pas soumis à une uniformité régulière entre eux, comme je le fais voir dans mon Mémoire sur le basalte des Anciens, & sur les différentes espèces de pierres auxquelles on a donné ce nom!

Z z z z ij

à l'Ouest de Koenigstein, & à 5 lieues au Sud de Freyberg sur les confins de la Saxe & de la Bohème, cette nouvelle masse étend encore les traces des volcans assez loin de Stolpen^a.

^a Henckel
Bythol. p. 66
de la traduction
françoise.

Si l'on rapprochoit de même les différens endroits de la Silésie qui ont offert cette pierre singulière, on verroit qu'elle y occupe un arrondissement aussi considérable qu'en Saxe, & qui se raccorde avec celui de Misnie. On voit des amas de colonnes polygones aux environs de Lauban sur les bords de la Queysse, près du village appelé Bruder-Thorn. Dans le duché de Javer au village de Weisse, le château de Greiffenstein est bâti sur un massif de piliers prismatiques, dont la forme est à la vérité moins régulière que celle des prismes de Stolpen^b.

^b Schwenck.
cataf. foss. Siléf.
pag. 385. &
Volkmann Siléf.
subter. pag. 38.

M. Pott cite, d'après le *Magasin de Hambourg*, un endroit situé dans le voisinage de Lignitz en Silésie, près de Nicolsstadt, au pied de la montagne de Monchsberg, où l'on a trouvé pareillement le basalte en prismes^c.

^c Pott, Litho-
géognosie, II.
Vol. page 220.

Dans l'évêché d'Hildesheim, on voit de la forteresse de Marienbourg, que toute la colline qui lui est opposée est un assemblage de pierres en forme de poutre (*trabes lapideae*). Ces piliers sont fort longs & distribués par masses séparées, dont l'intervalle est rempli d'une substance pulvérulente de couleur noire^d. Cette terre de couleur noire, remarquée par Agricola, de qui nous tenons l'observation précédente, est une circonstance importante qui annonce des terres cuites & des scories décomposées, comme j'en ai trouvé en Auvergne & en Italie, autour des masses de prismes isolées.

^d Agricola,
de Naturâ foss.
lib. VII, page
327.

En 1736, M. Trembley, dans un voyage qu'il fit à Weilbourg, ville du comté de Nassau, eut occasion d'observer à quelque distance de cette ville le basalte prismatique d'une forme très-régulière; les colonnes polygones avoient depuis trois jusqu'à huit côtés, mais le plus grand nombre étoit à six pans; leur diamètre avoit communément neuf pouces; leur longueur lui parut varier depuis deux pieds jusqu'à cinq. Plusieurs de ces prismes étoient placés les uns sur les autres, sans aucune emboîture ou articulation, & les colonnes polygones étoient formées par la seule addition des tronçons prismatiques. Les extrémités supérieures

& inférieures de ces tronçons étoient aussi unies & aussi lisses que leurs faces; ce basalte enfin ressembloit parfaitement, par son grain, sa couleur & sa dureté, à celui de la Chaussée des Géans.

M. Trembley apprit qu'à quelques lieues de Weilbourg, un vieux château étoit entièrement construit de ces prismes, & en allant de Weilbourg à Coblenz il observa dans toutes les villes & dans tous les villages qu'il rencontra sur sa route qu'on avoit fait usage de cette pierre, toute taillée par la Nature, pour paver les rues, & pour construire les maisons. Il fit la même remarque en voyageant de Coblenz à Cologne par Bonn. Aux environs de cette dernière ville, dans le lit même du Rhin, il trouva un rocher qui s'élevoit au-dessus de l'eau de ce fleuve, & qu'il reconnut être un assemblage de prismes. Les murs des parapets construits des deux côtés du grand chemin ne lui offrirent que des tronçons de basalte: il en aperçut aussi beaucoup dans les vieux murs des remparts de Bonn & de Cologne, ainsi que dans les pavés de ces deux villes *.

J'ai vu dans le Cabinet d'Histoire Naturelle de Leyde, plusieurs articulations fort belles de basalte qui avoient été envoyées du comté de Nassau à M. Allaman, célèbre Professeur de Physique en cette Université. Les surfaces convexes qui s'emboîtoient dans les surfaces concaves avoient une saillie considérable. Ces échantillons suffisoient pour en conclure qu'il se trouve aussi dans ce même canton des prismes articulés, quoique M. Trembley n'y ait remarqué que des tronçons prismatiques à bases plates, ajoutés les uns sur les autres.

Ces observations de M. Trembley se réunissent naturellement à celles que M. Ritter a faites dans le pays de Riedesel & dans la Vétéravie, cantons voisins du comté de Nassau, & même le long du Rhin. Les environs de la ville de Lauterbach lui ont offert, au Midi & à l'Occident, des collines d'où l'on tire une grande quantité de prismes de basalte: ils sont employés à la construction des murs de la ville, & à plusieurs usages dans différens Arts. On en rencontre à chaque pas qui sont distribués le long des maisons, & qui servent de bornes, à quoi ils sont

* *Transact.*
Philosophiques,
année 1756,
seconde Partie,
n.º LXXXVII.

très-propres, & par leur forme, & par leur dureté qui fait qu'ils résistent aux efforts des voitures & à l'action du temps. Dans la colline méridionale de Billstein, la forme pentagonale des prismes est plus commune que l'hexagonale; leur diamètre varie depuis 6 jusqu'à 10 pouces, & leur longueur depuis 3 jusqu'à 8 pieds du Rhin. Vers le haut de la colline ils sont distribués par groupes, ou verticaux, ou inclinés à l'horizon sous toutes sortes d'angles; ce qui indique des éboulemens & des déplacements: mais au milieu & au bas de la colline ils sont constamment perpendiculaires à l'horizon, & par rangées horizontales. C'est-là qu'on en voit plusieurs étages établis les uns sur les autres, dont la réunion se fait par des bases unies & plates. On peut juger de cette forme constante des bases par le dessin des prismes qui est joint au Mémoire de M. Ritter. La matière dont ces prismes sont composés est semblable, pour la dureté, le grain, la couleur, à celle des prismes d'Antrim & de Stolpen. Il y en a cependant quelques masses dans les collines de Bliëzenroht au Sud de Lauterbach, qui sont plus tendres & moins noires que les autres. M. Ritter indique d'autres prismes semblables à Budingén, ville du comté d'Isenbourg, à trois lieues Nord-Est d'Hanau, dans une montagne voisine de Linz sur le bord du Rhin où ils sont verticaux, dans les murs de Nauff, & à trois milles de Cologne dans le village de Woman qui fait partie de cet Archevêché.

Une particularité intéressante que je tire d'un catalogue nombreux des productions du pays de Riedesel que M. Ritter a joint à ses observations, sont les poncees, les laves trouées, les scories qui se trouvent en plusieurs endroits de ce Bailliage, & qui annoncent l'action du feu. Il y en a d'assez grandes masses pour qu'on puisse les faire servir à la construction des fours des boulangers*.

* *Ephéméride des Curieux de la Nature*, Vol. X, append. page 25.

J'ajouterai ici une circonstance semblable, qui tend à établir aussi cette correspondance des autres productions des volcans avec les basaltes prismatiques. On tire près d'Andernack des meules de moulin qu'on transporte en Hollande, & qui m'ont paru être taillées dans un massif de laves trouées semblables à celui de

Volvic en Auvergne. Ce massif est voisin des cantons qui offrent des prismes le long du canal du Rhin. Si ce que j'ai prouvé dans la première partie de ce Mémoire rend les observateurs attentifs à toutes les circonstances que j'ai indiquées, je ne doute pas qu'on ne rencontre d'autres productions du feu partout où l'on remarquera des prismes. Je puis déjà citer M. Raspe, Conseiller à Cassel, qui semble avoir décrit dans ces vues, les différentes masses de basalte qu'il a découvertes dans plusieurs endroits de la Hesse. Il a annoncé le résultat de ses observations par un Mémoire inséré dans les *Transactions Philosophiques* *. Il nous apprend qu'à Habichwald, proche Weissenstein, dans les environs de Cassel, le haut de la montagne sur laquelle les fameuses cascades du Landgrave sont bâties, n'est presque composé que d'énormes quartiers de laves & de scories, & qu'un peu plus bas, vers le milieu de la montagne, il a remarqué du basalte dont plusieurs blocs sont en colonnes polygones, mais dont quelques autres plus voisins des laves trouées ne sont que des masses arrondies, sans aucune forme déterminée. M. Raspe se fonde sur le détail de ces observations intéressantes, pour adopter mon sentiment sur la nature & l'origine du basalte, & pour abandonner entièrement l'idée de sa formation, par le moyen d'un dépôt successif fait au milieu de l'eau, idée qu'il avoit hasardée dans son ouvrage sur la formation des nouvelles îles, & que d'autres Naturalistes ont adoptée. M. Raspe a joint à son Mémoire les dessins de deux massifs de basalte prismatique qu'on voit à Felsberg, & proche Gudensberg au Sud de Cassel dans le voisinage de Fritzlar. Les colonnes polygones du château de Felsberg ont pour la plupart 8 à 12 pouces de diamètre, sur des longueurs différentes de 6 à 30 pieds. Leur substance est entièrement semblable à celle des prismes de Weissenstein & de Gudensberg : ceux-ci sont inclinés à l'horizon.

* Vol. LXX,
page 580.

La montagne du château d'Aldenberg à une lieue au Sud de Felsberg, est aussi entièrement composée de prismes, mais plus irréguliers & moins durs que ceux de Felsberg.

M. Raspe auroit pu citer ici les laves, les ponce, les terres noires, les débris de scories & les terres cuites qu'offrent les

environs de ces masses prismatiques; car M. le Duc de la Rochefoucauld, qui a appris à reconnoître les produits du feu par l'étude qu'il en a faite dans les grands laboratoires de la Nature, m'a assuré que dans le trajet de Cassel à Fritzlar, & de Fritzlar à Marpurg jusqu'à Gießen où finissent les montagnes, il avoit observé par-tout les indices les plus marqués des ravages du feu des volcans. On ne voit à chaque pas que montagnes isolées, coniques, tronquées par le haut, couvertes de matières noires & des terres végétales aussi noires & formées par la décomposition des scories, des ponces & des laves trouées.

Il faut cependant avouer qu'il y a des masses prismatiques dans le voisinage desquelles les restes des anciens incendies sont beaucoup moins frappans qu'à Weissenstein; & M. Raspe appuie à cette occasion sur une difficulté que j'ai déjà prévenue dans la première partie de ce Mémoire. Elle consiste en ce que certaines montagnes composées de basalte prismatique, ne lui ont montré, à côté de ces prismes, aucune lave sous la forme de scories, & lui ont paru totalement isolées & sans aucune correspondance avec les autres productions du feu.

Je l'ai dit & je le répète encore, j'ai beaucoup vu de ces masses isolées de basalte, & j'avoue que si j'avois été réduit à ces masses dans mes observations, je n'aurois pu décider que le basalte fût une lave compacte: ce n'est qu'en allant du simple au composé, que je me suis mis en état d'établir cette vérité, & d'en généraliser l'application. Les résultats infiniment variés des opérations du feu, que l'Auvergne renferme, m'ont présenté ici les circonstances les plus favorables, & là les plus grandes altérations de ces circonstances. Je me suis donc attaché d'abord aux courans dont le basalte prismatique occupoit le centre & les bords, & dans lesquels j'ai reconnu une continuité non interrompue, depuis leurs extrémités les plus éloignées, jusqu'à la bouche ouverte d'un volcan; ils m'ont paru accompagnés en même temps de laves trouées, de scories, de ponces, de terres cuites, & placés la plupart sur des bases intactes sur lesquelles les matières fondues ont cheminé. Telles sont les circonstances qui m'ont guidé dans le commencement de mes observations. Une fois éclairé sur l'état primitif des phénomènes, j'ai

j'ai cru que les altérations survenues dans la disposition des masses de basalte en certains cantons, ne pouvoient infirmer ce qui avoit été bien reconnu & bien prouvé dans d'autres.

Ainsi lorsque j'ai trouvé des buttes isolées, composées d'une pierre noire qui avoit le même grain, les mêmes points brillans & vitreux, la même forme prismatique ou arrondie que le basalte, je n'ai pu me persuader que si le premier que j'avois observé dans des courans suivis & reconnoissables étoit une lave, celui-ci ne fût pas aussi une semblable production de feu.

Ce qui acheva de me décider sur cette identité, ce fut l'avantage que l'Auvergne m'offrit de pouvoir suivre, dans le cours de mes observations, les nuances des altérations que les circonstances primitives avoient éprouvées. Ainsi, après avoir rencontré plusieurs fois des prismes dans une situation verticale & placés au haut des collines & au sommet des Puy^s séparés de toutes les masses voisines & semblables; cette disposition singulière, dont je ne saisissois pas la solution avant d'avoir réfléchi à la suite des dégradations que ces collines & ces Puy^s avoient souffertes, me parut rentrer dans l'ordre des phénomènes les plus ordinaires, à mesure que je me suis occupé à recueillir les preuves de ces dégradations.

Sur les faces des coupures qui séparent les collines, j'aperçus d'abord des lits de laves & des rangées horizontales de prismes, qui m'annoncèrent une correspondance très-frappante, par le grain semblable de la pierre, par les mélanges étrangers qu'elle renfermoit, par la forme & le module des prismes; enfin, par le niveau & le nombre des étages ou des rangées horizontales de ces prismes.

Ensuite je retrouvai, au pied de ces collines & de ces puy^s, des amas de terres noires & des débris de prismes si considérables que la plus grande partie des matériaux qui servoient à lier ces collines isolées, sembloient avoir été dispersés à côté des coupures immenses dont ils remplissoient autrefois les vides. J'y trouvai même de ces éboulemens de prismes, dont la disposition par groupes indiquoit visiblement les chutes successives par lesquelles ils

avoient été précipités de très-haut, sans perdre leur assemblage & leur juxtaposition primitive.

De-là je conclus que ces collines & ces montagnes couronnées de prismes, avoient été plus élevées & originairement formées, du moins quant à leur superficie, par un courant de lave continu, & que dans cet état les scories & les terres cuites, non-seulement couvroient la matière des prismes, mais même les accompagnoient sur les côtés & leur avoient servi de matrice lors de leur formation.

Les eaux des pluies ou des neiges fondues me parurent des agens très-propres à opérer une grande partie de ces dégradations; les prismes se détachant aisément les uns des autres, peuvent s'écrouler par l'enlèvement des matières mobiles & légères qui leur servent de base; car les terres cuites, les ponces, les scories, les laves trouées cèdent, avec la plus grande facilité, à l'action du moindre filet d'eau; & ce jeu de l'eau dont j'avois suivi les dernières traces & les vestiges les plus récents, une fois bien connu, m'aidoit à replacer par la pensée, dans leur état primitif, tous les matériaux enlevés, & à rétablir sans effort l'ancienne configuration du terrain, telle qu'elle étoit après les éruptions des volcans.

Ce qui servit sur-tout à me guider dans ce travail, ce furent & l'inspection des grands courans de matières fondues, interrompus vers leurs extrémités par des vallons qui en ont séparé différentes portions, & la vue des torrens qui coulent aux pieds des bords escarpés de ces vallons.

J'y remarquai que l'approfondissement de ces vallons étoit en raison de l'ancienneté de ces courans & de l'abondance des eaux de ces torrens; que les ruisseaux qui séparent les différentes portions des courans anciens avoient achevé de creuser entr'elles des coupures très-profondes, au lieu qu'elles n'étoient qu'ébauchées & parsemées de chutes & de cascades, lorsqu'elles se trouvoient entamées entre les parties des courans plus modernes.

C'est aussi dans ces mêmes circonstances qu'à la place des scories & des laves trouées, je ne trouvois plus, au milieu des masses de prismes isolées, que des matières pulvérulentes, friables, ou des terres cuites; & toutes ces matières me parurent être le

résultat de la destruction des scories & des autres substances volcanisées, dont l'état de fusion imparfaite avoit cédé à l'action réitérée de l'eau & de l'air; car je savois que les parties superficielles des courans du Vésuve se réduisent, après une vingtaine d'années, en une terre noirâtre, semblable à ces débris & propre à la culture.

Enfin, une troisième circonstance primitive a totalement disparu dans ces mêmes cantons; ce sont les bouches des volcans qu'on ne retrouve plus vers l'extrémité supérieure des courans qui en sont sortis; & cette dégradation a lieu toutes les fois que les scories ont été comminées & réduites, pour la plus grande partie, en une substance noire, pulvérulente & terreuse, & que des coupures immenses & profondes séparent les différentes parties des anciens courans.

Mais dès que je retrouvois la bouche d'un volcan, les scories & les laves trouées se montraient sur les revers de la vaste cheminée comme autour des courans, & les ruisseaux qui en séparaient quelques portions sembloient avoir éprouvé, dans leur ancien lit, un dérangement considérable, & luttoient encore contre les obstacles multipliés que les matières fondues opposoient à la liberté de leur cours.

On voit, par ce détail succinct, 1.^o que les mêmes causes ou des causes parallèles ont également altéré, dans le même lieu, les différentes circonstances primitives qui peuvent seules constater aux yeux des Observateurs l'état des courans & des laves; 2.^o que dès qu'une seule de ces circonstances reparoit, les autres viennent à la suite avec une régularité & une exactitude qui dédommagent de leur absence totale, dans les cas où elles ont disparu en même temps; 3.^o enfin, qu'en dernière analyse, lorsque les circonstances primitives manquent, un Observateur instruit par elles, & accoutumé à distinguer le basalte, pourra se borner, pour le reconnoître, à la substance noire & pulvérulente qui l'accompagne toujours & qui lui sert de base, sur-tout s'il réunit à ces circonstances les caractères du grain & de la couleur noire ou grise du basalte, & ceux des différentes formes singulières sous lesquelles il se montre.

Toutes ces vues, tous ces résultats d'observations exigeroient sans doute plus de développement & des applications précises, mais je les réserve pour l'ouvrage que j'ai déjà annoncé : je me contenterai de quelques indications relatives à ces vues dans la description des objets que contient la Carte jointe à ce Mémoire.

Il faut avouer cependant qu'il y a en Auvergne beaucoup de masses fondues & prismatiques, qui paroissent être le produit d'une éruption locale & concentrée sur le sommet d'une montagne très-peu étendue, sans qu'on puisse apercevoir, dans une circonférence de deux ou trois lieues de rayon, aucune portion de courant correspondante, dont ces masses isolées aient pu faire partie. Quelques-unes des masses fondues & isolées que m'objecte M. Raspe, pourroient appartenir à ce genre d'opérations. Mais je suis porté à croire, d'après les observations de M. le Duc de la Rochefoucauld, que les difficultés qui concernent le plus grand nombre de ces masses trouveront leur solution dans les dégradations dont j'ai indiqué ci-dessus les progrès & les causes.

M. Raspe en avouant de bonne foi les difficultés qui l'ont arrêté, prouve par cet aveu, qu'il a su distinguer un fait altéré d'avec un fait simple, & que pour remonter jusqu'aux causes des opérations de la Nature, il sent le prix des circonstances primitives, telles qu'elles se sont offertes à lui sur la montagne de Weissenstein; en cela bien différent de quelques Naturalistes, qui, depuis la première lecture de mon Mémoire, ont parlé du basalte, & en ont cité & décrit sans choix des masses qui n'avoient aucune correspondance suivie avec les autres produits du feu, pour prouver (ce qu'on savoit déjà) que c'étoit une lave : c'est à ceux qui sont en état d'apprécier le mérite d'une marche analytique dans la discussion des faits, à distinguer mon travail, de ces observations vagues, où les objets sont indiqués sans aucune circonstance décisive.

Après avoir fixé les idées sur la manière de reconnoître, malgré les dégradations qui surviennent dans les courans, la vraie origine du *basalte-lave*, (qu'on me passe ce terme) ne perdons pas de vue la suite des endroits où il se trouve. En rapprochant toutes les observations qui précèdent, il paroît qu'il y a deux cantons

principaux en Allemagne, qui ont été anciennement ravagés par le feu; j'en juge du moins par les masses de basalte qui sont distribuées à la superficie de ces deux cantons, & qui tracent, d'une manière très-suivie & très-frappante, la ligne que ces incendies ont parcourue.

Le premier canton commence à la hauteur de Freyberg, dans la partie méridionale de la Saxe, il suit les limites de la Lusace & de la Bohême, & s'étend jusqu'au-delà de Lignitz en Silésie; on voit les premiers vestiges du feu vers Brandau ville située au midi de Freyberg, sur les confins de la Bohême; ils se continuent par Gieshubel, Koenigstein & Stolpen, lieux voisins de Dresde, & de-là se prolongent par le village de Bruder-Thorn, situé aux environs de Lauban sur la Queyße, & par le château de Greyf-fenstein, à quatre lieues au Sud-est de Lauban, sur la même rivière; & enfin ils se terminent proche Nicoltsadt à trois lieues au midi de Lignitz en Silésie: ces traces du feu, si elles sont continues, comme je le soupçonne, occupent une superficie d'environ cinquante lieues de longueur, sur une largeur qui peut être au moins de cinq à six lieues.

Le second canton est bien plus considérable encore, & en liant les observations faites par d'habiles Naturalistes dans différens lieux fort voisins les uns des autres, il paroît certain que les traces des feux souterrains se montrent sans interruption sur la plus grande partie de sa longueur, c'est-à-dire, depuis Cologne jusqu'à Cassel. Elles commencent aux environs de Cologne dans un village éloigné de trois lieues de cette ville, & nommé Wöman, & paroissent aussi à Niedermenick, & dans quelques îles qui sont au milieu du canal du Rhin, entre Coblentz & Cologne; ensuite elles se continuent dans le voisinage de Lintz, de Weilbourg, ville du comté de Nassau, & de Budingen, ville du bailliage d'Isembourg; de-là elles s'étendent entre Gießen & Lauterbach, ville du bailliage de Riedesel, & se prolongent par Marbourg, Amonebourg, & par Aldenberg, Felsberg & Gudenberg, trois châteaux voisins de Fritzlar jusqu'à Cassel où elles sont très-marquées, à Habickwald, & sur-tout à Weissenstein. Au moyen de tous les vestiges du feu qui se trouvent depuis Cassel

jusqu'à Gießen, les volcans de la Hesse se joignent d'un côté avec ceux du Riedesel, & de l'autre, avec ceux du comté de Nassau; & enfin ces derniers, avec ceux du bas Rhin, entre Cologne & Coblentz. En se bornant même à la suite des masses basaltiques que j'ai indiquées ci-devant, & que des observations plus soignées multiplieroient sans doute, il est certain que les produits du feu recouvrent une superficie qui a environ soixante lieues de longueur, sur une largeur de 10 à 15 lieues.

Comme on trouve aussi des basaltes prismatiques à Marienbourg, quelques lieues au-dessus d'Hildesheim sur l'Innerste; s'il n'y a point d'interruption entre ces produits du feu & ceux de Cassel, les vestiges des anciens volcans occuperoient une longueur d'environ quatre-vingts lieues depuis Cologne jusqu'à Marienbourg. Quoi qu'il en soit, ce que nous connoissons certainement suffit pour nous autoriser à penser que les ravages des feux souterrains ont parcouru de très-grands espaces sur différens points du globe; & soit que ces feux aient toujours été concentrés dans des cheminées très-peu étendues, comme ils le sont actuellement, ou qu'ils se soient fait jour par plusieurs cheminées à la fois, leur marche a dû être très-lente, & la fonte des matériaux immenses qui couvrent les superficies incendiées n'a pu se compléter que dans des temps très-reculés & très-antérieurs aux temps historiques. Ce qui nous reste à décrire d'ailleurs ne fera que rendre ces réflexions encore plus frappantes.

Passons maintenant en Irlande, nous y trouverons dans le comté d'Antrim, sur les bords de la mer, le monument le plus célèbre & peut-être le plus curieux que nous ayons dans ce genre; il est connu dans le pays, & je l'ai déjà indiqué plusieurs fois sous le nom de *Chaussée des Géans*. On en voit des descriptions assez détaillées dans les *Transactions Philosophiques*, N.^{os} 199, 212, 234, 241 & 485; mais rien ne donne une idée si grande & si vraie de ce travail admirable de la Nature, que les deux estampes gravées d'après les dessins de M. Drury, qui a pris de cette prétendue chaussée & de ses environs, deux vues très-intéressantes. Les prismes qui composent la Chaussée des Géans, sont très-régulièrement articulés; comme je les ai décrits

au commencement de ce Mémoire, je ne répéterai pas ici ces détails. On peut voir dans l'Histoire des fossiles de M. Mendès d'Acoſta, le réſultat des obſervations qui ont été faites ſur ce baſalte par les Savans de l'Angleterre. Il ſeroit à deſirer que ces obſervateurs euſſent dirigé leurs recherches vers les circonſtances déciſives qui peuvent établir la reſſemblance des phénomènes que préſentent les côtes de l'Irlande avec ceux que j'ai trouvés en Auvergne, & que quelques-uns euſſent écarté toute idée de reſſemblance avec les entroques, les aſtéries, les ſtalactites, les madrépores, d'après laquelle ils ont décrit & jugé ce baſalte.

Au reſte, ce que les meilleurs obſervateurs Anglois ont remarqué, ſe ſimplifie conſidérablement par la connoiſſance de l'origine & de la nature du baſalte. Tout ſe réduit à deux jetées immenſes, qui ſont composées de priſmes articulés, & qui ſ'abaiſſent ſous les eaux de la mer dont le lavage continuel a dégagé ces maſſes curieuſes des matières ſcorifiées & cuites qui les recouvroient; & enfin à des croupes qui offrent des courans de laves & des couronnemens de priſmes, dont les formes ſont plus ou moins décidées. Je vois ces détails dans les eſtampes de M. Drury: je n'ai pu les emprunter des Naturaliſtes Anglois qui ne ſe ſont attachés qu'à décrire les priſmes de la Chauffée des Géans & leurs articulations ſingulières. Ils n'ont donné aucune attention aux circonſtances qui les environnent: telles que ſont les matières qui leur ſervent de baſe, la forme des montagnes au pied deſquelles ces priſmes ſe trouvent, & dont le ſommet eſt un cône tronqué; la nature des blocs de pierre en déſordre qui recouvrent les croupes & le bord de la plage; la diſtribution générale des matières ſcorifiées le long des côtes de la mer. Ces obſervations rapprochées pouvoient ſeules conduire à des réſultats intéreſſans; & ce n'étoit que d'après la diſcuſſion de tous ces objets, qu'on pouvoit parvenir à connoître la vraie origine de ces maſſes curieuſes, ainſi que leur conformité avec celles de priſmes ſemblables, ſi multipliées en Auvergne.

Ce plan de recherches, ſ'il étoit exécuté, ſeroit découvrir toute l'étendue qu'occupent les produits du feu autour de la Chauffée des Géans, ainſi que les différentes variétés des priſmes.

On en a déjà observé plusieurs massifs en quelques endroits situés, soit dans l'intérieur des terres, soit le long des côtes de la mer: on a trouvé, par exemple, des prismes à 14 milles anglois de la Chaussée des Géans & au Sud de Dally-Castle: ce sont des assemblages de colonnes polygones, formées par des articulations qui ne sont pas concaves & convexes comme celles de la Chaussée des Géans, mais qui, semblables à des tronçons prismatiques, s'ajoutent les uns sur les autres dans la longueur des prismes, & se joignent par des surfaces planes ou perpendiculaires ou inclinées à leurs axes.

Quant aux masses prismatiques qui sont distribuées le long des côtes de la mer, on en a remarqué plusieurs: on en voit à Magilligan, dans la péninsule de Donsevery, à Ballintay, à Fairhead, & même jusque dans la baie de Carrikfargus. Tout ce trajet présente une étendue d'environ 20 lieues marines de côtes couvertes probablement de matières fondues, parmi lesquelles se trouvent des basaltes prismatiques. Il y a grande apparence que le fond de la mer, dans le détroit qui sépare les côtes de l'Irlande de celles de l'Écosse, en face de la Chaussée des Géans, est tapissé par une croûte de matières fondues; car plusieurs rescifs que la mer y découvre en basses eaux, sont des assemblages de prismes. On trouve même, sur les côtes d'Écosse opposées, des falaises toutes composées de rideaux de prismes, qui sont des produits du feu correspondans à ceux de l'Irlande. Et en dernier lieu, M. Bancks a observé que la petite île de Stafa, voisine de l'île de Mula, une des îles de l'Ouest, située à 30 lieues au Nord de la Chaussée des Géans n'étoit qu'un massif de prismes qui, dans certaines parties, avoient des courbures très-singulières. Ainsi ce canton incendié, le plus célèbre par ses prismes, sera aussi très-remarquable par son étendue.

Si nous revenons en France, nous y trouverons d'abord, dans les provinces d'Auvergne & de Velay, trois cantons incendiés qui nous ont offert de nombreuses masses de basalte prismatique. Le premier occupe une superficie de 30 lieues de longueur, sur une largeur qui varie depuis 6 jusqu'à 15 lieues; il commence à environ 3 lieues au Nord d'une ligne droite qu'on tireroit de
Riom

Riom à Pontgibaut, & s'étend vers le Sud jusqu'à Saint-Flour d'un côté, & jusqu'à Aurillac de l'autre; il est limité à l'Est par les endroits suivans, Riom, Clermont, le Crest, Talende, Saint-Sandoux, Champeix, Issoire, Saint-Germain-Lambron, la Chapelle-Grenier, Saint-Victor près Massiac; par le canal de la rivière d'Arceuil jusqu'à Vieillepeffe & la Fageole, & de-là il s'étend à Saint-Flour & à Vic-en-Carladais; vers l'Ouest, il se termine à ces différens lieux, Aurillac, Mauriac, Bort, Tauve, Saint-Sauve, la Queuille, la Croix-Banfon, Saint-Pierre-Châtel, Pontgibaut; il nous a présenté plus de deux cents masses de prismes, dont la Carte jointe à ce Mémoire n'indique que les principales.

Le second occupe proprement les environs de Billom & de Vic-le-Comte, & s'étend depuis Clermont jusque vers Sauxillanges, & même, après quelques interruptions, jusqu'à Usson, Saint-Étienne-sur-Usson, & Estel, prieuré de Fontevault; outre les masses de prismes & les amas de boules, que ce canton incendié renferme, il présente encore de nouveaux phénomènes qui ne sont pas de notre objet: ces phénomènes m'ont déterminé à le distinguer du premier: il peut avoir quinze lieues de longueur sur cinq à six de largeur.

Le troisième canton suit le canal de l'Allier; il commence à une lieue au-dessus de Vieille-Brioude, & se continue sur les deux bords de ce canal, par Tapon, Grenier, Saint-Ippize, Blasac, Chiliac, Peyre, Chambon, toutes masses prismatiques, &, après quelques interruptions aux environs de Langeac, par Chanteuge, Saint-Arcon, les Chazes, Monistrol, & jusqu'à Langogne & Pradelles: il s'étend ensuite vers le Puy-en-Velay, & vient rejoindre l'Allier par Polignac, Alègre, Murs, Varennes, Aurouze, Flagheac, Saint-George-Daurat, Saint-Eble, &c. On trouve dans ce canton les plus beaux phénomènes qu'on puisse voir en basaltes prismatiques, & outre que les circonstances primitives y sont le moins altérées, elles s'y présentent avec plus d'avantage dans la plus grande partie de son étendue, & sur-tout le long du canal de l'Allier.

Je regarde comme un quatrième canton incendié ou volcanisé en France, les environs de Pézenas & d'Agde, dans la province

du Languedoc. M. Montet, de l'Académie de Montpellier y a observé des laves, & en particulier le basalte prismatique, aux causses de Bessan & de Saint-Thibery. Comme M. Montet avoit été prévenu, par M. Venel, de ma découverte, il l'a rangé parmi les laves, & a soin de remarquer en même temps « qu'il se trouve dans un lieu où les vestiges d'un volcan éteint, sont on ne peut pas plus reconnoissables * ». » Quoiqu'il eût été à désirer que M. Montet eût décrit plus en détail ce basalte, & eût montré sa liaison avec les vestiges du volcan éteint, &c. comme le fait M. Raspe, pour celui qu'il a trouvé dans la montagne de Weissenstein, l'observation de l'Académicien de Montpellier est une remarque précieuse, qui tend à confirmer la vérité que j'ai prouvée d'ailleurs, dans ce Mémoire (h).

* *Mém. de
de l'Acad. des
Sc. an. 1760.*

Achevons de parcourir les endroits où l'on a trouvé le basalte-lave. En 1766, j'ai vu ce basalte aux environs de Vicenze, dans les États de la République de Venise, & constamment au milieu des autres produits du feu, tels que les scories, les laves trouées, les ponces & les terres cuites : il s'y montre de plus en masses informes, en boules, en corps à facettes comme en Auvergne. Je me contenterai d'indiquer ici rapidement les différens endroits où je l'ai observé : j'ai trouvé quelques prismes à Moncelése, & d'autres masses prismatiques proche les villages de Brendola, de Gambelara & de Terrossa ; mais la vallée de Ronca m'a présenté des rideaux de prismes plus beaux & plus réguliers. On jouit du même spectacle tout le long du vallon de l'Alpon, particulièrement depuis San-Giovanne-Hilarione jusqu'à Monte-Bolca, sur une étendue de trois lieues : les rochers de basalte prismatique se montrent de toutes parts le long des croupes de ces deux vallées profondes, & sont encore engagés en partie

(h) M. Montet n'étoit pas bien instruit lorsqu'il avance que j'ai eu intention d'expliquer dans ce Mémoire la formation des prismes, par l'idée d'une *cristallisation* dans le fluide igné. Il est aisé de voir que je n'y ai pas traité cette question aussi difficile qu'elle est importante. Je me suis contenté

d'établir le fait. J'ai dit un mot de ce que je pensois de la *forme* des prismes, en expliquant deux planches qui se trouvent dans le *Tome VI* de l'Encyclopédie, parmi celles de l'Histoire Naturelle, & qui représentent des masses de basalte.

dans des scories, dans leurs débris & dans des terres cuites qui les recouvroient en entier avant que les eaux eussent dégradé ces terrains mobiles : les mêmes matières servent aussi constamment de lit à ces rochers de prismes. De Moncelèse à Monte-Bolca, il y a environ 20 lieues qui offrent par-tout des vestiges du feu, sur une largeur de six à sept lieues : voilà à peu-près l'étendue que je puis donner à ce canton incendié, d'après des observations sûres ; mais il est très-vraisemblable que les traces du feu ne sont pas bornées à la superficie du terrain que j'ai pu parcourir.

Kircher nous apprend qu'en dirigeant la marche de Bolsène vers Montefalcone, on rencontre sur le bord élevé du lac de Bolsène, à gauche, des rochers entièrement composés de prismes quadrilatères parallépipèdes ^a. Ce fait se trouve appuyé par une observation de D. Breyn, qui a remarqué que près de Bolsène les montagnes, en plusieurs endroits étoient formées de basalte ^b.

^a Kircher, *mund. Subt. lib. VIII. sect. I. cap. 9.*
^b *Transact. Philos. n.º 334, année 1712.*

Depuis la première lecture de ce Mémoire, j'ai vu en 1765, sur les bords du lac de Bolsène, les prismes de basalte dont parle le P. Kircher, ils ont cinq ou six côtés comme ceux d'Auvergne & de Stolpen. Je n'en ai point vu de parallépipèdes, & effectivement ils sont très-rares par-tout ailleurs. Il paroît qu'on ne fait ordinairement attention qu'à la masse décrite par le P. Kircher, parce qu'elle est la plus apparente & la plus voisine de la route ; mais il est aisé de remarquer que tout le bord du lac, qui forme une colline élevée, offre, sur une étendue de plus d'un mille, plusieurs assemblages de prismes à moitié couverts par les scories, les terres cuites, &c. & placés à côté d'autres masses de matières, ou fondues, ou simplement altérées par le feu. Certains assemblages de prismes sont dans une situation horizontale, & ne laissent voir que leurs bases sur les croupes ; d'autres sont verticaux, & paroissent dans toute leur longueur : la forme prismatique de ceux-ci est très-régulière, les faces en sont bien unies & contiguës, les arêtes très-nettes, & les bases plates & dans un seul plan. Enfin la pierre de ces prismes ressemble parfaitement par son grain, par ses points brillans vitreux, par sa couleur, à la pierre des prismes d'Auvergne & du comté d'Antrim.

J'avois été préparé à ces prismes par un groupe de semblables

B b b b b ij

prismes, moins réguliers à la vérité, qu'on voit à côté du village de Radicofani, & au commencement de la rampe par laquelle on monte au vieux Château qui domine ce village. Des laves trouées, des matières noires, pulvérulentes accompagnent ces prismes: on voit plus bas des carrières de meules de moulin qu'on taille dans un massif semblable à celui de Volvic; la pierre est pleine de trous, & se taille aisément: en cela différente du basalte dont on ne tire aucun parti parce qu'il est trop compact, & qu'il tombe en éclats sous le marteau.

Dans certaines coupures qu'on voit le long du chemin de Bolsene à Viterbe, on rencontre aussi des amas de boules d'une lave aussi compacte que la matière des prismes; quelques-unes sont à couches concentriques; celles qui sont totalement isolées ont la forme d'ellipsoïdes; celles qui se touchent sont comme des corps à facettes aplatis dans les points de contact. Des amas semblables reparoissent entre Viterbe & Rome, proche Fregcati, à Capo-di-Bove, au lac de la Colonnella, & ces boules sont toujours ensevelies plus ou moins dans des scories, dans des matières noires, friables & pulvérulentes, dans des terres cuites ou dans des laves trouées. Ces observations se raccordent parfaitement avec celles que j'ai faites en Auvergne. Je n'insisterai pas davantage ici sur ce rapprochement, qu'il me suffit de faire entrevoir pour mon objet actuel.

Jusqu'à présent je n'ai cité que des produits du feu, observés aux environs des volcans éteints; & quoique quelques-uns de ces volcans aient conservé les principaux caractères qui peuvent attester leur ancien état, cependant il semble que ce seroit une nouvelle preuve intéressante & indispensable du fait dont je m'occupe si je pouvois indiquer les basaltes prismatiques parmi les laves du Vésuve, de l'Ethna ou de quelqu'autre volcan actuellement enflammé.

Il est vrai, & il faut l'avouer, que c'eût été un problème; peut-être impossible à résoudre pour les Naturalistes, que d'avoir à rendre raison des différens états où se trouvent les substances pierreuses autour des volcans éteints, s'ils n'eussent pas pu les comparer avec les produits des volcans actuellement enflammés.

De quelle ressource n'auroit-on pas été privé si tous les volcans eussent été éteints à la surface du globe? Combien, en comparaison, nos imitations auroient été foibles, & nos épreuves lentes. On n'a peut-être jamais assez réfléchi à l'avantage infini qu'on a tiré de l'observation d'un volcan en action qui nous fournit le spectacle aussi étonnant qu'instructif des opérations du feu, qui nous offre, après ses accès, les différens degrés de fusion dans les matières épanchées de son foyer & refroidies, & qui nous montre en même-temps la distribution des courans sortis de ses flancs entr'ouverts, la forme des craters & des cheminées, &c.

Mais une fois bien instruits de tous ces détails, ne sommes-nous pas en état de reconnoître par comparaison les laves, & sur-tout les laves compactes. Il n'est donc pas absolument nécessaire que le basalte prismatique se trouve parmi les courans des volcans enflammés, s'il est certain qu'il a le même grain que la lave compacte, & qu'il fait partie des courans avérés tels par la comparaison de leur forme & de leur distribution avec ceux qui sont autour d'une bouche de volcan enflammé. Cependant nous ne sommes pas dépourvus de ce genre de preuves, si quelqu'un le croit indispensable; car on a trouvé le basalte prismatique parmi les laves de l'Ethna, & parmi celles du volcan de l'Isle Bourbon. (i)

M. Houel, Peintre habile, qui a pris de l'Ethna plusieurs aspects très-intéressans, m'a assuré avoir vu sur le bord de la mer à Jacci, à l'extrémité de la base immense de l'Ethna, des masses de laves culbutées, qui sont autant de paquets de pyramides ou de prismes étroitement unies ensemble.

M. Raspe cite une histoire de l'Isle Bourbon, imprimée à Londres en 1762, & dans laquelle il a trouvé une description de quelques montagnes de cette île, qui présentent aux Voyageurs, sur les faces escarpées de leurs croupes, des colonnes de pierres semblables entr'elles & d'une hauteur considérable. M. Raspe met ce phénomène dans la classe des prismes de la Chaussée des Géans *.

* *Specimen
Hystor. Natur.
Globi terraquei*
p. 12.

(i) J'ai vu chez M. Périchon quatre tronçons prismatiques, qu'on lui avoit adressés de l'Inde, où ils sont connus

sous le nom de *pierres d'Ingican*. Ils avoient cinq à six côtés; & la largeur de chaque pan ou côté étoit d'environ

Comme on fait que l'île Bourbon est encore actuellement exposée aux ravages & aux éruptions violentes d'un volcan, j'ai regardé les soupçons de M. Raspe comme très-fondés, & j'ai tâché de me procurer quelques éclaircissements au sujet de ces colonnes, & M. Poivre a bien voulu se charger de me les procurer par le moyen de M. Commerçon. Il résulte des observations de ce Naturaliste, que l'on trouve tant au pied des pitons ou montagnes volcanisées que sur les bords escarpés des ravines & même des falaises qui règnent le long des côtes de la mer, des rangées de colonnes polygones, verticales, très-grosses, qui ont depuis 2 jusqu'à 12 pieds de diamètre, & depuis 20 jusqu'à 100 pieds de hauteur : & ces colonnes polygones sont ensevelies au milieu des scories & des autres produits du feu non équivoques.

Voici donc dix cantons incendiés en Europe, dans lesquels on a trouvé le basalte prismatique : savoir, deux en Allemagne, un dans les îles Britanniques, quatre en France, deux en Italie, sans compter celui des environs du Vésuve, où est au moins le basalte non prismatique ; & enfin, un en Sicile : je crois devoir faire remarquer que ces basaltes n'ont été observés que dans les provinces de l'Europe où il se trouve des Naturalistes instruits. Si toute la surface du Globe est parsemée de ces cantons incendiés, en même raison que cette partie de l'Europe plus connue, quels doivent être les ravages que le feu a faits à cette surface !

J'ose espérer qu'avec les instructions que renferme ce Mémoire, les Naturalistes s'attacheront à la recherche des différentes masses de basalte, soit prismatique, soit simple lave informe & à grain

deux pouces. Toutes les faces des bases & des côtés de ces prismes étoient très-unies comme si on les eût taillées. La substance pierreuse dont ils étoient formés, avoit la plus grande dureté ; des lames qu'on avoit détachées de ces tronçons en les sciant, offroient une certaine transparence & une teinte jaunâtre. J'ai assez peu vu ces pierres pour pouvoir décider si ce sont des produits du feu, qui auroient été portés à un certain degré de vitrifica-

tion. En tout cas, j'ai cru devoir en faire mention ici comme d'un objet d'Histoire Naturelle, qui mérite l'attention des observateurs éclairés qui voyagent dans l'Inde. Ils pourroient en examinant ces pierres dans leur situation naturelle, fixer nos idées sur leur nature & sur leur origine, & nous apprendre si ce sont des cristallisations étrangères aux laves compactes ou aux vitrifications des volcans.

ferré: on a déjà trouvé de cette lave à Ohaïti, dans quelques autres îles de la mer du Sud, & particulièrement dans la nouvelle Zélande. Je regarde ces produits du feu comme inaltérables, & par conséquent comme les seuls indices des volcans que le temps n'a point détruits, comme il produit la comminution des scories & des matières cuites ou à moitié fondues.

Il ne me reste plus qu'à parler des Nomenclateurs qui ont classé le basalte. On trouve, dans ces Auteurs estimables d'ailleurs, une si grande confusion qu'on ne peut en tirer aucune lumière sur sa nature; ceux qui en ont parlé sans prévention, avouent de bonne foi qu'ils ne savent à quelle classe le rapporter, & le rangent parmi les pierres *incerti ordinis*. M. Wallerius ne paroît pas même l'avoir connu. Ainsi j'entre dans cette discussion plutôt pour combattre des opinions hasardées que pour recueillir des connoissances sûres & des faits précis.

Le savant Traducteur de la Minéralogie de M. Wallerius a cru que la roche de corne (*espèce 143, variété 2*) envoyée à M. de Jussieu, par l'Auteur, sous le nom de *Corneus fissilis durior*, étoit une lave compacte; mais une suite de pierres de corne qui faisoit partie d'une collection célèbre, m'a convaincu que ces pierres étoient des espèces de schistes micacés, la plupart assez tendres, & faisant à peine feu au briquet. Il est vrai que la variété 2 que j'ai vue entre les mains de M. de Jussieu, est fort dure, & même susceptible de prendre le poli; mais on y démêle, ainsi que dans les autres, une infinité de petites lames micacées, distribuées par feuillets assez distincts; & c'est ce que M. Wallerius a indiqué par le mot *fissilis*: le fond de cette pierre est une pâte noire, matte, sans aucun grain; quelques échantillons avoient aussi la forme de trapézoïdes, qui est un caractère du schiste. La lave compacte, au contraire, a un grain uniforme, au milieu duquel on découvre quelques points brillans, vitreux, qui diffèrent entièrement des lames micacées ternes de la pierre de corne; ainsi l'examen seul des échantillons de la lave & de la pierre de corne, suffit pour détruire toute idée de ressemblance entre elles.

Mais d'ailleurs, M. Wallerius, dans sa réponse à M. de Jussieu, *page 257*, en parlant de la situation naturelle de cette pierre,

qui se trouve par filons perpendiculaires dans les mines, détruit encore toute ressemblance avec la lave compacte qui occupe au contraire le centre & les bords des courans, comme je l'ai montré dans la première partie de ce Mémoire.

Depuis que j'ai écrit ceci (k), mes présomptions se sont encore confirmées en examinant, avec M.^{rs} Rouelle & d'Arcet, une suite de pierres de corne, envoyées & étiquetées par M. Wallerius : nous y avons reconnu dans les variétés de l'espèce 143, les mêmes caractères que j'ai indiqués ci-dessus, & une parfaite ressemblance avec des schistes micacés des Pyrénées ; quelques espèces étoient si tendres, qu'elles s'égrainoient même sous les doigts ; enfin, la publication de la nouvelle édition de la Minéralogie de M. Wallerius nous remet sous les yeux les mêmes caractères de la pierre de corne ; elle y est placée entre les basaltes & les mica, & indiquée comme un composé de petites lames micacées, qui dominent plus ou moins au milieu d'une pâte noire qui n'a pas de grain. Voyez le genre 26 des pierres de cornes, dans la nouvelle Minéralogie. D'après ces caractères si différens de la pierre de corne & de nos basaltes ou laves compactes, que M. Wallerius auroit dû comparer depuis la traduction de sa première Minéralogie, il semble qu'il auroit pu se convaincre par lui-même que l'idée de la ressemblance de ces deux substances pierreuses avoit été hasardée sans aucune preuve, & qu'il falloit l'abandonner ; mais il a suivi un système totalement opposé : je citerai ici un passage de sa nouvelle Minéralogie, où il développe son sentiment à ce sujet.

« La pierre de corne se trouve, dit-il, aussi fréquemment
 „ dans nos mines & dans nos montagnes, ainsi que dans les mines
 „ & montagnes de Hongrie, qu'elle est rare dans d'autres contrées...
 „ c'est cette rareté qui fait qu'elle y a été, on ne peut pas moins
 „ connue. L'illustre Auteur de la traduction Française de ma
 „ Minéralogie, soutient que *cette pierre est parfaitement semblable*
 „ *à la lave* ; ce que répète M. Bomare, d'après lui ; cependant je
 „ suis porté à croire que *la lave ne peut jamais se trouver sans*

(k) Ceci est ajouté à ce Mémoire lu en 1765 & 1771.

mélange de matières hétérogènes, & qu'au surplus, ou elle est totalement vitrifiée, ou elle conserve toujours des marques de sa fusion, « en laissant apercevoir dans son grain des parties vitrifiées ou scorifiées. » Ce seroit une méprise que de ranger parmi les laves des pierres « qui, dans leur état primitif & naturel, auroient été lancées hors « de la bouche d'un volcan, par la violence de ses éruptions. C'est « en conséquence de ces principes que je crois devoir mettre en « doute si l'on peut classer parmi les laves tout ce que l'on a donné « pour lave. On regarde communément, en Italie & à Naples, « les pierres appelées *Tiburtine* ou *Peperine*, avec lesquelles on a « construit plusieurs édifices & pavé les grandes routes, comme un « produit du feu : mais un habile Minéralogiste m'a assuré qu'elles « n'étoient point laves, mais pierres de corne ou roches, dont le fond « est couleur de gris-de-fer, parsemé de points quartzeux & basal- « tiques : qu'elles n'avoient aucune apparence de vitrification ou de « mélange d'autres substances hétérogènes ; & qu'elles se trouvoient « par couches suivies dans les montagnes voisines de Naples, & « sur-tout dans le *Tarona* (*Somma*), qui forme une ceinture autour « du Vésuve. Cette opinion paroît confirmée par la description que « M. d'Arcet, dans son Mémoire sur l'action d'un feu égal, page 72, « donne de ces pierres qu'on trouve en Auvergne, province de « France, & qu'on regarde comme une production du feu des « volcans, quoiqu'elles n'en soient point. Si ces prétentions sont « fondées ; si d'ailleurs la grande ressemblance qu'on a cru trouver « entre les pierres de corne & les laves est vraie, n'est-il pas évident « que tous ceux qui donnent pour produit des volcans, ces pierres, « se sont trompés ! Je prie les Minéralogistes étrangers de résoudre « mes doutes à ce sujet, & d'être convaincus que la pierre de corne « de Suède n'a jamais éprouvé de fusion, & qu'on ne peut la « considérer comme une lave (page 356). »

Voici à peu-près à quoi se réduit le raisonnement que fait M. Wallerius. On a décidé en France que la pierre de corne de Suède étoit parfaitement semblable à la lave : or cette pierre de corne n'est pas certainement un produit du feu : donc, ce que l'on regarde en Italie & en France comme une lave, pourroit bien n'en être pas une.

J'avoue que quelques Naturalistes trompés par les premières apparences, ont annoncé une certaine ressemblance entre la pierre de corne de Suède & la lave; mais ces Savans, d'après un seul échantillon, qui servoit de point de comparaison, ont plutôt indiqué des soupçons que prononcé une décision qui pût appuyer le raisonnement que fait M. Wallerius.

Le Naturaliste Suédois adopte cette ressemblance de la pierre de corne & des laves, après avoir avancé que nous ne connoissions, on ne peut pas moins, la pierre de corne. Cependant pour décider l'identité de deux substances pierreuses, c'est un préalable nécessaire de les connoître également, & d'avoir été à portée de discuter leurs caractères de ressemblance, soit en les observant dans leur gissement naturel, soit en examinant une suite d'échantillons bien choisis.

M. Wallerius fait que ce préalable n'a pas, à beaucoup près, précédé la décision sur laquelle il se fonde pour jeter des doutes sur nos laves, & pour taxer de méprise les Naturalistes François qui ont étudié cette partie intéressante de la Minéralogie.

N'est-il pas peu conséquent d'ailleurs d'adopter une décision donnée par des Naturalistes qui, si l'opinion de M. Wallerius étoit fondée, auroient méconnu la lave ou n'auroient su que déterminer son identité avec la pierre de corne qui n'est pas une lave? Qu'auroit dit M. Wallerius, si ces Naturalistes François, après la réponse qu'il fit à M. de Jussieu, & dans laquelle il annonçoit que la pierre de corne ne pouvoit être un produit du feu, lui eussent opposé ce raisonnement si semblable au sien? Ce que nous apellons *lave* ressemble parfaitement à la pierre de corne, dont vous nous avez envoyé des échantillons; or, nous sommes certains que ces pierres sont des produits du feu; donc la pierre de corne de Suède est un produit du feu, quoique vous en disiez. Ce raisonnement eût été aussi bien fondé que celui que nous discutons; mais cette manière de raisonner n'eût rien appris de décisif sur la nature de ces deux substances pierreuses.

Dans le temps que M. le Baron d'Holbach traduisoit la Minéralogie de M. Wallerius, on ne connoissoit guère ni les laves ni les pierres de corne; mais le goût de curiosité & d'instruction

qu'ont inspiré à la Nation cet Ouvrage & tant d'autres que nous devons au même Savant, a fait naître les plus grandes recherches sur toutes les parties de la Minéralogie. On a tâché de se procurer les échantillons des différentes substances que les Minéralogistes étrangers ont décrites; on les a comparées avec celles que l'on avoit découvertes en France; on les a soumises aux épreuves des agens chimiques, & par des examens bien réfléchis, on est parvenu à placer beaucoup d'individus dans les classes qui leur conviennent.

M. Wallerius auroit pu soupçonner que nous avions fait tous ces progrès, & qu'en particulier l'étude des laves d'Auvergne, dont il semble vouloir infirmer les résultats, nous avoit assez éclairés sur leurs véritables caractères, pour qu'elles ne fussent plus confondues avec la pierre de corne, qu'il savoit de son côté n'être pas un produit de volcan. Ne pouvoit-il pas présumer que nous avions senti de quelle importance il étoit de bien distinguer la lave de la pierre de corne, puisqu'il est instruit de la place distinguée que la lave nous avoit paru occuper parmi les pièces justificatives de l'histoire des révolutions du Globe?

En conséquence, je lui proposerai le seul parti qui peut se concilier avec toutes ces observations, & que j'avois déjà adopté dans ce Mémoire, avant que d'avoir consulté la nouvelle Minéralogie. Comme M. Wallerius a été à portée d'observer les pierres de corne de Suède, nous nous en rapporterons à ce qu'il nous en apprend dans sa nouvelle Minéralogie, où il les distingue de nos laves, en les caractérisant beaucoup mieux que dans l'ancienne: sur-tout, ces détails se trouvant confirmés par l'examen des suites de ces pierres envoyées de Suède: mais il s'en rapportera de même à nous sur la nature des pierres que nous regardons comme des laves, parce que nous avons été à portée de les étudier, & de les observer avec soin. Il résultera de ce plan de conciliation une connoissance exacte des deux substances, & une classification dans deux genres séparés.

M. Wallerius ne s'est pas borné à admettre la ressemblance, ou l'identité des pierres de corne de Suède, & des laves compactes de l'Italie & de l'Auvergne, il a porté ses vues plus loin;

il a tâché de répandre la plus grande incertitude sur l'origine & la nature de ces dernières substances, & il emploie deux sortes de moyens; 1.^o il cite le témoignage de M. d'Arcet, contre les laves d'Auvergne, & celui d'un Minéralogiste inconnu contre celles d'Italie: 2.^o il nous objecte le grain uniforme & compacte de nos laves, & prétend qu'elles devoient porter des marques de leur fusion, *en montrant dans leur grain des parties vitrifiées ou scorifiées, ou d'autres matières hétérogènes.*

On me permettra de discuter ici ces moyens; cela me fournira une occasion de développer, encore davantage que je ne l'ai fait, les circonstances qui décident leur état de lave; j'entrerais, d'ailleurs, dans les vues de M. Wallerius, qui desirer que ses doutes soient éclaircis par les Minéralogistes qui les ont fait naître.

Plus j'examine les descriptions que M. d'Arcet a faites des divers échantillons du basalte d'Auvergne que je lui ai remis, & moins j'y trouve de ces expressions qui aient pu autoriser M. Wallerius à penser que ce savant Médecin doutoit de leur origine: qu'il relise la *page 72* du premier Mémoire qu'il cite; & même la suite de ce Mémoire, il verra que M. d'Arcet regarde ces pierres comme des produits du feu, & que ses raisonnemens partent de cette supposition.

Le Minéralogiste, sur le témoignage duquel M. Wallerius se fonde pour nier l'existence des laves d'Italie, & qui a transformé toutes ces laves en pierre de corne, semblable à celle de Suède ne paroît pas avoir examiné avec une certaine méthode les différentes espèces de pierres qui passent pour des productions du feu. Comment auroit-il confondu les pierres Tiburtine & Peperine ensemble, & celle-ci avec la pierre dont on se sert pour paver les villes & les grandes routes? Le Tiburtin est une pierre calcaire, formée par le dépôt des eaux soufrées de Tivoli. C'est le *travertin*. Vitruve, *lib. II, cap. VII*; & Pallade, *lib. I, cap. X*; caractérisent fort bien le Tiburtin comme pierre calcaire, & nous y renvoyons M. Wallerius pour rectifier ses idées à ce sujet. Si M. Wallerius, ou son Minéralogiste, ont entendu par Tiburtin, le *silix Tiburtinus Imperati*, ils ont eu tort de comparer cette pierre

à la pierre de corne de Suède ; car la description d'*Imperati* nous fait assez connoître que c'est une pierre composée à peu-près comme le Peperino ; excepté que le *silex Tiburtinus* a plus de points blancs semblables à l'agate. La même description nous prouve que l'enveloppe de ces points blancs, ou la base qui les renferme, est une matière spongieuse de la nature des scories ou des ponces, & n'a pas un tissu aussi uniforme & aussi serré que les pierres de corne de Suède. D'un autre côté le Peperino, de même que le *silex Tiburtinus Imperati*, est une pierre composée, qui a pour base une terre cuite, laquelle enveloppe des matériaux altérés ou non altérés par le feu ; cette pâte cuite, d'un gris blanchâtre ou rougeâtre, est plus ou moins friable : on y trouve mêlées en différente proportion des matières scorifiées & fondues, quelques lames de verre, de mica, de gabbro ou schorl, des morceaux de pierres calcaires, des quartz, &c. Cette pâte cuite est toujours susceptible de prendre l'appareil ; aussi entre-t-elle dans la plupart des édifices de Rome & de Naples. Vitruve parle du Peperino sous le nom de *molles Albanae* *, & il a raison de dire qu'elles fusent à l'air, & qu'elles sont tendres & friables sous les doigts : *fiantur & dissolvuntur*.

* *Lib. II, cap. VII.*

On ne connoît le Peperino à Naples que sous le nom de *tufi* ; cette pierre n'y est employée qu'à la construction des bâtimens. Ainsi, c'est contre toute évidence que M. Wallerius confond ces espèces de pierres avec celles qui sont employées à paver les chemins : celles-ci ont le grain très-serré & très-dur ; leur couleur est noire, ou d'un gris-foncé ; elles se trouvent quelquefois sans mélange d'aucune matière hétérogène ; mais d'autres fois, malgré leur compacité, elles renferment des points de quartz, ou d'agate, ou de gabbro, &c. Ce sont probablement ces dernières espèces que le Minéralogiste de M. Wallerius a prises pour du Tiburtin ou du Peperin ; & sous ces dénominations, qui ne leur conviennent point, pour des pierres de corne.

On voit, par ce détail, que M. Wallerius a méconnu les caractères & les usages de la plupart des pierres qu'il nomme, & dans lesquelles il place sans hésiter la substance de la pierre de corne de Suède. Avec des idées aussi confuses du caractère de

ces pierres, il n'est pas étonnant qu'il ait nié l'existence des laves compactes & des autres produits du feu; qu'il ait fait paver les chemins d'Italie avec le Tiburtin ou le Peperin, &c. C'est cependant d'après des idées aussi vagues de chaque individu, qu'il a distribué toutes ces pierres dans les différentes classes de sa nombreuse nomenclature.

Pour fixer les idées des Naturalistes sur les produits du feu, il seroit nécessaire de les ranger dans un ordre qui indiquât les nuances de l'action du feu, depuis les matières premières, faiblement altérées, jusqu'aux laves les plus compactes. Pour exécuter ce travail, il ne faudroit pas se borner à un examen superficiel des échantillons; mais il seroit indispensable de se livrer à une étude suivie des opérations des volcans; étude qui embrasseroit les grandes masses fondues, & leur distribution générale autour de leurs bouches. C'est-là que l'on peut distinguer ce qui est intact, d'avec ce qui a été altéré; ce qui est à moitié fondu, d'avec ce qui l'a été complètement; ce qui renferme différens mélanges, d'avec ce qui est une masse homogène: enfin, c'est-là que l'on parcourt les produits du feu, depuis le granite cuit, jusqu'au basalte le plus compacte.

Je me propose de faire part à l'Académie de cette nomenclature raisonnée; mais je dois me borner ici à ce qui concerne les laves d'un grain ferré, qui font le principal objet de la discussion où je me suis engagé. D'après des observations suivies, je suis très-éloigné de penser, comme M. Wallerius, « que toute lave » ne peut jamais se trouver sans mélange de matières hétérogènes, » & qu'elle doit laisser apercevoir dans son grain des parties vitrifiées ou scorifiées ». Outre M. Wallerius, quelques autres Naturalistes ont refusé d'admettre les laves compactes & à grain ferré, parce qu'ils ont regardé les trous & les soufflures comme un de leurs caractères les plus essentiels. Ils y veulent aussi des *points noirs*, & quelques *paillettes vitrifiées*. Ils n'ont compté, parmi les résultats de la fonte des volcans, qui sont si variés, que les scories pleines de soufflures plus ou moins marquées, & les vitrifications. Le basalte ou la lave compacte leur ont échappé. D'après cette idée incomplète de la forme qu'ont prise les laves, ils n'ont pu

reconnoître ces immenses produits du feu qui couvrent la surface de la terre dans certaines contrées très-étendues que j'ai indiquées ci-devant.

Voici quelle a été ma marche dans la détermination de ce point important de l'Histoire Naturelle des volcans. J'ai vu des volcans enflammés & des volcans éteints; j'ai examiné les différentes sortes de matières qu'ils ont lancées au-dehors par leurs bouches, & je les ai distinguées aisément de celles qui se sont échappées par leurs flancs entr'ouverts, & qui ont formé des courans, dont la distribution autour de ces bouches, est un hors-d'œuvre bien apparent, établi même assez souvent sur un sol qui a conservé son état naturel & primitif intact. J'ai remarqué parmi les premières sortes de matières, des pierres non altérées par le feu, d'autres à demi-fondues; mais sur-tout beaucoup de scories. Dans les courans, j'ai reconnu la lave, enveloppée ou accompagnée de scories, de terres cuites, de ponces, &c. Et suivant les différentes places qu'elle occupoit dans ces courans, son grain m'a paru ou ferré & plein, ou spongieux & rempli de soufflures. La partie supérieure est assez constamment composée de masses spongieuses qui ont pris les formes les plus bizarres. C'est une sorte d'écume qui semble avoir furnagé, comme plus légère, & recouvert les parties denses inférieures qui formoient le corps du courant. Outre cette croûte isolée, on peut encore observer des nuances de densité dans les différentes parties du massif intérieur. On y trouve des trous, des soufflures, des mélanges de scories dans les parties voisines de la surface supérieure: le milieu est beaucoup plus ferré, quoiqu'un peu spongieux; mais la base, ou la partie inférieure présente par-tout un grain uniforme & compacte comme le basalte.

Tel est l'arrangement des matières qui composent les courans du Vésuve, comme ceux des volcans d'Auvergne. On sait que c'est dans les parties moyennes que les Romains tailloient leurs meules de moulins. Les trous dont les laves de cette partie sont parsemées présentent des cloisons qui, par leurs pointes, sont très-propres à moudre les grains. C'est dans les parties inférieures de ces courans qu'on tiroit, & qu'on tire encore les laves qui

servent à paver les routes & les villes de Naples & de Rome. En comparant les pierres de la base des courans du Vésuve avec celles de *Capo di Bove*, & des autres carrières des environs de Rome, où l'on taille les pavés, on voit que ce sont des pierres parfaitement semblables, d'un grain plein & ferré, parsemé de points luisans, vitreux, blancs, noirs, verdâtres, selon les différens centres d'où les laves sont sorties; fort souvent elles n'ont aucun mélange; un lit de scories ou de pozzolane paroît par-tout leur servir de base.

En Auvergne, j'ai trouvé de même dans les courans, des massifs avec toutes les nuances de densité dont j'ai parlé, & les laves compactes, où les basaltes prismatiques en occupoient les parties inférieures.

Si le Minéralogiste de M. Wallerius eût suivi avec attention, aux environs de Rome & de Naples, les phénomènes que je viens d'indiquer, il auroit vu dans le même massif du même courant des pierres avec des mélanges de scories, caractère qu'exige M. Wallerius, pour pouvoir les ranger parmi les laves, & d'autres pierres compactes, sans soufflures, & sans aucun mélange de vitrification ou de matières hétérogènes; c'est-à-dire les pierres qu'il veut confondre avec les roches de corne.

Ce que j'ai dit jusqu'à présent des courans n'a guère lieu que dans ceux qui sont de nouvelle date, ou dans les parties qui sont très-peu éloignées du centre des éruptions: car dans les courans où les matières fondues ont pu, par la longueur de leur marche, s'épurer & se débarrasser des scories, les laves forment des massifs homogènes & d'une densité égale, sur une épaisseur de 80 à 100 pieds, sans aucun mélange de scories ou de vitrifications. Le peu de scories qui subsistent encore, & les terres cuites, occupent les vides qui sont entre ces massifs, ou sont dessous par lits suivis & continus.

Outre la longueur du transport des matières fondues, on peut croire que le laps de temps aura contribué aussi à les dégager des scories; car, comme je l'ai déjà remarqué ci-devant, les mélanges de terres cuites & de laves mal fondues, ne résistent pas long-temps à la décomposition, & se réduisent assez promptement
sous

sous une forme terreuse, pulvérulente. Ainsi, ces écumes qui recouvrent encore les courans modernes ont été comminuées à l'air, autour des plus anciens courans, & ont mis à découvert leurs noyaux solides & compacts.

C'est vers l'origine de ces anciens courans qu'on rencontre souvent la lave & le basalte prismatique, au milieu desquels on voit des mélanges de points quartzeux, de points noirs de schorl ou gabbro (basalte de Wallerius) ou d'autres substances en différentes proportions. J'ai déjà fait remarquer, dans la première partie de ce Mémoire, que les matières intactes ou peu altérées par le feu, qui se trouvent dans les laves compactes, sont les parties des matériaux primitifs qui ont pu résister à l'action du feu. Ainsi, lorsque les granites ont fourni beaucoup de ces substances plus ou moins réfractaires, on rencontre dans les courans des laves compactes avec des points noirs de schorl ou avec des points blancs quartzeux qui ont été entraînés dans cette pâte fondue. Certains granites renferment des quartz qui, quoique fusibles avec d'autres substances, résistent cependant lorsqu'ils sont en certaine quantité : il en est de même des schorls ou cristaux de gabbro qui se fondent plus difficilement que les spaths fusibles. J'ai vu dans les courans du Vésuve & dans ceux d'Auvergne, certaines laves où le quartz & le gabbro entroient pour plus de la moitié.

Au contraire, si les granites ne renferment que très-peu de ces substances réfractaires & qu'ils aient fondu entièrement, les laves qui ont résulté de cette fonte sont compactes, homogènes & sans aucun mélange. Voilà en deux mots l'histoire de la formation de la plupart des pierres de corne ou des roches, dont le fond est couleur de gris-de-fer, parsemé de points quartzeux & basaltiques, que le Minéralogiste cité par M. Wallerius a vues aux environs de Naples.

Ainsi un Naturaliste qui parcourra d'après ces fausses idées, ou des courans voisins ou différentes parties du même courant, trouvera là des pierres qui, ayant conservé un mélange de scories ou de vitrifications, auront les caractères que M. Wallerius croit devoir attribuer à toutes les laves : plus loin, parce que la pâte fondue aura été épurée des scories, & aura pris, en se refroidissant,

un tissu ferré & homogène, il verra la pierre de corne de Suède ; suivant le même Nomenclateur. Enfin, à côté & toujours dans le même massif, il observera les prétendues pierres de corne où sont mêlés des points quartzeux ou des points noirs de schorl, & que M. Wallerius place sous le nom de *Tiburtin* ou de *Peperin*, ou de *flex Tiburtinus Imperati*, parmi les roches mêlées (*saxa mixta* genre 30, espèces 15 & 16) & peut-être tant d'autres que je ne puis indiquer ici. Ces prétendues espèces différentes, placées dans des classes dont les caractères sont si éloignés les uns des autres, les unes parmi les laves, les autres parmi les basaltes, celles-ci parmi les pierres de cornes, celles-là parmi les *saxa mixta*, sont cependant partie des mêmes courans, ne forment qu'une seule & même masse, appartiennent à la même fonte, & ont coulé par le même jet. Telles seront toujours les contradictions frappantes où tomberont les Nomenclateurs qui se hasarderont de classer des individus, sans être éclairés par l'observation & la connoissance de leur Histoire Naturelle, particulièrement lorsque les menstres chimiques ne peuvent fournir des caractères distinctifs ; ce qui a lieu assez souvent.

On doit donc considérer le basalte prismatique ou non prismatique, en un mot, la lave compacte ou homogène, ou contenant des matières étrangères non altérées par le feu, comme une pierre qui, quoique fondue & quoiqu'épurée des scories, n'est pas parvenue jusqu'à l'état de vitrification parfaite. On conçoit aisément qu'il doit y avoir des nuances différentes d'élaboration dans les produits du feu, soit par les degrés du feu, soit par la durée de la fusion, soit par la nature des matières premières sur lesquelles se porte l'action de la flamme. Un feu plus long & plus actif auroit fait de toutes nos laves des masses de verre bien homogène & bien compacte, lorsque les laves le sont, ou mêlées de cristaux quartzeux, si ce verre eût succédé aux laves qui renferment de ces points réfractaires. La Nature semble même s'être essayée dans ce genre, puisqu'à côté des basaltes elle nous présente des verres ou purs ou remplis de points quartzeux. D'ailleurs, les expériences de M. d'Arcet, qui a soumis toutes nos laves à un feu très-violent, prouvent que le feu des volcans est ordinairement

fort au-dessous de celui qui auroit été nécessaire pour la vitrification parfaite.

M. Wallerius se trompe donc, lorsqu'il exige de la Nature qu'elle ne produise, en fait de laves, que des vitrifications transparentes, ou des scories, ou des matières fondues, mêlées de ces deux substances; & les Naturalistes qui ont contesté, ainsi que lui, l'origine du basalte, parce qu'il étoit homogène & compacte, sans trous & sans soufflures, ont prouvé par-là combien peu ils avoient étudié les productions du feu, & combien peu ils étoient en état de décider l'emplacement des anciens volcans, & l'étendue des pays dont ces volcans ont changé la superficie, puisqu'ils ne connoissoient pas celui des produits du feu, dont les masses sont les plus considérables, & qui me paroît l'indice des volcans le moins sujet à être altéré par le temps. Ils n'ont remarqué que quelques scories semblables à l'escarbille ou résidu de la combustion du charbon de terre, quelques laves trouées, semblables aux briques cuites & déformées, des morceaux de verre noir, & quelques ponces: mais qu'il y a loin de cette nomenclature à la connoissance détaillée de toutes les substances altérées seulement ou fondues par le feu des volcans, & dont les caractères sont également nécessaires à quiconque veut reconnoître & indiquer tous les vestiges des feux souterrains, soit resserrés dans un petit espace, soit étendus & occupant la superficie d'une province entière!

De cette discussion, il résulte, 1.^o que c'est sans aucun fondement qu'on a confondu la pierre de corne de Suède avec les laves compactes; puisque l'examen seul des échantillons suffisoit pour découvrir des caractères différens qui auroient autorisé leur classification dans deux genres séparés: qu'au surplus l'Histoire Naturelle des deux substances achève de décider la question; car la pierre de corne se trouve dans les mines par filons perpendiculaires, au lieu que ce que nous appelons *laves compactes*, (*Basalte*) ne se rencontre qu'à la superficie de la terre, & fait partie des courans échappés de quelque centre plus élevé.

2.^o Que M. d'Arcet n'a rien écrit dans ses Mémoires qui ait pu jeter la moindre incertitude sur l'état des laves & du basalte d'Auvergne.

3.^o Que le Minéralogiste cité par M. Wallerius n'a connu ni le Tiburtin, ni le Peperin, ni les laves compactes des courans du Vésuve & des environs de Rome, & qu'il n'a mis dans ses observations ni précision ni analyse.

4.^o Que ce n'est pas un caractère essentiel aux laves d'offrir dans leur grain des trous & des soufflures ou des mélanges de scories & de vitrifications ou d'autres matières hétérogènes.

5.^o Que les laves trouées ou remplies de matières hétérogènes & intactes, comme les quartz & les schorls, se trouvent dans les mêmes courans, presque à côté des laves homogènes, compactes, sans soufflures & sans vestiges de scories.

6.^o Que les substances intactes renfermées dans les laves compactes, telles que les quartz, les points noirs de schorl ou gabbro, sont les parties plus ou moins réfractaires que les matières premières ont présentées à l'action du feu.

7.^o Que ces phénomènes se sont présentés en Italie comme en Auvergne, avec des caractères correspondans, très-précieux & très-propres à fonder l'analogie la plus solide & la mieux soutenue dans toutes les parties.

Avoir prouvé que le basalte prismatique à grandes colonnes est une lave, c'est l'avoir distingué non-seulement des pierres de corne & des schistes compactes, mais encore de toutes les substances pierreuses, qui sont comprises sous le genre 22 des basaltes, dans la Minéralogie de M. Wallerius. Les caractères de ces pierres sont d'être composées de lames noires, plus ou moins régulièrement arrangées, d'avoir une sorte de transparence, & de se dissoudre en partie dans l'eau-forte, sans effervescence, & de faire une gelée avec l'alkali fixe: tous caractères qui conviennent aux schorls des Allemands & aux gabbros en masses; comme aux gabbros cristallisés (1). M. Wallerius ajoute une dernière

(1) J'ai soumis ces schorls & ces gabbros à l'épreuve qu'indique M. Wallerius, & j'ai eu les mêmes résultats. Mais je suis convaincu que la partie soluble n'a rien de commun avec

la partie noire & cristallisée par lames dans le gabbro; elle est seulement interposée entre les lames. Je connois cette partie soluble parce que je l'ai observée en masses séparées dans ses

circonstance qui ne convient pas plus aux laves compactes que les caractères qui précèdent : c'est que les basaltes se trouvent toujours engagés dans d'autres pierres : on sait que les laves renferment au contraire beaucoup de matières, soit altérées par le feu, soit intactes.

Au reste, je dois dire que M. Wallerius a rapproché le basalte de Stolpen & du comté d'Antrim de ses autres basaltes, avec toutes les restrictions d'un Savant qui doute encore, & qui attend des Observateurs qui ont pu le voir dans sa position naturelle, la solution des difficultés qui lui restent encore sur sa formation, sur la grandeur de ses colonnes polygones, sur leur position verticale & isolée; & ceci me fait croire que M. Wallerius n'a pas été à portée d'en examiner des échantillons; car cette seule inspection l'auroit détrompé, & l'auroit empêché de le confondre avec les schorls qui composent le plus grand nombre des espèces du genre de ses basaltes. Ce n'est donc pas par la seule comparaison des laves compactes & de ses basaltes, qui n'ont ni le même grain, ni la même texture, que l'on a soupçonné ces basaltes d'être des productions du feu, comme il l'avance, *page 322*; car on n'a jamais *soupçonné* que les basaltes fussent une espèce de lave, si l'on entend par basaltes ceux de M. Wallerius. Il suffit, comme je l'ai déjà dit, de les voir & de les comparer, pour ne pas être porté à les confondre. Mais lorsque j'ai annoncé que les basaltes prismatiques à grandes colonnes étoient des laves, je l'ai dit, non-seulement d'après la comparaison des échantillons, mais sur-tout d'après des observations très-multipliées & très-variées dont on a vu le détail ci-devant. C'est aussi d'après des observations aussi certaines que j'insiste maintenant sur la distinction des basaltes à grandes colonnes & des basaltes de Wallerius, qui sont les schorls des nomenclateurs Allemands. Je m'occupe particulièrement de cette distinction dans le Mémoire sur le basalte des Anciens, où j'indique les caractères des schorls ou des basaltes

différens mélanges avec le gabbro. Elle ressemble, traitée seule, à la base du lapis, & même à celle de l'alun.

Je développerai ces faits dans mon Mémoire sur le basalte des Anciens.

de Wallerius, d'après les détails les plus étendus que j'ai recueillis sur leur Histoire Naturelle.

Je ne ferai qu'une mention très-succincte des autres Nomenclateurs qui ont classé le basalte, parce qu'il est difficile de savoir au juste s'ils ont connu & vu celui qui fait l'objet de ce Mémoire, & que d'ailleurs on peut soupçonner qu'ils l'ont confondu avec des schistes noirs, d'un tissu serré, & malgré cela fort tendres. C'est peut-être cette méprise qui a déterminé Wolsterdorf & Baumer à ranger le basalte parmi les schistes, & M. Pott à soutenir que la terre qui sert de base au basalte étoit semblable à celle d'une ardoise argileuse, entre-mêlée d'une terre ferrugineuse. Cette même substance qu'il a prise pour le basalte, a fondu sans addition comme les argiles ferrugineuses, & s'est changée en un verre noir qu'il compare, pour la couleur, à une espèce d'agate noire; ce verre étoit d'ailleurs si compacte qu'il faisoit feu avec l'acier. Malgré ces présomptions, il est très-possible que M. Pott ait connu & employé dans ses expériences notre *basalte-lave*, & qu'il en ait obtenu les résultats qu'il annonce, sans que ce basalte ait pour base de l'argile; car la lave compacte se fond sans addition en un verre noir, comme l'a prouvé M. d'Arcet, I.^{re} Mémoire. Ceux qui ont décidé que M. Pott avoit fait usage d'un schiste noir dans ses expériences sur le basalte, parce que la substance pierreuse qu'il décrit ne faisoit point feu avec l'acier, se sont trompés; car j'ai vu plusieurs masses de basalte prismatique qui étoient fort tendres, & qui s'égrénoient sous les coups de l'acier trempé sans produire des étincelles; & M. Ritter, dont j'ai cité les observations ci-dessus, a trouvé de même à Bliezenroht proche Lauterbach des prismes d'une pierre fort tendre, à côté d'autres prismes d'une extrême dureté. Mais M. Pott a tort de prétendre que tous les basaltes étoient tendres comme le sien, s'il l'a véritablement connu, & d'accuser en particulier les Naturalistes qui avoient vu celui de Stolpen, d'avoir exagéré sa dureté.*

* Pott. *Lithog.* tom. II, p. 220,

C'est d'après les errements de M.^{rs} Pott & Wolsterdorf, & avec aussi peu de fondement que M. Bomare, dans son Exposition du Règne Minéral, a placé le basalte de Stolpen parmi les steatites & les pierres olivaires: on est aussi étonné d'y voir réuni, sous la

même espèce, le *corneus cristallifatus niger Wallerit*, qui est un schorl bien connu, & le *basanus lapis* ou *basanites*, qu'on connoît si peu; en quoi ce Nomenclateur a été suivi par M. Wallerius, dans sa nouvelle Minéralogie: voyez genre 22, espèce 9.

Je finis ce que j'ai à dire des Nomenclateurs, par l'histoire des Fossiles de M. d'Acosta, que j'ai déjà citée. Cet Auteur, dont l'Ouvrage est d'ailleurs très-instructif, a cru devoir admettre trois espèces de basalte, qu'il range dans la classe des *marmaroproséron*, ou pierres qui approchent du marbre. Il met au premier rang le basalte du comté d'Antrim, dont il donne une ample description; le caractère de cette espèce est d'être en prismes composés d'articulations.

La seconde espèce, est celle de Stolpen & de quelques autres endroits d'Allemagne; elle est en prismes plus ou moins longs, d'une seule pièce, à bases plates, comme je l'ai dit ci-dessus.

La troisième enfin, est celle qui comprend, suivant le Naturaliste Anglois, le vrai basalte des Anciens: ce basalte a, comme les deux précédens, un grain mêlé de petits cristaux brillans, & une couleur de gris-de-fer; de plus, il reçoit le plus beau poli: mais M. d'Acosta prétend qu'il en diffère, en ce qu'il se trouve par couches. Pour appuyer sa prétention, M. d'Acosta cite plusieurs échantillons qu'il a reçus d'Allemagne, & qui, sur leur épaisseur, laissent voir des lames distinctes.

Je ne sais par quelles recherches M. d'Acosta est parvenu à s'assurer que le basalte des Anciens est par couches, pour en faire un caractère distinctif de ce basalte: je ferai voir, dans mon Mémoire sur le basalte des Anciens, le peu d'instruction qu'on trouve à cet égard dans leurs écrits, & l'incertitude qui nous reste à ce sujet.

M. d'Acosta n'est pas plus fondé à distinguer les deux autres espèces de basalte; la première, qui comprend le basalte en prismes articulés; & la seconde, celui en prismes d'une seule pièce. 1.^o Les estampes de la Chaussée des Géans lui auroient montré ces deux espèces prétendues, réunies dans les mêmes masses, s'il les eût considérées avec attention. D'ailleurs, j'ai vu en Auvergne des prismes articulés à côté des prismes d'une seule pièce, & même

à côté des basaltes en tables ou par lames horizontales. Ainsi, ces trois espèces qui n'en font qu'une, se trouvent dans les mêmes courans, comme étant les produits de la fonte du même volcan, & ne font, comme je l'ai dit, que la même lave qui doit ses diverses configurations à des circonstances particulières dont je rendrai compte par la suite.

EXPOSITION SUCCINCTE

Des objets renfermés dans la Carte jointe à ce Mémoire.

LES différens états où se trouvent actuellement les courans de matières fondues, au milieu & sur le bord desquels sont les basaltes prismatiques, semblent exiger qu'on les indique par Classes séparées dans le *Tableau méthodique des objets que renferme la Carte jointe à ce Mémoire* : on verra sur-tout, par cette exposition des résultats de mes Observations, la marche que j'ai suivie pour apprécier les circonstances qui décident les divers degrés d'altérations survenues dans la disposition primitive des produits du feu : cette exposition servira d'ailleurs à mettre dans un nouveau jour les différens points de l'Histoire naturelle du basalte prismatique que je me suis proposé de développer dans le Mémoire précédent.

Je mets, dans la première classe, les courans qui, tenant par une de leurs extrémités à une bouche de volcan ouverte, & ne présentant ni coupures ni interruption dans presque toute leur étendue, sont accompagnés ou recouverts de scories & de laves trouées, & établis, dans la plus grande partie de leur marche, sur un sol intact.

Dans la seconde classe, je place les courans à l'extrémité desquels les bouches des volcans ont disparu, & qui ne sont accompagnés que de matières noires, pulvérulentes & terreuses.

Dans la troisième classe, sont les portions de courans, séparées les unes des autres par des coupures ou par des vallons, au milieu desquels coulent des torrens. Enfin, j'indique dans la quatrième classe, quelques masses totalement isolées qui, ayant été fondues en place, n'ont été ni transportées ni déplacées.

P R E M I È R E C L A S S E.

1.^o Le courant de Royat mérite de figurer à la tête de cette classe de courans modernes. Il sort du pied du Puy-de-Graveneire, & s'est précipité

précipité dans le vallon de Royat. Le sommet de Gravencière offre encore les vestiges des cheminées par où la flamme s'échappoit, ainsi que des amas de laves trouées & de scories ou escarbilles, qui les ont comblées en partie. Ces mêmes matériaux recouvrent les croupes de ce Puy, & accompagnent encore, jusqu'à Royat, le courant, dans le noyau duquel se voient des prismes autour des fontaines & proche les moulins.

2.^o En suivant le chemin de Clermont à Rochefort, on trouve le courant sorti du Puy-de-Barne, où l'on découvre encore trois bouches profondes & beaucoup de scories; ce courant s'étend par le Brameau jusque sur le bord de la Sioule, & va montrer des rideaux de prismes aux environs de Montrièvre. On voit le long des bordures latérales de cette croûte immense de matières fondues, le granite intact qui lui sert de base.

3.^o Si l'on continue sa route jusqu'à Rochefort, on reconnoîtra des courans qui se sont épanchés des différens points de la base du Puy-de-Rochefort: une partie s'est portée vers cette petite ville & le village de Chez-Diat; des prismes, des boules & le sol intact se montrent dans les coupures du grand chemin; en s'avancant au nord, on voit des boules nombreuses, des articulations dispersées sans ordre; & enfin des prismes articulés en place un peu au-dessus du village de Chez-Diat. Un autre système de courans s'étend à Saint-Martin-de-Tours & à Reyvielle: vers ces villages, les bordures escarpées de ces courans, qui sont à découvert, paroissent presque toutes composées de prismes irréguliers, d'amas de boules, de gros paquets de tables & de corps à facettes.

4.^o Mon plan de distribution me jette fort loin de Rochefort pour indiquer un courant moderne, & peut-être le plus moderne de tous; il prend son origine dans la plaine de Murol, au milieu de plusieurs cheminées; il suit le vallon de Sailhens, de Verrières, de Champeix & de Nechers: il est accompagné, dans tout ce trajet, de scories & de laves trouées; la partie supérieure est souvent pleine de soufflures: enfin, son noyau compacte montre des sommets de prismes qui pavent le lit du ruisseau au-dessus de Champeix; on en voit aussi à Nechers, dans l'épaisseur de la couche de matières fondues qui forme une terrasse immense au-dessus du village.

5.^o J'indiquerai ici d'autres courans semblables, parce qu'on pourra les suivre sur la planche d'Issoire, n.^o 53 de la Carte de France; tels sont les courans sortis du pied d'un Puy voisin de Ranvières, proche la petite ville d'Ardres, au duché de Mercœur. Ce Puy a conservé toute la forme d'une cheminée de volcan: dans les courans qu'il a produits, & qui s'étendent jusqu'à Chaussée-basse,

l'on voit, sur les bords d'un ruisseau, des rideaux de prismes d'une seule pièce, & de prismes articulés, de la plus grande régularité. Il en est de même des courans qui se terminent au village de Chiliac, sur les bords de l'Allier, & qui se réunissent par une rampe assez roide aux puy situés à l'Est du village, & où l'on trouve des vestiges de cheminées. On voit encore beaucoup de puy proche Saint-George-Daurat, au sommet desquels sont des bouches ouvertes, & du pied desquels des courans se sont étendus vers Chassignon & la Grange, & montrent des prismes sur leurs bordures : ceux qui se sont portés vers Saint-Eble & le Clusel, présentent les mêmes phénomènes.

D E U X I È M E C L A S S E.

En partant de Clermont, & suivant la route tracée dans le Mémoire précédent, on peut indiquer comme courans continus, sans vestiges de cheminées & sans scories, mais ayant à leurs extrémités des prismes & des boules, & paroissant établis la plupart, au moins vers ces extrémités, sur le sol primitif intact.

1.^o Le courant du Puy-de-Charade, au milieu duquel se trouvent des amas de boules : il est établi sur le granite.

2.^o Le courant de la plate-forme & de la pointe de Prudelle, avec des prismes & des suites de boules, sur une base semblable.

3.^o Le courant qui prend son origine proche Pessade & s'étend par Fonsalive, Aurière jusqu'à Recoleine où son extrémité montre à découvert des prismes, dont quelques-uns sont articulés.

4.^o Il en est de même d'un autre courant parallèle qui, sortant du Puy-de-l'Aiguiller, s'est prolongé dans toute l'étendue de la paroisse de Vernines, & jusqu'au ruisseau de *Las-Aiguas*; on voit sur quelques-unes de ses bordures, des prismes, & en face de Saint-Bonnet, des tables de basalte du plus beau grain.

5.^o Le courant qui prend son origine entre Puy-Loup & la Banne-Dordanche, & qui va former une terrasse escarpée à la Queuille, dans l'épaisseur de laquelle sont des rideaux de prismes du plus grand module; ils ont 25 à 30 pieds de périmètre, 4 à 5 pieds de faces, & 80 à 100 pieds de hauteur verticale.

6.^o Le courant parti du pied de la Banne-Dordanche, qui s'est étendu jusqu'au village de Pallière, & a formé différentes ramifications latérales au midi, vers Pessy, Murat-le-Quaire, les villages des Escures, les Puy de Malroche & de Muratel, où sont des massifs de prismes très-considérables : on en voit aussi le long des bordures du courant principal, vers Chez-Chabozzy & Chez-Rigaud.

7.^o Les courans qui, des hauteurs de Puy-Loup, de la Banne-

Dordanche & de Puy-Gros, paroissent s'être épanchés jusqu'au lac de Guery : ils montrent des rideaux de prismes, dans leur épaisseur mise à découvert le long des bords du lac ; & dans quelques endroits de cette plate-forme dépouillés de gazon, on aperçoit les bases supérieures des prismes engagés dans le massif.

8.° Les petits courans précipités de Puy-Gros vers Prente-Garde, à l'extrémité desquels sont des prismes & des amas de boules.

9.° Les courans sortis du pied des Puys Barbier, de Mone, de Langle & de Fichade, qui, d'un côté, ont formé différentes cascades, dont les bords escarpés présentent autant de rangées de prismes verticaux, & de l'autre, ont recouvert la plate-forme entre Fichade & Prente-Garde, & celle au-delà du vallon entre Rigoley-haut & Rigoley-bas : les bords de ces courans sont garnis de prismes qu'on voit dans le vallon des Bains.

10.° Les courans des environs de Liournat, qui ont leur origine dans les bois de Charlannes & à la montagne de Liournat ; leurs extrémités présentent, sur les bords des vallons entre Charlais & Liournat, entre Liournat & Méjanesse, des rideaux de prismes articulés, ou de prismes d'une seule pièce, & des amas de boules : & ces matières fondues sont établies sur le granite intacte.

11.° Les courans qui viennent des environs de Champgourdet : ils se sont étendus, d'un côté, par la Roche, Essard, le Buiffon, Monteil, Auliat ; de l'autre, par Sauzy, la Fage, le Petit & le Grand Meniau, la Tour - d'Auvergne ; & après des interruptions, on en retrouve la suite à Vouheix, à Montbalard & à Corbet. Une dérivation de ces courans s'est portée au midi par le Got, jusqu'à Sarrenat. On voit des masses prismatiques ou des boules à Essard, au Buiffon, à Monteil, entre le Buiffon & Monteil, à Auliat, de même à la Croix de Nattezi, au Petit-Meniau, à Saint-Pardoux, à la Tour - d'Auvergne, à Vouheix, à Montbalard, sur la butte de Corbet & à Sarrenat : ce système de courans offre des masses prismatiques très-régulières, qui ont pour base le granite.

12.° Mais rien n'égale ceux qui prenant leur origine au pied de Puy-Redon, ont prolongé leur marche par Lessard, Labro, la Haute & Basse Chauderie, le Bousquet & beaucoup au-delà, & se sont étendus latéralement jusqu'au ruisseau de Burande : une dérivation de ces courans qui s'est échappée vers le Sud, au-dessous de Labro, a recouvert l'emplacement de Chastreix, & formé toutes les terrasses des environs : on peut juger de l'étendue des masses prismatiques par les indications de la carte.

13.° Un autre système de courans sortis entre le pied du Puy-Redon

& celui du Mont-Dor : ce sont les produits de différens épanchemens de matières fondues, qui se sont établis les uns sur les autres : les premiers courans se sont étendus par Chauvet, jusque vers Clos-vieux & le Vigier : les seconds ont formé un étage plus élevé, dont la bordure primitive se montre à la cascade du Burandon & au pied de la Masse : enfin les troisièmes courans ont voituré toute l'épaisseur de la Masse, qui a plus de trois cents pieds de hauteur perpendiculaire. Les prismes de ces courans ont différens modules ; ceux de la Masse depuis 12 jusqu'à 20 pieds de périmètre ; ceux de l'étage au-dessous ont 36 à 50 pouces, & ceux de l'étage le plus bas 30 à 40 pouces.

14.° Enfin le courant épanché du pied du Puy de Paillary & qui s'étend par les cabanes de Coustat & d'Escudor à Picherande & à Ravel ; c'est à ces deux derniers endroits que se voient de beaux rideaux de prismes.

Rien n'est plus intéressant que la vue de tous ces courans qui ont suivi les pentes des Monts-Dor, au Nord, à l'Ouest & au Sud : ceux qui restent à indiquer du côté de l'Est ne le sont pas moins, & ont eu une marche aussi étendue.

15.° Plusieurs courans sont sortis des environs du Puy de Percusa, & ont gagné la pente qui les portoit vers Bessé & Ourseyre : les coupures des bords du vallon qui est au-dessous de Bessé ont mis à découvert le produit de ces différens écoulemens, & on les compte par les étages des prismes verticaux.

16.° Mais il n'y a rien d'aussi étonnant, & pour la quantité des matières transportées, & pour les nombreux massifs de prismes, que les deux courans qui ont pris leur origine entre Chambourguet & Champgourdet : l'un s'est prolongé par Servey, le Verdier, Serre, haut & bas jusqu'à Lampras, le Mont & la Borie ; & l'autre par Saint-Victor, Besolle, la montagne de Chaffort, Saint-Diery & Fontenilles. Dans le premier, on voit des prismes au Verdier, au Puy de Mont-Redon, à Lampras, au Mont, &c. Dans le second, des boules entre le Breuil & Saint-Victor, entre Saint-Victor & Besolle : des prismes sur toutes les faces des croupes de la montagne de Besolle, & particulièrement vers Roche-Romaine, au Puy allongé du Treuil ; sur la face méridionale de Chaffort, entre Chaffort & Saint-Diery, entre Saint-Diery & Fontenilles.

17.° Les courans qui sont sortis du pied de Cacadogne, se sont portés jusqu'aux villages de Langle & de Ferret : on voit à leur extrémité méridionale un rideau de prismes verticaux sur un massif de granité.

18.° Le courant produit par les puits voisins de la Croix-Morand,

qui passe à Beaune, & s'étend jusqu'au château de Murol, où il présente une espèce de cascade garnie de prismes; sa bordure septentrionale, en face de Laval, en montre de fort beaux.

19.° Un courant très-considérable qui débouche entre le Puy de la Croix-Morand & Baladou; & qui ensuite se distribue en plusieurs branches. La première, par Laval, Broussière, Sail, Sauvagnat, Quinsat & Trelenches, s'étend vers Verrières & Grandeirol: ses bordures sont garnies de prismes & d'amas de boules dans plusieurs endroits, à Laval, à Broussière, à Sail, après Sauvagnat, avant Thones, & sur-tout vers les extrémités qui se portent jusqu'aux environs de Grandeirol, & qui s'appuient sur le granite.

La seconde ramification passe au Vernet & à Cluchat, & se continue par Lambre & Lanteuge: il y a des prismes à Lambre.

La troisième chemine par Ludière & Font-Marcel, & se continue jusqu'àssés près d'Ollois d'un côté, & entre Lanteuge & le Puy d'Ollois de l'autre: il y a des prismes vers Pradat; & l'on voit le long des bordures de la dérivation qui s'étend entre Lanteuge & le Puy d'Ollois, de beaux rideaux de prismes, des amas de boules & des articulations ébauchées dans tout l'intérieur de ce massif immense.

20.° Un large courant qui sort du pied du Puy de la Vedrine, & s'étend par Mareuge & Monne, & après un certain intervalle reparoît avec beaucoup de prismes sur les hauteurs entre Pradat & Fouhet.

21.° Le courant de la Serre qui s'est étendu jusqu'au Crest, où il y a des prismes, ainsi qu'un peu au-dessus de ce village, à la bordure méridionale. Au Nord, un écoulement latéral s'est épanché du côté de la Cassière, & a formé plusieurs massifs de prismes.

22.° Les environs de Saint-Genest présentent plusieurs courans où se voient des prismes & des amas de boules: ils appartiennent à cette classe & à la suivante par les dégradations qu'ils ont essuyées dans certaines parties: mais je ne les indiquerai que dans celle-ci.

TROISIÈME CLASSE.

En suivant la même route, je vais indiquer les masses prismatiques qui tenoient aux courans principaux dont on vient de voir la marche, & qui en ont été séparés par des coupures, & par des vallons, lesquels n'empêchent pas qu'on ne les raccorde aisément avec ces courans.

1.° Les portions de courans qui paroissent prendre leur origine dessous les courans modernes du Puy de Barne, entre le Puy de

Crau proche Olby & Allagnat : elles se montrent au Puy de Crau, sur les deux bords de l'étang de Fung, à Couhay, à Bonnebaut, à Saint-Pierre-Châtel : ce sont des masses presque toutes prismatisées qui ont pour base le sol primitif.

2.^o La masse prismatique de Massages semble être une extrémité de courant séparée par le vallon du ruisseau de Rochefort.

3.^o La butte du château de Rochefort a été visiblement séparée de la partie du courant qui est en face, à l'Ouest. Si l'on remonte le même courant jusqu'au lac de la Gratade, & de ce lac au rocher de la Tuilière, & même plus haut, on trouve plusieurs interruptions ; mais celle qui étonne le plus, c'est le vallon immense qui sépare le rocher de la Tuilière, de la Roche-Sanadoire ; car toutes ces masses se correspondent pour le grain, pour la couleur des laves, & pour la forme prismatique. Il est évident que ces masses isolées, établies sur des granites intacts, ont formé un tout continu dont l'origine paroît appartenir à la hauteur de la Malviale. Il en est de même du courant qui va de Douhaïresse à la butte du château de Rochefort, son raccord avec le Puy-de-Louire est nécessaire.

4.^o A côté du courant qui va de la Banne-Dordanche à Pallière sont les masses prismatisées de Pessy, du château de Murat-le-Quaire, de Muratel, qui en ont fait partie, & dont la liaison est totalement détruite, & qui sont placées sur le sol intacte.

5.^o J'ai déjà dit qu'une grande portion du courant du Puy de Fichade en a été séparée depuis Rigoley-haut jusqu'au Roc-du-Mercier, par la vaste coupure du vallon des Bains. Tout se raccorde, le grain de la pierre & la forme des prismes.

6.^o Les buttes ou collines des environs de la Tour-d'Auvergne ont aussi été séparées des courans respectifs avec lesquels elles ont formé une masse continue : telles sont les collines du Buïsson, de Monteil, d'Auliat, qui étoient liées entre elles & avec le courant d'Essard ; celles de Vouheix, de Montbaldard, de Corbet, sont le prolongement naturel des courans de Nattezi & de la Tour-d'Auvergne. Ces masses fondues ont couru & se sont fixées sur le granite.

7.^o La butte du château de Ravel, couverte d'une couche de prismes établie sur le granite intact, tenoit au courant de Picherande.

8.^o La masse du Puy de Mont-Redon proche Besse, où se trouvent de si beaux prismes articulés, a été séparée du courant de Serre, haut & bas : les débris & le désordre qui règnent dans l'intervalle le prouvent assez.

9.^o La masse prismatique isolée & guindée sur le sommet du

Puy d'Éragne, comme un hors - d'œuvre sur une base totalement composée de granite, paroît avoir été une suite du courant de Besfolle, malgré le large vallon qui sépare ces masses correspondantes & primitivement continues.

10.^o Il en est de même de la longue colline qui s'étend depuis Chazoux jusqu'à Montaigu, & qui est toute formée à sa surface d'une couche de prismes; les deux tiers de sa hauteur sont une base de granite. Elle a été visiblement séparée du courant de Sauvagnat ou d'Ollois par un large vallon : les faces des deux coupures se correspondent pour la hauteur & pour le module des prismes. Après un très-grand intervalle entre Montaigu & Champeix, on retrouve au-dessus de Champeix une suite de ce courant toute en prismes : la colline qu'on voit entre Montaigu & Champeix présente à sa surface les débris de ce qui formoit la liaison de cette dernière masse isolée.

11.^o Je finis par la masse prismatique guindée sur le sommet de Mont-Redon, proche Ponteix, & établie sur une base de granite qui n'a reçu aucune altération du feu. Cette masse fondue a visiblement appartenu au courant de la Serre, qui s'y étoit porté, lorsque le plein-pied qui est détruit actuellement, subsistait.

QUATRIÈME CLASSE.

J'indiquerai comme masses fondues en place, qui n'ont été ni déplacées considérablement, ni transportées, qui ne sont établies sur aucune base intacte, qui ne paroissent avoir coulé d'aucun centre commun, & qu'on trouve en partant de Clermont au midi.

1.^o Le Puy de la Roudade, entre Ceyrat & Boisseghoux : on y voit des amas considérables de boules, & des articulations ébauchées.

2.^o Mont-Rognon, au Sud de cette masse, où l'on voit quelques massifs de prismes & des amas de boules.

3.^o Toute la masse fondue de Gergovie & du Puy-de-Resfolle, entre Omme, Jussat & Romagnat, on y trouve des suites très-considérables de boules & des amas de tables de basalte.

4.^o Les Puys de Pereneire & de Tilly, à côté de Saint-Sandoux : on trouve dans ces masses fondues des boules & des assemblages de prismes très-intéressans.

5.^o En revenant à Clermont, on voit au nord Chanturgue & les Côtes de Clermont qui sont de même fondues en place, & offrent sur toutes les brèches des amas de boules nombreux, & quelques rideaux de prismes.



M É M O I R E
S U R L A
P A R A L L A X E D U S O L E I L,
Déduite des Observations faites dans la mer du Sud,
dans le royaume d'Astracan, & à la Chine.

Par M. D E L A L A N D E.

DANS le temps où toute l'Europe savante étoit occupée des projets de Voyages pour le passage de Vénus sur le Soleil, qui devoit arriver le 3 Juin 1769, nous apprîmes de Londres, quoiqu'avec une espèce de secret, qu'une Frégate du Roi d'Angleterre, nommée l'*Endeavour*, l'Effort, commandée par le Capitaine Cook, étoit partie au mois d'Août 1768, pour aller dans la mer pacifique (a), à l'exemple du Capitaine Biron, reconnoître quelques îles, & chercher un endroit propre à faire l'observation du passage de Vénus. M. Green, habile Astronome, étoit embarqué sur ce Vaisseau; il avoit été Assistent du célèbre Bradley, à l'Observatoire royal de Greenwich, & cela suffisoit pour donner toute confiance dans ses observations. M. le Docteur Solander, Naturaliste déjà connu & Élève du célèbre M. de Linné, s'embarqua sur le même Vaisseau, pour faire des recherches d'Histoire Naturelle. Ce Voyage étoit semblable à celui que M. de Bougainville venoit d'entreprendre en 1767 (b), avec M. Veron, Astronome laborieux & intelligent, que j'avois préparé pour ce voyage, & dont j'avois sollicité l'embarquement; ceux-ci

(a) Il a paru un Journal abrégé de ce Voyage en Anglois, dont M. de Fréville a donné la traduction en 1772, en un volume in-8°; à Paris chez Saillant Le grand Ouvrage en trois volumes in-4.° a paru en 1773 en anglois, & en françois en 1774.

(b) Voyage autour du Monde, sur la Frégate du Roi la *Boudeuse*, & la Flûte l'*Étoile*, en 1766, 1767, 1768 & 1769, seconde édition; à Paris, chez Saillant & Nyon, 1772, deux volumes in-8.°

étoient

étoient accompagnés de M. Commerçon, Médecin de Châtillon près Bourg-en-Bresse, qui, depuis 1748, s'occupoit de l'Histoire Naturelle avec autant d'ardeur que de succès (c). M. Veron espéroit aussi de se trouver dans la mer du Sud pour le passage de Vénus; l'ayant passé trop tôt, il voulut rester aux Indes, mais allant de l'Isle de France à Pondichéry, il ne put y arriver que le 19 Juin, & manqua l'observation. Ces deux Voyages ont coûté la vie aux deux Astronomes; M. Veron & M. Green étant morts aux Indes l'un & l'autre, ainsi que M. l'abbé Chappe en Californie; mais M. Green & M. l'abbé Chappe ont eu la consolation en mourant, d'avoir rempli leur objet, & de laisser à la postérité des monumens de leur courage & de leur zèle pour les Sciences.

Je publiai, en 1764, une figure du passage de Vénus, avec une explication dans laquelle j'insistai sur l'utilité qu'il y auroit à observer le passage de Vénus dans la mer du Sud. Voici la manière dont je m'expliquai à ce sujet.

« La mer du Sud est un des endroits les plus favorables, soit « pour l'entrée, soit pour la sortie de Vénus en 1769 : il seroit « donc bien à souhaiter que cette occasion procurât quelques ten- « tatives sur les îles qui s'y rencontrent; il en résulteroit des décou- « vertes utiles pour le Commerce & pour la Géographie. Les plus « habiles gens ont fait depuis long-temps tous leurs efforts pour « exciter cette louable émulation entre les Puissances maritimes : « on peut voir là-dessus des choses très-intéressantes dans l'Ouvrage « de M. le Président de Brosses, sur les Terres australes (d); dans « les Considérations Géographiques de M. Buache; & dans les « Mémoires de l'Académie, année 1757, page 49.... La durée « totale du passage à Torneâ sera plus longue d'environ 25 minutes « que dans la mer du Sud : si donc on pouvoit avoir ces deux « observations complètes, seulement à 10 secondes près, on auroit, « à un cent cinquantième près, la parallaxe du Soleil. »

(c) Il est mort à l'Isle de France, en 1773.

(d) Histoire des Navigations aux Terres australes; à Paris, chez Durand, 1756, 2 volumes in-4.

Mém. 1771.

L'Académie ayant alors pour Président M. Trudaine de Montigny, sollicita vivement M. le Duc de Choiseul, de procurer un voyage à la mer du Sud, ou sur un Vaisseau François ou sur un Vaisseau Espagnol; le Ministre voulut bien s'y prêter, & il nous assura que l'Espagne favoriseroit cette entreprise. Nous le crumes pendant long-temps, mais à la veille du départ, nous apprîmes qu'il ne seroit permis à M. l'Abbé Chappe que d'aller en Californie; il s'y rendit en effet, & j'ai rendu compte à l'Académie, le 11 Décembre 1770, du résultat de son Observation (e).

Cependant le Vaisseau Anglois partit incognito pour la mer du Sud, & nous avons été près de trois ans sans en recevoir de nouvelles. On le croyoit perdu, lorsqu'enfin au mois de Juillet dernier (1771), nous avons appris qu'il étoit de retour en Angleterre; que l'Observation du passage de Vénus avoit réussi complètement; qu'on avoit découvert & déterminé géographiquement plus de quarante îles, & que M. Solander, habile Naturaliste, avoit fait une collection immense d'Histoire Naturelle dans son voyage: on assure qu'il a rapporté plus de mille espèces de plantes inconnues aux Botanistes, & que plus de quatre-vingts sont cultivées dans les jardins de Botanique que le Roi d'Angleterre a établi à Richemond, pour sa curiosité particulière; en même temps qu'il y a fait bâtir un très-bel Observatoire pour son usage. On se propose de publier bientôt en Angleterre les quatre Voyages autour du Monde, de M.^{rs} Byron, Wallau, Carteret, & de M. Cook ou de M. Banks; nous y trouverons sans doute tous les détails que je viens d'indiquer. M. Cook avec M. Solander devoient s'embarquer de nouveau au printemps prochain, pour retourner dans la mer du Sud, en passant au pôle austral, avec M. Banks; ce dernier faisoit une partie des frais de l'expédition; il consacre à l'âge de trente ans une fortune brillante, dont il jouit, au progrès des Sciences; il devoit conduire avec lui deux Astronomes, M.^{rs} Wales & Bayley; un Chimiste, M. Lind, d'Édim-

(e) On trouvera cette Observation plus en détail dans le Voyage en Californie de M. l'Abbé Chappe, donné par M. Cassini. *A Paris, chez Jombert, in-4.º 1772.*

Bourg; un Dessinateur habile, M. Zophani, & plusieurs autres Artistes; il emportoit une montre marine, pour en faire l'épreuve: l'embarquement étoit prêt, lorsque des jalousies & des manœuvres ont fait échouer le projet; M. Cook ira seul aux Terres australes, en 1772. (f).

M. Commerçon a eu le même avantage que M. Solander; il est même à l'île de France occupé à étendre ses recherches sur cette île & sur celle de Madagascar; mais M. Véron n'a pas eu la satisfaction d'observer le passage de Vénus dans la mer du Sud, que son vaisseau traversa dès 1768: il y fit seulement beaucoup d'autres observations; j'en ai reçu une partie de lui-même avant sa mort, M. le Gentil a rapporté les autres à son retour des Indes, d'où il est arrivé au mois d'Août dernier (1771).

M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, & M. le Docteur Bevis, ami du Capitaine Cook, m'envoyèrent les observations de M. Green, au mois de Septembre dernier, à Bourg-en-Bresse; j'en fis le calcul le même jour, & je reconnus avec plaisir que ces observations donnoient à peu-près le même résultat que celles de la baie d'Hudson & de la Californie dont j'avois publié les calculs; la parallaxe du Soleil qui en résulte étant d'environ $8\frac{1}{2}$ pour les moyennes distances du Soleil à la Terre.

Les observations dont il s'agit ont été faites dans une île de la mer du Sud, que les Anglois ont appelé l'île du roi George, & qui, suivant les Anglois, est appelée par les naturels du pays *Otaheite* ou *Otahité*, car ils ont varié dans l'orthographe: elle est par $17^{\text{d}} 29' 15''$ dans l'hémisphère austral de la Terre, & à $228^{\text{d}} 15'$ de longitude, ou $10^{\text{h}} 7' 9''$ de temps à l'Occident du méridien de Paris. C'est l'île de *Taïti*, où M. de Bougainville avoit abordé en 1768, qu'il a nommée *la nouvelle Cythère*, & dont on trouve une description intéressante dans son Voyage autour du monde, que j'ai cité plus haut: il est évident, en effet, que c'est la même île qui a été reconnue par les Anglois quelques mois après le passage de nos François, & dont ils ont

(f) Ce Voyage a eu lieu, ainsi que celui de M. Kerguelen, aux Terres australes en 1773; celui-ci est accompagné de deux Astronomes de nos Éléves, M.^{rs} Merfais & Dagelet.

rendu un peu différemment le nom employé par les naturels du pays (*g*). La longitude, suivant M.^{rs} de Bougainville & Veron, étoit de $229^{\text{d}} 36' 43''$, & la latitude $17^{\text{d}} 35' 3''$; mais cette île a environ 10 lieues de longueur; l'endroit où il a fait sa descente, & qui est appelé *Ohidea*, dans le voyage de M. Cook, est de 9 ou 10 minutes à l'Est, & d'environ 5 minutes au midi de Matarai, baie où les Anglois ont observé (*h*). Au reste, les observations de M. Veron ne comportoient pas le même degré d'exactitude que celles du passage de Venus.

Les quatre contacts des bords de Vénus & du Soleil furent observés de la manière suivante par M. Green, par M. le capitaine Cook, qui est un Observateur intelligent & adroit; enfin, par M. le Docteur Solander; ils eurent un temps extrêmement ferein.

Observateurs.	Commencement.	Entrée totale.	Contact intér.	Sortie entière.
M. Green...	21 ^h 25' 40"	21 ^h 43' 55" $\frac{1}{2}$	3 ^h 14' 3"	3 ^h 32' 14"
M. Cook....	21. 25. 45	21. 44. 15 $\frac{1}{2}$	3. 14. 13	3. 32. 2
M. Solander	21. 44. 2 $\frac{1}{2}$	3. 32. 13

La plus courte distance des centres fut observée de $10' 25",4$, avec un micromètre de Dollond. Par un milieu entre les observations faites à la baie d'Hudson, elle se trouve de $9' 53",8$, ou plus petite de $31",6$, à cause de l'effet des parallaxes.

Le premier contact extérieur, ou le commencement du passage, ne sauroit être observé avec une certaine exactitude; ainsi je n'en ferai aucun usage. Le premier contact intérieur est l'instant où le ligament noir se détache, ainsi que je l'ai expliqué assez au long dans un autre Mémoire, & le second contact intérieur, ou

(*g*) Le Capitaine Wallès dit, dans son Voyage, qu'il y avoit abordé le premier, dès le mois de Juin 1767. *An account of the Voyages*, 1773, 3 volumes in-4°.

(*h*) Voyez la Carte de cette île, dans le second volume du même Recueil.

le commencement de la sortie, a été fixé par l'interruption subite de lumière en un point du disque solaire.

On est étonné de voir jusqu'à 20 secondes de différence entre deux observations; mais celle de M. Green toute seule, donne, à 3 secondes près, la même durée que je trouve en prenant un milieu entre les trois observations de l'entrée, & entre les deux observations de la sortie; ainsi je m'en tiendrai à un milieu: je supposerai le premier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil à $9^h 44' 4''$ du matin, & le commencement de la sortie à $3^h 14' 8''$ du soir, au méridien de l'île de Taïti, & la durée du passage de $5^h 30' 4''$. J'ai lieu de croire que ces nombres ont été jugés meilleurs, puisque ce sont les seuls qui soient rapportés dans le grand ouvrage publié par M. Cook (*tome II, page 141.*)

Pour trouver l'effet de la parallaxe dans ces deux observations, je suppose que dans les deux figures 1 & 2, l'on regarde le Nord, ayant l'Orient sur la droite; soit C le centre du Soleil, ZCS une parallèle au vertical de Vénus, représentée par EVD , PC le cercle de déclinaison qui vient du pôle austral, CM la perpendiculaire à l'orbite relative de Vénus; cette perpendiculaire est, dans les deux cas, à l'Orient du cercle de déclinaison tiré du pôle méridional du monde, par le centre du Soleil, puisque le mouvement de Vénus alloit de l'Orient à l'Occident, & se rapprochoit du pôle méridional.

Soit MV l'orbite relative de Vénus, M le milieu du passage, la plus courte distance $MD = 10' 8''$, V le lieu vrai de Vénus sur son orbite relative au moment de l'observation; D le lieu apparent de Vénus sur son vertical RVD , $CV = 9' 14'' 8$, égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus.

Le vertical de Vénus n'est pas rigoureusement parallèle au vertical ZCS du Soleil; mais je ne le supposerai point. J'ai fait tous mes calculs sur le lieu de Vénus, le seul dont nous ayons besoin, & j'ai calculé tous les angles pour le centre D de Vénus, quoique dans la figure j'ai tiré les cercles par le centre C du Soleil, pour donner une idée plus claire de leur position

respective. Je néglige dans ce calcul, comme je l'ai toujours fait, l'aplatissement de la Terre, il ne peut en résulter que rarement une ou deux secondes d'erreur sur l'effet de la parallaxe en temps, & les observations ne comportent pas une si grande précision; cependant je donnerai ci-après la manière d'y avoir égard, en suivant ma méthode avec le résultat des calculs de M. Lexell, qui y a fait entrer ces considérations.

Comparaison des Observations faites à l'île de Taïti & au fort du Prince de Galles; en supposant la parallaxe moyenne de 8 secondes & demie.

	ÎLE DE TAÏTI.						FORT DU PRINCE DE GALLES.					
	Entrée.			Sortie.			Entrée.			Sortie.		
	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.
Temps vrai des observat.	21.	44.	4.	3.	14.	8.	1.	15.	23,0	7.	0.	47,5
Différence des Méridiens, par rapport à Paris...	10.	7.	8.	10.	7.	8.	6.	26.	7.	6.	26.	7.
Temps réduit à Paris...	7.	51.	12.	13.	21.	16.	7.	41.	30.	13.	26.	54,5
Dist. au milieu du passage.	2.	45.	23.	2.	44.	41.	2.	55.	5.	2.	50.	20.
Angle <i>MCV</i>	47.	25.	42.	47.	18.	26.	49.	3.	1.	48.	16.	8.
Inclinaison de l'orbite sur l'équateur, ou <i>MCM</i> .	15.	30.	53.	15.	34.	34.	15.	30.	47.	15.	34.	38.
Angle <i>VC F</i>	31.	54.	49.	62.	53.	0.	33.	32.	14.	63.	50.	46.
Dist. vraie <i>CV</i> , à peu-près,	898,7			896,7			927,7			913,4		
Différence en déclinaison, <i>CF</i> .	12. 43.			6. 48.			12. 53.			6. 43.		
Déclinaison du Soleil...	22.	25.	43.	22.	27.	21,7	22.	15.	41.	22.	27.	23.
Déclinaison de Vénus...	22.	38.	26.	22.	34.	10.	22.	38.	34.	22.	34.	6.
Différ. d'ascension droite.	8. 35.			14. 24.			9. 13.			14. 48.		
Angle horaire du Soleil...	33.	59.	0.	48.	32.	0.	18.	50.	45.	105.	11.	52,5
Angle horaire de Vénus.	34.	7.	35.	48.	46.	24.	18.	41.	32.	105.	26.	40.
Hauteur vraie de Vénus.	37.	48.	44.	27.	43.	14.	51.	28.	4.	11.	35.	8.
Haut. apparente de Vénus.	37.	48.	22.	27.	42.	48.	51.	27.	46.	11.	34.	39.
Différ. des parall. de haut...	23.			26.			18.			29.		
Angle du vertical & du cercle de déclinaison...	42.	38.	8.	54.	8.	0.	15.	27.	34.	30.	39.	6.
Angle <i>ECV</i> ou <i>CVD</i> ...	10.	43.	19.	8.	45.	0.	18.	04.	40.	94.	29.	52.
Distance apparente <i>CD</i> , diff. des demi-durées.	915,11			915,11			915,11			915, 11.		

	ÎLE DE TAÏTI.		FORT DU PRINCE DE GALLES.	
	Entrée.		Sortie.	
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Angle <i>VCD</i>	11. 37,482	10. 39,036	15. 17,38	1. 17. 14,63
Angle <i>CDA</i>	10. 31. 41,518	8. 34. 20,964	18. 19. 57,38	84. 12. 53. 37
Distance vraie de Vénus au Soleil <i>CV</i>	898,762	896,686	927,57	913,262
Distance <i>MV</i> en temps.	2. 45. 23,7	2. 44. 41,4	2. 55. 2,7	2. 50. 17,0
Distance sans parallaxe...	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0
Effet de la parallaxe 8",5, en temps.....	— 5. 30,3	+ 6. 12,6	+ 4. 8,7	+ 37,0
Observations réduites au centre de la Terre...	21. 38. 33,7	27. 20. 20,6	1. 19. 31,7	7. 1. 24,5
Durées qui devraient être égales.....	5. 41. 46,9	5. 41. 52,8

La durée réduite au centre de la Terre, qui devoit être égale, par les deux observations de Taïti & de la baie d'Hudson, est plus grande de 5",9 par celle de la baie d'Hudson; cette quantité est insensible par rapport aux observations, où il suffiroit d'une seconde & demie d'incertitude sur chacune pour produire la différence que je viens de trouver; mais si l'on veut y avoir égard, on dira 15' 14",2, dont la durée est diminuée à Taïti plus qu'à la baie d'Hudson, font à 8",5, comme 5",9 font à 0",05; en sorte que la parallaxe de 8",55 satisfait à ces deux observations. En donnant la même durée par les observations du Fort, réduites au centre de la Terre, on voit ici que la durée au Fort est trouvée plus grande de 15' 10" qu'à l'île de Taïti; cette quantité est assez considérable pour rendre fort exacte la parallaxe de 8",55 que je viens d'en tirer. Le P. Hell trouve, il est vrai, 3' 46",9, * au lieu de 4' 8",7 pour l'effet de la parallaxe au Fort, dans les mêmes hypothèses que moi, & je crois que c'est la principale cause des discordances perpétuelles qu'il y a entre le

* *De parallaxi Solis*, à Maximiliano Hell, &c. Vindobonæ, 1772, page 98.

P. Hell & moi dans la détermination de la parallaxe, par les différentes observations.

Si l'on veut avoir égard à l'aplatissement de la Terre, on tirera, par le lieu apparent D de Vénus (*fig. 1*) une ligne DH perpendiculaire au vertical, & du même côté que le pôle élevé, égale à la parallaxe d'azimuth. Supposant que la différence des parallaxes horizontales soit $= p$, l'angle de la verticale avec le rayon de la Terre $= a$, la hauteur apparente $= h$, & l'azimuth $= Z$, cette ligne DH sera $= p \sin. a \sin. Z$ (*Astronomie, art. 1685*); on appliquera la correction $p, \sin. a, \cos. Z, \sin. h$, à la parallaxe de hauteur DV (*Astr. art. 1689*), on cherchera l'angle DVH & le côté VH ; on ôtera l'angle DVH de l'angle DVC , & l'on aura l'angle CVH , le point H étant le lieu apparent de Vénus, & la ligne CH égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, on dira $CH : \sin. CVH :: VH : \sin. HCV$; connoissant CVH & HCV , l'on aura CHV , & l'on dira enfin $\sin. CVH : CH :: \sin. CHV : CV$, distance vraie des centres de Vénus & du Soleil, par le moyen de laquelle on trouve le moment du vrai contact vu du centre de la Terre; car connoissant CM & CV , il est aisé de trouver la portion MV de l'orbite vraie de Vénus, le temps qui lui correspond, & par conséquent la différence entre ce temps vu du centre de la Terre, & le temps qui répond à CH , distance apparente vu du lieu de l'observation (*Astron. art. 2064 & 2065*).

On peut comparer également l'observation de Taïti avec celle de Saint-Joseph en Californie, où l'effet de la parallaxe différoit de $7' 18''$ de celui de Taïti; or, en employant la même parallaxe de 8 secondes & demie, je trouve la durée réduite au centre de la Terre pour Saint-Joseph $5^h 41' 48'',4$, plus grande d'une seconde & demie seulement que celle qu'on trouve par Taïti, ce qui donne la parallaxe $8'',53$, pour les moyennes distances.

Lorsqu'on compare l'observation de Cajanebourg avec celle de Taïti, en supposant le diamètre de Vénus $57'',2$, on a la durée réduite $5^h 41' 50'',9$, & la parallaxe moyenne $8'',52$.

La comparaison de Cajanebourg avec S.^t Joseph donne $8'',47$; & avec

& avec la baie d'Hudson $8''{,}49$, je n'avois d'abord trouvé celle-ci que de $7''{,}86$ (*Mém. Acad. 1770, page 14*), mais c'étoit en supposant le diamètre de Vénus trop fort, ou de $59''$; il est prouvé qu'il doit être diminué au moins d'une seconde & demie.

Enfin la comparaison de Saint-Joseph avec le fort de la baie d'Hudson, donne $8''{,}56$, toujours pour les moyennes distances. Toutes ces observations diffèrent peu du résultat de l'observation faite au cap de Bonne-espérance en 1761, qui donnoit $8''{,}59$, (*Mém. Acad. 1761, p. 479*) en réduisant tout à la moyenne distance, & en faisant usage de toutes les observations.

L'observation du P. Hell, faite à Wardus, est la seule qui s'écarte de toutes les observations précédentes: en supposant les deux contacts $9^h 34' 10''{,}6$ & $15^h 27' 24''{,}6$, je trouve l'effet de la parallaxe — $6' 24''{,}4$ & $+ 4' 28''{,}0$, ce qui donne la durée réduite au centre de la Terre, $5^h 42' 21''{,}6$. On voit dans la Table ci-dessous la durée réduite au centre de la Terre, par chacune de ces observations, & l'on voit que celle du P. Hell est la seule qui s'écarte de toutes les autres; j'y ai joint même les observations de Gurief, d'Orenburg & de Pékin, dont je parlerai ci-après, comparées avec celles de Paris, & toutes s'accordent entre elles, tandis que celle de Wardus s'éloigne de toutes les autres.

Taiti.....	$5^h 41' 46''{,}9$
Gurief.....	$5. 41. 47,0.$
Saint-Joseph.....	$5. 41. 48,4.$
Cajanebourg.....	$5. 41. 50,9.$
Le Fort.....	$5. 41. 51,7.$
Orenburg.....	$5. 41. 54,0.$
Pékin.....	$5. 41. 55,0.$
Wardhus.....	$5. 42. 21,6.$

Cette observation faite à Wardhus, comparée avec le Fort; donne $9''{,}08$; avec Saint-Joseph $8''{,}81$; avec Taiti $8''{,}72$. On voit dans ces trois résultats des différences de $0''{,}36$, ce

Mém. 1771. G g g g g

qui m'a porté à préférer les quatre autres observations. L'observation de Cajanebourg m'a paru préférable à celle de Wardhus, par cela même qu'elle donne des résultats plus cohérens entr'eux, quand on la compare avec toutes les autres.

M. Euler, dans les Mémoires de Pétersbourg qui viennent de paroître (*Tome XIV, Partie II, p. 518*) s'arrête à $8''{,}8$, après une multitude de calculs faits sur un grand nombre d'observations; mais il n'avoit pas reçu celles de Taïti qui donnent moins que les deux observations d'Amérique dont M. Euler s'est servi; il n'avoit pas même celles de Californie qui lui ont donné $8''{,}75$ (*Ibid. page 536*).

M. Lexel qui avoit fait, avec M. Euler, un grand nombre de calculs sur les observations du passage de Vénus, ayant reçu celles de l'île de Taïti, a voulu les discuter aussi, & les comparer avec celles qu'on a faites en Europe, pour en déduire la parallaxe du Soleil. Comme l'effet de la parallaxe de Taïti a été fort considérable, & en même temps contraire à celui de la plupart des observations faites en Europe; il a jugé que la détermination qui seroit déduite de leur comparaison seroit la plus sûre & même presque infaillible. Pour faire ces calculs, M. Lexel s'est servi d'une méthode dûe à l'illustre M. Léonard Euler, dont on trouve le détail dans le *tome XIV* des Mémoires de Pétersbourg. Voici les principaux résultats trouvés par M. Lexell, dans lesquels il a laissé indéterminée la petite correction y , que pourroit exiger la Latitude géocentrique au temps de la conjonction.

Par la comparaison des observations de Taïti avec un assez grand nombre de celles de l'Europe, la parallaxe horizontale du Soleil, se trouve de $8''{,}68 - 0{,}0077, y$, pour le jour du passage, en employant également les observations des contacts extérieurs, & celles des contacts intérieurs; mais quand on se borne à celles des contacts intérieurs, comme les plus sûres, la valeur de la parallaxe se trouve égale à $8''{,}58 - 0{,}0080, y$.

Une semblable comparaison des observations du Fort du Prince de Galles à la Baie d'Hudson, avec celles d'Europe, donne la parallaxe égale à $8''{,}52 - 0{,}0019, y$, lorsqu'on emploie les deux sortes de contacts; mais, en donnant l'exclusion aux contacts extérieurs, on trouve $8''{,}74 - 0{,}0029, y$.

Enfin, les Observations des contacts extérieurs, faites en Californie par feu M. l'Abbé Chappe, étant de même comparées avec celles d'Europe, donnent à M. Lexell la parallaxe égale à $8'',61 - 0,0062, y$.

Pour tirer de ces diverses conclusions une valeur moyenne, qui soit la plus approchante de la vérité, M. Lexell a estimé leurs probabilités comme étant proportionnelles aux coefficients dont la parallaxe est affectée dans les équations d'où ces valeurs ont été tirées, parce qu'il est évident que plus ces coefficients seront grands, moins les erreurs commises dans les observations auront d'influence pour changer l'inconnue, qui est la parallaxe cherchée. Suivant cette estimation, les probabilités des conclusions tirées des observations de ces trois lieux éloignés, sont respectivement proportionnelles aux trois nombres 11, 4 & 8. Or, en prenant de cette manière une valeur moyenne entre celles que nous venons d'indiquer ci-dessus, on trouve $8'',60 - 0,006, y$.

En supposant la correction, ou la quantité $y = 8''$ à peu près, la valeur de la parallaxe sera en nombres absolus égale à $8'',55$ ou $8'',33$; & l'on pourra être assuré, dit M. Lexell, qu'elle ne diffère pas de la vérité de plus d'un vingtième de seconde. Toutes ces circonstances s'accordent à prouver que la parallaxe ne sauroit être plus petite que $8'',5$, ni plus grande que $8'',6$ pour le jour du passage; il en conclut que la parallaxe du Soleil, lorsque cet astre est à sa distance moyenne de la Terre, sera $8'',68$, ou $8'' 40'''$, & que cette même distance égale 23753 demi-diamètres de l'équateur de la Terre. Pour dernière conclusion, dit-il, la grosseur du Soleil sera égale à 1358819 fois celle de la Terre; & la grosseur de Vénus, par rapport à celle de la Terre, sera comme 23 à 25 à peu près, le diamètre de Vénus ayant été trouvé, tant par les observations immédiates que par le calcul un peu plus grand que $57''$ (*Gazette Universelle, aux Deux-Ponts, année 1771, N.º CI.*)

J'ai mis dans la Table suivante le résultat des combinaisons que j'ai faites de toutes les observations, deux à deux, avec le résultat de M. Lexell à côté du mien. Par exemple, l'observation de l'île de Taïti, comparée avec celle du Fort-du-Prince, donne,

G g g g ij

788 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 suivant moi, 8",55; & suivant M. Lexell, 8",62 (*Disquisitio*
Parallaxeos; &c. page 60.)

	<i>Wardhus.</i>	<i>Cajanebourg.</i>	<i>Fort du Prince.</i>	<i>Saint-Joseph.</i>
Fort du Prince	9",08..9",01	8",49..8",41		
Saint-Joseph.	8",81..8",80	8",48..8",53	8",56..8",61	
Taïti.	8",72..8",74	8",52..8",54	8",55..8",62	8",53..8",60

Les résultats de M. Lexell sont un peu plus grands que les miens; mais la différence est peu considérable; celui de M. Euler est sensiblement plus grand; mais j'ai employé les élémens les plus exacts & les mieux choisis que l'Astronomie puisse fournir; j'y ai fait usage de la méthode la plus rigoureuse pour le calcul, & la plus indépendante de tous les élémens qu'on est obligé d'employer; d'ailleurs, il n'y a véritablement que deux observations d'Europe qui soient indépendantes de l'erreur des Longitudes géographiques, celle de Cajanebourg & celle de Wardhus; & le résultat de M. Euler étant celui que donne l'observation de Wardhus, il me paroît moins sûr que celui qui s'accorde avec toutes les autres observations. Enfin, les observations de Pékin, de Gurief & d'Orenburg donnent encore le même résultat, ce qui me fait regarder le mien comme préférable. Les mêmes raisons militent contre le résultat de M. Pingré qui, dans un Mémoire lû à l'Académie il y a quelques mois, a trouvé à peu - près la même quantité que M. Euler; il rejette l'observation de Cajanebourg, parce qu'on n'y a observé que le contact extérieur de la sortie. Si cependant on considère que l'observation de Cajanebourg a été faite avec une très-grande lunette, par un Observateur très-exercé & très-connu, qu'elle est la plus authentique, nous étant parvenue aussi - tôt qu'il étoit possible de la recevoir; que les observations d'Amérique comparées entr'elles donnent le même résultat que quand on les compare avec celles de Cajanebourg & un résultat qui s'accorde avec l'observation faite au Cap en 1761, on ne pourra s'empêcher, à ce qu'il me

paroît, de la faire entrer dans le résultat ; & dans ce cas, on ne trouvera qu'environ $8''{,}55$ pour la parallaxe moyenne du Soleil. M. Lexell lui-même, dans une lettre fort détaillée que j'ai reçue de lui, se réduit à $8''{,}6$, quoiqu'il adopte toujours l'observation de Wardhus ; ainsi l'on peut, en négligeant les centièmes de secondes, s'en tenir à $8''{,}6$ pour les distances moyennes.

Au reste les observations que nous avons combinées avec tant de soin, resteront toujours comme des points fixes qu'on pourra calculer dans la suite avec des élémens encore plus exacts ; l'on pourra même avoir des résultats un peu plus sûrs lorsqu'on aura plus exactement les longitudes des autres villes de Lapponie & de Sibérie, où l'on a observé une des phases du passage de Vénus ; car jusqu'à présent il me paroît qu'on ne peut compter que sur les observations de la durée entière. Mais avant les années 1874 & 1882, où l'on doit observer d'autres passages de Vénus sur le Soleil, on aura certainement de nouvelles lumières sur celui de 1769, par les longitudes des villes où il a été observé.

Par exemple, Pékín est, de toutes les villes orientales, celle dont on connoît le mieux la longitude, à cause du grand nombre d'observations de toute espèce qui y ont été faites : si l'on connoissoit quelque jour avec la même précision la situation des trois points Occidentaux où la sortie a été observée, on en concleroit par d'autres comparaisons la parallaxe du Soleil, en n'employant pas la durée du passage ; en attendant, je vais rapporter ici cette observation de la Chine qui m'a été envoyée par le P. Collas, missionnaire Jésuite. Le P. Dollières, avec une lunette de 18 pieds, jugea qu'il n'y avoit plus de lumière entre les bords du Soleil & de Vénus, à $2^h 8' 24''$: les bords ne paroissoient pas se toucher, mais ils étoient liés entr'eux par une ombre. A $2^h 8' 43''$ il jugea que les deux bords paroissoient confondus ; à $2^h 27' 0''$ sortie totale : mais il lui parut encore pendant 4 secondes qu'il voyoit le limbe de Vénus plus éclairé qu'auparavant, mordant encore un peu sur celui du Soleil.

Le P. Collas, avec une lunette simple de 14 pieds, jugea le contact intérieur à $2^h 8' 49''$, & la sortie totale à $2^h 26' 54''$; il n'eut point d'incertitude, ni de doute sur cette observation, & les deux Observateurs écrivirent séparément les temps observés,

avant de se les communiquer; seulement, ils conviennent que la pendule avoit éprouvé un dérangement qui pourroit avoir nui à l'exactitude de l'observation.

Pour la réduire au centre de la Terre, on se servira de la *figure 3*, dans laquelle *V* est le lieu vrai de Vénus, *D* son lieu apparent; l'angle horaire pour Vénus, dans le temps du contact intérieur, étoit de $42^{\text{d}} 38' 47''$, sa déclinaison $22^{\text{d}} 34' 6''$, sa hauteur apparente $50^{\text{d}} 6' 10''$; l'angle du vertical & du cercle de déclinaison $54^{\text{d}} 8' 0''$; l'angle *PCM*, $15^{\text{d}} 34' 40''$, *MCV* = $49^{\text{d}} 3' 40''$, *ZCV* ou *CVD* = $10^{\text{d}} 30' 20''$; *CDB* = $10^{\text{d}} 39' 47''$, 86, la distance vraie *CV* = $15' 28''$, 79, à laquelle répond un intervalle de $2^{\text{h}} 55' 26''$, 9; mais la demi-durée, vue du centre de la Terre, en supposant toujours *CM* à $10' 8''$, est $2^{\text{h}} 50' 54''$, 1; ainsi l'effet de la parallaxe est de $4' 32''$, 8, à $21^{\text{h}} 8' 24''$.

J'ai trouvé de même l'effet de la parallaxe pour le contact extérieur — $3' 5''$, à $21^{\text{h}} 26' 56''$; en sorte que la durée de la sortie du diamètre, réduite au centre de la Terre, est de $19' 13''$, 4, au lieu de $19' 16''$, 5 qu'on trouve en supposant le diamètre de Vénus de $59''$; ce qui réduit le diamètre à $58''$, 8, & même à $57''$, 8, si l'on prend pour contact intérieur $21^{\text{h}} 8' 43''$, qui est le temps où les deux bords paroissent confondus. Cela me paroît plus naturel, parce que l'irradiation doit entrer dans la grandeur du diamètre solaire, qu'on emploie pour le contact intérieur, lorsqu'il s'agit de calculer le vrai diamètre de Vénus; c'est la circonférence apparente du Soleil qui décide le contact extérieur; c'est donc aussi celle qu'on doit choisir pour le contact intérieur, & non pas la formation du ligament obscur.

Le contact intérieur étant réduit à $21^{\text{h}} 3' 51''$, 2, le milieu se trouve à $18^{\text{h}} 12' 53''$, & comme je le trouve à $10^{\text{h}} 36' 39''$ pour Paris; la différence des méridiens qui en résulte seroit de $7^{\text{h}} 36' 14''$, au lieu de $35''$ que M. Pingré a trouvé par un grand nombre d'observations. L'effet de la parallaxe à Pékin — $4' 32''$, 8 ne diffère que de 5 secondes de celui qui avoit lieu au même-temps à Wardhus; ainsi cette observation ne peut servir qu'à confirmer celle du P. Hell, & non pas à en déduire la parallaxe, si ce n'est en la comparant avec celle d'Amérique;

mais on ne peut se servir de l'observation de Pékin pour examiner celle de Wardhus, qu'en supposant exactement connue la longitude de Wardhus, or elle n'est pas bien constatée, comme M. Pingré l'a remarqué dans son Mémoire. Si l'on suppose la différence des méridiens $1^h 55' 6''$, comme la donne le P. Hell, & comme je la trouve par le passage même de Vénus, on a la sortie $13^h 27' 51''$ pour Paris; mais on la trouve à $13^h 27' 28''$ par l'observation de Pékin. En supposant la différence des méridiens $7^h 36' 23''$, comme M. Pingré l'a trouvée (*Mém. Acad. 1764, page 271*), il s'ensuivroit que le P. Hell a observé $23''$ trop tard. Si l'on fait la même chose pour l'entrée observée à Wardhus, on a $7^h 45' 29''$ réduit à Paris; & comme celle-ci a été observée à $7^h 45' 41''$, il s'ensuivroit que le P. Hell l'a observé $12''$ trop tôt, & qu'il a trouvé une durée de $35''$ trop grande; or on a vu ci-dessus qu'il faudroit ôter $35''$ de la durée observée par le P. Hell, pour l'accorder avec celle de Taïti; ainsi son observation est contredite par celle de Pékin, ce qui autorise en quelque sorte le résultat que j'ai adopté pour la parallaxe.

Je comparerai de la même manière l'observation faite à Gurief, près de la mer Caspienne, par M. Lowitz, avec celle de Paris; la latitude de Gurief est de $47^d 7' 7''$, & la distance au méridien de Paris $3^h 18' 47''$, suivant les Mémoires de Pétersbourg (*1769, page 487*); le contact intérieur $16^h 52' 55''$, réduit au centre de la Terre, est $16^h 46' 15''$, réduit au méridien de Paris & comparé avec le premier contact pour Paris $7^h 45' 41''$; il donne pour la durée $5^h 41' 47''$, exactement comme l'observation de Taïti: M. Lexell trouve le contact réduit $16^h 46' 34''$, la différence des méridiens $3^h 18' 37''$, & la durée $5^h 41' 57''$; ce qui ne diffère que d'une seconde du milieu qu'on verra ci-après.

L'observation faite à Orenburg par M. Krafft donne à peu près le même résultat; la latitude est de $51^d 46' 0''$, & la distance au méridien de Paris $3^h 31' 20''$ (*Mém. de Petersb. pages 556 & 569*); le contact intérieur $17^h 5' 1''$, en prenant le premier instant où M. Krafft vit les deux bords se toucher (*Comm. Petropol. p. 205*); l'effet de la parallaxe — $6' 6'', 0$

étant ôté de l'observation, ainsi que la différence des méridiens & l'heure du contact pour Paris, il reste pour la durée du passage $5^h 51' 54''$, plus grande seulement de 2 secondes que celle de la baie d'Hudson. M. Lexell admet pour le contact observé $17^h 5' 7''$, & pour la différence des méridiens $3^h 31' 10''$, ce qui donne la durée $5^h 42' 10''$, plus grande que la mienne de $16''$.

C'est ainsi que toutes les observations qui portent avec elles quelque caractère d'exactitude s'accordent, pour ainsi dire, avec la parallaxe de 8 secondes & demie. En prenant le milieu entre les sept demi-durées déduites de ces sept observations, on trouve $2^h 50' 56''$. En ne prenant que les trois observations éloignées, on a deux tiers de seconde de moins; mais celle de Wardhus donne $2^h 51' 10''$, celle de Pétersbourg donne une minute de trop pour la durée; je serois tenté de soupçonner une erreur de minutes sur le contact intérieur; on sait que cela est arrivé plusieurs fois dans des observations importantes; quoi qu'il en soit, on peut s'en tenir à la demi-durée $2^h 50' 56''$, qui satisfait au plus grand nombre des observations.

Après avoir choisi la parallaxe moyenne de $8'',50$, je l'ai appliquée aux cinq observations de durée complètes, pour avoir la durée moyenne & la plus courte distance; par un milieu entre les quatre observations, j'ai trouvé les résultats suivans, auxquels j'ajouterai ceux de M. Lexell qui a fait entrer dans ses calculs la considération de la Figure de la Terre, mais qui ne diffère sensiblement de moi que pour le fort du Prince.

	À Wardhus.	Au Fort du Prince.	À Saint-Joseph.	À Taïti.	À Cajanebourg.
Entrée totale....	$9^h 34' 10'',6.$	$1^h 15' 23''.$	$0^h 17' 26'',9.$	$21^h 44' 4''.$	$9^h 20' 45'',5.$
Effet de la parall.	$+ 6. 24,4.$	$+ 4. 9,8.$	$+ 18,1.$	$- 5. 30,3.$	$+ 6. 38,3.$
Suivant M. Lexell,	$6. 22,7.$	$4. 6,0.$	$16. 1,4.$	$5. 29,7.$	$6. 36,0.$
Sortie.....	$15. 27. 24,6.$	$7. 0. 47,5.$	$5. 54. 50,3.$	$3. 14. 8.$	$15. 32. 27,0.$
Effet de la parall.	$- 4. 28,0.$	$+ 0. 37,1.$	$+ 4. 43,1.$	$- 6. 12,6.$	$- 4. 30,6.$
Suivant M. Lexell,	$4. 28,8.$	$38,9.$	$4. 42,7.$	$6. 12,6.$	$4. 31,5.$
Durée réduite....	$5. 42. 21,6.$	$5. 41. 51,7.$	$5. 41. 48,4.$	$5. 41. 46,9.$	$5. 41. 50,9.$
Diff. du Méridien.	$1. 55. 10.$	$6. 26.$	$7. 27. 57.$	$10. 7. 9.$	$1. 41. 43.$

La plus

La plus grande différence entre ces durées réduites, d'après mes calculs seulement, est de $34^{\text{h}} 7'$; le milieu entre toutes, en employant même celle de Wardhus, est de $5^{\text{h}} 41' 55''$, & en ne prenant que les sept autres dont j'ai parlé, $5^{\text{h}} 47' 50''$; d'où l'on conclut la plus courte distance $10^{\text{h}} 7' 9''$, plus petite seulement d'un dixième de seconde que celle dont je m'étois servi dans tous mes calculs, qui étoit de $10^{\text{h}} 8''$.

L'effet de la parallaxe pour Paris $6' 56''$, étant ajouté avec le moment du contact $7^{\text{h}} 38' 45''$, & avec la demi-durée $2^{\text{h}} 50' 56''$, on a le milieu du passage à Paris $10^{\text{h}} 36' 36''$; la conjonction $10^{\text{h}} 13' 57''$, temps vrai, ou $10^{\text{h}} 11' 42''$ de temps moyen; la latitude héliocentrique, vue du Soleil, $4' 4''$; le lieu de la conjonction $2^{\text{f}} 13^{\text{d}} 27' 21''$, & le lieu du nœud $2^{\text{f}} 14^{\text{d}} 36' 8''$ pour le temps de cette conjonction.

J'ai supposé dans tous ces calculs le diamètre de Vénus de $57''$, 2. M. Euler, qui a calculé un grand nombre d'observations, le trouvoit d'abord de $57''$, 3 (*Mém. de Pétersb. p. 519*), ensuite $57''$, 2 (*ibid. p. 536*); j'ai trouvé $57''$, 5 pour l'observation de Pékin; mais une seconde d'incertitude sur la distance des centres que j'ai employée dans mes calculs ne causeroit aucune différence sensible sur les conclusions que j'en ai tirées. Je n'ai pas trouvé un dixième de seconde de moins pour l'effet de la parallaxe en temps, lorsque j'ai diminué de $1''$, 8 le diamètre de Vénus; il n'y a que l'observation de Cajanebourg qui s'accorde moins, si l'on augmente la valeur du diamètre; mais la quantité de $57''$, 2 est assez approchante de toutes les observations pour qu'on puisse employer sans incertitude l'observation de Cajanebourg, sur-tout en la voyant confirmée exactement par toutes les observations de l'hémisphère occidental. Ce diamètre $57''$, 2 étant réduit à la distance moyenne du Soleil à la Terre, est de $15''$, 9.

Je n'ai point tenu compte dans ces calculs de l'aberration de la lumière qui est de $3''$, 7 en Longitude & qui retarde la conjonction d'environ 55 secondes; mais cette aberration est la même dans toutes les conjonctions inférieures, ainsi on les peut annoncer les unes par les autres sans y avoir égard; puisqu'il n'est question d'un passage de Vénus, que relativement à un autre; par la même

raison, on peut négliger l'aberration du Soleil qui diminue constamment sa Longitude de 20 secondes. Cependant M. Price observe qu'il y a jusqu'à 19 minutes de différence entre la conjonction calculée & la conjonction observée, si l'on a égard à l'aberration du Soleil, & si l'on suppose que le lieu du Soleil, donné par les Tables, est toujours son lieu apparent, plus petit de 20 secondes que le lieu vrai.

Fig. 4.

Soit *T* la Terre, *S* le lieu vrai du Soleil, *TO* la ligne de son lieu apparent tel que les Tables le donnent, moins avancé de 20 secondes que son lieu vrai; *SE* une ligne parallèle à *TO*, & dirigée vers le même point du ciel; la conjonction de Vénus par rapport au lieu apparent du Soleil, calculée par les Tables, arrivera en *V*, sur la ligne *SVE*, qui désigne le point du Ciel opposé au lieu apparent du Soleil: la conjonction, vue de la Terre, arrivera au point *B* sur la ligne *TBO*; la portion *VC* de l'orbite de Vénus, qui est vue du Soleil, sous un angle de 20 secondes, paroît de 52 secondes vue de la Terre, & si on y ajoute *CB* qui nous paroît de 20 secondes; on aura 72",2, il faut y ajouter 3",7 aberration de Vénus, considérée séparément, qui augmente la Longitude de Vénus, en la portant à gauche du point *V*; le total est de 75",9 que Vénus parcourt en 19 minutes de temps (*Transact. Philos.* 1770, page 536), donc il y a 19 minutes de différence entre la conjonction observée, & celle qui auroit lieu sans l'aberration.

On a vu ci-dessus qu'on satisfait assez bien à toutes les observations de 1769, en prenant pour la parallaxe moyenne du Soleil, 8"½ ou tout au plus 8",6. La première donne pour la distance moyenne du Soleil 34 millions 761 mille 680 lieues de 25 au degré, ou 24 mille 266 demi-diamètres terrestres; la seconde donne 34 millions 357 mille 479 lieues & 23 mille 984 demi-diamètres terrestres.

Ces parallaxes ne s'écartent que de $\frac{1}{20}^e$ de seconde l'une de l'autre; c'est-là le petit degré d'incertitude qui nous reste à fixer pour l'année 1874, à moins qu'avant ce terme la perfection de nos instrumens ne nous procure d'autres moyens d'y parvenir.

L'observation faite dans la mer du Sud & dont j'avois prin-

cipalement à rendre compte dans ce Mémoire, est le dernier fruit que nous attendions du phénomène important de 1769, & c'étoit-là le dernier voyage, dont les résultats nous manquoient. Ce voyage de la mer du Sud avoit été l'objet de nos vœux, dès l'année 1760. M. de l'Isle avoit fait un Mémoire pour prouver que le passage de 1761 devoit y être observé; malgré ce qu'avoit dit M. Halley en 1716.

M. le Gentil avoit fait ses efforts pour y aller dès 1768, M. l'Abbé Chappe avoit sollicité à son tour cet avantage; M. Véron avoit fait ses efforts pour y être en 1769: malgré toutes ces tentatives, nous avons été sur le point de perdre les fruits que nous attendions de ce voyage, & nous les aurions à jamais regrettés, si le zèle de la Société Royale de Londres, secondée par une Nation éclairée & puissante, ne nous eût enfin procuré cet avantage.

Remarques Géographiques.

Les observations faites à l'occasion du passage de Vénus, ont été fort utiles à la Géographie: Guriew, dont la Longitude est déterminée par ces observations, de $69^{\text{d}} 42'$, se trouve de 2 degrés plus grande dans la troisième partie de la carte d'Asie, par M. d'Anville.

La Longitude d'Orenburg, $72^{\text{d}} 50'$ ne se conciliera pas facilement avec celle de Tobolsk, observée en 1761 de $86^{\text{d}} 6'$; la différence $13^{\text{d}} 16'$ entre deux villes qui ne diffèrent que de $6^{\text{d}} 26'$ en latitude, annonce une énorme défecuosité dans les cartes de la Sibérie, publiées à Pétersbourg, & produira une bien grande différence de configuration dans cette partie des Cartes Géographiques.

La Latitude de Saint-Joseph en Californie, nous donne la position du Cap Saint-Lucas de 23 degrés ou quelques minutes de moins, elle n'étoit que de $21^{\text{d}} \frac{3}{4}$ dans la Carte du Mexique, envoyée par M. d'Alzate à l'Académie des Sciences, il y a quelques années, & que l'on a publiée en 1772, chez M. Buache; il est vrai que M. d'Anville, Géographe plein de sagacité, dans une carte particulière, dressée au mois de Février 1760, avoit établie la Longitude du cap Saint-Lucas, à peu-près telle que la donne l'observation; mais on la lui avoit contestée, & il étoit important de s'assurer d'un point aussi remarquable dans la Géo-

graphie. Il y avoit $3^{\text{d}}\frac{1}{3}$ d'erreur sur la Longitude du même Cap dans la carte de M. d'Alzate, & $1^{\text{d}} 50'$ sur la Longitude de Mexico; en sorte que sur la seule distance de Mexico à la Californie, il y avoit $1^{\text{d}}\frac{1}{2}$ de trop dans la carte. Il faut avouer cependant que la Longitude de Mexico n'est pas aussi sûre que celle de Saint-Joseph en Californie; & il pourroit y avoir quelques minutes à ôter de l'erreur que je viens d'indiquer pour la Longitude de Mexico; suivant des observations que j'ai reçues de M. de Léon, la distance au méridien de Paris ne seroit que de $6^{\text{h}} 46' 0''$ au lieu de $6^{\text{h}} 47' 30''$; la Latitude de Mexico, suivant le même M. de Léon, est de $19^{\text{d}} 25' 50''$, au lieu de $19^{\text{d}} 22' 30''$ que donnent les observations de M. d'Alzate.

Positions géographiques, déterminées rigoureusement à l'occasion du Passage de Vénus, en 1769.

N O M S D E S L I E U X.	LATITUDES.			LONGITUDES		
				en supposant 20 degrés pour Paris.		
	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Kola en Lapponie.....	68.	52.	28.	50.	43.	0.
Ponoi, <i>idem</i>	67.	4.	30.	58.	44.	15.
Umba, <i>idem</i>	66.	39.	47.	51.	50.	15.
Jakutsk en Sibérie.....	62.	1.	50.	147.	27.	15.
Tobolsk.....	58.	12.	22.	86.	5.	45.
Orenburg vers la mer Caspienne.	51.	46.	0.	72.	50.	0.
Orsk, <i>idem</i>	51.	12.	32.	76.	7.	30.
Guriew, <i>idem</i>	47.	7.	7.	69.	41.	45.
Agra, suivant M. d'Anville.....	27.	10.	0.	95.	45.	0.
Saint-Joseph en Californie.....	23.	3.	36.	267.	59.	30.
Mexico.....	19.	25.	50.	278.	30.	0.
Taïti dans la mer du Sud.....	17.	28.	55 M.	228.	12.	8.
Le fort du prince de Galles, sur la baïe d'Hudson.....	58.	47.	32.	283.	27.	0.
Batavia dans l'île de Java.....	6.	12.	0 M.	124.	28.	15.
Manille dans l'île de Luçon.....	14.	36.	8.	138.	31.	0.
Île de Håmmersföst.....	70.	38.	22.	41.	24.	30.
Cap Nord; observatoire.....	71.	0.	47.	43.	42.	30.
Pointe du cap Nord.....	71.	10.	0.	43.	30.	0.
Port Praslin, nouvelle Bretagne...	4.	49.	27 M.	229.	13.	30.

On en verra un plus grand nombre dans la Connoissance des Temps, pour les années 1774 & 1775, calculées par M. du Séjour & par M. Méchain. J'ai ajouté à la Table précédente la Longitude d'Agra, réformée par M. d'Anville, d'après les observations du P. Boudier, & celle qu'on a faite à Fatepour.

On trouvera dans mon Mémoire, imprimé séparément à Paris (chez Lattré), le recueil de toutes les observations du passage de Vénus & de l'Éclipse de Soleil, parmi lesquels il y en a plusieurs autres qui serviront à rectifier des points de Géographie, en Europe & en Asie : je placerai seulement ici quelques corrections pour ce Mémoire.

Page 7, à la fin; l'effet de la parallaxe ne diffère de celui de Paris que de $2''\frac{1}{2}$, en moins qu'il faut ôter, &c.

Page 8, au commencement; voyez, sur les Observations de Brest, le I.^{er} volume des Mémoires de l'Académie Royale de Marine.

Page 9, à la fin; sur M. Bevis, voyez le Journal des Savans, Septembre 1772, page 615, in-4.^o

Page 14; Grifwald en Coméranie est à $44^{\circ} 10''$, & non à $43^{\circ} 46''$ à l'Orient de Paris.

Page 17; l'Observation d'Orsk est de M. Christophe Euler, troisième fils de M. Euler; Charles Euler, son second fils, est Médecin.

Page 23, ligne 2; lisez, d'après les calculs exécutés par M. Lexell, suivant la méthode de M. Euler. Voyez le Livre qui a pour titre: *Disquisitio de investiganda vera quantitate parallaxus Solis extransita venerisante discum Solis, anno 1769; cui accedunt animadversiones in tractatum R. P. Nelli de parallaxi Solis, autore Andrea Joh. LEXELL, Socio Acad. Imp. Scientiarum Petropolit. Petropoli Typis Academiae Imperialis Scientiarum, 1772, 131 pages in-4.*

Page 25; Après les Observations de la Chine & des Indes, ajoutez les suivantes :

A Manille, $7^h 54' 4''\frac{1}{2}$ à l'Orient de Paris, à $14^d 36' 8''$ de Latitude; D. E. de Ronas a observé la sortie de Vénus à $9^h 25' 45''$ & $9^h 43' 26''$.

A Calcutta, $6^h 3' 0''$ à l'Orient, & $22^d 30'$ de Latitude; entrée intérieure, $8^h 20' 58''$; sortie, $14^h 11' 34''$ & $14^h 27' 38''$.

A Madraff, $5^h 29' 26''$ à l'Orient, & $13^d 8' 0''$ de Latitude; entrée, $7^h 31' 10''$ & $7^h 47' 55''$; sortie, $13^h 39' 38''$ & $13^h 55' 44''$.

A Tranguebar, $5^h 27' 24''$ à l'Orient, & $10^d 56' 0''$ de Latitude; durée, $5^h 51' 33''$. Voyez *Transactions of the Americal Philosophical Society held at Philadelphia*, p. 67.

Page 26, ligne 11; ajoutez: toutes les Observations d'Amérique sont détaillées dans les Transactions de la Société d'Amérique.

Page 30, ligne 1.^{re}; à Sainte - Anne en Californie, M. Velasque a observé l'entrée à $11^h 55' 45''$ & $0^h 14' 10''$; la sortie à $5^h 53' 36''$ & $6^h 11' 59''$. Voyez M. Cassini, dans le Voyage de M. l'Abbé Chappe.

Page 32; Suivant M. Cook, tome II, page 141, les deux contacts intérieurs sont $9^h 44' 4''$ & $3^h 14' 8''$; ce qui donne la durée $5^h 30' 4''$, comme je l'ai employée.

Page 36, ligne 28; lisez: la différence de CM & de CV.

Page 40, ligne 17; au lieu de M. Euler, lisez, M. Lexell a de nouveau calculé les principales observations.

Page 41, ligne 29; $8'',58$; ajoutez: ce qui donne $8'',70$ pour la parallaxe dans les moyennes distances.

On trouvera la Table des élémens des planètes que j'ai calculée; en supposant la parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, dans la relation du voyage de M. l'Abbé Chappe, par M. Cassini fils (à Paris, chez Jombert, 1772), dans les Mémoires de l'Académie pour 1770, dans la Connoissance des Temps de 1774 & 1775, & dans le septième volume des Éphémérides de l'Académie, pour 1775 — 1784; je donnerai ailleurs celle qui suppose la parallaxe de $8'',6$.

CONCLUSION.

La parallaxe du Soleil dans ses moyennes distances, est renfermée dans les limites de $8'',55$ à $8'',63$, dernier résultat de M. Lexel, dont le milieu diffère peu de $8'',6$; ainsi en admettant en nombre ronds $8'',6$ pour les Latitudes moyennes; comme celle de Paris ne peut s'écarter sensiblement de la vérité, les observations faites en 1769, ne peuvent suffire pour lever ce petit degré d'incertitude, d'un douzième de seconde. La parallaxe équatoriale sera $8'',62$; & la parallaxe sous le pôle $8'',58$, à raison de l'aplatissement de la Terre.

TABLE des Diamètres apparens des Planètes, vus à la distance moyenne du Soleil à la Terre & de leurs diamètres vrais ; en supposant la parallaxe du Soleil de 8",6, avec leurs volumes, leurs densités, leurs masses & leurs distances.

PLANÈTES.	DIAMÈTRES en Minutes & Secondes.	DIAMÈTR. en Lieues.	DIAMÈTRES par rapport à la TERRE.	
Le Soleil.	31' 57",5.	319397.	111,48.	111 fois aussi gr. que le diam. de la T.
La Terre.	0. 17,2.	2865.	1.	
La Lune.	0. 4,642.	782.	0,2730.	trois onzièmes du diam. de la Terre
Mercur.	0. 7,0.	1166.	0,4070.	onze vingt-septièmes.
Vénus.	0. 16,52.	2748.	0,9593.	plus petit d'un vingt-cinquième.
Mars.	0. 11,4.	1899.	0,6628.	deux tiers du diamètre de la Terre.
Jupiter.	3. 13,7.	32264.	11,262.	onze fois & un quart.
Saturne.	2. 51,7.	28600.	9,9825.	dix fois aussi grand.
Anneau de ♄	6. 40,6.	66728.	23,291.	vingt-trois fois & un tiers.

	GROSSEUR par rapport à la TERRE.		DENSITÉ par rapport à la Terre.
Le Soleil.	1385470.	quatorze cents mille fois plus gros que la Terre.	0,25285*.
La Lune.	0,02036.	la quarante-neuvième partie de la Terre. . . .	0,68706*.
Mercur.	0,67407.	la quinzième partie de la Terre.	2,0377.
Vénus.	0,88281.	plus petite d'un neuvième.	1,2749.
Mars.	0,29116.	sept vingt-quatrièmes ou presque un tiers. . .	0,7292.
Jupiter.	1428.	quatorze cents fois plus gros.	0,23147*.
Saturne.	995.	presque mille fois plus gros.	0,09032*.

	M A S S E S par rapport à la TERRE.	VÎTESSES des graves à la surface.	D I S T A N C E à la TERRE en Lieues,		
			la p ^u s petite.	la moyenne.	la plus grande.
Le Soleil.	352802.	428 ^{pi} ,65.	33780220.	34357480.	34934740.
La Terre.	1.	15,1038.			
La Lune.	0,01399.	2,83.	86324.	88860.	91397.
Mercur.	0,13735.	12,535.	21057740.	34357480.	47657220.
Vénus.	1,1256.	18,433.	9505600.	34357486.	59209360.
Mars.	0,21230.	7,2995.	17902756.	52350236.	86707716.
Jupiter.	328,27.	39094.	144335050.	178602530.	213050010.
Saturne.	103,99.	15762.	293391200.	327748680.	362106160.

O B S E R V A T I O N S
 BOTANICO - MÉTÉOROLOGIQUES,
*Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers
 en Gâtinois, pendant l'année 1770.*

Par M. DU HÂMEL.

A V E R T I S S E M E N T.

LES Observations météorologiques sont divisées en sept colonnes, de même que les années précédentes. On s'est toujours servi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-dessous de zéro; quand les degrés sont au-dessus, il n'y a point de barre; o désigne que la température de l'air étoit précisément au terme de la congélation.

Il est bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud plusieurs jours de suite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-dessus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conservé une certaine chaleur; c'est pourquoi on a mis dans la septième colonne, *Gelée*.

Les Observations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du soir.

Nota. Les Observations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites sur un baromètre callé sur celui de l'Observatoire, qui est 3 lignes plus haut que celui dont nous nous servions les années précédentes.

JANVIER

JANVIER 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pour.	lign.	
1	S. O.	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	28.	2	couvert.
2	O.	3	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	27.	11	couvert & bruine.
3	N.	3	2	0	28.	$1\frac{1}{2}$	couvert.
4	S. O.	$\frac{1}{2}$	3	2	27.	11	soir 27 ^P 6 ^l , couvert, pluie & grand vent.
5	S. O.	$-1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	27.	2	variable avec pluie, vent & neige.
6	S. O.	-2	0	-2	27.	$1\frac{1}{2}$	idem.
7	N.	$-6\frac{1}{2}$	$-5\frac{1}{2}$	-8	27.	5	neige.
8	N.	-6	-3	-4	27.	$7\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
9	N. E.	$-5\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	27.	6	idem.
10	S. O.	-2	$-\frac{1}{2}$	$-3\frac{1}{2}$	27.	0	neige.
11	N.	-4	-3	-4	27.	4	beau & venteux.
12	N. E.	-2	$-\frac{1}{2}$	-1	27.	$8\frac{1}{2}$	couvert, bruine & verglas.
13	N. E.	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-1\frac{1}{2}$	27.	11	couvert.
14	S.	$-1\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$	27.	10	idem.
15	O.	0	$1\frac{1}{2}$	-1	27.	10	couvert & brouillard.
16	S. E.	0	2	3	27.	8	couvert & bruine.
17	N.	-4	$-2\frac{1}{2}$	-1	27.	$11\frac{1}{2}$	beau avec vent & nuages.
18	S.	-3	0	0	27.	$11\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
19	S. O.	2	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	27.	6	couvert & brouillard.
20	O.	$5\frac{1}{2}$	8	7	27.	$10\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
21	N. O.	3	6	$2\frac{1}{2}$	28.	1	beau & couvert.
22	S. O.	0	$4\frac{1}{2}$	5	28.	$1\frac{1}{2}$	brouillard, pluie & vent.
23	S. O.	5	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	28.	4	couvert & pluvieux.
24	O.	5	7	$4\frac{1}{2}$	28.	4	couvert.
25	N. E.	$4\frac{1}{2}$	5	1	28.	$3\frac{1}{2}$	idem.
26	N. E.	-1	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	28.	3	beau temps.
27	N. E.	-1	$4\frac{1}{2}$	1	28.	$3\frac{1}{2}$	beau temps, le soir aurore boréale.
28	N.	-1	2	3	28.	$5\frac{1}{2}$	beau & brouillard froid.
29	N. E.	3	5	$4\frac{1}{2}$	28.	5	couvert.
30	N. E.	$3\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	28.	$2\frac{1}{2}$	brouillard pluvieux.
31	S. O.	2	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	28.	0	couvert & bruine.

Le 15, la petite Bouffole 29 degrés 30 minutes.

Mém. 1771.

liiii

Janvier.

Ce mois a été fort variable : comme il étoit tombé un peu de neige avant la gelée, & que la terre étoit fort humide lorsque la gelée est survenue, elle n'a point pénétré en terre, & pour cette raison on n'a pu ni labourer, ni faire de voitures. Mais malgré ces gelées, ce mois (pour un mois d'hiver) ne peut pas passer pour froid.

Le baromètre a été sujet à de grandes variations. Il a monté à 28 pouces 5 lignes & demie, & a descendu à 26 pouces par un vent du Nord. Le plus grand froid a été le 7, le thermomètre ayant descendu ce jour-là à 8 au-dessous de zéro. Ce froid, qui est assez considérable, n'a pas duré. On a vu passer beaucoup d'oies sauvages faisant route du Nord au Sud.

Il est tombé pendant ce mois 1 pouce 1 ligne $\frac{31}{48}$ d'eau.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pour. lign.	
1	N.	5 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	28. 2	beau avec nuages.
2	E.	0	4 $\frac{1}{2}$	1	27. 4	variable avec brouillard.
3	N. E.	-2	3	2	27. 4	variable & grand brouillard le soir.
4	S. O.	0 $\frac{1}{2}$	2	2 $\frac{1}{2}$	27. 2 $\frac{1}{2}$	grand brouillard.
5	S.	2	3	1	28. 0	couvert & bruine.
6	O.	3	4	0	27. 11	variable avec pluie & vent.
7	S. O.	$\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	2	27. 1 $\frac{1}{2}$	à 4 ^h , 26 ^p 11 ^h , pl. neig. & v. detempête.
8	N.	0	$\frac{1}{2}$	-2	28. 0 $\frac{1}{2}$	variable & nébuleux.
9	N.	-2	1	2	28. 1	beau avec nuages.
10	N. E.	-4	0	-3	28. 1	beau temps.
11	N.	-5	$\frac{1}{2}$	-2 $\frac{1}{2}$	28. 0	<i>idem.</i>
12	N.	-2 $\frac{1}{2}$	3	2	28. 2 $\frac{1}{2}$	couvert avec brouillard.
13	E.	1 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	28. 3 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
14	E.	2 $\frac{1}{2}$	5	2 $\frac{1}{2}$	28. 3	<i>idem.</i>
15	E.	3	4	2	28. 0	beau avec nuages.
16	S.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27. 8	couvert.
17	S.	0	4	3 $\frac{1}{2}$	27. 2	couvert, pluvieux, grand vent & grêle.
18	S. O.	3	4	3	27. 1 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & grand vent.
19	S. O.	1	3	1	27. 4	variable avec grand vent froid.
20	O.	$\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	1	27. 5 $\frac{1}{2}$	giboulée, grêle & vent.
21	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	3	0	27. 3 $\frac{1}{2}$	pluvieux.
22	N.	0	1	- $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
23	N.	-1	0	-1	27. 8	couvert.
24	N.	- $\frac{1}{2}$	1	- $\frac{1}{2}$	28. 1	<i>idem.</i>
25	N. E.	-3	1	-2	28. 1	beau & nébuleux.
26	N.	-2 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2 $\frac{1}{2}$	27. 10	beau avec nuages.
27	S. E.	-2 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	0	27. 7	<i>idem.</i>
28	E.	- $\frac{1}{2}$	3	2	27. 8 $\frac{1}{2}$	couvert & nébuleux.

Le 15, la grande & la petite Bouffole 19 degrés.

liiii ij

Février.

Ce mois, ainsi que le précédent, a été sujet à de grandes variations; quoiqu'il ait gelé, le froid n'a pas été très-considérable; le thermomètre a seulement descendu le 1.^{er} à 6^d $\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro, par un vent de Nord. Comme le Soleil a presque toujours été caché il n'y a point eu d'évaporation pour dessécher la terre; ainsi elle étoit si molle qu'on n'a pu avancer les labours, ni faire de voitures.

Le baromètre a beaucoup varié, il a monté à 28 pouces 4 lignes par un vent d'Est, & du 6 au 7 de ce mois par un vent d'Ouest, de tempête, il est descendu à 26 pouces 11 lignes; le lendemain il a remonté à 28 pouces.

Dès le commencement de ce mois, les perces-neige & le petit ellébore jaune étoient en fleur: vers le milieu les moineaux francs & les pies ont travaillé à faire leurs nids.

Vers les derniers jours du mois, on a commencé à tailler la vigne, à labourer pour les mars.

Toutes les sources, qui l'année précédente avoient été très-basses; commençoient à pousser, & les eaux ont été très-grandes dans la rivière d'Essonne qui a débordé deux fois; cependant il n'est tombé que 11 lignes $\frac{17}{48}$ d'eau.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	2	6 $\frac{1}{2}$	4	27.	11 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
2	O.	6	9	6	28.	11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
3	S. O.	5 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27.	10	couvert & bruine avec vent.
4	S. O.	6	8 $\frac{1}{2}$	5	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
5	O.	4	6 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	
6	N.	2	4	0	27.	7	
7	E.	2	4	0	27.	5	
8	E.	2	4	0	27.	2	couvert avec bruine.
9	E.	4	8	5	26.	11 $\frac{1}{2}$	
10	E.	4	11 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27.	1	beau avec nuages.
11	S.	4	9	4	27.	6	
12	S.	4	9	5	27.	5	
13	S.	5	11	6	27.	5	giboulées, pluie, vent & soleil.
14	S. O.	6	9	6	27.	6	
15	N. O.	2	2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27.	7	gros nuages & bruine.
16	N. O.	2 $\frac{1}{2}$	2	2	27.	5 $\frac{1}{2}$	grand vent froid & giboulées.
17	N.	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27.	3 $\frac{1}{2}$	vent avec nuages.
18	N.	— 2	2 $\frac{1}{2}$	— 2 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
19	N.	— 4	2	— 3 $\frac{1}{2}$	27.	6	beau avec nuages & vent.
20	N. E.	— 3 $\frac{1}{2}$	3	— 2 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages, le soir giboul. & neige.
21	N.	— 3	— 1	— 4	27.	5	beau avec nuages & vent.
22	N. E.	— 2 $\frac{1}{2}$	0	— 1 $\frac{1}{2}$	27.	6	venteux & neigeux toute la journée.
23	N. E.	— 2	— 1	— 3	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert.
24	N. E.	— 4	2 $\frac{1}{2}$	— $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
25	S. O.	0	5	— 1	27.	8	beau avec nuages.
26	S. O.	— $\frac{1}{2}$	4	1	27.	4 $\frac{1}{2}$	venteux & nébuleux, le soir N. O.
27	N. E.	$\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	— 1 $\frac{1}{2}$	27.	8	couvert & neigeux.
28	N. E.	— 2	5	—	28.	9	beau avec nuages & venvoles de neige.
29	N. E.	— 1 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	1	28.	6	beau temps.
30	O.	— $\frac{1}{2}$	5	2	27.	8	<i>idem.</i>
31	S.	3	6 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec bruine.
							pluvieux.

Le 10, la grande & la petite bouffole 19 degrés.

Mars.

Ce mois a été très-froid, il a gelé assez pour pénétrer la terre à quatre pouces de profondeur, quoique le Soleil fit dégeler la superficie pendant le jour, ce qui a empêché de labourer & de continuer à semer les mars; cependant il a souvent éclairé & tonné au loin. Les vigneron ne pouvoient point tailler les vignes, & déjà l'on présumoit qu'il y auroit peu de fruit dans celles qui avoient été gelées l'année précédente, parce que les sarments étoient mal placés & que la taille ne valoit rien.

Les blés étoient assez beaux, mais la sève a été tellement arrêtée par les froids, qu'il n'y avoit pas un arbre en fleur; il n'y avoit que quelques abricotiers dont les boutons à fleur ont commencé à rougir sur la fin du mois: comme les cornouillers sont plus hâtifs, ils étoient en pleine fleur dès la fin du mois de Février.

Le 1, le bouton de la fleur des oyaux & des jacinthes étoit hors de terre & ils fleuriront à la fin du mois.

Le 3, on vit un gros crapaud sur un tapis de gazon, ce qu'on regarde comme une annonce du printemps, mais on n'en entendoit pas encore chanter.

Avant les gelées, les abeilles ont beaucoup travaillé, pour amasser du miel brut sur les chatons des ifs; mais les gelées ont interrompu leur récolte.

Vers le milieu du mois, on commença à voir quelques fleurs de violette aux abris le long des haies.

Il n'est tombé que cinq lignes d'eau pendant ce mois.

AVRIL 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	7	27.	8	beau temps.
2	S. O.	8	9 $\frac{1}{2}$	4	27.	6	couvert, vent & bruine.
3	O.	3	7	4	27.	7	variable avec vent & neige fondue.
4	O.	5	5	1 $\frac{1}{2}$	27.	3	pluie & vent.
5	O.	2	2	$\frac{1}{2}$	27.	0	vent de galerne & giboulées de neige.
6	O.	$\frac{1}{2}$	4	1	26.	11 $\frac{1}{2}$	giboulées de grêle, le mat. gelée blanche.
7	S. O.	1	5 $\frac{1}{2}$	1	27.	1	venteux & nébuleux.
8	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	4	27.	2	variable avec giboulées de grêle & vent.
9	S.	3	9	3	27.	1	beau avec gros nuages.
10	O.	2 $\frac{1}{2}$	7	4	27.	4	couvert.
11	N.	3	8	1	27.	7	vent, pluie & neige.
12	N. E.	$\frac{1}{2}$	5	2	27.	7	gelée & nébuleux.
13	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	7	3 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert & pluvieux.
14	N.	3	10	3	27.	9	beau avec nuages.
15	N.	0	9 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau temps.
16	N. O.	3	11	7	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
17	N. O.	4	9 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau avec nuages, le matin bruine.
18	E.	4 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	8	27.	7 $\frac{1}{2}$	pluvieux.
19	N. O.	7 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	grande pluie & grand vent.
20	S. O.	3	10	5	27.	7 $\frac{1}{2}$	var. avec pluie & gelée blanche le mat.
21	O.	8	9 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	5	variable & grand vent.
22	O.	4	6	2	27.	9	grand vent de galerne & grêle.
23	N.	1 $\frac{1}{2}$	3	1	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec giboulée, le mat. gel. bl.
24	N.	1	5	1 $\frac{1}{2}$	27.	9	idem.
25	N.	1 $\frac{1}{2}$	10	4	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
26	S.	3 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	7	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
27	S.	7 $\frac{1}{2}$	11.	7	27.	7 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
28	N.	6 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	11	variable avec pluie, vent & soleil.
29	N.	10	18	11 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau & venteux.
30	N. E.	4 $\frac{1}{2}$	14	8	27.	10	idem.

Le 10, la grande bouffole 19 degrés 15 minutes, la petite 19 degrés 3 minutes.

Avril.

Ce mois a encore été très-froid, aussi rien n'avançoit, pas même les seigles qui, à la fin du mois, n'étoient pas encore en épi. Ce temps étoit cependant favorable pour faire lever les avoines & pour rouler celles qui étoient levées.

Les blés étoient beaux & bien verts sans être forts: cependant ce grain a renchéri dans les marchés, où on le vendoit vingt-deux & vingt-sept livres. On a attribué cette augmentation de prix au besoin où l'on a été d'en transporter dans des provinces qui en manquoient, telles que le Limosin, où il valoit trente-trois livres le sac, mesure de Paris, pesant 240 livres.

Quoique la récolte de l'orge eût été abondante l'année précédente, le prix en a aussi augmenté, parce qu'on en a porté en Sologne, pour semer des terres qu'on avoit été obligé de retourner, beaucoup de seigles ayant manqué.

Les abeilles ont forti quelques jours dans le courant de ce mois, à l'heure de midi, pour aller amasser du miel brut sur les fleurs mâles du cyprès & du marsaut.

Vers la fin du mois on a eu quelques pigeonneaux, mais ils étoient encore fort petits, car tout étoit tardif.

Le 2 & le 3, on vit des hirondelles dans les vallées & dans les cours, où elles étoient à l'abri

Le 10, les abricotiers & les pêcheurs n'étoient pas encore en fleur; ceux d'espalier n'y furent que le 19.

Le 25, on entendit à Denainvilliers le rossignol, mais on l'avoit entendu dès le 10, au bord de la forêt.

Le 26, on entendit chanter le coucou, & on vit quelques petites feuilles au bout des branches des maronniers d'Inde, des tilleuls d'Hollande, & sur quelques pieds de charmillé. Mais le 28, il n'y avoit que l'épine blanche, sur laquelle on vit une teinte de verdure.

M A I 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	5	4	6 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie.
2	N.	3	7 $\frac{1}{2}$	4	27.	7	couvert & venteux avec grêle.
3	N.	1	7	1	27.	7 $\frac{1}{2}$	pluie, neige, grêle, vent & tonnerre.
4	S.	0	6 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	6	gelée à glace, le soir couv. & pluvieux.
5	S.	7	10 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie, vent & soleil.
6	S.	7 $\frac{1}{2}$	13	6 $\frac{1}{2}$	27.	7	variable avec pluie.
7	S. O.	5	11	5 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
8	S. O.	5	10	8	27.	9 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
9	S. O.	9	14	9 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
10	S. E.	9	18	12 $\frac{1}{2}$	27.	7	idem.
11	S.	11	17	11	27.	5 $\frac{1}{2}$	pluie & éclairs.
12	S.	10 $\frac{1}{2}$	12	9	27.	6	variable avec pluie.
13	S. E.	9 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	10	27.	8	variable avec pluie, éclairs & tonnerre.
14	E.	10	17 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	6	beau avec nuages.
15	E.	11 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	11	27.	8	couvert avec pluie & tonnerre.
16	E.	11 $\frac{1}{2}$	18	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	idem.
17	N.	11 $\frac{1}{2}$	17	10 $\frac{1}{2}$	27.	9	pluvieux & couvert.
18	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	9	27.	9	beau avec nuages.
19	E.	7 $\frac{1}{2}$	15	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau & pluvieux avec nuages.
20	S.	12	17 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
21	S.	13 $\frac{1}{2}$	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
22	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	13	10	27.	8	pluvieux.
23	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	16	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
24	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	11	27.	10	pluvieux.
25	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	15	12	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
26	E.	12	10	14	27.	7	beau avec nuages.
27	N. E.	13	19	12	27.	6	pluie, grêle & tonnerre.
28	N.	12	18	11	27.	6 $\frac{1}{2}$	petite pluie & tonnerre.
29	N. E.	8	9 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert.
30	N. E.	9	12	8	27.	9	nébuleux.
31	S. O.	8	14 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.

Le 7, les deux Bouffoles 19 degrés 15 minutes.

Mém. 1771.

K k k k k

Mai.

Ce mois a été froid & humide, il est tombé près de douze lignes d'eau, ce qui est beaucoup pour le mois de Mai, qui est ordinairement sec. Le 3, il a grêlé, neigé, plu & tonné toute la journée avec un vent très-froid. La nuit du 3 au 4, il a gelé à glace, les cossons des jeunes vignes, qui étoient plus avancés que ceux des vieilles, ont été gelés: il y a eu aussi quelques cerisiers de gelés. Les branches à fruit des abricotiers ont été brisées par le vent froid, avant la gelée.

Les mauvais temps qui ont régné pendant le mois d'Avril, & jusqu'au 10 de ce mois, ont fait périr beaucoup d'abeilles; plusieurs même de celles qui étoient sorties, pour aller à la campagne chercher leur vie, n'ont pu regagner leurs ruches. Ce n'est donc pas sans raison que quelques Auteurs prétendent qu'il faut tenir les ruches exactement closes au printemps, pour empêcher les abeilles de sortir, jusqu'à ce qu'on juge que les froids sont cessés: mais souvent on se trompe dans ses pronostics.

Le 6 au soir, on vit beaucoup d'hirondelles, les pêchers étoient défloris, les pruniers en pleine fleur & les cerisiers ne faisoient que commencer à fleurir.

Le 8, on vit les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres: il y en a eu peu cette année, si ce n'est dans quelques cantons de la Beauce. On en voyoit encore quelques-uns à la fin du mois; il n'y avoit presque pas de chenilles.

Le 9, on sortit les orangers. Le 13, les cerisiers étoient en pleine fleur & les pommiers y entroient. Le 22, tous les arbres étoient défloris; les narcisses commençoient à montrer leurs fleurs, ainsi que les pivaines doubles.

Les blés & les menus grains étoient très-beaux.

J U I N 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	9	11	7 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie & vent.
2	O.	8	14 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
3	S.	11 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	13	27.	10	<i>idem.</i>
4	S.	13 $\frac{1}{2}$	10	15	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5	S.	10	12 $\frac{1}{2}$	6	28.	0	variable avec pluie.
6	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	15	10	28.	1	beau avec nuages.
7	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	16	12	28.	$\frac{1}{2}$	variable avec vent.
8	E.	12	19	12	27.	10	beau avec nuages.
9	O.	14	17	13	27.	10 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
10	E.	13	20	15	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
11	S. O.	17	10	12 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & tonnerre.
12	S. O.	11	15	13	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent.
13	O.	13 $\frac{1}{2}$	18	9 $\frac{1}{2}$	28.		variable avec petite pluie.
14	N.	10	15 $\frac{1}{2}$	12	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
15	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	15	28.	0	<i>idem.</i>
16	O.	15	20	11	27.	11	<i>idem.</i>
17	N. O.	9 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	8	27.	11 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
18	S. O.	9	14 $\frac{1}{2}$	10	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
19	S. O.	11	11 $\frac{1}{2}$	9	27.	3	grande pluie par averse.
20	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	grande pluie continue.
21	O.	11	9	10 $\frac{1}{2}$	27.	11	couvert & pluvieux.
22	N. E.	9 $\frac{1}{2}$	15	10 $\frac{1}{2}$	27.	11	beau avec nuages.
23	S. O.	12	18	11	27.	9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
24	O.	11 $\frac{1}{2}$	15	10 $\frac{1}{2}$	27.	9.	variable avec pluie.
25	S. O.	10	17	12	27.	11	beau avec nuages.
26	S. E.	14	20	15	27.	8	variable avec pluie & vent.
27	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	18	11 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux.
28	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	venteux.
29	O.	12	14 $\frac{1}{2}$	10	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie par ondées & vent.
30	O.	10	13 $\frac{1}{2}$	10	27.	7	pluie, vent & tonnerre.

Le 12, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

K k k k k ij

Juin.

Ce Printemps a été très-froid & humide, par conséquent peu favorable pour la floraison des arbres; mais la verdure étoit magnifique, parce que, comme nous l'avons dit, il n'y a point eu de chenilles & très-peu de hannetons; d'ailleurs, les feuilles n'avoient point été brûlées par le Soleil.

Les blés étoient bien verts & beaux dans les bonnes terres, mais il y en avoit déjà beaucoup de versés. A l'égard des menus grains ils étoient très-beaux, il n'y avoit que les fèves qui ne profitoient point, & qui pourrissoient par trop d'humidité & faute de chaleur.

Les vins de 1768, qui avoient peu de qualité, & qui se vendoient l'année précédente 130 livres le tonneau, se sont vendus cette année 200 livres.

Les vents froids qui ont régné pendant le mois de Mai ont fait couler les prunes, quoique les pruniers fussent manifestement préparés lors de la fleur. A l'égard des cerises le peu qui a noué n'a commencé à mûrir que sur la fin du mois.

Le 11, on a servi des fraises écarlates, que quelques-uns nomment *de Virginie*; elles sont devenues communes quatre jours après; le même jour on vit les premiers petits pois, & le 15 on en vendoit au marché.

Ce même jour, les blés commençoient à épier, les seigles étoient en fleur depuis quelques jours, & on a commencé à faucher les sainfoins qui étoient très-beaux. Cette récolte a été finie le 18. Comme depuis ce jour jusqu'à la fin du mois il pleuvoit tous les jours, les sainfoins qu'on a coupés en fleur pour donner aux vaches ont été serrés un peu mouillés; mais ceux qu'on a fauchés entre fleur & graine, comme il convient pour les chevaux, ont été mouillés, & en partie perdus.

La vigne étoit fort retardée. Il se montroit peu de grappes qui ne se dispoient pas à entrer en fleur.

Il gela le 18 au matin, & à la fin du mois on n'avoit pas encore cueilli une fleur d'orange.

Il est tombé pendant ce mois 1 pouce 7 lignes $\frac{27}{48}^e$ d'eau; sur quoi il est à propos de remarquer que quoiqu'il tombe quelquefois plus d'eau dans le courant d'un mois qu'il n'en est tombé dans celui-ci, il ne paroît pas fort humide lorsqu'il fait chaud, parce que quand la terre est sèche, & qu'il tombe de l'eau par orages, une partie pénètre en terre par les trous des taupes, & le surplus roule dans les bas, pendant que ce qui reste sur la superficie de la terre s'évapore par la chaleur de la terre, ou est enlevé par les rayons du Soleil; mais pendant ce mois l'eau est tombée par ondées & a pénétré en terre: d'ailleurs, comme la terre étoit fraîche, & que le temps a presque toujours été couvert, il n'y a point eu d'évaporation, ou il y en a eu très-peu, c'est pourquoi la terre étoit imbibée d'eau; & les chemins étoient aussi mauvais qu'en hiver.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign.	
1	N.	10	12	10	27.	10	variable avec pluie & tonnerre.
2	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	11	27.	10	variable avec tonnerre sans pluie.
3	N. O.	11 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	12	27.	11 $\frac{1}{2}$	lourd & chargé de gros nuages.
4	S. O.	13	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert & grande pluie le soir.
5	O.	12	16	13	27.	10	couvert.
6	S. O.	13	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau avec nuages.
7	E.	12	18	11	27.	7	couvert & pluvieux avec éclairs.
8	N.	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	9	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
9	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27.	11	<i>idem.</i>
10	S. O.	11	15	10	27.	11	variable avec pluie & tonnerre.
11	O.	10	13 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	28.	0	beau avec nuages.
12	N. O.	10	15 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	28.	2	variable avec pluie & vent.
13	E.	10 $\frac{1}{2}$	17	11 $\frac{1}{2}$	28.	2	beau temps.
14	E.	12	19	13	27.	9	beau & venteux.
15	S.	14	17	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	pluie par ondées & tonnerre.
16	S. O.	12	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	nébuleux.
17	S. O.	14	16 $\frac{1}{2}$	14	27.	10	beau & couvert.
18	S.	14	19	15 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau & venteux ; il éclaire le soir.
19	S.	14	15	12	27.	10	variable avec de petites ondées.
20	S. O.	10	15 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	28.	0	beau avec nuages.
21	S.	11 $\frac{1}{2}$	19	12	28.	1	<i>idem.</i>
22	E.	12 $\frac{1}{2}$	19	12 $\frac{1}{2}$	28.	0	beau temps.
23	S. E.	12 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
24	O.	14	20 $\frac{1}{2}$	13	27.	9 $\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie & tonnerre.
25	N. O.	13	18 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
26	N.	10 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
27	N. O.	12 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	28.	0	variable avec pluie.
28	N.	14	21	14	28.	0	<i>idem.</i>
29	N.	14	22	15 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	O.	13 $\frac{1}{2}$	19	11	27.	11 $\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie.
31	N. O.	12	18	13	28.	0	beau avec nuages.

Le 9, la grande Bouffole 20 degrés, la petite 19 degrés.

Juillet.

Ce mois a été variable & froid. Il n'est pas tombé beaucoup d'eau ; mais comme il a plu tous les jours plus ou moins , & qu'il n'y a point eu d'évaporation , il y avoit de la rosée toute la journée dans les blés & dans les vignes , & les chemins étoient prodigieusement mauvais dans la forêt d'Orléans.

Le 20 , les blés étoient encore verts comme au Printemps , & on ne comptoit pas pouvoir les couper avant le 10 du mois d'Août. Le froment se vendoit trente-deux livres le setier , & la même mesure d'avoine huit livres dix sous à neuf livres. A l'égard des seigles ils commençoient à jaunir , & on les a coupés en Beauce le 23 quoiqu'ils fussent encore verts , parce qu'on vouloit profiter du beau temps & les laisser javeler sur le champ pour hâter leur desséchement. A la fin du mois on mangeoit encore des fraises ; les cerises étoient dans leur maturité. Le prix du vin a augmenté de vingt livres à Orléans ; mais il n'a point eu de prix fixe , parce qu'il se régloit sur la qualité , y en ayant dans les mêmes vignobles de qualité bien différente.

816 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
A O U S T 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.		
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc. lign.	
1	O.	13	13	12	27. 11	variable & pluvieux.
2	N. O.	14	17 $\frac{1}{2}$	11	28. 0	beau avec nuages & vent.
3	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	13	28. 0	beau temps.
4	E.	10 $\frac{1}{2}$	17	13	28. 0	idem.
5	E.	14 $\frac{1}{2}$	20	15	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
6	E.	14 $\frac{1}{2}$	24	17	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
7	E.	15	25	19	28. 0	idem.
8	E.	17	25 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	27. 11	beau & nébuleux.
9	S.	19	24	15 $\frac{1}{2}$	27. 10	variable avec petites ondées.
10	S.	14 $\frac{1}{2}$	24	17 $\frac{1}{2}$	27. 10	beau avec nuages.
11	S.	17	25 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	27. 11	beau & venteux.
12	N. E.	15	23 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
13	E.	17	25 $\frac{1}{2}$	17	27. 10	beau temps avec pluie & tonnerre.
14	N. E.	16	24	15	27. 9	variable avec pluie & tonnerre.
15	S. O.	15	19	16 $\frac{1}{2}$	27. 9	idem.
16	S.	13 $\frac{1}{2}$	19	15	27. 9	beau avec nuages.
17	O.	14 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	13	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec ondées de pluie.
18	N. O.	13	17 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27. 10	idem.
19	O.	10 $\frac{1}{2}$	18	14	27. 10	beau avec nuages.
20	S.	13	18	12	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec nuages & une ondée.
21	S. O.	10	15	11	27. 11	variable avec pluie & tonnerre.
22	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	16	10	27. 11	variable avec petites ondées.
23	O.	10 $\frac{1}{2}$	16	10 $\frac{1}{2}$	27. 11	variable & couvert.
24	S.	10	17 $\frac{1}{2}$	13	27. 11	beau avec nuages.
25	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	21	14	27. 11	} beau temps.
26	N.	12 $\frac{1}{2}$	18	12	27. 11	
27	E.	11.	17 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27. 10	
28	N. E.	11	18	10 $\frac{1}{2}$	27. 11	
29	N. E.	10	15 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$	
30	N. E.	9 $\frac{1}{2}$	16	9	27. 10	
31	N. E.	10	17	11	27. 10	

Le 21, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

Avût.

Août.

Ce mois peut passer pour humide, car il a plu assez fréquemment; mais comme ces petites pluies venoient sans orage il n'est pas tombé tout-à-fait deux lignes d'eau.

On a fini de ferrer les seigles le 5 de ce mois. Les gerbes étoient légères, contenoient autant de chardons & d'herbe que de paille, & le grain étoit fort menu. Le 6, on commença à couper les vesces vertes pour fourrage. Le 7, on faucha les orges. Le 10, les fermiers commencèrent la moisson des fromens, qui a été retardée, sur une année commune, de trois semaines à un mois; cette récolte a continué pendant le reste du mois, & même il y avoit encore des grains à couper pour les premiers jours du mois de Septembre. Les pluies fréquentes avoient d'abord donné de l'inquiétude, cependant elles ont fait du bien, parce qu'elles ont nourri le grain, qui sans cela auroit été échaudé. Le blé s'est toujours soutenu entre trente & trente - cinq livres le setier.

Les orangers étoient encore en fleur au commencement du mois; elle a donc été fort tardive, & il y en a eu peu.

Les prunes jaunes hâtives finissoient, & on servoit encore des cerises.

Le 13, on a servi les avant-pêches blanches; le 15, les cerneaux; les noix étoient fort petites, le zeste presque ligneux, & il n'y avoit que peu à manger.

Depuis le 15 on a fait sortir les abeilles de leurs paniers pour les conduire à la bruyère; il y a eu cette année beaucoup d'essaims; mais ils ont été tardifs comme toutes les autres productions; en général, les abeilles ont mal réussi à cause du mauvais temps; elles ont plus consommé qu'elles n'ont récolté. On a vendu les paniers, après en avoir fait sortir les mouches, sept livres, & ceux dont les mouches n'étoient pas sorties; neuf livres.

A la fin du mois il n'y avoit pas encore un grain de raisin de tourné.

S E P T E M B R E 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	E.	10	17	11 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau temps.
2	E.	11	21	15 $\frac{1}{2}$	27.	6	beau avec vent & éclairs.
3	S.	15 $\frac{1}{2}$	22	13 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
4	S. E.	12 $\frac{1}{2}$	19	15	27.	7	beau avec nuages, il éclaire le soir.
5	N. E.	12	17	12	27.	9	variable avec petites ondées.
6	S.	11	17	14	27.	10	variable avec brouillard.
7	S.	11 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau, avec nuages.
8	S. O.	12	15 $\frac{1}{2}$	10	27.	6	variable avec pluie.
9	N. O.	10 $\frac{1}{2}$	15	10	27.	9	beau avec nuages.
10	N.	10	16	11	27.	9	<i>idem.</i>
11	S.	10 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	couvert.
12	S.	11	16	11	27.	3 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
13	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	15	12 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
14	S. E.	11 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau temps.
15	S.	11 $\frac{1}{2}$	20	15	28.	0	beau avec nuages.
16	S. E.	12 $\frac{1}{2}$	24	16	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
17	E.	13	24 $\frac{1}{2}$	16	27.	11 $\frac{1}{2}$	
18	S. E.	13	25	18	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent.
19	S. O.	14	19	13 $\frac{1}{2}$	28.	0	
20	S.	11 $\frac{1}{2}$	19	13 $\frac{1}{2}$	28.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	18	13 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable avec pluie & éclairs.
22	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	16	11	27.	9	variable avec pluie & vent.
23	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable & pluvieux.
24	S.	11 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
25	S.	12 $\frac{1}{2}$	23	15	27.	8	beau & venteux avec tonnerre.
26	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{2}$	15	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec vent.
27	S. O.	15 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	19	27.	11 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux.
28	O.	14	18	13	28.	1	couvert & pluvieux.
29	N.	11	17	10 $\frac{1}{2}$	28.	1	beau temps.
30	E.	8	18 $\frac{1}{2}$	11	28.	0	<i>idem.</i>

Les deux Bouffoles 19 degrés 45 minutes.

Septembre.

Ce mois a été assez sec, mais froid; ainsi l'Été s'est passé sans chaleur; il y a cependant eu dans le courant du mois quelques jours qui, à midi, ont été aussi chauds qu'ils auroient pu l'être dans le courant d'Août; mais les nuits ont toujours été fraîches, & dans les vallées il a gelé blanc plusieurs fois.

On a commencé avec le mois à lever les avoines & autres menus grains. Le blé étoit toujours très-cher; il s'en est vendu de nouveau, qui n'étoit pas bien beau, trente - cinq livres le fétier. Les laboureurs demandoient de la pluie pour faire les labours à demeure.

On n'a trouvé que très-peu de nids de perdrix dans les blés; par conséquent il y avoit peu de perdreaux.

Le 15, on servoit communément les prunes & les pêches qui étoient fort petites & en petite quantité.

Le 15, il n'y avoit encore que quelques raisins de tournés. Le prix du vin augmentoit tous les jours; celui de 1768 & de 1769, se vendoit soixante-dix-huit à quatre-vingts livres la demi-queue; le vieux n'avoit point de prix & s'est vendu jusqu'à deux cents livres & même plus: l'eau-de-vie deux cents cinquante livres, ce qui n'a aucun rapport avec le prix du vin. A la fin du mois les raisins faisoient passablement aux vignes; les fromentés étoient noirs sans être mûrs, les gouas n'étoient encore que rouges; mais le prix du vin ne diminuoit pas.

Le 19, on servoit encore des cerneaux. On voyoit sur les tables les poires de beurré, de saint-michel & l'angleterre. On a mangé quelques melons assez bons pour la saison.

La verdure des arbres étoit encore très-belle.

Il y a eu pendant le courant de ce mois une prodigieuse quantité de fièvres intermittentes bilieuses, qui ont été très-rébelles.

OCTOBRE 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.		
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc. lgn.	
1	N.	8 $\frac{1}{2}$	17	11 $\frac{1}{2}$	28. 0	beau & nébuleux.
2	N. E.	8 $\frac{1}{2}$	15	10	28. 1	<i>idem.</i>
3	E.	6	15 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	28. 0	beau temps.
4	E.	6	18 $\frac{1}{2}$	12	28. 0	beau avec brouillard.
5	O.	9	18 $\frac{1}{2}$	11	28. $\frac{1}{2}$	beau temps.
6	O.	11	15	11	28. 1 $\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie.
7	N. O.	11 $\frac{1}{2}$	15	12	28. 2	couvert.
8	N. O.	10 $\frac{1}{2}$	15	9 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{1}{2}$	beau temps.
9	E.	8 $\frac{1}{2}$	16	9 $\frac{1}{2}$	27. 11	<i>idem.</i>
10	S.	6 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	10	27. 9	beau temps, gelée blanche.
11	N.	10	13 $\frac{1}{2}$	8	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
12	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	14	7 $\frac{1}{2}$	27. 10	beau avec nuages.
13	S.	4 $\frac{1}{2}$	10	7	27. 7	gelée blanche, couvert & pluvieux.
14	S. O.	4	11	4 $\frac{1}{2}$	27. 7	variable avec nuages.
15	S.	2 $\frac{1}{2}$	11	10 $\frac{1}{2}$	27. 3	gelée blanche, pluie & vent.
16	S.	8	13	8 $\frac{1}{2}$	27. 2 $\frac{1}{2}$	beau avec du vent.
17	S. O.	8	12	6	27. 5	beau temps.
18	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	12	7	27. 5 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
19	N.	6	10	4	27. 4 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
20	S.	2	9	5	27. 2	gelée blanche & petite pluie.
21	S.	4 $\frac{1}{2}$	5	4 $\frac{1}{2}$	27. 2	couvert.
22	O.	2	8 $\frac{1}{2}$	5	26. 11	grand vent & grande pluie.
23	S.	4	9	6 $\frac{1}{2}$	27. 0	couvert & pluvieux.
24	S. O.	4	9	4	27. 6	beau temps.
25	S.	4	10	6 $\frac{1}{2}$	27. 8	variable & couvert sans pluie.
26	S.	7	9	8	27. 6	pluvieux.
27	S. E.	7	9	8 $\frac{1}{2}$	27. 6	pluvieux toute la journée.
28	S. O.	4	8 $\frac{1}{2}$	7	27. 6 $\frac{1}{2}$	couvert.
29	O.	7	10	3 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	variable & venteux.
30	S. O.	2 $\frac{1}{2}$	8	3	27. 5 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
31	O.	3 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	4	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable & couvert sans pluie.

Octobre.

Le commencement du mois ayant été sec, les semences ont été interrompues parce que la terre étoit trop dure, & que la herse ne faisoit que retourner les mottes sans les briser. Les pluies qui sont venues vers le milieu du mois ont été favorables pour semer & faire lever les blés.

Le 5, on a vu encore quelques hirondelles, mais c'étoit les dernières.

Le 10, on a fait la vendange qui a continué jusqu'au 15. Les gouas étoient rouges, les fromentés étoient plus noirs.

Le 18, on a foulé les cuves vendangées; le 10 le vin a bouilli trois jours, & promettoit assez de couleur.

Le 25, on a commencé à voir quelques fleurs de safran; mais on s'attendoit à en avoir peu.

Le 26, on servoit encore la pêche jaune tardive, & la jaune lisse tardive.

Les fièvres bilieuses continuoient toujours; ceux qui ont été attaqués les premiers ont eu beaucoup de peine à se rétablir.

822 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
NOVEMBRE 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Mid.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	4	7 $\frac{1}{2}$	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2	N.	2	7 $\frac{1}{2}$	10	27.	6 $\frac{1}{2}$	gelée blanche, beau temps.
3	N.	4	7	5	27.	11	couvert & grand brouillard.
4	S.	4	7 $\frac{1}{2}$	5	27.	10	couvert, brouillard & pluvieux.
5	S.	3	9	8 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert.
6	S.	4	9 $\frac{1}{2}$	5	27.	6	couvert, le soir, grande pluie.
7	S. O.	5	11	9 $\frac{1}{2}$	27.	1	couvert & pluvieux.
8	S.	9	12	7	27.	2 $\frac{1}{2}$	nébul. & gr. vent (barom. mat. 26. 1).
9	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	8	27.	2	variable & pluvieux avec grand vent.
10	S.	8	10 $\frac{1}{2}$	5	27.	4 $\frac{1}{2}$	couv. & v. avec ond. pluie (bar. m. 27).
11	O.	3	8	3	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & variable.
12	S.	2	9	8 $\frac{1}{2}$	27.	10	gelée blanche, beau temps.
13	S. O.	9	11 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	11	beau avec nuages.
14	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau avec nuages & brouillard.
15	O.	7	9	7 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	brouillard.
16	S.	9	10 $\frac{1}{2}$	11	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
17	O.	9 $\frac{1}{2}$	10	4	27.	6 $\frac{1}{2}$	venteux & couvert.
18	O.	4 $\frac{1}{2}$	5	3 $\frac{1}{2}$	27.	4	grand vent & pluvieux.
19	E.	2 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	1 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
20	O.	3 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	0	27.	4 $\frac{1}{2}$	couv. venteux & pluv. (bar. m. 26. 9).
21	O.	0	3	1	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
22	S.	$\frac{1}{2}$	3	3 $\frac{1}{2}$	27.	8	couvert, après-midi du gresil.
23	S.	6	9	7 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
24	S. O.	6	7 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27.	7	pluvieux.
25	S.	3	6	9	27.	4	couvert, pluvieux & grand vent.
26	S. E.	7	7	5 $\frac{1}{2}$	26.	10 $\frac{1}{2}$	pluie continuelle & forte tout le jour.
27	S. O.	2 $\frac{1}{2}$	4	3 $\frac{1}{2}$	27.	4	nébuleux.
28	N.	3	4	$\frac{1}{2}$	27.	8	beau avec gros nuages.
29	S.	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{2}$	27.	8	gelée blanche, grand brouillard.
30	N.	-1	1 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	givre, beau temps.

La Bouffole, le 1.^{er} 20^d 19'; le 4, 20^d 12'; le 5, 20^d 15'; le 12, 20^d 19'; le 17, 20^d 16';
le 19, 20^d 5'; le 27, 20^d 10'.

Novembre.

La verdure a été très-belle jusqu'à la fin du mois d'Octobre, mais toutes les feuilles sont tombées pendant les huit premiers jours de ce mois.

La fleur du safran a été tardive, elle a été peu abondante, & n'a donné que depuis le 1.^{er} jusqu'à vers le 10 de ce mois.

Le 15, on semoit encore le reste des blés.

Le 26, il a plu à verse toute la journée & la nuit; la rivière d'Essonne a débordé & a passé par-dessus toutes les chaussées. Le reste du mois a été si pluvieux qu'on n'a pu ni labourer les terres, ni faire de voitures.

Les vigneron ont donné à leurs vignes la façon d'avant l'Hiver, qu'on nomme *parer*.

La boussole a éprouvé de grandes variations.

824 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
D É C E M B R E 1770.

Jours du Mois	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.		
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouç. lign.	
1	N.	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	2	28. 0	couvert.
2	S.	$2\frac{1}{2}$	5	4	27. 11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
3	S.	$3\frac{1}{2}$	4	4	27. 10	couvert & bruine.
4	E.	4	5	4	27. 10	couvert.
5	E.	2	5	3	27. 8	beau avec nuages.
6	S. O.	$4\frac{1}{2}$	5	3	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
7	S. O.	4	5	4	27. 7	variab. avec pluie par ondées & gr. vent,
8	S. O.	3	6	$4\frac{1}{2}$	27. 8	couvert.
9	N.	2	$3\frac{1}{2}$	0	27. 8	beau temps.
10	S. O.	0	2	0	27. 9	couvert.
11	S. O.	- 2	3	1	27. 11	beau temps.
12	S. O.	2	$4\frac{1}{2}$	3	27. 11 $\frac{1}{2}$	variable & couvert avec pluie & vent.
13	S. O.	3	7	7	27. 8 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
14	S. O.	4	6	$2\frac{1}{2}$	27. 10	beau soleil.
15	S.	4	$5\frac{1}{2}$	8	27. 7	couvert, pluie & vent.
16	S. O.	8	$9\frac{1}{2}$	9	27. 10	pluvieux & venteux.
17	S. O.	6	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
18	S. O.	6	9	8	27. 8	couvert, bruine & grand vent.
19	O.	5	7	$2\frac{1}{2}$	27. 11	grand vent, beau avec nuages.
20	S.	3	$5\frac{1}{2}$	5	27. 4	pluvieux & venteux.
21	O.	3	$4\frac{1}{2}$	2	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau temps.
22	N.	2	4	0	27. 10	<i>idem.</i>
23	S. O.	1	2	$1\frac{1}{2}$	27. 6	gelée blanche, pluie, neige & vent.
24	S. E.	3	5	$3\frac{1}{2}$	27. 5	couvert.
25	E.	1	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	gelée blanche.
26	O.	0	3	$2\frac{1}{2}$	27. 9	beau avec nuages, le soir, pluvieux.
27	O.	5	$7\frac{1}{2}$	4	27. 9	pluvieux & venteux.
28	S.	3	$6\frac{1}{2}$	6	27. 9	couvert & pluvieux.
29	S. O.	$6\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	27. 8	couvert, bruine & vent.
30	S. O.	7	9	8	27. 8	pluvieux & venteux.
31	S. O.	$8\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$	9	27. 10	couvert, bruine & vent.

Le 2, la Bouffole 20 degrés 6 minutes, le 6, 20 degrés 6 minutes.

Décembre.

Décembre.

Pendant ce mois, la terre a été si humide & si molle, à cause des neiges du mois d'Octobre, que quoiqu'il soit tombé soit peu d'eau on n'a pu labourer que le long des chemins, & faire quelques entr'hivers.

Il a plu assez souvent, cependant il n'est tombé qu'un ponce six lignes $\frac{16}{48}$ ^c d'eau, & on recevoit de toutes parts des nouvelles des dommages que les débordemens & les inondations avoient causé dans plusieurs Provinces.

L'aiguille aimantée a été stationnaire.

IDÉE GÉNÉRALE DES PRODUCTIONS DE LA TERRE,

Pendant l'Année 1770.

F R O M E N S.

La récolte des fromens a été médiocre dans notre pays; il y a eu cependant beaucoup de gerbes, mais dans chaque gerbe il y avoit la moitié de chardons. Dans les meilleures terres il falloit vingt à vingt-quatre & jusqu'à trente gerbes pour avoir une mine, mesure de Pithiviers, qui est le tiers du setier de Paris, dans les bonnes années il n'en faut que 12. Le grain qui étoit de bonne qualité a rendu en farine plus que celui de l'année dernière & a fait du pain fort blanc: il valoit de vingt-six à trente livres le sac, pesant 240 livres.

A V O I N E S.

Les avoines paroissoient fort belles aux champs, mais elles ont rendu plus en fourrage qu'en grain; la qualité en est bonne; elle valoit huit à huit livres dix sous le sac, qui fait moitié du setier de Paris.

O R G E S.

Les orges ont été bonnes, mais on en fait peu de nos côtes; elles ont augmenté de prix cette année, & ont valu jusqu'à seize & dix-huit livres le sac; parce que dans le temps de la semence on en a enlevé pour fournir des semences à la Sologne, où le seigle avoit manqué.

Mém. 1771.

M m m m m

GROS LÉGUMES.

Les pois & vesces ont bien réussi, mais les fèves ont manqué; ce qui fait un grand tort aux pauvres qui en font leur principale nourriture, elles ont valu de quatre à cinq livres le boisseau.

FOINS ET SAINFOINS.

Comme le printemps a été froid, les foins & sainfoins ont été bas, & il y en a eu un quart moins que l'année dernière; mais ils étoient de bonne qualité, sur-tout ceux qui ont été ferrés avant les pluies.

CHANVRES.

Les chanvres ont été bons quoique tendres, la filasse étoit cependant chère & valoit en branches cinquante à cinquante-deux livres le cent.

ABEILLES.

Il a péri beaucoup d'abeilles pendant l'hiver, celles qui ont résisté ont très-bien fait au printemps; mais pendant les pluies & les mauvais temps qui sont venus avant la moisson, elles ont beaucoup consommé de leurs provisions, & on n'a vendu que sept livres le panier, qui, l'année précédente, auroit valu dix & onze livres, parce que cette année les paniers étoient légers & peu fournis de miel.

MELONS.

Il n'y a point eu de melons dans notre province, mais il y en a beaucoup eu à Paris, & quoiqu'ils n'aient point été excellens, ils ont été meilleurs qu'on ne l'auroit cru, vu qu'il n'y a point eu de chaleur pour mûrir aucuns fruits.

NOIX ET GLAND.

Il n'y a point eu de gland, mais une demi-année de noix qui ont été petites, huilées, & qui n'ont pas mûri parfaitement; en général les arbres forestiers & nos arbres étrangers ont donné très-peu de fruit.

GIBIER.

Il y a eu très-peu de gibier cette année & sur-tout de perdreaux, peu de lièvres, mais beaucoup de cailles. Il a passé pendant la vendange de ces petites grives qu'on nomment *Moviar*: mais il n'y a pas eu une seule grosse grive, & même on n'en voit plus depuis trois ou quatre ans.

Il y a eu très-peu d'alouettes, & à leur arrivée, temps où elles sont le plus abondantes, on en voyoit peu qui étoient maigres & amères, elles ont toujours été chères.

INSECTES.

Il y a eu peu d'insectes; point de hannetons, ni de chenilles; & très-sensiblement moins de mouches qu'à l'ordinaire, parce qu'il a toujours fait froid.

VINS.

Il y a eu très-peu de vin. L'arpent qui produit, année commune, de six à huit pièces, n'a produit qu'une pièce & un quart au plus l'une dans l'autre. Comme il n'y a point eu d'été, le fruit n'auroit pas pu mûrir, sans la sécheresse de l'automne: ainsi le vin est verd, mais il a plus de couleur & un peu plus de qualité qu'en 1768 & 1769; il valoit de cent à cent vingt livres le tonneau. A l'égard du vieux de 1765 & 1766, quoiqu'il ait presque toujours été rempli avec du vin nouveau; il s'est vendu deux cents livres la pièce, c'est-à-dire quatre cents livres le tonneau: mais il y a eu très-peu de consommation, & il restoit du vin dans les celliers.

SAFRANS.

Il y a eu très-peu de safran: ceux qui en avoient récolté six livres l'année dernière n'en ont pas eu six quarterons cette année; & quoiqu'il soit de bonne qualité il ne s'en vend pas beaucoup, parce qu'il n'y a point de commissions pour le Nord, à cause de la guerre de Pologne. Il valoit encore trente livres à la Foire de Saint-Aignan, le 17 Novembre; & au mois de Décembre il ne se payoit plus que vingt-sept livres.

M m m m m ij

POIRES ET POMMES.

Il y a eu peu de poires, qui ont été petites; mais beaucoup de pommes dont on a fait du cidre pour suppléer à la disette du vin.

MALADIES DES HOMMES.

Il y a eu peu de fièvres malignes, ainsi que de petites véroles; mais une prodigieuse quantité de fièvres intermittentes qui ont commencé à la fin d'Août, dont plusieurs ont été très-rébelles, & subsistoient encore à la fin de Décembre.

MALADIES DES ANIMAUX.

Il n'a point régné de maladies épidémiques sur les chevaux; les vaches, les moutons, ni les volailles de basse-cour. Quelques chiens ont péri de la maladie des années dernières; & il est mort une prodigieuse quantité de chats de la maladie qui les attaquoit depuis deux ans: c'est une galle qui les prenoit à la tête; & la leur faisoit enfler; ils devenoient aveugles, & ils mouroient. Cette maladie a dépeuplé de chats toutes nos fermes.

NIVEAU DES EAUX.

Le niveau des eaux a beaucoup augmenté; les rivières ont débordé par les pluies; les sources ordinaires pouvoient abondamment; mais celles qui sont très-élevées ne fournissoient pas encore.

EAU DE PLUIE.

HIVER.

	pouces lignes			pouces lignes	
Janvier.....	I.	I $\frac{31}{48}$	}	2.	6.
Février.....	"	I I $\frac{17}{48}$			
Mars.....	"	5.			

PRINTEMPS.

Avril.....	I.	7 $\frac{19}{48}$	}	4.	2 $\frac{43}{48}$
Mai.....	"	I I $\frac{14}{48}$			
Juin.....	I.	7 $\frac{27}{48}$			

	pouces	lignes	
Juillet.....	"	7 $\frac{45}{48}$	} pouces lignes O. I I $\frac{25}{48}$.
Août.....	"	I $\frac{38}{48}$	
Septembre.....	"	I $\frac{38}{48}$	

A U T O M N E.

Décembre..... I. 6 $\frac{16}{48}$.

Il ne faut point compter sur les mois d'Octobre & de Novembre, parce que la machine qui sert à observer a été dérangée; mais ces deux mois ont été fort pluvieux.

Pendant les saisons d'Hiver, du Printemps & d'Été il n'est tombé que.....

Pendant le mois de Décembre..... 7. 7 $\frac{37}{48}$.

I. 6 $\frac{16}{48}$.

Ainsi les deux mois d'Octobre & de Novembre exceptés, il est tombé pendant le surplus de l'année..... pou. 2 $\frac{5}{48}$ lig.



RÉCAPITULATION

Des Baptêmes, Mariages, Mortuaires & Enfants-trouvés de la ville & faubourgs de Paris, depuis l'année 1709, jusques & compris l'année 1770; précédée de quelques Remarques générales sur ce Tableau.

Par M. MORAND fils.

DÈS la fin du siècle dernier, on avoit commencé en France le travail, qui depuis l'année 1709, a été suivi exactement, & qui consiste à faire un relevé des baptêmes, des mariages & des mortuaires de la ville de Paris, par mois & par Paroisses en particulier (a).

En 1670, au mois de Janvier, il parut une feuille imprimée *in-folio*, qui renfermoit ce dénombrement pour les années 1670 & 1671; on y annonçoit qu'il en seroit fait un semblable tous les seconds jours de chaque mois.

Cette entreprise, relative aux besoins, à la subsistance & à la conservation des habitans d'une grande capitale comme Paris, embrassoit d'une manière très-intéressante des objets propres à faciliter la recherche des causes qui peuvent influer sur l'augmentation ou la diminution de la population dans chaque quartier; pour cela on avoit rapproché de ces états mortuaires l'annonce succincte des maladies qui avoient régnées pendant le mois, & des moyens qu'on leur avoit opposés, les changemens & les

(a) Londres est la première Ville où l'on ait fait des bills mortuaires; ce fut en 1552, à l'occasion d'une maladie pestilentielle dont on cherchoit à reconnoître le progrès ou la diminution; après qu'elle eut cessé, ces cédules furent discontinuées jusqu'en

1603, qu'on les reprit avec plus d'exactitude; en 1619 on y inséra les différentes maladies & les accidens qui avoient produit les mortalités; en 1728 on y ajouta les âges des morts de dix ans en dix ans, & des enfans au-dessous de cinq.

irrégularités des saisons: cet article est absolument rédigé dans la forme suivie à la Faculté de Médecine de Paris, dans les assemblées des *prima Mensis*, établies vers ce temps pour cet objet.

Cette feuille renfermoit encore le prix & le poids des pains de différentes sortes pendant le mois, avec un avertissement pour se plaindre dans le cas d'infidélité sur le second chef.

Dans l'année 1671, on commença à ajouter à ce tableau l'état des enfans-trouvés, soit en nourrice, en pension à la campagne, soit en la maison de l'Hôpital au fauxbourg Saint-Denys, & à la Couche devant Notre-Dame, se montant en tout à 12814.

On y avoit aussi fait entrer, dans le même ordre de suppression, un pareil état des baptêmes, mariages & morts de la Religion prétendue Réformée; enfin l'état de l'Hôtel-Dieu, par ordre d'entrée & de sortie.

Le Journal des Savans du mois de Mars 1672, ainsi que quelques autres ouvrages périodiques de ce temps, font mention de cette première feuille, & il paroît que ce travail a eu quelque suite. Le Journal de Médecine du 1.^{er} Juillet 1681, page 335, renferme une récapitulation sommaire des trois premiers mois de cette année (b).

Ces pièces volantes ont malheureusement éprouvé le sort auquel elles sont exposées lorsqu'elles ne se continuent pas; quelque recherche que j'aie faite depuis que j'ai présenté à l'Académie le résultat complet & suivi de celles qui ont paru depuis 1709, je n'ai pu me procurer que la copie des feuilles de 1670 & 1671 (c): en les faisant connoître ici on regrettera que cet historique de Paris n'ait pas été continué sur le même plan.

(b) Nous placerons cette dernière à la suite de l'année 1672, p. 842.

(c) J'en suis redevable au savant Abbé Brotier, auteur d'une nouvelle édition de Tacite, avec des notes; elle a été copiée sur l'original.

J A N V I E R 1670.

Étant important au Public, pour la santé & la subsistance des habitans, d'en connoître l'état en tout temps, & d'observer soigneusement les causes qui augmentent ou qui diminuent le peuple en chacun des quartiers de Paris; il sera fait tous les seconds jours des mois, une feuille qui contiendra le nombre des Baptêmes, des Mariages & des Mortuaires du mois précédent & de chacune des paroisses en particulier.

PAROISSES.	Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
VILLE.			
Saint-Eustache.....	168.	47.	174.
Saint-Germain-l'Auxerrois.....	60.	21.	182.
Saint-Gervais.....	38.	16.	56.
Saint-Jean-en-Grève.....	27.	10.	48.
Saint-Jacques-de-la-Boucherie.....	52.	10.	51.
Les Saints-Innocens.....	1.	"	2.
Saint-Josse.....	1.	"	1.
Saint-Jacques-de-l'Hôpital.....	"	"	"
Saint-Louis, île Notre-Dame.....	17.	3.	23.
Saint-Leu-Saint-Gilles.....	26.	8.	18.
Saint-Laurent.....	120.	13.	102.
Saint-Médéric.....	46.	13.	37.
Saint-Nicolas-des-champs.....	119.	21.	161.
Sainte-Opportune.....	3.	"	7.
S. ^t -Paul & S. ^{te} -Marguerite son annexe.	169.	39.	178.
Saint-Roch.....	69.	12.	61.
Saint-Sauveur.....	38.	7.	32.
Le Temple.....	6.	"	4.
La Villeneuve.....	"	"	"
La Ville-l'Évêque.....	15.	3.	9.
	975.	223.	1146.

C I T É.

PAROISSES.	Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
<i>Ci-contre</i>	975.	223.	1146.
CITÉ.			
Saint-Barthélemi.	26.	18.	28.
La basse Sainte-Chapelle au Palais.	1.	"	2.
Sainte-Croix.	1.	"	1.
Saint-Christophe.	3.	2.	"
Saint-Germain-le-vieux.	7.	2.	8.
Sainte-Geneviève-des-Ardens.	4.	"	"
Saint-Jean-le-rond.	"	1.	1.
Saint-Landry.	10.	1.	5.
Sainte-Magdeleine.	2.	"	4.
Sainte-Marine.	3.	7.	"
Saint-Martial.	6.	6.	"
Saint-Pierre-des-Arcis.	5.	"	1.
Saint-Pierre-aux-Bœufs.	1.	"	1.
Saint-Symphorien.	2.	"	2.
L'Hôtel-Dieu.	74.	"	644.
UNIVERSITÉ.			
Saint-André-des-Arcs.	16.	4.	14.
Saint-Benoît.	20.	12.	25.
Saint-Cosme.	7.	5.	14.
Saint-Étienne-du-Mont.	65.	15.	68.
Saint-Hilaire.	9.	4.	10.
Saint-Hyppolite.	20.	2.	13.
Saint-Jacques-du-haut-Pas.	30.	5.	44.
Saint-Jean-de-Latran.	2.	"	4.
Saint-Médard.	56.	9.	49.
Saint-Martin.	10.	2.	8.
Saint-Nicolas-du-Chardonnet.	18.	3.	27.
Saint-Severin.	39.	6.	57.
Saint-Sulpice, faubourg Saint-Germain.	178.	26.	174.
TOTAL.	1590.	353.	2350.

La maladie la plus fréquente & la plus fâcheuse qu'on ait remarqué pendant le mois précédent, a été celle des fluxions sur la poitrine, que l'extrême froid a rendu violentes & périlleuses, sans qu'il ait été néanmoins reconnu rien d'extraordinaire en la qualité de la maladie, non plus que dans l'effet ou usage des remèdes.

Tout le pain au-dessus du poids d'une livre, qui se vend à la Halle, aux Marchés, & autres endroits de la ville & faubourgs, doit être marqué de son véritable poids, à peine de confiscation & d'amende.

Le pain des Boulangers de Paris a été le mois passé :

S A V O I R,

	Onces.
Celui de Chapitre de deux liards, pesant.....	3 $\frac{1}{2}$.
D'un sou.....	7.
De deux sous.....	14.
Le Pain bis-blanc d'un sou.....	10.
Le Pain bis d'un sou.....	14.
Le Pain mollet (ainsi appelé) & d'autres qualités au-dessus de deux liards.....	3.
D'un sou.....	6.
De deux sous & au-dessus, à proportion.	

Toutes lesquelles sortes de pain, doivent être du même poids pour le moins pendant le présent mois de Février, à peine de confiscation & d'amende.

Toutes personnes à qui il aura été fait faux poids ou fausse mesure, de quelque marchandise ou denrée que ce puisse être, en pourra avertir un des Commissaires, qui se transportera aussi-tôt dans le lieu où la marchandise ou denrée aura été vendue; & au cas qu'il trouve au Boulanger d'autre pain sans marque, ou fausement marqué, & de moindre poids que celui ci-dessus; & au Marchand des faux poids & de fausses mesures, il saisira la chose vendue, dont il fera rendre le prix sur le champ à celui qui aura été trompé, auquel il appartiendra aussi le tiers de l'amende en laquelle le vendeur sera condamné sur le rapport du Commissaire.

Copie sur l'original imprimé en 1670, chez Frédéric Léonard, Imprimeur ordinaire du Roi, rue Saint-Jacques, à Paris.

1671.

ÉTAT général des Baptêmes, Mariages & Mortuaires des Paroisses de la ville & faubourgs de Paris, avec les observations générales sur l'année 1671. A Paris, chez Frédéric Léonard, Imprimeur du Roi, rue Saint-Jacques, à l'Écu de Venise. 1672, in-folio.

J A N V I E R.

Étant important au public, pour la santé & pour la subsistance des habitans de Paris, d'en connoître l'état en tout temps, & d'observer soigneusement les causes qui augmentent ou diminuent le peuple en chacun des quartiers de Paris, on fera tous les seconds jours de chaque mois, une feuille qui contiendra le nombre des baptêmes, des mariages & des mortuaires du mois précédent, & de chacune des Paroisses en particulier.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1675.	548.	1150.

Plusieurs personnes ont été affligées de rhumatismes, causés par l'humidité extraordinaire de la saison pendant le mois de Janvier, & les enfans plus communément & plus dangereusement que les autres. La prompte décharge de l'humeur dans la poitrine, ou le transport au cerveau ayant fait mourir plusieurs de ceux qui en ont été attaqués. Et comme il n'y a presque point eu d'autres maladies pendant le mois, le nombre des malades n'a pas été considérable.

F É V R I E R.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1696.	489.	1068.

Les rhumatismes ont continué pendant le mois de Février avec plus de danger qu'au mois précédent; plusieurs personnes en sont mortes subitement, par le transport de l'humeur qui s'est fait à la tête, & d'autres par la décharge de la même humeur sur

836 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

la poitrine, qui leur a pareillement, & en peu de temps causé la mort, & même la malignité qui les caufoit a été si grande, que l'on a remarqué, à l'ouverture de quelques corps de ceux qui sont décédés inopinément dans une convalescence apparente de ces rhumatismes, que les parties où la douleur avoit été plus sensible étoient gangrénées; il y a eu aussi quelques malades de flux-de-ventre, causé par la simple corruption des alimens; néanmoins le nombre des malades en tout n'a pas été considérable.

M A R S.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1860.	56.	1218.

Le nombre des malades pendant le mois de Mars n'a pas été considérable; les fluxions sur la poitrine, & quelques fièvres-tierces, qui ont paru opiniâtres, accompagnées de jaunisse, nausée, pointillement à l'épygastre & flux de ventre bilieux, sont les maladies qui ont eu plus de cours.

A V R I L.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1595.	447.	1350.

L'inégalité de la saison a causé pendant le mois d'Avril beaucoup de fluxions très-fâcheuses, à cause de l'humeur qui se portoit d'abord à la tête & qui faisoit ensuite son dépôt sur la poitrine, ou sur les parties voisines. Outre ces fluxions, dont plusieurs personnes sont mortes assez subitement, il y a eu pendant le mois des fièvres-tierces & double-tierces très-opiniâtres & difficiles à guérir.

M A I.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1478.	324.	1431.

Les fièvres tierces & double-tierces, continues & intermittentes ont eu cours pendant le mois de Mai avec moins d'opiniâtreté & de danger que pendant le mois d'Avril, la plus grande partie ayant été guéries par des flux de ventre bilieux qui sont survenus

lors & ensuite des grandes chaleurs. Il y a eu aussi beaucoup de rhumatismes, dont quelques-uns ont dégénéré en fluxion sur la poitrine, ou transport à la tête.

J U I N.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1331.	334.	1219.

Les maladies qui ont paru pendant le mois de Juin, ont été, quoique moins fréquentes, entièrement semblables à celle du mois précédent ; & la santé publique paroît être en un si bon état, qu'il n'y a que cette seule observation à faire.

J U I L L E T.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1424.	337.	1358.

Il n'y a au que très-peu de malades pendant ce mois, puisque tous ont été travaillés de fièvres tierces ou double-tierces, & néanmoins la guérison en a été assez facile. La petite vérole a été plus fréquente qu'aux mois précédens, mais sans malignité.

A O U T.

<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Mortuaires.</i>
1606.	327.	1502.

Les grandes chaleurs du mois d'Août ont augmenté le nombre des malades, & on a vu pendant ce mois les fièvres tierces & double-tierces, qui ont été fréquentes, dégénérer communément en fièvres continues, accompagnées de mouvemens convulsifs, joint à l'assoupissement des malades. Plusieurs néanmoins en ont été guéris par le mouvement des humeurs qui s'est fait en-dedans, ou à l'habitude du corps, par des flux de ventre bilieux, & par des érysipèles qui sont survenus. La petite vérole n'a pas été aussi maligne qu'elle a été fréquente parmi les grandes personnes & parmi les enfans.

S E P T E M B R E.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1507.	327.	1897.

Les grandes chaleurs du mois d'Août, & le changement du temps qui s'est extrêmement refroidi pendant le mois de Septembre, ont causé beaucoup de maladies; les fièvres tierces & doubles-tierces ont été fréquentes, aussi-bien que la petite vérole, qui a été très-maligne, les rhumatismes ont été aussi fréquens & dangereux, ayant dégénéré communément en fluxions sur la poitrine, depuis que le temps est devenu pluvieux.

O C T O B R E.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1587.	321.	1753.

Les maladies qui ont eu cours pendant le mois de Septembre ont continué pendant le mois d'Octobre, avec cette différence néanmoins qu'il n'y a pas eu tant de malades de fièvre tierce & double-tierce, & que la petite vérole a été encore plus fréquente & plus maligne qu'elle n'étoit le mois précédent. Quelques personnes ont été travaillées de flux-dysenteriques, mais ils n'ont été ni opiniâtres, ni mortels.

N O V E M B R E.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1560.	437.	1709.

L'inégalité de la saison, jointe à la constitution humide de l'air pendant le mois de Novembre, a beaucoup augmenté le nombre des malades, qui pour la plupart ont été travaillés de fièvres quartes, doubles & triples-quartes. La petite vérole a été très-maligne, & plus fréquente qu'à l'ordinaire. Plusieurs personnes sont aussi mortes subitement pendant ce même mois, par un épanchement de sérosités dans le quatrième ventricule du cerveau, & cette cause de mort a été observée & reconnue par l'ouverture de plusieurs corps,

D É C E M B R E.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1253.	42.	1743.

Les fièvres quartes qui ont eu cours pendant le mois de Novembre ont dégénéré pendant le mois de Décembre en fièvres tierces, & les triples-quartes en doubles-tierces; les changemens, avec le flux de ventre bilieux, qui ont ordinairement paru à la fin des années, ont fait juger que l'humidité de la saison avoit causé une pourriture considérable dans les humeurs.

RÉCAPITULATION GÉNÉRALE.

Mois.....	Baptêmes.....	Mariages.....	Mortuaires.
Janvier.....	1675.....	548.....	1150.
Février.....	1656.....	489.....	1068.
Mars.....	1860.....	56.....	1218.
Avril.....	1595.....	447.....	1350.
Mai.....	1478.....	324.....	1431.
Juin.....	1331.....	334.....	1219.
Juillet.....	1424.....	337.....	1358.
Août.....	1606.....	324.....	1502.
Septembre.....	1507.....	327.....	1897.
Octobre.....	1587.....	321.....	1753.
Novembre.....	1560.....	437.....	1709.
Décembre.....	1253.....	42.....	1743.
TOTAL.....	18532.....	3986.....	17398.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES sur l'année 1671.

La ville de Paris ayant été préservée pendant le cours entier de cette année de toutes fortes de maladies contagieuses, populaires & malignes; toutes les choses nécessaires pour la nourriture & pour la subsistance de tous les habitans, s'y étant trouvées dans une assez grande abondance, & à bon marché, la sûreté ayant été aussi entièrement établie & le jour & la nuit, les citoyens & les étrangers préservés de toutes fortes d'accidens; les hôpitaux tenus dans un grand ordre, & les pauvres secourus, il seroit difficile,

après tant de bonheur pour cette ville, de l'empêcher de mettre l'année 1671 au nombre des plus heureuses années qu'elle ait eu; & si en 1670 on a dû se louer du bon état de la santé publique, parce que le nombre des mortuaires ne surpassoit celui des baptêmes que de 4651, que n'en doit-on pas juger d'avantageux cette année, où avec la même affluence, & avec ce concours prodigieux & continuel d'Étrangers, le nombre des baptêmes se trouve surpasser celui des mortuaires de 1134.

Après ces observations générales il ne sera pas inutile de remarquer que les saisons de l'Hiver & du Printemps s'étant trouvées assez douces & tempérées, elles n'ont pas peu contribué à maintenir la santé des habitans au bon état où elle a été pendant plusieurs mois: & il semble aussi bien à propos d'observer, après l'examen particulier des douze mois de l'année, & par la comparaison des uns aux autres, que la santé publique n'a reçu aucune altération considérable jusqu'aux chaleurs excessives du mois d'Août; mais il est encore plus important, après quelques réflexions sur les bons & sur les mauvais effets de ces causes générales, de remarquer qu'il n'y en a point qui soient indifférentes au public; qu'il n'en est pas, & jusqu'aux moindres, qui ne s'y fassent sentir, & qui ne s'y fassent connoître par le bien ou par le mal qu'elles produisent, ce qui étant supposé, comme il est indubitable, il n'est pas mal aisé, après cela, de concevoir l'utilité qui se peut tirer à l'avenir de cette sorte d'observations, qui servent présentement à faire connoître le bon état où est cette ville, mais qui peuvent également servir dans d'autres temps & dans d'autres conjonctures, à découvrir les nécessités publiques, à faire connoître en quoi le peuple aura besoin d'être assisté, & de quoi on aura à le défendre; à quelles choses on devra le plus s'attacher pour l'utilité & pour le bien en général de cette grande ville; en un mot, les ordres du Roi, qui l'ont mise en un état si surprenant & si avantageux, n'en seront que plus exactement & plus fidèlement exécutés, pour ce qui touche la subsistance, la santé & la conservation de tous ses habitans, auxquels cela assure à l'avenir la même tranquillité dont ils jouissent à présent,

ÉTAT des Enfans-Trouvés pendant l'année 1671.

*L'Hôpital des Enfans-Trouvés, en nourrice & en pension à la campagne;
en la maison de l'Hôpital au faubourg Saint-Denys; à la Couche
devant Notre-Dame.*

Janvier 1671.....	960.	Juillet 1671.....	1128.
Février.....	991.	Août.....	1128.
Mars.....	991.	Septembre.....	1066.
Avril.....	1064.	Octobre.....	1066.
Mai.....	1087.	Novembre.....	1066.
Juin.....	1116.	Décembre.....	1151.
TOTAL..... 6209.		TOTAL..... 6605.	

ÉTAT de la Religion prétendue réformée pendant l'année 1671.

<i>Mois.....</i>	<i>Baptêmes.....</i>	<i>Mariages.....</i>	<i>Morts.....</i>
Janvier.....	22.....	6.....	21.
Février.....	18.....	5.....	18.
Mars.....	32.....	1.....	18.
Avril.....	23.....	5.....	25.
Mai.....	30.....	8.....	29.
Juin.....	16.....	2.....	23.
Juillet.....	18.....	5.....	21.
Août.....	26.....	7.....	31.
Septembre.....	17.....	4.....	42.
Octobre.....	15.....	5.....	30.
Novembre.....	31.....	5.....	33.
Décembre.....	13.....	3.....	5.
TOTAL..... 261.....		56.....	296.

Le prix du pain pendant l'année 1671.

Le pain de Chapitre de deux liards, de.....	ONCES. 3 $\frac{1}{2}$.
D'un fou, de.....	7.
De deux sous, de.....	14.
Le pain bis-blanc d'un fou, de.....	10.

Mém. 1771.

• O o o o o

Le pain bis d'un sou, de.....	onces. 14.
Le pain appelé mollet, & d'autre qualité au-dessus de deux liards, de.....	3.
D'un sou, de.....	6.
De deux sous & au-dessus, à proportion.	

ÉTAT de l'Hôtel-Dieu de Paris en 1671.

Malades restés du mois préc. 1923.	Juillet....	{ Malades restés. 1569.
Janvier, entrépend. le mois. 1149.		{ Entrés..... 1151.
Février... { Malades restés. 1877.	Août....	{ Malades restés. 1582.
Entrés..... 1041.		{ Entrés..... 1400.
Mars.... { Malades restés. 2181.	Septembre.	{ Malades restés. 1809.
Entrés..... 1088.		{ Entrés..... 1513.
Avril.... { Malades restés. 1906.	Octobre...	{ Malades restés. 2013.
Entrés..... 1122.		{ Entrés..... 1347.
Mai.... { Malades restés. 1822.	Novembre.	{ Malades restés. 2033.
Entrés..... 1083.		{ Entrés..... 1420.
Juin.... { Malades restés. 1673.	Décembre.	{ Malades restés. 2135.
Entrés..... 988.		{ Entrés..... 1321.
Malades restés au dernier Décembre de l'an 1671.....		2129.

EXTRAIT des Baptêmes & Mortuaires de la ville & faubourgs de Paris, 1681.

JOURNAL DE MÉDECINE.

J A N V I E R.

Baptêmes.	Mortuaires.	Exécutés à mort.
1594.	2789.	2.

Les grands froids continus ont causé des inflammations internes, douleurs de côté, rhumatismes, catharres, fièvres malignes, tenesmes & apoplexies.

F É V R I E R.

Baptêmes.	Mortuaires.	Exécutés à mort.
1597.	2337.	1.

Fluxions de poitrine, catharres, rhumatismes, fièvres intermittentes, mauvaises couches, épreintes, hoquets, hydropisies, & mouvement apoplectiques.

M A R S.

Baptêmes.	Mortuaires.	Exécutés à mort.
1722.	2475.	4

Hémorrhagies, jaunisses, fièvres ordinaires, fluxions de poitrine ; & hydropisies.

L'esprit philosophique qui règne aujourd'hui, a fait connoître combien ces spéculations étoient utiles, & pour la politique, & pour la Médecine; en conséquence, depuis plusieurs années, tant en France que dans l'Etranger, les papiers publics donnent régulièrement ces états de naissances & de morts : quelques personnes en ont fait des objets de calculs, qu'elles ont différemment appliqués, selon les idées dont elles ont été frappées ; comme, par exemple, à la recherche de la supériorité en nombre des naissances d'un sexe sur les naissances d'un autre sexe &c. (*d*).

Je ne dirai rien de ces calculs, il est certainement très-difficile d'en déduire des résultats satisfaisans ; on doit souvent y remarquer une inégalité qui vient des différentes observations qu'on a employées, & qui est bien propre à jeter de l'incertitude sur les conséquences qu'on seroit d'abord tenté d'en tirer.

Mais sans attendre que quelques-uns de ces calculs, plus ou moins curieux, donnent des résultats certains, la simple récapitulation générale à laquelle je me suis borné, des naissances &

(*d*) M^{rs} Graunt, Halley, Kerboom, Symphon, Deparcieux, Dupré-Saint-Maur, de Buffon, Proft, Wargentín, Deslandes, d'Expilly, le docteur Brackenridge, le docteur Price.

des morts, dans chaque année, depuis 1709, pourroit fournir un point de vue suffisamment intéressant. En effet, ce tableau de population & de dépopulation perpétuelle, semble prouver que l'homme remplit en général une carrière plus longue qu'on ne seroit peut-être porté à le croire.

On a jusqu'à présent tiré de ces états rassemblés, des inductions; qui loin d'affliger l'humanité sur la longévité, ne sont propres qu'à calmer l'amertume d'une perspective affligeante, souvent même pour ceux qui semblent n'avoir à perdre que des douleurs. Les calculs faits de toutes parts, paroissent prouver que l'homme marche d'un pas beaucoup plus lent qu'on ne le croit communément, vers le dernier terme de ses peines ou de ses plaisirs, & il résulte des recherches des personnes les plus savantes qui se sont occupées de cet objet, que dans les grandes villes comme Londres, Paris & autres, il ne meurt, année commune, qu'un homme sur trente; proportion qui diminue, toutes choses d'ailleurs égales, à mesure que les Villes diminuent d'étendue; car dans les Bourgs, elle n'est plus que dans le rapport de 1 à 37; enfin dans les campagnes il ne meurt pas un homme sur quarante. On voit par-là combien l'air & la vie de la campagne sont préférables à ceux des villes.

On a cru apercevoir à Paris, d'après l'article des enterremens de l'année 1744, qu'il étoit mort dans cette ville 117 personnes depuis l'âge de soixante-quinze ans jusqu'à quatre-vingt; 285 depuis l'âge de quatre-vingt jusqu'à cent, & 8 depuis cent jusqu'à cent sept ans (e).

En 1771, à l'Hôtel royal des Invalides (f), on voyoit, d'après

(e) On a eu soin d'observer que dans cet article, ne sont point compris les gens du peuple, ni les domestiques, ni tous ceux qui meurent aux Hôpitaux; cette classe de citoyens étant la plus exposée à tous les événemens qui peuvent abrégier la vie de l'homme, en même-temps, la moins en état de les prévenir, & de conserver leur

individu, peut en conséquence donner un plus grand nombre de morts.

(f) Composée alors d'après la vérification que j'en ai faite de 4 ou 500 Officiers, de 5 ou 600 Bas-officiers, & le reste Soldats, allant souvent à 2000, & au-delà suivant les variations continuelles & presque journalières.

un relevé inféré dans la gazette de France , que sur neuf cents quatorze vieillards il y en avoit :

125 âgés de.....	70 ans.	10 âgés de.....	85 ans.
70.....	71.	11.....	86.
107.....	72.	13.....	87.
65.....	73.	9.....	88.
88.....	74.	4.....	89.
70.....	75.	2.....	90.
64.....	76.	3.....	91.
27.....	77.	6.....	92.
61.....	78.	3.....	93.
37.....	79.	4.....	94.
42.....	80.	4.....	95.
18.....	81.	1.....	100.
25.....	82.	1.....	102.
21.....	83.	1.....	103.
23.....	84.		

Pour en venir maintenant à ce que j'ai proposé à l'Académie, je présente ici, pour être inféré dans le volume de 1771, le résumé annuel depuis 1709, des feuilles imprimées tous les ans; & de dix en dix ans on inférerait le même résumé, soit dans l'Histoire, soit à la suite des Observations Météorologiques de M. Duhamel.

Je crois seulement devoir faire deux observations, l'une sur le nombre des morts de l'hôtel-Dieu, l'autre sur celui des Enfants-trouvés: quant à ces derniers, l'augmentation sensible qui s'y remarque depuis quelques années tient à la plus grande difficulté qu'éprouvent les gens du peuple à donner à leurs enfans les premiers secours convenables à cet âge, ce qui en fait porter un plus grand nombre dans cet hôpital.

Pour ce qui est de l'hôtel-Dieu on ne doit pas compter sur l'exactitude du nombre des malades qui s'y trouvent; cet état est confié aux Chirurgiens des salles, qui n'apportent pas à cette mission dont on les charge, l'attention convenable. Je me suis assuré que jamais cet état n'est fidèle, & que le nombre des malades

n'a jamais excédé trois mille à la fois; encore comprend-on dans ce nombre M.^{rs} les Prêtres, les Religieuses, les Officiers, les Chirurgiens & les Domestiques qui donnent quelquefois cinq cents malades. Avant le dernier incendie il y avoit, sur treize salles pour les hommes, sept cents quarante-six lits, & sur huit salles pour les femmes cinq cents quatre-vingt-dix lits, ce qui fait en tout treize cents trente-six lits.

*ÉTAT GÉNÉRAL des Baptêmes, Mariages, Mortuaires
& Enfants-trouvés de la ville & faubourgs de Paris,
depuis l'année 1709 jusques & compris l'année 1770.*

<i>Années.</i>	<i>Baptêmes.</i>	<i>Mariages.</i>	<i>Morts.</i>	<i>Enfans-trouvés.</i>
1709.	16910.	3047.	29288.	
1710.	13634.	3382.	22389.	1179.
1711.	16593.	4484.	15920.	1653.
1712.	16589.	4264.	15721.	1743.
1713.	16763.	4289.	14860.	1741.
1714.	16866.	4553.	16380.	1734.
1715.	17631.	4555.	15478.	1795.
1716.	17719.	3795.	17410.	1780.
1717.	18660.	4527.	13533.	1673.
1718.	18517.	4290.	12954.	1723.
1719.	18620.	4378.	24151.	1734.
1720.	17679.	6105.	20371.	1441.
1721.	19917.	4467.	15978.	1730.
1722.	19673.	4464.	15517.	1857.
1723.	19622.	4255.	20024.	1982.
1724.	19828.	4278.	19719.	2095.
1725.	18564.	3311.	18039.	2260.
1726.	18209.	3295.	19022.	2466.
1727.	18715.	3813.	19100.	2302.
1728.	18189.	4198.	16887.	2166.
1729.	18163.	4231.	19852.	2336.
1730.	18966.	4403.	17452.	2401.

Années.	Baptêmes.	Mariages.	Morts.	Enfans-trouvés.
1731.	18877.	4169.	20832.	2539.
1732.	18605.	3983.	17532.	2474.
1733.	17825.	4132.	17466.	2414.
1734.	19835.	4133.	15122.	2654.
1735.	18862.	3876.	16196.	2577.
1736.	18877.	3990.	18900.	2681.
1737.	19767.	4158.	18678.	2914.
1738.	18617.	4247.	19581.	2786.
1739.	19781.	4108.	21986.	3289.
1740.	18632.	4017.	25284.	3150.
1741.	18578.	3928.	23574.	3388.
1742.	17722.	4178.	22784.	3163.
1743.	17873.	5143.	19033.	3101.
1744.	18318.	4210.	16205.	3034.

ANNÉES.	BAPTÊMES		Mariages.	MORTS.		ENFANS-TROUVÉS.	
	Garçons.	Filles.		Hommes.	Femmes.	Garçons.	Filles.
1745.	9454.	9386.	4135.	9261.	8061.	1661.	1573.
1746.	9363.	8984.	4146.	9418.	8633.	1677.	1605.
1747.	9394.	9052.	4169.	3592.	8566.	1677.	1692.
1748.	9197.	8710.	4603.	10265.	9264.	1762.	1667.
1749.	9819.	9339.	4263.	9864.	8743.	1923.	1852.
1750.	9711.	9324.	4619.	9261.	8123.	1943.	1842.
1751.	9905.	9416.	5013.	8800.	7873.	1922.	1861.
1752.	10308.	9909.	4359.	9573.	8179.	2046.	2081.
1753.	10229.	9500.	4146.	11676.	10040.	2216.	2113.
1754.	9507.	9402.	4143.	11978.	9620.	2117.	2114.
1755.	9725.	9687.	4501.	10930.	9091.	2171.	2102.
1756.	10169.	9837.	4710.	9083.	8050.	2453.	2374.
1757.	9931.	9438.	4089.	10682.	9438.	2502.	2467.
1758.	9677.	9471.	4342.	10027.	9175.	2632.	2450.
1759.	9798.	9260.	4059.	9560.	8886.	2693.	2571.
1760.	9214.	8777.	3787.	9674.	8767.	2573.	2458.

ANNÉES.	BAPTÊMES.		Mariages.	MORTS.		ENFANS-TROUVÉS.	
	Garçons.	Filles.		Hommes.	Femmes.	Garçons.	Filles.
1761.	9414.	8960.	3947.	9446.	8228.	2747.	2671.
1762.	9047.	8762.	4113.	10691.	9276.	2698.	2591.
1763.	8935.	8524.	4479.	11126.	8045.	2630.	2623.
1764.	9745.	9659.	4838.	9438.	7761.	2825.	2735.
1765.	9872.	9567.	4782.	9651.	9383.	2780.	2715.
1766.	9542.	9231.	4693.	10940.	8754.	2898.	2706.
1767.	10023.	9726.	4677.	10805.	8070.	3065.	2942.
1768.	9577.	9001.	4573.	11522.	9376.	3044.	2981.
1769.	9971.	9474.	4860.	9700.	8727.	3254.	3172.
1770.	10000.	9549.	4775.	9922.	8797.	3531.	3387.



RAPPORT DES INOCULATIONS

FAITES

DANS LA FAMILLE ROYALE
AU CHÂTEAU DE MARLI.

Par M. DE LASSONE.

L'HEUREUSE Inoculation du Roi, de Monsieur, de Monseigneur le Comte d'Artois & de Madame la Comtesse d'Artois, est une époque trop mémorable dans l'histoire des faits relatifs aux Sciences utiles, pour ne pas la consigner dans les registres d'une Compagnie qui a tant de droit & d'intérêt à des détails de cette importance.

Lû le 20
Juill. 1774.

Témoin de tout ce qui s'est passé dans cette inoculation, je vais en faire un rapport exact, au nom & de l'aveu de ceux qui y ont coopéré. Il en résultera un double avantage; 1.^o nous rendrons à des Juges éclairés un compte fidèle de notre conduite, nous le devons & nous le désirons; 2.^o ceux, parmi le Public, que des préjugés, des doutes mal fondés ne préoccuperont pas entièrement, seront par-là assez instruits pour reconnoître la légitimité & le succès d'une inoculation qui doit préserver, selon toute apparence, les Personnes augustes qui l'ont subie, d'une nouvelle atteinte de la maladie dont le nom seul nous fait encore frémir.

La Famille royale persuadée enfin par l'évidence des faits les plus authentiques & les plus multipliés, qu'il n'existoit qu'un moyen de se mettre désormais en sûreté contre les malheurs qui la menaçoient encore de toute part, prit tout-à-coup, seule & sans impulsion étrangère, le parti courageux de recourir à l'inoculation. Les Médecins consultés n'eurent point à prononcer sur les avantages ou les inconvéniens de l'inoculation considérée en elle-même; on ne fit pas là-dessus

Mém. 1771.

P p p p p

la moindre question; leur ministère alors n'eut pour objet que d'examiner si l'état actuel de la santé du Roi, des deux Princes & de la Princesse, permettoit d'inoculer sans danger.

Les représentations que nous crumes devoir faire sur le choix de la saison un peu plus favorable, ne furent point écoutées; on voulut sans délai procéder aux préparations nécessaires.

De tout temps les Inoculateurs ont un peu varié sur la manière de préparer les adultes destinés à être inoculés; les uns ont cru qu'il convenoit d'employer la saignée, la purgation répétée, les bains, les boissons ou tisanes délayantes & rafraîchissantes, & de ne permettre pendant un mois ou six semaines, qu'une très-légère nourriture; en un mot, de diminuer les forces sans pourtant les affoiblir trop. Les épreuves répétées ont fait connoître que ces précautions poussées si loin n'étoient pas sans inconvénient.

Les autres pensant que le meilleur état possible de santé, relativement à la constitution & au tempérament propres à chaque individu, étoit la disposition la plus favorable, ont jugé que, lorsqu'il s'agissoit d'inoculer des personnes qui se portoient bien, toute préparation devenoit presque inutile; puisqu'alors en permettant la quantité de nourriture à-peu-près ordinaire, pourvu qu'elle soit modérée, on pouvoit se borner à prescrire, seulement pendant quelques jours, les alimens les plus sains.

Cette conduite, sans doute la plus sage & la plus conforme aux loix de la Nature, nous crumes devoir la préférer.

M. Richard (a) fut d'abord choisi par le Roi & par les Princes pour les inoculer, ainsi que Madame la Comtesse d'Artois; & M. Lieutaud, premier Médecin, appela encore, de l'aveu & avec la permission du Roi, M. Jaubertou déjà connu avantageusement dans Paris, comme Inoculateur.

La préparation fut commencée le 10 Juin, & continuée jusqu'au 18 du même mois.

(a) Premier Médecin des camps & armées du Roi, Inspecteur général des hôpitaux militaires.

Pendant ce temps, M. Richard fit chercher plusieurs sujets atteints d'une petite vérole naturelle de bonne espèce; & je me joignis à lui pour aller les examiner. Nous choisîmes une petite fille âgée de deux ans, malade à Paris dans la maison paternelle; elle nous parut réunir tous les avantages que nous desirions; au terme où la maladie étoit alors, les boutons varioleux devoient être en pleine suppuration le jour où l'on avoit résolu d'inoculer. Quoique toutes les apparences nous eussent fait juger cet enfant fort sain, nous pensâmes pourtant qu'il étoit essentiel de faire par nous-mêmes des informations exactes sur la conduite, sur la vie & sur les mœurs du père & de la mère, dont le talent unique qui les fait subsister, est de blanchir pour le public le linge à la rivière.

Les témoignages réunis furent tous sans équivoque & sans variation à l'avantage de ces honnêtes gens. Nous voulumes pousser plus loin les précautions. Le Magistrat éclairé qui préside avec tant de soin & de zèle à la police générale de Paris, & qui mérite si justement la confiance publique, fut prié par nous, d'ordonner que l'on fit les mêmes informations. Cela fut exécuté. Les bons témoignages furent confirmés, & M. de Sartine en fit dresser un procès-verbal authentique que l'on nous remit, & que nous conservons.

La première fois que nous visitâmes la petite malade, dont nous avions fait choix pour servir à inoculer la Famille royale, elle étoit renfermée soigneusement sous les rideaux d'un lit, dans une chambre échauffée par un feu, que l'on y entretenoit, pour lessiver beaucoup de linge. Livrés aux anciens préjugés, le père & la mère ne permirent d'abord qu'avec peine de la découvrir pour l'examiner; & ils furent effrayés, lorsqu'après avoir fait ouvrir la porte & une fenêtre pour rafraîchir l'air de la chambre & le renouveler, nous substituâmes au vin sucré, aux bouillons forts & aux œufs, un régime beaucoup plus doux & moins échauffant, dont nous fîmes sentir la nécessité. Le nouveau traitement ayant promptement calmé le mal-aise & l'agitation, & sensiblement amélioré l'état d'angoisse & de souffrance, on l'observa & le suivit avec confiance;

On n'hésita pas même à tenir l'enfant levée une partie du jour; car nous avions annoncé, qu'il seroit nécessaire de la transporter de Paris à Marli dans un carrosse, en assurant que ce voyage ne l'exposeroit à aucun danger.

Le 17 au soir, la Famille royale quitta la Muette, & alla s'établir à Marli. Le 18, jour fixé pour l'inoculation, la petite malade, dont les boutons se trouvoient alors en pleine suppuration, fut conduite de grand matin à Marli, dans un carrosse, sur les bras de sa mère, accompagnée du père & d'un homme de confiance, dont nous étions sûrs & qui les surveilloit.

A huit heures du matin, cette enfant, en aussi bon état que sa situation pouvoit le permettre, étoit avec sa mère dans le grand salon de Marli, où il se trouva un assez grand nombre de personnes de la Cour, qui la virent & l'examinèrent librement. Tous les Médecins réunis, constatèrent le caractère de la maladie, & ce fut le moment où l'on procéda à l'inoculation.

Il y a différentes méthodes d'inoculer, c'est-à-dire, d'employer & d'insérer la matière variolique, de manière que son venin soit communiqué à la masse du sang. Celle qui actuellement est prouvée incontestablement par le concours des faits, la meilleure de toutes en même temps qu'elle est la plus simple, consiste en ce qui suit. On prend une bonne lancette ordinaire, on la plonge dans un bouton varioleux en pleine suppuration; la lancette ayant ainsi été chargée, on en insinue très-doucement la pointe seulement sous l'épiderme de la personne que l'on veut inoculer. Le plus souvent cette piqûre se fait sans ouvrir le plus petit vaisseau sanguin, par conséquent sans procurer la moindre douleur. S'il paroïssoit un peu de sang, il n'y a pas d'inconvénient. On ne met ensuite sur la piqûre nulle espèce de topique; on l'abandonne à la Nature. C'est la méthode d'inoculer, que l'on appelle *Suttonienne*, parce que Sutton, fameux inoculateur Anglois, est le premier qui l'ait employée avec le plus grand succès, ou plutôt il n'a fait que renouveler l'ancienne d'Asie en la

perfectionnant. Sa simplicité & ses avantages, confirmés depuis plusieurs années par un nombre prodigieux de faits, l'ont rendue presque générale en Europe; il est à désirer qu'elle soit enfin substituée à toutes les autres.

Le 18 Juin à huit heures du matin, M. Richard fit lui-même cinq piqûres aux bras du Roi, trois à l'un, deux à l'autre. Immédiatement après, il fit deux piqûres à chaque bras de Madame la comtesse d'Artois: il en fit une ensuite à chaque bras des deux Princes, & la seconde piqûre leur fut faite en même temps par M. Jaubertou. Le Roi eut donc cinq piqûres (Sa Majesté exigea & ordonna la cinquième); les deux Princes & la Princesse en eurent quatre, deux à chaque bras.

Le régime déjà prescrit fut continué sans nul changement jusqu'au 22. C'est le jour où tous les inoculés furent purgés avec leurs médecines ordinaires, qui évacuèrent bien & sans fatiguer.

Les piqûres, ce même jour, marquoient déjà le succès de l'insertion; c'est-à-dire qu'il y paroissoit un petit gonflement circonscrit & proéminent, qui annonçoit sur chaque endroit piqué la formation de vrais boutons varioleux. Ces boutons parcourent les mêmes temps, ont la même progression, les mêmes caractères que ceux de la petite vérole naturelle; & forment ce que l'on appelle la petite vérole locale.

Quand on aperçoit & reconnoît par ces premiers signes, que le venin variolique a commencé à imprimer & à communiquer son action immédiate, on peut prédire & assurer, que l'invasion aura lieu; c'est-à-dire, que bientôt doivent se manifester les symptômes ordinaires qui précèdent l'éruption variolique, sur différentes parties du corps. Le terme de cette invasion est communément depuis le six ou le sept des piqûres jusqu'au onze. Mais soit qu'elle arrive un peu plus tôt, ou un peu plus tard, les observations ont appris que l'on n'en peut tirer aucune induction positive sur le plus ou le moins de boutons varioleux qui doivent paroître, ni sur les accidens qui peuvent survenir.

Le jour même de la purgation, c'est-à-dire, le quatre depuis les piqûres faites, le Roi ressentit le soir du froid, du mal-aise, mal aux reins, & un peu de douleur aux aisselles. Le pouls indiqua alors un peu de fièvre. Le 23, les mêmes accidens subsistèrent d'une manière un peu plus marquée, & le mal de tête s'y joignit. Le 24, la fièvre étoit sensiblement augmentée, ainsi que le mal-aise & l'abattement. Le sommeil de la nuit avoit été coupé & interrompu; & ce même jour le Roi eut plusieurs fois des nausées, des soulèvemens d'estomac; par intervalles, des frissonnemens, & un peu plus de douleur aux aisselles.

Ces divers symptômes furent marqués, & se soutinrent en cet état jusqu'au 25 vers le soir, où nous trouvâmes la fièvre diminuée, ainsi que le mal-aise universel. La nuit fut meilleure, & pendant le sommeil il se fit une éruption de quelques boutons. La fièvre qui étoit presque entièrement tombée, cessa tout-à-fait dans la journée. Les autres accidens disparurent aussi.

La petite vérole locale, pendant les trois premiers jours de l'invasion, caractérisée par les symptômes qui viennent d'être énoncés, avoit fait beaucoup de progrès. Les boutons des piqûres s'étoient bien élevés, avoient grossi, & il s'étoit formé autour, comme cela arrive ordinairement, une aréole rouge & enflammée. Le 26, qui fut le jour où la petite vérole artificielle commença à se démontrer par quelques boutons apparens & épars, ceux de la petite vérole locale étoient déjà en pleine suppuration. C'est la marche & la progression la plus ordinaire; c'est-à-dire que la petite vérole locale est déjà bien avancée, & presque terminée, lorsque celle qui lui succède le plus souvent, & qu'elle produit sur le reste du corps, s'annonce par une nouvelle éruption plus ou moins marquée ou abondante.

Pendant les trois jours que dura cette éruption, il ne parut que très-peu de boutons. Ils furent dispersés sur toutes les parties. Plusieurs grossirent, s'enflammèrent & suppurèrent

bien ; en un mot , ils eurent tous les caractères des vrais boutons varioleux. Quelques-uns avortèrent , & c'est ce qui arrive toujours dans ces espèces de petites véroles inoculées , lorsqu'elles sont bénignes , comme l'a été celle du Roi.

Les deux Princes n'eurent les mêmes symptômes , qui marquoient l'invasion , que vingt-quatre heures après le Roi ; c'est-à-dire le cinq après l'inoculation. D'ailleurs , tout se passa de même , & la petite vérole secondaire fut aussi bénigne.

Les signes de l'invasion n'eurent lieu , pour Madame la Comtesse d'Artois , que le septième jour. La petite vérole locale fut encore mieux caractérisée par plusieurs boutons varioleux qui s'élevèrent au voisinage des piqûres sur l'aréole enflammée , & qui suppurèrent bien. Mais l'éruption de la petite vérole secondaire ne produisit sur le reste du corps que très-peu de boutons , qui tous avortèrent aussi-tôt que fut établi l'écoulement des règles , qui revinrent alors extraordinairement , & qui continuèrent plusieurs jours.

Aucun des inoculés n'a eu le plus léger mouvement de fièvre ; pas le moindre accident , pendant la petite vérole secondaire.

Nous avions pensé dès le commencement , & avant de rien entreprendre , qu'il seroit bon de constater que la matière dont nous avions fait choix pour inoculer le Roi , pouvoit réellement communiquer une petite vérole artificielle. Le moyen le plus sûr & le plus direct eût été , sans doute , d'inoculer quelqu'un avec le pus des boutons varioleux du Roi. Ce moyen ne nous fut pas permis ; mais à son défaut , que nous avions prévu & soupçonné , M. Richard inocula en même temps que le Roi & les Princes , & avec la même matière , plusieurs personnes qui étoient venues s'établir exprès dans le bourg de Marli. Toutes ont eu une petite vérole bien caractérisée , quoique bénigne. La matière variolique puisée ensuite dans ces nouveaux boutons par M. Richard & par M. Jaubertou , pour inoculer dans Marli d'autres personnes , communiqua pareillement , & tout aussi bien ,

une vraie petite vérole ; & même , trois de ces derniers inoculés l'eurent fort abondante quoique discrète (b).

De plus , nous avons appris , & nous pouvons le prouver , qu'à notre insu on fit imprégner à Paris plusieurs brins de coton avec le même pus dont on s'étoit servi pour inoculer le Roi , apparemment pour examiner par des épreuves directes , si cette matière étoit réellement variolique. Ces brins de coton ainsi préparés , furent envoyés de Paris à Nanci à un inoculateur , qui en fit usage dans cette ville pour inoculer (c). L'expérience eut tout le succès possible. Les boutons varioleux qui survinrent , furent reconnus & avoués bien légitimés.

Nous sommes donc autorisés par la réunion de ces faits authentiques , à affirmer que le Roi , les deux Princes , & Madame la Comtesse d'Artois , ont reçu par l'inoculation qui leur a été faite , l'impression d'un vrai levain variolique , dont l'action d'abord locale , transmise ensuite à la masse du sang , ayant eu lieu de la manière la plus marquée , par tous les symptômes qui caractérisent cette impression , & qui ont été détaillés , a dû par conséquent détruire la disposition & l'aptitude préexistante , à éprouver désormais le pouvoir & les effets énergiques d'un pareil levain ; quelque légères & bénignes qu'aient été les petites véroles artificielles. C'est une induction bien fondée , puisqu'elle est appuyée sur une multitude infinie de faits réunis & rapprochés , qu'il suffit de rappeler pour répondre victorieusement à toutes les objections qu'une vaine théorie , ou la prévention opposent , & pour rassurer sur les craintes qui en dérivent.

En effet , le vulgaire a bien de la peine à se persuader que lorsque par l'effet de l'inoculation il ne se fait sur le

(b) M. de Parni , Écuyer de main de la Reine.

M. le Marquis d'Aupoul , Écuyer de Monseigneur le Comte d'Artois.

M. le Comte de Menard.

(c) M. Roquille , Chirurgien-major des Grenadiers de France , inocula à Nanci , avec ce coton imprégné , deux fils de M. Jadelot , Médecin de cette ville ,

corps qu'une très-petite éruption de quelques boutons varioleux, ou même qu'il ne s'établît que la seule petite vérole locale, alors le retour de la petite vérole naturelle ou spontanée ne pût plus avoir lieu. Il croit que l'on n'a eu réellement cette maladie, & que l'on n'est bien garanti d'une seconde atteinte, qu'autant que le corps a été couvert de boutons, sur-tout quand ils ont été confluens. Cette opinion trop répandue encore, est la source principale des préventions contre l'inoculation en général. Elle a aussi donné lieu aux soupçons & aux craintes que l'on a insinués dans le Public, sur le succès & la légitimité des inoculations faites au château de Marli. Mais ces préjugés uniquement produits par la fausse idée que l'on se forme de ce qui constitue essentiellement la petite vérole, disparaissent devant le principe vraiment fondamental que je vais poser, & qui devient presque un axiome établi par le concours seul des faits à l'exclusion de tout raisonnement. Voici ce principe général, reçu par les plus célèbres Inoculateurs.

Toutes les fois qu'après l'insertion faite du pus variolique, on ressent les symptômes qui prouvent que le levain a porté & déployé son action sur la masse du sang, on doit être sûr d'avoir déjà la petite vérole; d'ailleurs il n'importe pas qu'il survienne ensuite peu ou beaucoup de boutons sur le corps, ou même que la petite vérole artificielle ne soit que locale: les faits, je le répète, attestent cette vérité, toute extraordinaire qu'elle paroisse.

Et voici encore un de ces faits récents que je vais rapporter, parce qu'il appartient plus particulièrement à ce qui s'est passé à Marli, & qu'il n'en est que plus intéressant.

Madame la Duchesse de Dursfort avoit été inoculée il y a plusieurs années, elle avoit éprouvé les principaux symptômes de l'invasion; mais, à toute rigueur, la petite vérole ne fut alors que locale. Peu rassurée sur la crainte d'un retour de la petite vérole naturelle, & voulant profiter des inoculations qui se faisoient à Marli, où elle résidoit avec la Cour, elle pria M. Richard de l'inoculer de nouveau; après l'avoir

Mém. 1771.

Qqqqq

interrogée & examinée, ce Médecin assura qu'elle avoit eu réellement la petite vérole artificielle. Madame la Duchesse de Durfort insista, & voulut absolument se soumettre à une seconde inoculation; elle fut faite par quatre piqures, mais le venin variolique inséré fut sans effet; il n'eut aucune action, & ne fit pas même, aux endroits piqués, la moindre impression apparente.

Il est donc vrai que l'invasion, telle que je l'ai décrite, constitue essentiellement dans la personne qui en est atteinte, l'existence réelle de la petite vérole.

Nous concluons donc avec confiance & sécurité, que le Roi, les deux Princes & la Princesse inoculés au château de Marli, ont eu réellement la petite vérole.

